

کنکور ریاضی 1405

پاسخ تشریحی

تهیه و تنظیم : عباس الهی



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\int_a^b f(x) dx \quad \int_a^b \nabla \cdot \vec{F} - 0$$

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \quad e^{i\pi} + 1 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\log(ab) = \log a + \log b$$

$$\frac{d}{dx} (e^x) = e^x$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$



سوال شماره

۱

ریاضیات کنکور

متن سوال

مقدار عبارت گویای $A = \frac{x^3 - 3\sqrt{2}x^2 + 3\sqrt{4}x - 1}{x^3 - 3\sqrt{3}x^2 + 3\sqrt{9}x}$ به ازای $x = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}$ کدام است؟

۰٫۸ (۴)

۰٫۶ (۳)

۰٫۴ (۲)

۰٫۲ (۱)

پاسخ تشریحی

$$A = \frac{(x - \sqrt[3]{2})^3 + 1}{(x - \sqrt[3]{3})^3 + 3} \stackrel{\text{جایگزینی}}{=} \frac{(\sqrt[3]{3})^3 + 1}{(\sqrt[3]{2})^3 + 3} = \frac{3+1}{2+3} = \frac{4}{5} = 0.8$$





سوال شماره

۳

ریاضیات کنکور

متن سوال

اگر $a+2$ ، 11 و $a-4$ ، به ترتیب جملات چهارم، هفتم و نهم یک الگوی خطی باشند، چند جمله از این الگو مثبت است؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

پاسخ تشریحی

$$\begin{cases} a_4 = 3a + 2 \\ a_7 = 11 \\ a_9 = a - 4 \end{cases}$$

$$\rightarrow d = \frac{a_7 - a_4}{7 - 4} = \frac{11 - 3a - 2}{3} = \frac{9 - 3a}{3} = 3 - a$$

$$d = \frac{a_9 - a_7}{9 - 7} = \frac{a - 4 - 11}{2} = \frac{a - 15}{2}$$

$$\rightarrow \frac{3 - a}{1} = \frac{a - 15}{2}$$

$$\rightarrow 6 - 2a = a - 15 \rightarrow 3a = 21 \rightarrow a = 7$$

$$\rightarrow d = -4$$

$$\textcircled{35} \quad 0, 23, \dots$$

+4 +4 +4

$$35 + (n-1) \times (-4) > 0 \rightarrow -4n + 39 > 0 \rightarrow -4n > -39 \rightarrow n < \frac{39}{4} \Rightarrow$$

$$n = 1, 2, \dots, 9$$





سوال شماره

۴

ریاضیات کنکور

متن سوال

به ازای چند مقدار از a ، معادله درجه دوم $(x-2)^2 + 2a(x+1)^2 = a$ دارای یک ریشه مضاعف است؟

$\neq$ ضرب x^2

(۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱) ۱

$$x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 + 2a + 1$$

$$1 + 2a \neq 0 \rightarrow a \neq -\frac{1}{2}$$

پاسخ تشریحی

.....

$$\rightarrow x^2 - 4x + 4 + 2ax^2 + 4ax + 2a - a = 0 \rightarrow (1+2a)x^2 - 4(a-1)x + (4+a) = 0$$

$$\Delta = 0 \rightarrow (4(a-1))^2 - 4(1+2a)(4+a) = 0 \rightarrow 16(a^2 - 2a + 1) - 4(1+2a)(4+a) = 0$$

$$\div 4 \rightarrow 4a^2 - 8a + 4 - (4 + a + 8a + 2a^2) = 0 \rightarrow 2a^2 - 17a = 0 \rightarrow a(2a - 17) = 0$$

$a = 0$ ✓
 $a = 8,5$ ✓





سوال شماره

۴

ریاضیات کنکور

متن سوال

به چند طریق می توان از بین ۳ ریاضی دان، ۳ فیزیک دان و ۳ شیمی دان، یک کمیته علمی دو نفره انتخاب کرد به طوری که دو نفر انتخابی هم رشته نباشند؟

(۱) ۲۷

(۲) ۳۳

(۳) ۵۴

(۴) ۶۶

پاسخ تشریحی

$$\text{①} \rightarrow \text{فیزیکدان + ریاضی دان} \rightarrow \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 3 \times 3 = 9$$

$$\text{②} \rightarrow \text{شیمی دان + ریاضی دان} \rightarrow \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 9$$

$$\text{③} \rightarrow \text{شیمی دان + فیزیکدان} \rightarrow \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 9$$

$$\text{راه دوم: } \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

که این سه مورد را با هم جمع می کنیم





سوال شماره

۵

ریاضیات کنکور

متن سوال

تبدیل به

نقیض گزارهٔ سوری $\forall x \in \mathbb{R}; \sim (x \leq 0) \vee (x + \frac{1}{x} \leq 2)$ کدام است؟

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x \geq 0) \wedge (x + \frac{1}{x} \leq 2) \quad (۲)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x \geq 0) \vee (x + \frac{1}{x} \geq 2) \quad (۱)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x > 0) \wedge (x + \frac{1}{x} \leq 2) \quad (۴)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x > 0) \vee (x + \frac{1}{x} > 2) \quad (۳)$$

پاسخ تشریحی

نوع $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

$\left\{ \begin{array}{l} \forall \rightarrow \exists \\ \vee \rightarrow \wedge \end{array} \right\}$ برای نقض





سوال شماره

۶

ریاضیات کنکور

متن سوال

سین مورد اولی به صورت $x^2 - x - 3 = 0$ برده است

اگر α و β دو عدد حقیقی و متمایز باشند به طوری که $\alpha^2 = \alpha + 3$ و $\beta^2 = \beta + 3$ باشد، مقدار $\alpha^5 + \beta^5$ کدام است؟

(۱) ۶۱ (۲) ۶۷ (۳) ۷۳ (۴) ۷۹

پاسخ تشریحی

$$x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow S = 1, P = -3$$

$$x^2 = x + 3 \Rightarrow x^3 = x^2 + 3x = (x + 3) + 3x = 4x + 3 \Rightarrow x^5 = 4x^3 + 3x^2$$

$$\Rightarrow x^5 = 4(x^2 + 3x) + 3x^2 = 7x^2 + 12x = 7(x + 3) + 12x = 19x + 21$$

$$\xrightarrow{\text{سین}} \alpha^5 + \beta^5 = 19(\alpha + \beta) + 42 = 19S + 42 = 19 + 42 = \boxed{61}$$

$S = 1$





سوال شماره

۷

ریاضیات کنکور

متن سوال

نمودار تابع $y = mx^2 - 3x + 4$ محور x ها را در دو طرف $x = 2$ قطع می کند. اگر حدود تغییرات m بازه (a, b) باشد، مقدار $a + 2b$ کدام است؟

$$\alpha < 2 < \beta$$

۱ ۳

(۴) صفر

 $\frac{1}{2}$ (۲)

(۱) ۲

پاسخ تشریحی

$$f(x) < 0 \rightarrow m(4m - 6 + 4) < 0 \rightarrow m(4m - 2) < 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow 0 < m < \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\rightarrow a + 2b = 0 + 2\left(\frac{1}{2}\right) = 0 + 1 = 1$$

$$f(x) < 0$$





سوال شماره

۸

ریاضیات کنکور

متن سوال

برای $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ، اگر $f^{-1}(6-2x) \leq f^{-1}(2-x)$ باشد، حدود x شامل چند عدد صحیح مثبت است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ تشریحی

که تابع
نزولی است

سوال هم نزولی است.

$$\rightarrow \cancel{f^{-1}(6-2x)} \leq \cancel{f^{-1}(2-x)} \rightarrow 6-2x \geq 2-x \rightarrow 4 \geq x \rightarrow x \leq 4 \quad \textcircled{I}$$

$$R_f = (0, +\infty) \rightarrow \begin{cases} 2-x > 0 \\ 6-2x > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x < 3 \end{cases} \rightarrow x < 2 \quad \textcircled{II}$$

نتیجه
 $x < 2 \rightarrow x = 1$





سوال شماره

9

ریاضیات کنکور

متن سوال

اگر $75^x = 27^y$ باشد، حاصل $125^{\frac{x}{3y-x}}$ کدام است؟ ($x \neq 0$)

$$3\sqrt{3} \quad (4)$$

$$5\sqrt{5} \quad (3)$$

$$\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\sqrt{5} \quad (1)$$

$$3 \times 5^2$$

پاسخ تشریحی

.....

$$\rightarrow (3 \times 5^2)^x = (3^3)^y \rightarrow 3^x \times 5^{2x} = 3^{3y} \rightarrow 5^{2x} = 3^{3y-x}$$

$$\rightarrow 5^{\frac{2x}{3y-x}} = 3 \rightarrow 5^{\frac{x}{3y-x}} = \sqrt{3}$$

$$\rightarrow \text{از طرفی} \quad 125^{\frac{x}{3y-x}} = \left(5^{\frac{x}{3y-x}}\right)^3 = (\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3}$$





سوال شماره

۱۰

ریاضیات کنکور

متن سوال

جواب بدهی $I + II + 30 = \frac{75\sqrt{3}}{4} + \frac{15\sqrt{3}}{4} + 15 + 30 = 30\sqrt{3} + 45$

اگر طول یک ضلع مثلثی ۳۰ و اندازه دو زاویه مجاور آن ضلع 60° و 67° باشد، محیط مثلث کدام است؟ ($\cos 53^\circ = 0.6$)

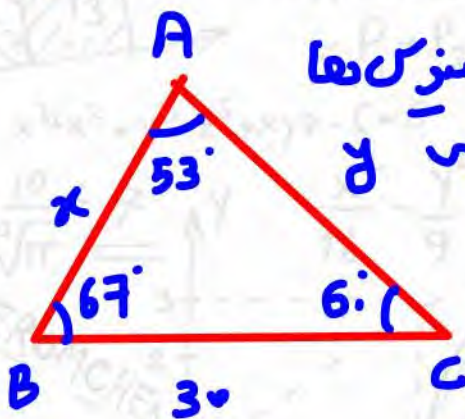
$(1) 30 + 30\sqrt{3}$
 $(2) 30 + 40\sqrt{3}$
 $(3) 45 + 30\sqrt{3}$
 $(4) 45 + 40\sqrt{3}$

$\sin 53^\circ = 0.8$

.....

پاسخ تشریحی

قانون سینوسها



راه ۲

است. برقیتر از 53° است.



$$\frac{30}{\sin 53^\circ} = \frac{x}{\sin 67^\circ} = \frac{y}{\sin 60^\circ}$$

$$15\sqrt{3} = 0.8x$$

$$15\sqrt{3} = \frac{4}{5}x$$

$$\frac{75\sqrt{3}}{4} = x \quad I$$

$$\frac{15}{\frac{4}{5}} \times (3\sqrt{3} + 4) = y$$

$$\frac{15}{4} (3\sqrt{3} + 4) = y$$

$$II \quad \frac{45\sqrt{3}}{4} + 15 = y$$

$\sin 67^\circ = \sin(12^\circ - 53^\circ) = \sin 12^\circ \cos 53^\circ - \cos 12^\circ \sin 53^\circ$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{6}{10} - (-\frac{1}{2})(\frac{8}{10}) = \frac{6\sqrt{3} + 8}{20} = \frac{3\sqrt{3} + 4}{10}$



سوال شماره

۱۱

ریاضیات کنکور

متن سوال

اگر $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ و $\cos \beta = -\frac{12}{13}$ و انتهای کمان α در ربع اول و انتهای کمان β در ربع دوم قرار داشته باشد،
 انتهای زاویه‌های $\alpha + \beta$ و 2β به ترتیب در کدام ربع‌ها قرار دارند؟

(۴) سوم و چهارم

(۳) دوم و چهارم

(۲) سوم و سوم

(۱) دوم و سوم

پاسخ تشریحی

$$\begin{aligned} \cos \alpha = \frac{4}{5} & \xrightarrow{\text{ربع ۱}} \sin \alpha = \frac{3}{5} \\ \cos \beta = -\frac{12}{13} & \xrightarrow{\text{ربع ۲}} \sin \beta = \frac{5}{13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \left(\frac{4}{5}\right)\left(-\frac{12}{13}\right) - \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{5}{13}\right) = \frac{-48 - 15}{65} = -\frac{63}{65} < 0 \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \left(\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{12}{13}\right) + \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{5}{13}\right) = \frac{-36 + 20}{65} = -\frac{16}{65} < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin 2\beta &= 2 \sin \beta \cos \beta < 0, \quad \cos 2\beta = \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \\ &= \frac{144}{169} - \frac{25}{169} > 0 \rightarrow \text{ربع دوم} \end{aligned}$$



معادله مثلثاتی $\frac{\sqrt{3} + \tan x}{1 + \sqrt{3} \cot x} = \tan 4x$ چند جواب در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ دارد؟

۱۳ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۴ (۱)

پاسخ تشریحی

گت پیپ مدرسه

$$\frac{\sqrt{3} + \tan x}{1 + \sqrt{3} \cot x} = \frac{(\sqrt{3} + \tan x) \times \tan x}{(\tan x + \sqrt{3})} = \tan x \rightarrow \tan x = \tan 4x$$

$$\rightarrow \tan 4x = \tan x \rightarrow 4x = k\pi + x \rightarrow 3x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{3}$$

$$k = -6, -5, \dots, +6 \rightarrow \text{در } \begin{cases} \sin x \neq 0 \rightarrow k \neq 0, \pm 3, \pm 6 \\ 1 + \sqrt{3} \cot x \neq 0 \rightarrow \cot x \neq -\frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

$$k \neq -4, -1, 2, 5 \leftarrow \tan x \neq -\sqrt{3}$$

$$[4] = 9 - 3 \text{ پس}$$





سوال شماره

۱۴

ریاضیات کنکور

متن سوال

اگر $f(x) = 1 - \sqrt{x}$ و $g(x) = [1 - x]$ باشد، به ازای چند مقدار صحیح a ، $\lim_{x \rightarrow a^+} f(g(x)) = 1 + a$ است؟

 $x \rightarrow a^+$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

.....

پاسخ تشریحی

$$g(n) = -a \rightarrow 1 - n < -a \rightarrow -n < -a - 1 \rightarrow n > a + 1$$

$$\rightarrow f(g(n)) = f(-a) = 1 - \sqrt{-a} \rightarrow 1 - \sqrt{-a} = 1 + a \rightarrow a = -\sqrt{-a}$$

$$\rightarrow -a = \sqrt{-a} \rightarrow -a > 0 \rightarrow a \leq 0$$

$$\xrightarrow{\text{بستان ۲}} a^2 = -a \rightarrow a^2 + a = 0 \rightarrow a(a+1) = 0 \rightarrow \begin{matrix} a=0 \checkmark \\ a=-1 \checkmark \end{matrix}$$





سوال شماره

۱۴

ریاضیات کنکور

متن سوال

حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cos^2 \pi x - 1}{x + 2\sqrt{-x} - 1}$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $2\pi^2$ (۳) $4\pi^2$ (۴) $8\pi^2$

پاسخ تشریحی

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cos^2 \pi x - 1}{x + 2\sqrt{-x} - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-\sin^2 \pi x}{(\sqrt{-x} - 1)^2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin^2 \pi x}{(\sqrt{-x} - 1)^2} = \frac{0}{0} \rightarrow \left(\frac{\sin \pi x}{\sqrt{-x} - 1} \right)^2$$

چون داخل هم $\frac{0}{0}$ است .

$$\xrightarrow{H \& P} 2 \left(\frac{\pi \cos \pi x}{\frac{-1}{2\sqrt{-x}}} \right)^2 = 2 \left(\frac{-\pi}{-\frac{1}{2}} \right)^2 = 8\pi^2$$





سوال شماره

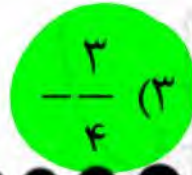
۱۵

ریاضیات کنکور

متن سوال

برای تابع $f(x) = \frac{1-2x}{6x^2+x+a}$ اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ موجود و مخالف صفر باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{3x+2}{|x-a|} \times f(x)$ کدام است؟

(۴) وجود ندارد

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) صفر

پاسخ تشریحی

$$a = -2 \text{ زیرا } 6\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + a = 0 \text{ در مخرج = ۰}$$

$$f(x) = \frac{1-2x}{6x^2+x-2} = \frac{-(2x-1)}{(3x+2)(2x-1)} = \frac{-1}{3x+2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{3x+2}{|x+a|} \times \frac{-1}{3x+2} = \frac{-1}{|-\frac{2}{3}+2|} = \frac{-1}{\frac{4}{3}} = \boxed{-\frac{3}{4}}$$





اگر $f(x) = a(1-x)(x+1) - bx^2$ یک تابع چندجمله‌ای از درجه صفر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{xf(x)}{x+b}$ کدام است؟

(۴) وجود ندارد

(۳) صفر

(۲) $+\infty$ (۱) $-\infty$

پاسخ تشریحی

$$f(x) = a(1-x^2) - bx^2 = a - ax^2 - bx^2 = a - (a+b)x^2 \xrightarrow{\text{درجه صفر}} a+b=0$$

$$\rightarrow f(x) = a$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{xf(x)}{x+b} = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{ax}{x+b} = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{ax}{x-a} = \frac{a^2}{0^-} = -\infty$$

$$\downarrow$$

$$b = -a$$





سوال شماره

۱۷

ریاضیات کنکور

متن سوال

اگر حد چپ تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^2 + b|x|}$ در $x = a$ برابر $-\infty$ باشد، تابع f چند مجانب قائم دارد؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

پاسخ تشریحی

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \frac{|x|^2 + |x|}{|x|^2 + b|x|} = \frac{|x|(|x| + 1)}{|x|(|x| + b)} = -\infty$$

• $-b < -b < -b$ $|x| < -b$ $b < 0$

• پس $|x| = +$ یعنی در مبنا داریم.





سوال شماره

۱۸

ریاضیات کنکور

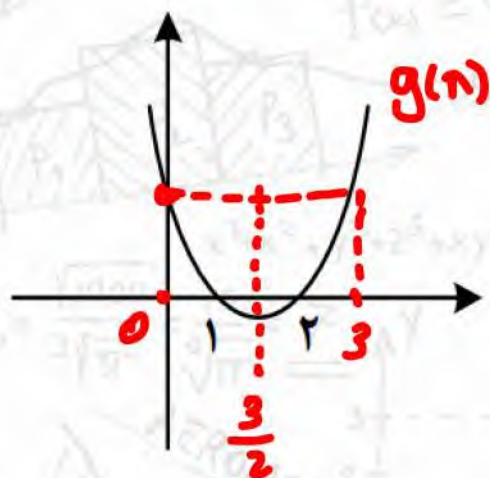
متن سوال

$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = -\infty \rightarrow f(x) - f(a) < 0 \rightarrow g(a) - g(0) < 0 \rightarrow g(a) < g(0)$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = -\infty, f(x) = \begin{cases} g(x) & x \neq a \\ g(0) & x = a \end{cases}$$

نمودار تابع $y = g(x)$ در زیر رسم شده است. برای تابع f با ضابطه

است. اگر بازه (b, c) حدود تغییرات a باشد، $b + c$ کدام است؟



$$\rightarrow g(0) = g(3)$$

$$- \infty < a < 3 \rightarrow (b, c) = (0, 3) \rightarrow b + c = 0 + 3 = 3$$

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)





سوال شماره

19

ریاضیات کنکور

متن سوال

اگر α زاویه خط مماس بر نمودار تابع $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ در نقطه $(-1, -1)$ با جهت مثبت محور x ها باشد، حاصل عبارت $A = 3\sin\alpha + 4\cos\alpha$ کدام است؟

$$-0,3\sqrt{10} \quad (4)$$

$$-0,9\sqrt{10} \quad (3)$$

$$0,3\sqrt{10} \quad (2)$$

$$0,9\sqrt{10} \quad (1)$$

پاسخ تشریحی

$$y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-\frac{1}{3}} \rightarrow y' = -\frac{1}{3}x^{-\frac{4}{3}} \xrightarrow{\text{در } (-1, -1)} \text{شیب} = -\frac{1}{3} \times 1 = -\frac{1}{3} = m$$

$$\xrightarrow{\text{شیب}} \tan\alpha = -\frac{1}{3}$$



$$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}, \cos\alpha = -\frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\rightarrow A = 3\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right) + 4\left(-\frac{3}{\sqrt{10}}\right) = \frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{12}{\sqrt{10}} = -\frac{9}{\sqrt{10}} = -0,9\sqrt{10}$$





سوال شماره

۳۰

ریاضیات کنکور

متن سوال

تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & x \geq 1 \\ x^3+1 & x < 1 \end{cases}$ داده شده است. کدام مورد درخصوص مشتقات یک طرفه f در $x=1$ ، درست است؟

$$f'_+(1) = +\infty \quad (۴)$$

$$f'_+(1) = -\infty \quad (۳)$$

$$f'_-(1) = +\infty \quad (۲)$$

$$f'_-(1) = 3 \quad (۱)$$

.....

پاسخ تشریحی

$$f(1) = 3 + 1 = 4$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \frac{(x^3 + 1) - 4}{x - 1} = \frac{x^3 - 3}{x - 1} = \frac{x^2 + x + 2}{1} = +\infty$$





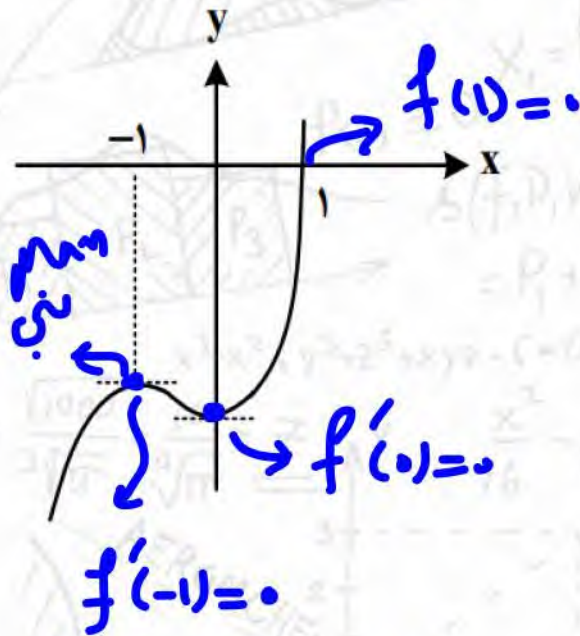
سوال شماره

۲۱

ریاضیات کنکور

متن سوال

نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 5$ در زیر رسم شده است. عرض نقطه ماکزیمم نسبی تابع f ، کدام است؟



$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f'(0) = c = 0$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx$$

$$f'(-1) = 3a - 2b = 0 \rightarrow 3a = 2b$$

$$b = \frac{3}{2}a$$

$$f(1) = 0 \rightarrow a + b + c - 5 = 0 \rightarrow a + \frac{3}{2}a + 0 - 5 = 0 \rightarrow \frac{5a}{2} = 5$$

$$f(-1) = -a + b - c - 5 = -2 + 3 - 0 - 5 = -4$$





در نقطه A از نمودار سهمی $y = 2 - x^2$ واقع در ناحیه اول، مماسی رسم می‌کنیم که مماس رسم شده همراه با محورهای مختصات، مثلثی با مساحت مینیمم می‌سازد. عرض نقطه A کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

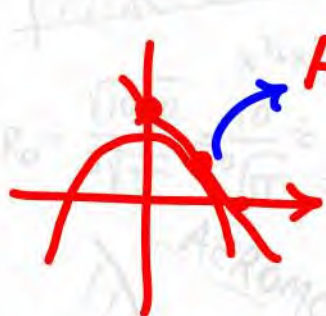
$$\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{5}{4} \quad (1)$$

.....

پاسخ تشریحی



$$A(x, 2 - x^2) \rightarrow y - (2 - x^2) = -2x(x - x) \rightarrow \text{مماس}$$

$$y - 2 + x^2 = -2x^2 + 2x^2$$

$$y = -2x^2 + x^2 + 2 \rightarrow x^2 + 2 = 2x^2 \rightarrow x = \frac{x^2 + 2}{2x}$$

$$y = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow y = x^2 + 2$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{x^2 + 2}{2x}\right) \times (x^2 + 2) = \frac{(x^2 + 2)^2}{4x} = \frac{1}{4} \left(\frac{x^4 + 4x^2 + 4}{x}\right)$$

$$\rightarrow S = \frac{1}{4} \left(x^3 + 4x + \frac{4}{x}\right) \xrightarrow{S'=0} 3x^2 + 4 - \frac{4}{x^2} = 0 \rightarrow 3x^4 + 4x^2 - 4 = 0$$

$$\xrightarrow{x^2 = t} 3t^2 + 4t - 4 = 0 \rightarrow (3t - 2)(t + 2) = 0 \rightarrow t = \frac{2}{3} = x^2 \rightarrow y_A = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$





سوال شماره

۳۳

ریاضیات کنکور

متن سوال

از کارگران مشغول به کار در کارگاهی یک نمونه ۷ نفره انتخاب شده است. اگر داده‌های ۲۱، ۲۱، ۲۲، ۲۴، ۲۵، ۲۷ و ۳۵ درآمد ماهیانه آنها بر حسب میلیون تومان باشد، خط فقر در این کارگاه چند میلیون تومان برآورد می‌شود؟

۲۵ (۴)

۲۱ (۳)

۱۲،۵ (۲)

۱۰،۵ (۱)

پاسخ تشریحی

صافتر = سبب
ساییش
دانه



21, 21, 22, 24, 25, 27, 35

-24

$\xrightarrow{-24} -3, -3, -2, 0, 1, 3, 11 \xrightarrow{\frac{x}{7}} \frac{-3}{7} = \textcircled{1} \xrightarrow{+24} \frac{21}{7} = 25$

خط فقر = $\frac{25}{2} = 12,5$





سوال شماره

۳۴

ریاضیات کنکور

متن سوال

در یک خانواده k فرزندی، می دانیم تمام فرزندان از یک جنس نیستند. به ازای کدام مقدار از k ، احتمال اینکه دقیقاً $k-3$ فرزند از این خانواده پسر باشد، $\frac{5}{18}$ است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

پاسخ تشریحی

احتمال نرینه‌ها $\frac{\binom{k}{k-3}}{2^k - 2} = \frac{5}{18} \rightarrow k=7$ $\xrightarrow{\text{مردن}}$ $\frac{\binom{7}{4}}{128-2} = \frac{35}{126} = \frac{5}{18} \checkmark$

که حذف همه پسر و همه دختر





سوال شماره

۲۵

ریاضیات کنکور

متن سوال

داوطلبی به هر ۵ سؤال یک آزمون پنج گزینه‌ای به طور تصادفی پاسخ می‌دهد. احتمال آنکه تنها به ۳ سؤال پاسخ صحیح داده باشد، کدام است؟

$$\frac{32}{625} \quad (۴)$$

$$\frac{64}{625} \quad (۳)$$

$$\frac{16}{625} \quad (۲)$$

$$\frac{4}{625} \quad (۱)$$

.....

پاسخ تشریحی

$$\binom{5}{3} \times \left(\frac{1}{5}\right)^3 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{2}{125} \times \frac{16}{25} = \frac{32}{625} \quad \checkmark$$

عند
صیح
نسب توان





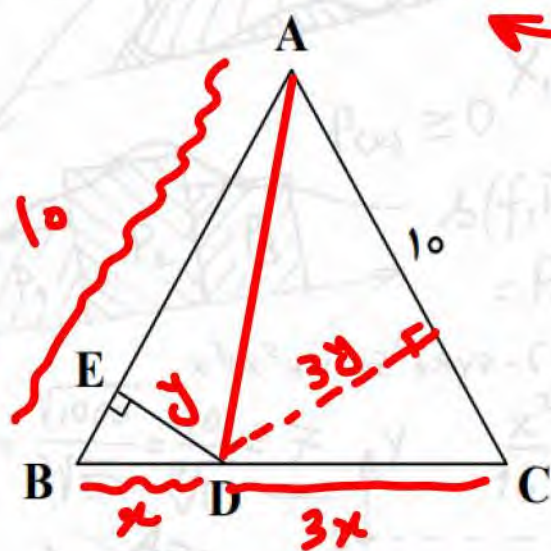
سوال شماره

۲۶

ریاضیات کنکور

متن سوال

در شکل زیر، $AB = AC$ و $BD = \frac{1}{4}BC$ است. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۴۰ باشد، طول ED کدام است؟



$$\frac{1 \cdot y}{2} + \frac{(3y)(10)}{2} = 40 \rightarrow 2 \cdot y = 40 \rightarrow y = 2$$

$$\sqrt{5} \quad (1)$$

$$\sqrt{6} \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$



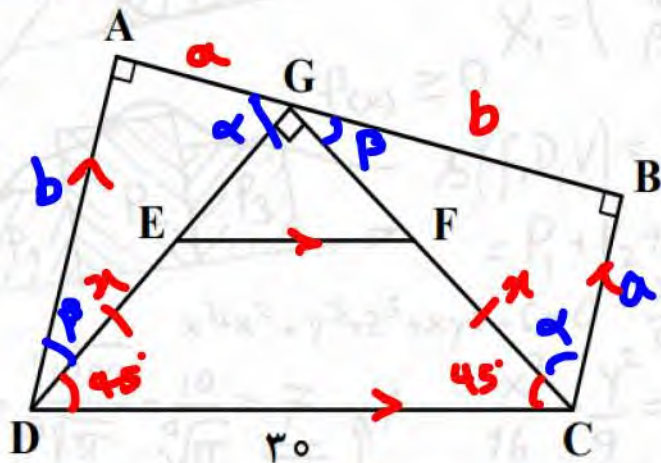


سوال شماره
۲۷

ریاضیات کنکور

متن سوال

در شکل زیر، چهار ضلعی های EFCD دوزنقه متساوی الساقین است. اگر طول اضلاع دوزنقه ABCD اعداد صحیح مثبت باشند، طول ضلع AB کدام است؟



$$DG = CG = 30 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 15\sqrt{2}$$

$$AB = AG + GB = a + b \quad \text{I}$$

$$a^2 + b^2 = (15\sqrt{2})^2 = 225 \times 2 = 450 \quad \text{II}$$

$$\triangle ADG \cong \triangle BGC$$

عدد صحیح اند $\rightarrow$ ما a و b را به صورت طبق فرمول سوال
 $450 = 9 + 441$
 $\downarrow \quad \downarrow$
 $3^2 \quad 21^2$

س
 $\rightarrow AB = a + b = 3 + 21 = 24$

(۱) ۲۴

(۲) ۲۵

(۳) ۲۳

(۴) ۲۶





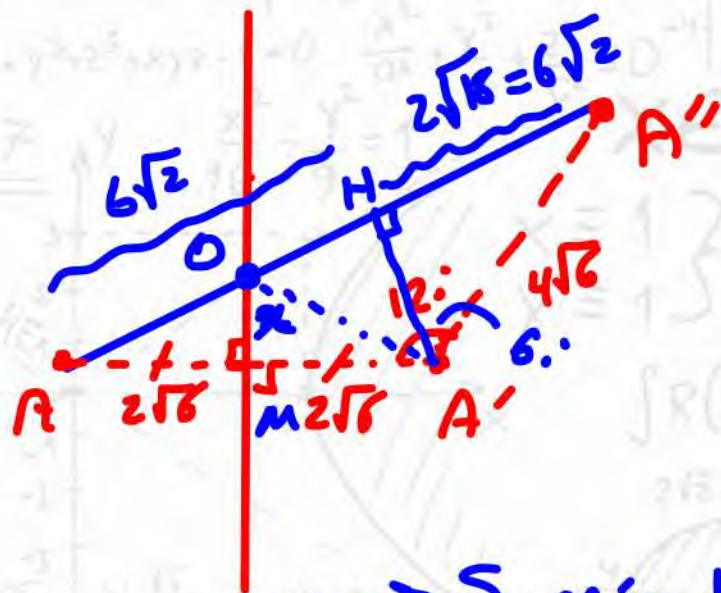
نقطه A' که تصویر نقطه A تحت بازتاب نسبت به خط d و نقطه A'' تصویر نقطه A تحت دوران حول نقطه A' به اندازه 120° است. اگر فاصله نقطه A از خط d برابر $2\sqrt{6}$ و O نقطه برخورد پاره خط AA'' با خط d باشد، مساحت مثلث OAA' کدام است؟

$1\sqrt{3}$ (۴)

$6\sqrt{3}$ (۳)

$4\sqrt{3}$ (۲)

$2\sqrt{3}$ (۱)



$$A'H = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$$

$$OM \sim AA'H$$

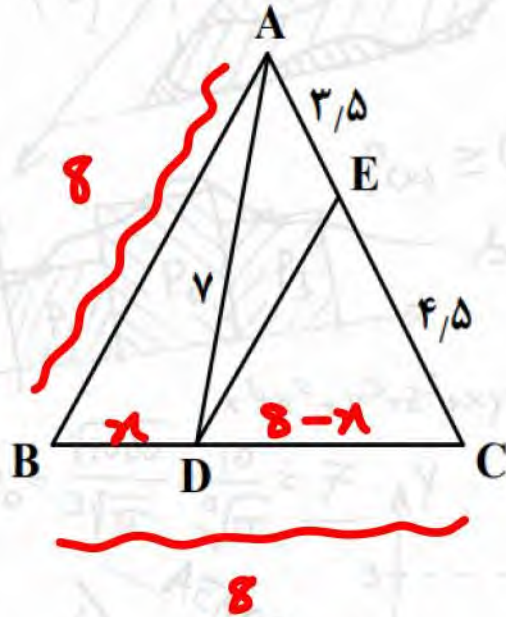
$$\frac{x}{2\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{6\sqrt{2}} \rightarrow x = \frac{29}{6\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$\rightarrow S_{OAA'} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 4\sqrt{6} = 4\sqrt{12} = 8\sqrt{3}$$





در مثلث متساوی الاضلاع ABC شکل زیر، طول ضلع BD کدام می تواند باشد؟



(Stewart) استوارت:

$$8^2x + 8^2(8-x) = 8(7^2 + x(8-x))$$

$$64x + 64(8-x) = 8(49 + 8x - x^2)$$

$$8x + 8(8-x) = 49 + 8x - x^2$$

$$\cancel{8x} + 64 - \cancel{8x} = 49 + 8x - x^2$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0 \rightarrow (x-3)(x-5) = 0$$

(۱) ۲

(۲) ۲,۵

(۳) ۳

(۴) ۳,۵





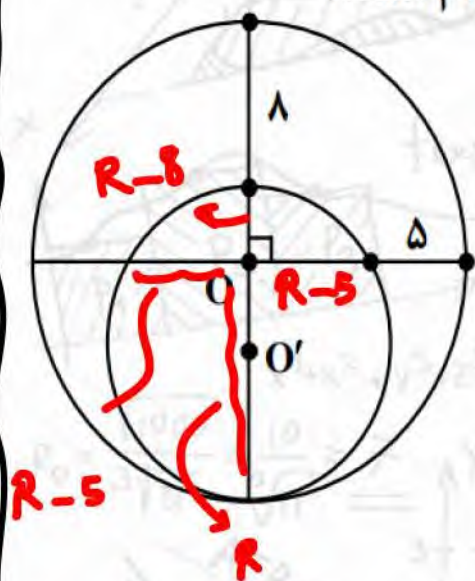
سوال شماره

۴۰

ریاضیات کنکور

متن سوال

در شکل زیر، دو دایره به مرکزهای O و O' مماس درون هستند. طول خط‌المركزین کدام است؟



$$R = \text{مقدار رادیوس بزرگ}$$

روابط طوسی

رابطه کوسینوس:

$$(R-5)(R-5) = R(R-8)$$

$$R^2 - 10R + 25 = R^2 - 8R$$

$$2R = 25 \rightarrow R = 12,5$$

$$\text{مقدار رادیوس کوچک} = R + R - 8 = 2R - 8 = 25 - 8 = 17 \rightarrow r = 8,5$$

$$OO' = R - r = 12,5 - 8,5 = 4$$





سوال شماره

(۴۱)

ریاضیات کنکور

متن سوال

اگر $\vec{a} = (1, -1, -1)$ باشد، حاصل $\vec{k} \times (\vec{a} \times \vec{i}) + (\vec{k} \times \vec{a}) \times \vec{i}$ کدام است؟

$$-\vec{i} + \vec{k} \quad (۴)$$

$$\vec{i} + \vec{k} \quad (۳)$$

۲

$$-\vec{i} - \vec{k} \quad (۲)$$

$$\vec{i} - \vec{k} \quad (۱)$$

پاسخ تشریحی

$$\vec{a} = i - j - k \rightarrow a \times i = (i - j - k) \times i = -j \times i - k \times i = k - j$$

$$\vec{k} \times (k - j) = -k \times j = i$$

$$k \times a = k \times (i - j - k) = k \times i - k \times j = j + i$$

$$\rightarrow (j + i) \times i = j \times i = -k$$





سوال شماره

۲۲

ریاضیات کنکور

متن سوال

اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 20 & x & -1 \\ 2 & 3 \\ -2 & 4 \\ -3 & y \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ یک ماتریس اسکالر باشد، مقدار $\frac{x}{y}$ کدام است؟

(۴) -۳

$$(۲) \quad 3 - 5 = 0 \rightarrow y = 5$$

(۱) ۵

$$\begin{bmatrix} 2 + 2 & -3 & -3 \\ -2 & -4 & -3x & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 - 4 + y & -4 \\ -3 + 8 + xy & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix}$$

$$\alpha = -2$$

$$-4 - 3x = 0 \rightarrow x = -15$$

$$\rightarrow \frac{x}{y} = -\frac{15}{5} = -3$$





سوال شماره

۲۲

ریاضیات کنکور

متن سوال

برای ماتریس‌های وارون‌پذیر A و B ، اگر $(AB)^{-1}A^3B = \begin{bmatrix} 5|A| & 4 \\ |A| & 2|A| \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس A^3 کدام است؟

$|A| \neq 0$ (۴)

$B^{-1}A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\frac{4}{3}$

$1 = |A|^2 - 4|A|$

پاسخ تشریحی

$$B^{-1}A^{-1}A^3B = B^{-1}A^2B \rightarrow \det(B^{-1}A^2B) = |B^{-1}||A|^2|B| = |A|^2$$

معین $|A| = t \rightarrow t^2 = 1 \cdot t^2 - 4t \rightarrow t^2 - 4t = 0$

$\rightarrow t(9t - 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} \frac{4}{9} \checkmark \\ 0 \times \end{cases} \rightarrow |A| = \frac{4}{9}$

$$|3A| = 3^3|A| = 9 \times \frac{4}{9} = 4$$





سوال شماره
۴۴

ریاضیات کنکور

متن سوال

دایره C بر خط $y = \frac{3}{4}x$ مماس است. اگر معادلات دو وتر مساوی و منصف هم از دایره C، خطوط $2x + y = 3$ و $2x - 3y = 7$ باشند، شعاع دایره کدام است؟

که یعنی محل تقاطع این دو دایره است

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ تشریحی

$$3x - 4y = 0 \quad \leftarrow y = \frac{3}{4}x$$

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x - 3y = 7 \end{cases} \rightarrow -4y = 4 \rightarrow y = -1$$

$$O(2, -1) \leftarrow x = 2 \leftarrow 2x = 4$$

$$R = \frac{|3(2) - 4(-1)|}{\sqrt{9+16}} = \frac{10}{5} = 2$$



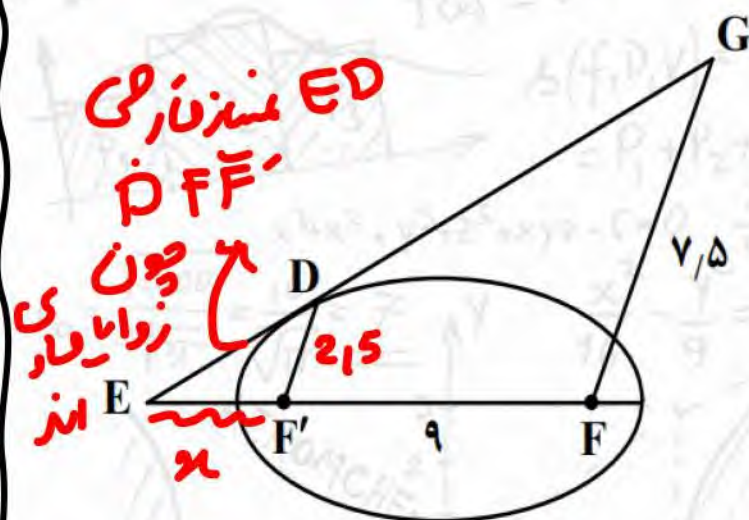


سوال شماره
۴۵

ریاضیات کنکور

متن سوال

در مثلث EFG شکل زیر، ضلع EG در نقطه D بر بیضی مماس بوده و F و F' کانون های بیضی هستند. اگر دو مثلث EFG و EF'D متشابه با نسبت تشابه $\frac{1}{3}$ باشند، خروج از مرکز بیضی کدام است؟



$$\frac{DF'}{DF} = \frac{EF'}{EF} = \frac{1}{3} \rightarrow DF = 7,5$$

$$\begin{array}{l} (1) \\ \frac{1}{3} \\ 6 \\ 2 \\ 5 \\ 5 \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (4) \\ 6 \\ 10 \end{array}$$

$$\frac{x}{x+9} = \frac{1}{3} \rightarrow 3x = x+9 \rightarrow 2x = 9 \rightarrow x = 4,5$$

$$DF + DF' = 2a \rightarrow 7,5 + 2,5 = 2a \rightarrow a = 5$$

$$2c = 9 \rightarrow c = 4,5 \rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{4,5}{5} = \frac{9}{10} = 0,9$$





سوال شماره

۴۶

ریاضیات کنکور

متن سوال

اگر $A = 0! + 1! + 2! + 3! + \dots + 600!$ باشد، باقیمانده تقسیم عدد $\frac{A+2!}{3!}$ بر عدد ۸، کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲۰)

۶ (۱)

.....

پاسخ تشریحی

$$\frac{A+2!}{3! \times 8} = \frac{A+2!}{48} \rightarrow A+2! \stackrel{48}{\equiv} ?$$

۶ به ربع مضرب ۴۸ است.

$$A = 1 + 1 + 2 + 6 + 24 + 120 = 154$$

$$154 + 2 = 156 \rightarrow \frac{156}{6} = 26 \rightarrow 26 \stackrel{8}{\equiv} 2$$





سوال شماره

۲۷

ریاضیات کنکور

متن سوال

آزمون ورودی مؤسسه‌ای شامل ۲۵ سؤال زبان انگلیسی و ۲۰ سؤال ریاضی است و پاسخ کاملاً درست به هر سؤال زبان انگلیسی، ۷ امتیاز و هر سؤال ریاضی ۱۲ امتیاز دارد و پاسخ ناقص بدون امتیاز است. اگر آخرین داوطلب پذیرفته شده، ۲۹۷ امتیاز کسب کرده باشد، او در مجموع به چند سؤال پاسخ کاملاً درست داده است؟

۲۶ (۴)

۳۱ (۳)

۳۶ (۲)

۴۱ (۱)

مقدار درست ریاضی
مقدار درست زبان

پاسخ تشریحی

$$7x + 12y = 297 \rightarrow 7x \equiv 297 \pmod{12} \rightarrow 7x \equiv 9 \pmod{12} \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{12}$$

$$x = 3, 15$$

$$y = \frac{297 - 21}{12} = 23 \times$$

$$y = \frac{297 - 15}{12} = \frac{192}{12} = 16$$

$$15 + 16 = 31 \text{ پس}$$





سوال شماره

۴۸

ریاضیات کنکور

متن سوال

پاسخ تشریحی کنکور ۱۴۰۵

چند عدد چهار رقمی با ارقام ۳، ۴ و ۶ می توان نوشت که بر ۶ بخش پذیر باشند؟

(۱) ۱۳

(۲) ۱۵

(۳) ۱۹

(۴) ۲۳

پاسخ تشریحی

.....

۸ رقم $\rightarrow \frac{6}{(1)} - \frac{6}{(2)} - \frac{6}{(2)} - \frac{6}{(2)} \rightarrow$ بر رقم بیان $\rightarrow$ بدون ۴ {

باید ۶ بار

$3 \times 2 = 6$ رقم $\rightarrow$ با ۳ تا ۴ {
 که جایگاه رقم غیر ۴
 تعداد رقم غیر ۴
 باید به تعداد زوج شود
 $8 + 6 + 1 = 15$



رشته ریاضی



سوال شماره

۴۹

ریاضیات کنکور

متن سوال

بزرگ‌ترین عدد طبیعی n که دو مربع لاتین متعامد از مرتبه n وجود ندارد، کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

.....

پاسخ تشریحی

و آندا ویدر
دفعتی دافن
ناب



متن سوال

گراف ۹ رأسی G ، فقط دارای دورهایی به طول ۵، ۶، ۷ و ۹ است. تعداد دورهای به طول کدام عدد در گراف G ، بیشتر است؟

پاسخ تشریحی

کے بغیر ملے اسے ہاں ہم (۳) ۶

۵ (۴)

.....

دوہا ۶ (۳) → ۲, ۹ - ۷ → دوہا ۷ (۴) و تہی

که مالک خود را نمی بیند و این خود را اصل و کند
دینی همدان و بی

نفي لريهان بهلول 5ر6

۲

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{5}} &= 2 & \sigma_{\bar{6}} &= 3 \\ \sigma_{\bar{7}} &= 1 & \sigma_{\bar{9}} &= 1 \end{aligned}$$




کنکور پایان راه نیست؛
فقط یکی از
ایستگاه‌های
مسیر موفقیت توست.

با آرزوی موفقیت برایتان
عباس الهی