

پاسخ تشریحی سوالات کنکور سراسری ریاضی - ۳۰ مرداد ۱۴۰۵

سوال ۱ - گزینه ۴

۱- مقدار عبارت گویای $A = \frac{x^3 - 3\sqrt[3]{2}x^2 + 3\sqrt[3]{4}x - 1}{x^3 - 3\sqrt[3]{3}x^2 + 3\sqrt[3]{9}x}$ به ازای $x = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}$ کدام است؟

۰/۸ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۴ (۲)

۰/۲ (۱)

$$A = \frac{x^3 - 3\sqrt[3]{2}x^2 + 3\sqrt[3]{4}x - 1}{x^3 - 3\sqrt[3]{3}x^2 + 3\sqrt[3]{9}x} = \frac{(x - \sqrt[3]{2})^3 + 1}{(x - \sqrt[3]{3})^3 + 3} = \frac{(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})^3 + 1}{(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{3})^3 + 3} = \frac{(\sqrt[3]{2})^3 + 1}{(\sqrt[3]{2})^3 + 3} = \frac{2 + 1}{2 + 3} = \frac{3}{5} = 0/۶$$

سوال ۲ - گزینه ۲

۲- اگر $۳a + ۲$ ، ۱۱ و $a - ۴$ ، به ترتیب جملات چهارم، هفتم و نهم یک الگوی خطی باشند، چند جمله از این الگو مثبت است؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

$$d = \frac{a_n - a_m}{n - m} = \frac{a_7 - a_4}{7 - 4} = \frac{a_9 - a_7}{9 - 7}$$

$$\frac{۱۱ - (۳a + ۲)}{۳} = \frac{a - ۴ - ۱۱}{۲}$$

$$\frac{۹ - ۳a}{۳} = \frac{a - ۱۵}{۲}$$

$$۱۸ - ۶a = ۳a - ۴۵$$

$$۶۳ = ۹a$$

$$a = ۷ \Rightarrow$$

$$d = \frac{a - ۱۵}{۲} = \frac{۷ - ۱۵}{۲} = \frac{-۸}{۲} = -۴ \Rightarrow a_n = -۴n + ۳۹ > 0 \Rightarrow n < \frac{۳۹}{۴} = ۹/۷۵$$

$$n = ۱, ۲, \dots, ۹$$

سوال ۳- گزینه ۲

۳- به ازای چند مقدار از a ، معادله درجه دوم $(x-2)^2 + 2a(x+1)^2 = a$ دارای یک ریشه مضاعف است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$(x-2)^2 + 2a(x+1)^2 = a$$

$$x^2 - 4x + 4 + 2ax^2 + 4ax + 2a = a$$

$$(2a+1)x^2 + (4a-4)x + (a+4) = 0$$

$$\Delta = 0$$

$$\Delta = (4a-4)^2 - 4(2a+1)(a+4) = 16a^2 - 32a + 16 - (8a^2 + 36a + 16) = 8a^2 - 68a = 0$$

$$a = 0 \text{ و } a = \frac{68}{8}$$

سوال ۴- گزینه ۱

۴- به چند طریق می توان از بین ۳ ریاضی دان، ۳ فیزیک دان و ۳ شیمی دان، یک کمیته علمی دو نفره انتخاب کرد به طوری که دو نفر انتخابی هم رشته نباشند؟

۶۶ (۴)

۵۴ (۳)

۳۳ (۲)

۲۷ (۱)

$$\binom{3}{2} \times \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

یک نفر از رشته انتخابی دوم یک نفر از رشته انتخابی اول انتخاب دو رشته از بین سه رشته

سوال ۵- گزینه ۴

۵- نقیض گزاره سوری $\forall x \in \mathbb{R}; \sim (x \leq 0) \vee (x + \frac{1}{x} \leq 2)$ کدام است؟

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x \geq 0) \wedge (x + \frac{1}{x} \leq 2) \quad (۲)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x \geq 0) \vee (x + \frac{1}{x} \geq 2) \quad (۱)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x > 0) \wedge (x + \frac{1}{x} \leq 2) \quad (۴)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x > 0) \vee (x + \frac{1}{x} > 2) \quad (۳)$$

$$\sim \left(\forall x \in \mathbb{R} : \sim (x \leq 0) \vee \left(x + \frac{1}{x} \leq 2 \right) \right) \equiv \exists x \in \mathbb{R} : (x \leq 0) \wedge \sim \left(x + \frac{1}{x} \leq 2 \right) \equiv$$

$$\exists x \in \mathbb{R} : (x > 0) \wedge \sim \left(x + \frac{1}{x} \leq 2 \right)$$

سوال ۶ - گزینه ۱

۶- اگر α و β دو عدد حقیقی و متمایز باشند به طوری که $\alpha^2 = \alpha + 3$ و $\beta^2 = \beta + 3$ باشد، مقدار $\alpha^5 + \beta^5$ کدام است؟

۷۹ (۴)

۷۳ (۳)

۶۷ (۲)

۶۱ (۱)

α و β ریشه‌های معادله $x^2 - x - 3 = 0$ است:

$$S = -\frac{b}{a} = 1 \quad \text{و} \quad P = \frac{c}{a} = -3$$

$$\times \begin{cases} \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 1 + 6 = 7 \\ \alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3SP = 1 + 9 = 10 \end{cases} \Rightarrow (\alpha^2 + \beta^2)(\alpha + \beta) = 7 \times 10 \Rightarrow$$

$$\alpha^5 + \beta^5 + \alpha^2\beta^3 + \alpha^3\beta^2 = 70$$

$$(\alpha^5 + \beta^5) + \alpha^2\beta^2(\alpha + \beta) = 70$$

$$(\alpha^5 + \beta^5) + P^2S = 70$$

$$(\alpha^5 + \beta^5) + 9 = 70$$

$$\alpha^5 + \beta^5 = 61$$

سوال ۷ - گزینه ۳

۷- نمودار تابع $y = mx^2 - 3x + 4$ محور x ها را در دو طرف $x=2$ قطع می‌کند. اگر حدود تغییرات m بازه (a, b) باشد، مقدار $a + 2b$ کدام است؟

صفر (۴)

۱ (۳)

 $\frac{1}{2}$ (۲)

۲ (۱)

$$\Delta = (-3)^2 - 4(4)m = 9 - 16m > 0 \Rightarrow m < \frac{9}{16}$$

$$m > 0 \Rightarrow \text{دهانه روبه بالا}$$

$$f(2) < 0 \Rightarrow 4m - 6 + 4 < 0 \Rightarrow 4m - 2 < 0 \Rightarrow$$

$$m < \frac{1}{2} \Rightarrow 0 < m < \frac{1}{2} \Rightarrow m \in \left(0, \frac{1}{2}\right) = (a, b)$$

$$a + 2b = 0 + 1 = 1$$

x	x_1	2	x_2
	+	-	+

سوال ۸ - گزینه ۱

۸- برای $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ، اگر $f^{-1}(6-2x) \leq f^{-1}(2-x)$ باشد، حدود x شامل چند عدد صحیح مثبت است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x \Rightarrow f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{3}} x = -\log_3 x$$

$$-\log_3(6-2x) \leq -\log_3(2-x)$$

$$\log_3(6-2x) \geq \log_3(2-x)$$

$$6-2x \geq 2-x$$

$$3 \geq x \Rightarrow x = 1, 2, 3$$

۲ و ۳ عضو دامنه $f^{-1}(2-x)$ و ۳ عضو دامنه $f^{-1}(6-2x)$ نیست (چون آرگومان لگاریتم را منفی می کنند)، پس $x = 1$.

سوال ۹ - گزینه ۴

۹- اگر $75^x = 27^y$ باشد، حاصل $125^{\frac{x}{3y-x}}$ کدام است؟ ($x \neq 0$)

$3\sqrt{3}$ (۴)

$5\sqrt{5}$ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{5}$ (۱)

$$75^x = 27^y$$

$$(3 \times 5^2)^x = 3^{3y}$$

$$3^x \times 5^{2x} = 3^{3y}$$

$$5^{2x} = 3^{3y-x} \xrightarrow{\sqrt[3y-x]{}} 5^{\frac{2x}{3y-x}} = 3^{\frac{3y-x}{3y-x}} \Rightarrow 5^{\frac{2x}{3y-x}} = 3 \quad (*)$$

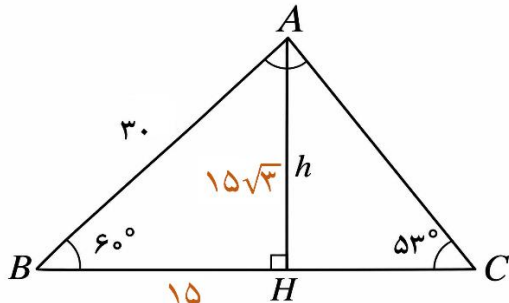
$$\text{سوال : } 125^{\frac{x}{3y-x}} = (5^3)^{\frac{2x}{3y-x}} = 5^{\frac{6x}{3y-x}} = \left(5^{\frac{2x}{3y-x}}\right)^3 = (3)^3 = 3\sqrt{3}$$

شبهه (*) بشود

سوال ۱۰ - گزینه ۳

۱۰- اگر طول یک ضلع مثلثی 30° و اندازه دو زاویه مجاور آن ضلع 60° و 67° باشد، محیط مثلث کدام است؟ ($\cos 53^\circ = 0.6$)

- (۱) $30 + 30\sqrt{3}$ (۲) $30 + 40\sqrt{3}$ (۳) $45 + 30\sqrt{3}$ (۴) $45 + 40\sqrt{3}$



$$\cos 53^\circ = 0.6 = \frac{6}{10}$$

$$\sin 53^\circ = 0.8 = \frac{8}{10}$$

$$\tan 53^\circ = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - (67^\circ + 60^\circ) = 53^\circ$$

$$h = AB \sin 60^\circ = 30 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}$$

$$BH = AB \cos 60^\circ = 30 \times \frac{1}{2} = 15$$

$$\sin 53^\circ = \frac{8}{10} = \frac{h}{AC} = \frac{15\sqrt{3}}{AC} \Rightarrow AC = \frac{15\sqrt{3} \times 10}{8} = \frac{75\sqrt{3}}{4} = 18.75\sqrt{3}$$

$$HC = AC \cos 53^\circ = \frac{75\sqrt{3}}{4} \times \frac{6}{10} = \frac{225\sqrt{3}}{20} = 11.25\sqrt{3}$$

$$P_{ABC} = AB + AC + BC = AB + AC + (BH + HC) =$$

$$30 + 18.75\sqrt{3} + (15 + 11.25\sqrt{3}) = 45 + 30\sqrt{3}$$

سوال ۱۱ - گزینه ۴

۱۱- اگر $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ و $\cos \beta = -\frac{12}{13}$ و انتهای کمان α در ربع اول و انتهای کمان β در ربع دوم قرار داشته باشد،

انتهای زاویه‌های $\alpha + \beta$ و 2β به ترتیب در کدام ربع‌ها قرار دارند؟

(۱) دوم و سوم (۲) سوم و سوم (۳) دوم و چهارم (۴) سوم و چهارم

$$\cos \alpha = \frac{4}{5} \text{ و } \sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\cos \beta = -\frac{12}{13} \text{ و } \sin \beta = \frac{5}{13}$$

$$\begin{cases} \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha = \frac{3}{5} \times \frac{-12}{13} + \frac{5}{13} \times \frac{4}{5} = \frac{-36 + 20}{5 \times 13} < 0 \\ \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \frac{4}{5} \times \frac{-12}{13} - \frac{3}{5} \times \frac{5}{13} = \frac{-48 - 15}{5 \times 13} < 0 \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta \text{ در ربع سوم}$$

$$\begin{cases} \sin^2 \beta = 2 \sin \beta \cos \beta = 2 \times \frac{-12}{13} \times \frac{5}{13} < 0 \\ \cos^2 \beta = \cos^2 \beta - \sin^2 \beta = \left(\frac{-12}{13}\right)^2 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow 2\alpha \text{ در ربع چهارم}$$

سوال ۱۲ - گزینه ۱

۱۲- معادله مثلثاتی $\frac{\sqrt{3} + \tan x}{1 + \sqrt{3} \cot x} = \tan^4 x$ چند جواب در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ دارد؟

(۱) ۴ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۱۳

$$\frac{\sqrt{3} + \tan x}{1 + \sqrt{3} \cot x} = \frac{\sqrt{3} + \tan x}{1 + \frac{\sqrt{3}}{\tan x}} = \frac{\sqrt{3} + \tan x}{\frac{\sqrt{3} + \tan x}{\tan x}} = \tan x = \tan^4 x$$

$$\tan^4 x = \tan x \Rightarrow x = x \pm k\pi \Rightarrow x = \pm k\pi \Rightarrow x = \pm \frac{k\pi}{3}$$

$$x = \underbrace{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}}_{\cot x \text{ تعریف نشده}}, \underbrace{\pm \frac{\pi}{3}, \pm \frac{2\pi}{3}}_{\cot x \text{ تعریف نشده}}, \underbrace{\pm \frac{4\pi}{3}, \pm \frac{5\pi}{3}}_{\cot x \text{ تعریف نشده}}$$

$$x = \underbrace{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}}_{\text{ریشه مخرج}}, \underbrace{-\frac{\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}, -\frac{4\pi}{3}, -\frac{5\pi}{3}}_{\text{ریشه مخرج}}$$

$$x = \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}, -\frac{5\pi}{3}$$

سوال ۱۳ - گزینه ۲

۱۳- اگر $f(x) = 1 - \sqrt{x}$ و $g(x) = [1 - x]$ باشد، به ازای چند مقدار صحیح a ، $\lim_{x \rightarrow a^+} f \circ g(x) = 1 + a$ است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$f(x) = 1 - \sqrt{x}$$

$$g(x) = [1 - x] = 1 + [-x] \quad \text{و} \quad [-x] = \begin{cases} -[x] & x \in \mathbb{Z} \\ -[x] - 1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x) = 1 - \sqrt{g(x)} = 1 - \sqrt{[1 - x]} = 1 - \sqrt{1 + [-x]} = 1 - \sqrt{1 - [x] - 1}$$

$$f \circ g(x) = 1 - \sqrt{-[x]}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} 1 - \sqrt{-[x]} = 1 - \sqrt{-[a^+]} = 1 - \sqrt{-a} = 1 + a$$

$$1 - \sqrt{-a} = 1 + a \Rightarrow -\sqrt{-a} = a \Rightarrow$$

$$\sqrt{-a} = -a \Rightarrow -a = a^2 \Rightarrow a = 0 \text{ و } -1$$

سوال ۱۴ - گزینه ۴

۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cos^2 \pi x - 1}{x + 2\sqrt{-x} - 1}$ کدام است؟

 $8\pi^2$ (۴) $4\pi^2$ (۳) $2\pi^2$ (۲)

(۱) صفر

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cos^2 \pi x - 1}{x + 2\sqrt{-x} - 1} = \frac{0}{0}$$

$$\text{می گیریم: } x = -t \Rightarrow t = -x \Rightarrow x \rightarrow -1 \equiv t \rightarrow +1$$

$$\lim_{t \rightarrow +1} \frac{\cos^2 \pi(-t) - 1}{-t + 2\sqrt{t} - 1} = \lim_{t \rightarrow +1} \frac{\cos^2 \pi t - 1}{-t + 2\sqrt{t} - 1} = \lim_{t \rightarrow +1} \frac{-2\pi \sin^2 \pi t}{-1 + \frac{1}{\sqrt{t}}} = \lim_{t \rightarrow +1} \frac{-4\pi^2 \cos^2 \pi t}{-\frac{1}{2t\sqrt{t}}} =$$

$$\frac{-4\pi^2 \cos^2 \pi}{-\frac{1}{2}} = 8\pi^2$$

سوال ۱۵ - گزینه ۳

۱۵- برای تابع $f(x) = \frac{1-2x}{6x^2+x+a}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} f(x)$ موجود و مخالف صفر باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{3x+2}{|x-a|} \times f(x)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) وجود ندارد

$x = \frac{1}{4}$ ریشه صورت است، پس اگر حد در $x = \frac{1}{4}$ موجود و غیر صفر است، $x = \frac{1}{4}$ ریشه مخرج نیز هست:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{4} + a = 0 &\Rightarrow a = -\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = -1 \Rightarrow f(x) = \frac{1-2x}{6x^2+x-1} = \frac{-(2x-1)}{(3x+2)(2x-1)} \\ \lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{3x+2}{|x-a|} \times f(x) &= \lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{3x+2}{|x+1|} \times \frac{-(2x-1)}{(3x+2)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{-1}{|x+1|} = \frac{-1}{\left|-\frac{2}{3}+1\right|} = \frac{-1}{\frac{1}{3}} = -3 \end{aligned}$$

سوال ۱۶ - گزینه ۱

۱۶- اگر $f(x) = a(1-x)(x+1) - bx^2$ یک تابع چندجمله‌ای از درجه صفر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{xf(x)}{x+b}$ کدام است؟

- (۱) $-\infty$ (۲) $+\infty$ (۳) صفر (۴) وجود ندارد

$$f(x) = a(1-x)(x+1) - bx^2 = -a(x-1)(x+1) - bx^2 = -a(x^2-1) - bx^2 = -ax^2 + a - bx^2$$

$$f(x) = -(a+b)x^2 + a \xrightarrow{\text{درجه صفر}} a+b=0 \Rightarrow a=-b \text{ و } f(x)=a$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{xf(x)}{x+b} = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{ax}{x-a} = \frac{a^2}{a^- - a} = \frac{a^2}{0^-} = -\infty$$

سوال ۱۷ - گزینه ۲

۱۷- اگر حد چپ تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^2 + b|x|}$ در $x = a$ برابر $-\infty$ باشد، تابع f چند مجانب قائم دارد؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 + |x|}{x^2 + b|x|} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{|x|(|x| + 1)}{|x|(|x| + b)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{|x| + 1}{|x| + b} = \frac{|x| + 1}{|a| + b} = \frac{\text{مثبت}}{|a| + b} = -\infty$$

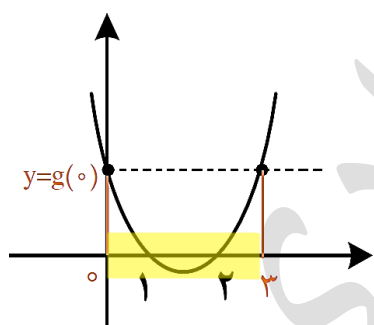
در $x = \pm a$ مجانب قائم داریم $\Rightarrow |a| + b = 0$

چون مخرج را صفر می کند و با صورت ساده نمی شود.

سوال ۱۸ - گزینه ۳

۱۸- نمودار تابع $y = g(x)$ در زیر رسم شده است. برای تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \neq a \\ g(0) & x = a \end{cases}$ ، $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = -\infty$

است. اگر بازه (b, c) حدود تغییرات a باشد، $b + c$ کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

$$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{g(x) - g(0)}{x - a} = \frac{g(a) - g(0)}{a^+ - a} = \frac{g(a) - g(0)}{0^+} = -\infty$$

$$g(a) - g(0) < 0 \Rightarrow g(a) < g(0) \Rightarrow a \in (0, 3) = (b, c)$$

$$b + c = 0 + 3 = 3$$

سوال ۱۹ - گزینه ۳

۱۹- اگر α زاویه خط مماس بر نمودار تابع $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ در نقطه $(-1, -1)$ با جهت مثبت محور x ها باشد، حاصل عبارت

$$A = 3\sin\alpha + 4\cos\alpha \text{ کدام است؟}$$

(۱) $9\sqrt{10}$ (۲) $3\sqrt{10}$ (۳) $9\sqrt{10}$ (۴) $3\sqrt{10}$

$$y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \Rightarrow y' = \frac{-1}{3x^{4/3}} \Rightarrow y'(-1) = \frac{-1}{3(-1)^{4/3}} = -\frac{1}{3} = \tan \alpha \Rightarrow \alpha \text{ در ربع دوم}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{10}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{10} \Rightarrow$$

$$\cos \alpha = -\sqrt{\frac{9}{10}} = -\frac{3}{\sqrt{10}} = -\frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{10} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$A = 3\sin \alpha + 4\cos \alpha = 3 \times \frac{\sqrt{10}}{10} + 4 \times \frac{-3\sqrt{10}}{10} = \frac{3}{10}\sqrt{10} - \frac{12}{10}\sqrt{10} = -\frac{9}{10}\sqrt{10}$$

سوال ۲۰ - گزینه ۲

۲۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & x \geq 1 \\ x^3+1 & x < 1 \end{cases}$ داده شده است. کدام مورد درخصوص مشتقات یک طرفه f در $x=1$ ،

درست است؟

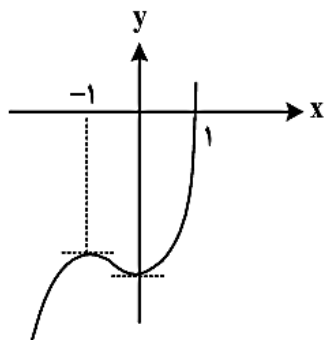
(۱) $f'_-(1) = 3$ (۲) $f'_-(1) = +\infty$ (۳) $f'_+(1) = -\infty$ (۴) $f'_+(1) = +\infty$

$$f(1) = 3(1) + 1 = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 + 1 - 4}{x - 1} = \frac{1 + 1 - 4}{1 - 1} = \frac{-2}{0^-} = +\infty$$

سوال ۲۱ - گزینه ۱

۲۱- نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 5$ در زیر رسم شده است. عرض نقطه ماکزیمم نسبی تابع f ، کدام است؟



(۱) -۴

(۲) -۳

(۳) $-\frac{5}{2}$

(۴) $-\frac{7}{2}$

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 5$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

نقاط بحرانی $\begin{cases} f'(0) = c = 0 \\ f'(-1) = 3a(-1)^2 + 2b(-1) = 0 \end{cases} \Rightarrow 3a - 2b = 0$

ریشه تابع: $f(1) = a + b - 5 = 0 \Rightarrow a + b = 5$

$$\Rightarrow \boxed{a=2} \text{ و } \boxed{b=3}$$

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5 \Rightarrow f(-1) = 2(-1)^3 + 3(-1)^2 - 5 = -2 + 3 - 5 = -4$$

سوال ۲۲ - گزینه ۳

۲۲- در نقطه A از نمودار سهمی $y = 2 - x^2$ واقع در ناحیه اول، مماسی رسم می‌کنیم که مماس رسم شده همراه با محورهای مختصات، مثلثی با مساحت مینیمم می‌سازد. عرض نقطه A کدام است؟

(۴) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{5}{4}$

دنبال $2 - a^2$ هستیم $\Rightarrow A(a, 2 - a^2) \Rightarrow y' = -2x \Rightarrow y = 2 - x^2$

معادله آن خط: $y - y_A = y'_A(x - x_A) \Rightarrow y - (2 - a^2) = -2a(x - a) \Rightarrow y = -2ax + (a^2 + 2)$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2}(a^2 + 2) \times \frac{(a^2 + 2)}{2a} = \frac{(a^2 + 2)^2}{4a} = \frac{a^4 + 4a^2 + 4}{4a} = \frac{1}{4}\left(a^3 + 4a + \frac{4}{a}\right)$$

$$S'_{\text{مثلث}} = \frac{1}{4}\left(3a^2 + 4 - \frac{4}{a^2}\right) = 0 \Rightarrow 3a^2 + 4 - \frac{4}{a^2} = 0 \xrightarrow{\times a^2} 3a^4 + 4a^2 - 4 = 0 \Rightarrow$$

$$(3a^2 - 2)(a^2 + 2) = 0 \Rightarrow 3a^2 - 2 = 0 \Rightarrow a^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow y_A = 2 - a^2 = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

سوال ۲۳ - گزینه ۲

۲۳- از کارگران مشغول به کار در کارگاهی یک نمونه ۷ نفره انتخاب شده است. اگر داده‌های ۲۱، ۲۱، ۲۲، ۲۴، ۲۵، ۲۷ و ۳۵ درآمد ماهیانه آنها برحسب میلیون تومان باشد، خط فقر در این کارگاه چند میلیون تومان برآورد می‌شود؟

۲۵ (۴)

۲۱ (۳)

۱۲٫۵ (۲)

۱۰٫۵ (۱)

۲۱، ۲۱، ۲۲، $\underbrace{۲۴}_{\text{میان}}$ ، ۲۵، ۲۷، ۳۵

$$\bar{x} = \frac{۲۱ + ۲۱ + ۲۲ + ۲۴ + ۲۵ + ۲۷ + ۳۵}{۷} = ۳ + ۳ + ۷ + ۷ + ۵ = ۲۵$$

داده دورافتاده نداریم، پس خط فقر را برحسب نصف میانگین حساب می‌کنیم: $۲۵ \div ۲ = ۱۲/۵$

سوال ۲۴ - گزینه ۳

۲۴- در یک خانواده k فرزندی، می‌دانیم تمام فرزندان از یک جنس نیستند. به ازای کدام مقدار از k، احتمال اینکه دقیقاً

۳ - k فرزند از این خانواده پسر باشد، $\frac{۵}{۱۸}$ است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

همه یک جنس نیستند $\xrightarrow{\quad}$ ۲^k حالت $\rightarrow$ $۲^k - ۲$ حالت k فرزند

$$P(A) = \frac{\binom{k}{۳}}{۲^k - ۲} = \frac{۵}{۱۸}$$

$$\frac{k!}{(k-۳)!۳!} = \frac{۵}{۱۸} \Rightarrow \frac{۳k!}{(k-۳)!} = ۵(۲^k - ۲) \Rightarrow ۳k(k-۱)(k-۲) = ۵(۲^k - ۲)$$

$$k = ۵ \Rightarrow ۳ \times ۵ \times ۴ \times ۳ = ۵ \times ۳۰ \quad \times$$

$$k = ۶ \Rightarrow ۳ \times ۶ \times ۵ \times ۴ = ۵ \times ۶۲ \quad \times$$

$$k = ۷ \Rightarrow ۳ \times ۷ \times ۶ \times ۵ = ۵ \times ۱۲۶ \quad \checkmark$$

$$k = ۸ \Rightarrow ۳ \times ۸ \times ۷ \times ۶ = ۵ \times ۲۵۴ \quad \times$$

تذکره: برای بررسی لازم نیست ضرب را انجام دهیم، کفایت عامل‌ها را بررسی کنیم. مثلاً در $k = ۵$ ، سمت راست عامل ۴ نداریم.

در $k = ۶$ ، سمت چپ عامل ۳۱ یا ۶۲ نداریم. در $k = ۸$ ، در سمت راست عامل ۷ نداریم.

سوال ۲۵ - گزینه ۴

۲۵- داوطلبی به هر ۵ سؤال یک آزمون پنج گزینه‌ای به طور تصادفی پاسخ می‌دهد. احتمال آنکه تنها به ۳ سؤال پاسخ صحیح داده باشد، کدام است؟

$$\frac{32}{625} \quad (4)$$

$$\frac{64}{625} \quad (3)$$

$$\frac{16}{625} \quad (2)$$

$$\frac{4}{625} \quad (1)$$

ابتدا با $\binom{5}{3}$ تمام حالات انتخاب ۳ سوال درست از ۵ سوال را به دست می‌آوریم.

برای هر دو سوال با پاسخ غلط، ۴ گزینه یا حالت نادرست داریم، پس:

$$P(A) = \frac{\binom{5}{3} \times 4 \times 4}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{10 \times 4 \times 4}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{2 \times 4 \times 4}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{32}{625}$$

سوال ۲۶ - گزینه ۳

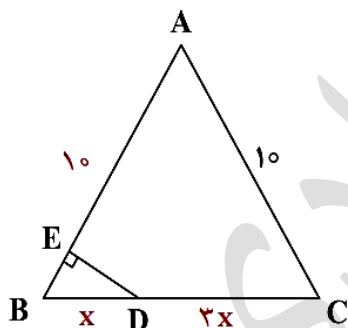
۲۶- در شکل زیر، $AB = AC$ و $BD = \frac{1}{4}BC$ است. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۴۰ باشد، طول ED کدام است؟

$$\sqrt{5} \quad (1)$$

$$\sqrt{6} \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \hat{B}$$

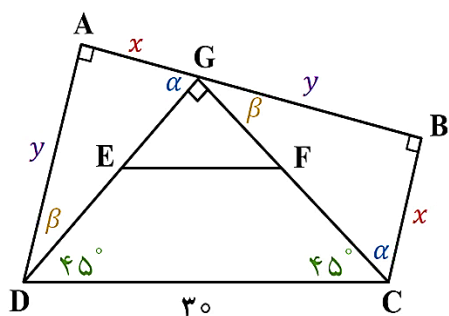
$$40 = \frac{1}{2} \times 10 \times 4x \times \sin \hat{B} \Rightarrow \frac{2}{x} = \sin \hat{B} \quad (*)$$

$$BDE \text{ در مثلث } : \sin \hat{B} = \frac{ED}{BD} = \frac{ED}{x} \quad (**)$$

$$\xRightarrow{(*) \text{ و } (**)} \frac{ED}{x} = \frac{2}{x} \Rightarrow ED = 2$$

سوال ۲۷ - گزینه ۱

۲۷- در شکل زیر، چهارضلعی های EFCD دوزنقه متساوی الساقین است. اگر طول اضلاع دوزنقه ABCD اعداد صحیح مثبت باشند، طول ضلع AB کدام است؟



(۱) ۲۴

(۲) ۲۵

(۳) ۲۳

(۴) ۲۶

با توجه سینوس زاویه 45° داریم:

$$GD = GC = \frac{30}{\sqrt{2}} = 15\sqrt{2} \Rightarrow \angle ADG : x^2 + y^2 = (15\sqrt{2})^2 = 450$$

با توجه به گزینه‌ها، دو عدد صحیح پیدا می‌کنیم که مجموع مربعات آن‌ها تقریباً برابر ۴۰۰ شود. چون ۴۰۰ مربع ۲۰ است، از اعداد نزدیک به ۲۰ امتحان می‌کنیم:

20 و $\sqrt{50}$ ❌

$$21 \text{ و } 3 \quad \checkmark \quad \text{چون} : 21^2 + 3^2 = 441 + 9 = 450 \Rightarrow AB = x + y = 21 + 3 = 24$$

سوال ۲۸ - گزینه ۴

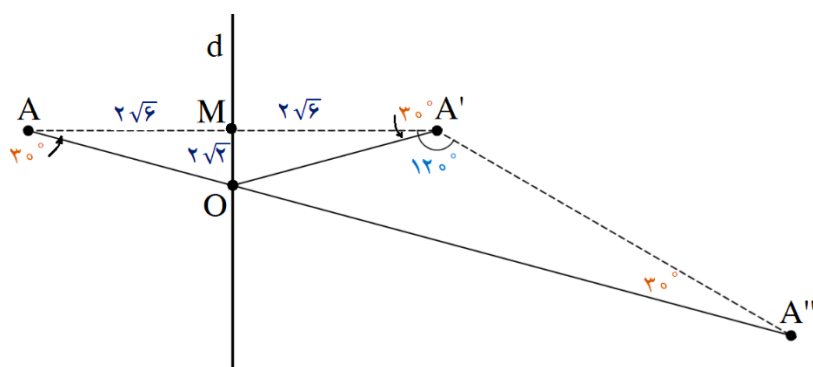
۲۸- نقطه A' که تصویر نقطه A تحت بازتاب نسبت به خط d و نقطه A'' تصویر نقطه A تحت دوران حول نقطه A' به اندازه 120° است. اگر فاصله نقطه A از خط d برابر $2\sqrt{6}$ و O نقطه برخورد پاره خط AA'' با خط d باشد، مساحت مثلث OAA' کدام است؟

$8\sqrt{3}$ (۴)

$6\sqrt{3}$ (۳)

$4\sqrt{3}$ (۲)

$2\sqrt{3}$ (۱)



$$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{OM}{AM} = \frac{OM}{2\sqrt{6}}$$

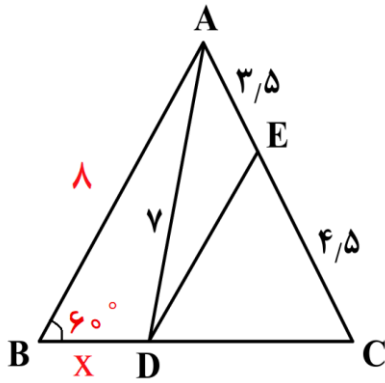
$$OM = 2\sqrt{2}$$

$$S_{OAA'} = \frac{AA' \times OM}{2} = \frac{4\sqrt{6} \times 2\sqrt{2}}{2} =$$

$$4\sqrt{12} = 8\sqrt{3}$$

سوال ۲۹ - گزینه ۳

۲۹- در مثلث متساوی الاضلاع ABC شکل زیر، طول ضلع BD کدام می تواند باشد؟



- (۱) ۲
- (۲) ۲/۵
- (۳) ۳
- (۴) ۳/۵

قضیه کسینوس ها در مثلث ABD : $\gamma^2 = x^2 + ۸^2 - ۲(۸)x \cos ۶۰^\circ$

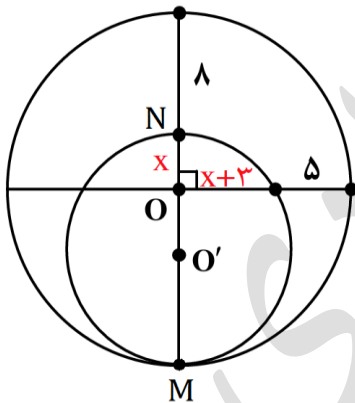
$$۴۹ = x^2 + ۶۴ - ۸x$$

$$x^2 - ۸x + ۱۵ = ۰$$

$$(x - ۳)(x - ۵) = ۰ \Rightarrow x = ۳$$

سوال ۳۰ - گزینه ۲

۳۰- در شکل زیر، دو دایره به مرکزهای O و O' مماس درون هستند. طول خط المرکزین کدام است؟



- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۳/۵
- (۴) ۴/۵

$$OM = R = x + ۸$$

$$MN = ۲R' = OM + ON$$

$$۲R' = x + ۸ + x = ۲x + ۸$$

$$R' = x + ۴$$

$$\text{در حالت دو دایره مماس درون : } OO' = R - R' = (x + ۸) - (x + ۴) = ۴$$

سوال ۳۱ - گزینه ۱

۳۱- اگر $\vec{a} = (1, -1, -1)$ باشد، حاصل $\vec{k} \times (\vec{a} \times \vec{i}) + (\vec{k} \times \vec{a}) \times \vec{i}$ کدام است؟

- (۱) $\vec{i} - \vec{k}$ (۲) $-\vec{i} - \vec{k}$ (۳) $\vec{i} + \vec{k}$ (۴) $-\vec{i} + \vec{k}$

$$\vec{a} = (1, -1, -1) = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$$

$$\vec{a} \times \vec{i} = (\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) \times \vec{i} = \underbrace{(\vec{i} \times \vec{i})}_{\vec{0}} - \underbrace{(\vec{j} \times \vec{i})}_{-\vec{k}} - \underbrace{(\vec{k} \times \vec{i})}_{\vec{j}} = \vec{k} - \vec{j}$$

$$\vec{k} \times (\vec{a} \times \vec{i}) = \vec{k} \times (\vec{k} - \vec{j}) = \underbrace{(\vec{k} \times \vec{k})}_{\vec{0}} - \underbrace{(\vec{k} \times \vec{j})}_{-\vec{i}} = \vec{i}$$

$$\vec{k} \times \vec{a} = \vec{k} \times (\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) = \underbrace{(\vec{k} \times \vec{i})}_{\vec{j}} - \underbrace{(\vec{k} \times \vec{j})}_{-\vec{i}} - \underbrace{(\vec{k} \times \vec{k})}_{\vec{0}} = \vec{j} - \vec{i}$$

$$(\vec{k} \times \vec{a}) \times \vec{i} = (\vec{j} - \vec{i}) \times \vec{i} = \underbrace{(\vec{j} \times \vec{i})}_{-\vec{k}} - \underbrace{(\vec{i} \times \vec{i})}_{\vec{0}} = -\vec{k}$$

$$\vec{k} \times (\vec{a} \times \vec{i}) + (\vec{k} \times \vec{a}) \times \vec{i} = \vec{i} - \vec{k}$$

سوال ۳۲ - گزینه ۴

۳۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 20 & x & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 4 \\ -3 & y \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ یک ماتریس اسکالر باشد، مقدار $\frac{x}{y}$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) -۵ (۴) -۳

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 20 & x & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 4 \\ -3 & y \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{لازم نیست} & 3 - 4 + y - 4 \\ -2 - 40 - 3x - 3 & \text{لازم نیست} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y - 5 & \\ -3x - 45 & \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} y - 5 = 0 & \Rightarrow y = 5 \\ -3x - 45 = 0 & \Rightarrow x = -15 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{-15}{5} = -3$$

سوال ۳۳ - گزینه ۱

۳۳- برای ماتریس‌های وارون‌پذیر A و B ، اگر $(AB)^{-1} A^T B = \begin{bmatrix} 5|A| & 4 \\ |A| & 2|A| \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس A کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

$$|(AB)^{-1} A^T B| = \begin{vmatrix} 5|A| & 4 \\ |A| & 2|A| \end{vmatrix}$$

$$|(AB)^{-1}| \times |A^T| \times |B| = 10|A|^2 - 4|A|$$

$$\frac{1}{|AB|} \times |A|^2 \times |B| = 10|A|^2 - 4|A|$$

$$\frac{1}{|A||B|} \times |A|^2 \times |B| = 10|A|^2 - 4|A|$$

$$\frac{1}{|A|} \times |A|^2 = 10|A|^2 - 4|A|$$

$$|A|^2 = 10|A|^2 - 4|A| \Rightarrow 9|A|^2 - 4|A| = 0 \Rightarrow |A| = \frac{4}{9} \Rightarrow |3A| = 3^2|A| = 9 \times \frac{4}{9} = 4$$

سوال ۳۴ - گزینه ۲

۳۴- دایره C بر خط $y = \frac{3}{4}x$ مماس است. اگر معادلات دو وتر مساوی و منصف هم از دایره C ، خطوط $2x + y = 3$ و

$2x - 3y = 7$ باشند، شعاع دایره کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

دو وتر که مساوی و منصف یکدیگر باشند، همان قطرهای دایره است. محل برخورد آن‌ها همان مرکز دایره است:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x - 3y = 7 \end{cases} \Rightarrow x = 2 \text{ و } y = -1 \Rightarrow O(2, -1)$$

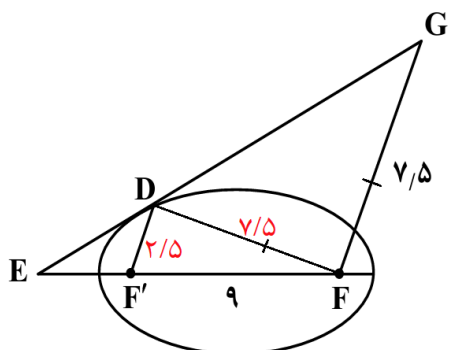
شعاع برابر فاصله بین مرکز تا خط $y = \frac{3}{4}x$ است:

$$y = \frac{3}{4}x \Rightarrow 4y = 3x \Rightarrow 3x - 4y = 0 \Rightarrow \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$R = d = \frac{|3 \times 2 - 4 \times -1|}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

سوال ۳۵ - گزینه ۴

۳۵- در مثلث EFG شکل زیر، ضلع EG در نقطه D بر بیضی مماس بوده و F و F' کانون‌های بیضی هستند. اگر دو مثلث EFG و EF'D متشابه با نسبت تشابه $\frac{1}{3}$ باشند، خروج از مرکز بیضی کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$
(۲) $\frac{2}{5}$
(۳) $\frac{5}{6}$
(۴) $\frac{9}{10}$

از آنجا که دو مثلث EFG و EF'G متشابه‌اند، پس $DF' \parallel GF$. طبق نکته‌ای که در یکی از تمرین‌های کتاب درسی اثبات شد اگر $DF' \parallel GF$ ، پس $DF = GF$ است، پس $DF = 7/5$. با توجه به بخش تشابه:

$$\frac{DF'}{GF} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{DF'}{7/5} = \frac{1}{3} \Rightarrow DF' = 2/5$$

$$\begin{cases} 2a = DF + DF' = 2/5 + 7/5 = 10 \Rightarrow a = 5 \\ 2c = FF' = 9 \Rightarrow c = \frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\frac{9}{2}}{5} = \frac{9}{10}$$

سوال ۳۶ - گزینه ۴

۳۶- اگر $A = 0! + 1! + 2! + 3! + \dots + 600!$ باشد، باقیمانده تقسیم عدد $\frac{A+2!}{3!}$ بر عدد ۸، کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

به عدد ۶! دقت کنید: $6! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$

۶! و فاکتوریل‌های بعد از آن، وقتی بر ۶ تقسیم می‌شوند عامل ۸ را دارند، پس حاصل آن‌ها بر پیمانه ۸، برابر صفر است:

$$\frac{A+2!}{3!} = \frac{\overbrace{0!+1!+2!+3!+4!+5!}^{=156} + \overbrace{6!+7!+\dots+600!}^{8 \text{ عامل}}}{6} = 26 + \frac{\overbrace{6!+7!+\dots+600!}^{8 \text{ عامل}}}{6}$$

باقیمانده این عبارت را بر ۸ می‌یابیم:

$$26 + \underbrace{\frac{6!+7!+\dots+600!}{6}}_{\text{مضرب ۸}} \equiv 26 + 0 \equiv 26 \equiv 2 \pmod{8}$$

سوال ۳۷ - گزینه ۳

۳۷- آزمون ورودی مؤسسه‌ای شامل ۲۵ سؤال زبان انگلیسی و ۲۰ سؤال ریاضی است و پاسخ کاملاً درست به هر سؤال زبان انگلیسی، ۷ امتیاز و هر سؤال ریاضی ۱۲ امتیاز دارد و پاسخ ناقص بدون امتیاز است. اگر آخرین داوطلب پذیرفته شده، ۲۹۷ امتیاز کسب کرده باشد، او در مجموع به چند سؤال پاسخ کاملاً درست داده است؟

۲۶ (۴)

۳۱ (۳)

۳۶ (۲)

۴۱ (۱)

می‌گیریم x سوال ریاضی و y سوال زبان پاسخ داده شد، پس:

$$12x + 7y = 297 \Rightarrow 12x \equiv 297 \pmod{7} \Rightarrow 5x \equiv 3 \equiv 10 \pmod{7} \Rightarrow x \equiv 2 \pmod{7}$$

$$x = 7k + 2 \geq 0 \quad \text{و} \quad y = -12k + 39 \geq 0; \quad x \in \mathbb{Z}$$

چون x و y ، تعداد هستند باید نامنفی باشند. پس $0 \leq k \leq 3$

$$\text{مجموع سوالات داده شده} = x + y = 7k + 2 - 12k + 39 = 41 - 5k$$

برای اینکه حاصل $41 - 5k$ کمترین شود، بیشترین مقدار k یعنی ۳ را باید انتخاب کنیم، اما باید دقت کنیم به ازای $k = 3$ ، $x = 23$ می‌شود، در حالی که فقط ۲۰ سوال ریاضی داریم. پس $k = 2$ را انتخاب می‌کنیم:

$$41 - 5(2) = 41 - 10 = 31$$

k	$x = 7k + 2$ تعداد سوالات ریاضی	$y = -12k + 39$ تعداد سوالات زبان	$x + y$
۰	۲	۳۹ ✗	۴۱
۱	۹	۲۷	۳۶
۲	۱۶	۱۵	۳۱
۳	۲۳ ✗	۳	۲۶

سوال ۳۸ - گزینه ۲

۳۸- چند عدد چهار رقمی با ارقام ۳، ۴ و ۶ می توان نوشت که بر ۶ بخش پذیر باشند؟

۲۳ (۴)

۱۹ (۳)

۱۵ (۲)

۱۳ (۱)

برای بخش پذیری بر ۶، عدد باید زوج و بر ۳ بخش پذیر باشد. پس رقم یکان برابر ۴ یا ۶ باید باشد و مجموع ارقام نیز بر ۳ بخش پذیر باشند.

۳ و ۶ هر دو مضربی از ۳ هستند ولی ۴ نه، ولی سه تا ۴ مضربی از ۳ می شود. پس:

حالت اول: عدد ۴ نداشته باشیم. پس یکان برابر ۶ (زوج) باید باشد:

$$= 8 \quad \begin{matrix} 1 \\ \text{یکان برابر ۶} \end{matrix} \times \begin{matrix} 2 \\ \text{۶ یا ۳} \end{matrix} \times \begin{matrix} 2 \\ \text{۶ یا ۳} \end{matrix} \times \begin{matrix} 2 \\ \text{۶ یا ۳} \end{matrix} : \text{تعداد حالات}$$

حالت دوم: سه تا ۴ داشته باشیم و یک ۴ در یکان باشد:

پس دو تا ۴ دیگر باید در جایگاه های دیگر قرار گیرند. پس به حالت $\binom{3}{2}$ ، مکان های دو ۴ دیگر را انتخاب می کنیم. به ازای هر کدام از آن حالات، مکان خالی باقی مانده می تواند ۳ یا ۶ باشد (دو حالت)، پس:

$$\binom{3}{2} \times 2 = 3 \times 2 = 6$$

حالت سوم: سه تا ۴ داشته باشیم و ۴ در یکان نباشد:

پس در یکان عدد ۶ داریم و یک حالت ۴۴۴۶ داریم.

$$15 = 8 + 6 + 1 : \text{تعداد کل حالات}$$

سوال ۳۹ - گزینه ۱

۳۹- بزرگ ترین عدد طبیعی n که دو مربع لاتین متعامد از مرتبه n وجود ندارد، کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

طبق متن کتاب درسی: ۶ و ۲ و ۱ n دو مربع لاتین متعامد از مرتبه n وجود ندارد.

سوال ۴۰ - گزینه ۳

۴۰- گراف ۹ رأسی G ، فقط دارای دورهایی به طول ۵، ۶، ۷ و ۹ است. تعداد دورهای به طول کدام عدد در گراف G ، بیشتر است؟

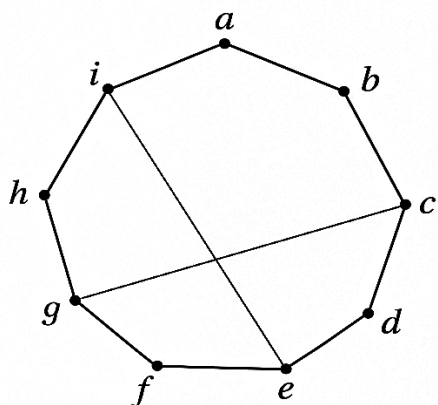
۵ (۴)

۶ (۳)

۷ (۲)

۹ (۱)

گراف ۹ رأسی با دوری به طول ۹، گراف G برای ایجاد گراف سوال، یال‌های زیر را به صورت زیر به G اضافه می‌کنیم:



دور ۹ با رسم یک ۹ ضلعی تولید می‌شود.

یالی مثل ie رسم می‌کنیم که ۳ راس در یک سمت یال و ۴ راس در سمت دیگر یال باشد، چون تنها در این حالت دور با طول ۵ و ۶ تولید می‌شود، غیر از این باشد، طول با دور ۴ یا ۳ یا ۸ نیز تولید می‌شود که نمی‌خواهیم. دورها تا اینجا:

طول ۶ $\rightarrow iabcdei$

طول ۵ $\rightarrow iefghi$

یال دیگر را با همین ویژگی بدون اینکه با یال ie مجاور باشد، رسم می‌کنیم (چون اگر مجاور باشد دور با طول ۳ یا ۴ تولید می‌شود). دورهایی که با این یال (فعلاً بدون در نظر ie) تولید می‌شوند:

طول ۶ $\rightarrow ghiabcg$

طول ۵ $\rightarrow cdefgc$

یال دیگری اضافه نمی‌کنیم. حال تعداد دورها را با هر دو یال می‌یابیم:

طول ۶ $\rightarrow cdeihgc$

طول ۷ $\rightarrow iabcgfei$

پس تعداد دور با طول ۶ بیشتر است.

«در نظر بگیرید پاسخ‌ها برای شفافیت و بررسی و تحلیل کامل، در طولانی‌ترین حالت نوشته شده‌اند.»