

(ورودی دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزش عالی)

مدت زمان پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

Telegram: @konkur in

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x \geq 0) \wedge (x + \frac{1}{x} \leq 2) \quad (2)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x \geq 0) \vee (x + \frac{1}{x} \geq 2) \quad (1)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x > 0) \wedge (x + \frac{1}{x} \leq 2) \quad (4)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x > 0) \vee (x + \frac{1}{x} > 2) \quad (3)$$

$$\forall x \in \mathbb{R}; \sim (x \leq 0) \vee (x + \frac{1}{x} \leq 2)$$

نقیض $\exists$ می‌باشد

$$\sim p \vee \sim q \Rightarrow p \wedge q \rightarrow \sim (\sim (x \leq 0) \wedge \sim (x + \frac{1}{x} \leq 2))$$

$$\Rightarrow \exists x \in \mathbb{R} \quad x > 0 \wedge x + \frac{1}{x} \leq 2$$

۶- اگر α و β دو عدد حقیقی و متمایز باشند به طوری که $\alpha^2 = \alpha + 3$ و $\beta^2 = \beta + 3$ باشد، مقدار $\alpha^5 + \beta^5$ کدام است؟

۷۹ (۴)

۷۳ (۳)

۶۷ (۲)

۶۱ (۱)

$$\beta^2 - \alpha + \beta = -\frac{\beta}{\alpha} = 1$$

$$p = \alpha \beta = \frac{5}{\alpha} = -3$$

$$x^2 - x - 3 = 0$$

همین است α, β ریشه های معادله درجه دوم

$$\alpha^2 + \beta^2 = 5 - 2p = 1 + 6 = 7$$

$$\alpha^4 = (\alpha^2)^2 = \alpha^2 + 6\alpha + 9 = \alpha + 3 + 6\alpha + 9 = 7\alpha + 12$$

$$\beta^4 = (\beta^2)^2 = \beta^2 + 6\beta + 9 = \beta + 3 + 6\beta + 9 = 7\beta + 12$$

$$\Rightarrow \alpha^4 + \beta^4 = 7(\alpha + \beta) + 24 = 7 \times 1 + 24 = 31$$

۷- نمودار تابع $y = mx^2 - 3x + 4$ محور x ها را در دو طرف $x = 2$ قطع می‌کند. اگر حدود تغییرات m بازه (a, b) باشد، مقدار $a + 2b$ کدام است؟

۱ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۲ (۱)

ی‌دانیم در تقیص عبارت درجه دوم پس درجه دوم مخالف علامت مثبت x است پس

$$f(2) = 4m - 6 + 4 = 4m - 2$$

باید خلاف علامت m باشد پس

$$m(4m - 2) < 0$$

$$m(2m - 1) < 0$$

$$m = 0$$

$$m = \frac{1}{2}$$

$$0 < m < \frac{1}{2} \Rightarrow a + 2b = 0 + 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

	0	$\frac{1}{2}$
m	+	-
$m(2m - 1)$	+	-

۸- برای $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ اگر $f^{-1}(6 - 2x) \leq f^{-1}(2 - x)$ باشد، حدود x شامل چند عدد صحیح مثبت است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$f^{-1}(6 - 2x) \leq f^{-1}(2 - x) \Rightarrow 6 - 2x \geq 2 - x$$

تعریف تابع معکوس

$$\Rightarrow x \leq 4$$

از طرفی چون f تابعی نزولی است عبارت $6 - 2x \geq 2 - x$ باید از معکوس تر باشد پس

$$\begin{cases} 6 - 2x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \\ 2 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2 \end{cases} \rightarrow \text{گزینه ۱}$$

$$(3, 20)^n = 3^{20}$$

$$\log_3 (3, 20)^n = 20$$

$$x (\log_3 3 + \log_3 20) = 20$$

$$\Rightarrow x (1 + 2 \log_3 20) = 20 \Rightarrow 20 - x = 20 \log_3 20 \Rightarrow \frac{x}{20 - x} = \frac{1}{2 \log_3 20} = \frac{1}{2} \log_3 20$$

$$2\sqrt{3} \quad (4)$$

۹- اگر $75^x = 27^y = x$ حاصل $\frac{x}{27^y - x}$ کدام است؟ ($x \neq 0$)

$$5\sqrt{5} \quad (3)$$

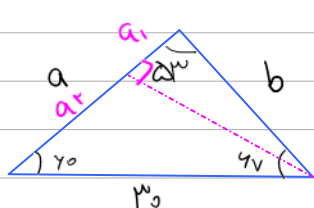
$$\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\sqrt{5} \quad (1)$$

$$12 \div \frac{2}{\sqrt{3}} = (\sqrt{3})^{\frac{2}{\sqrt{3}}} = (\sqrt{3})^{\frac{2}{\sqrt{3}}} = 3^{\frac{2}{\sqrt{3}}} = 3\sqrt{3}$$

۱۰- اگر طول یک ضلع مثلثی ۳۰ و اندازه دو زاویه مجاور آن ضلع ۶۰° و ۶۷° باشد، محیط مثلث کدام است؟ ($\cos 53^\circ = 0.6$)

۴۵ + ۴۰√۳ (۴) ۴۵ + ۳۰√۳ (۳) ۳۰ + ۴۰√۳ (۲) ۳۰ + ۳۰√۳ (۱)



$$\cos 53^\circ = 0.6 \Rightarrow \sin 53^\circ = 0.8$$

$$\frac{b}{\sin 60^\circ} = \frac{30}{\sin 53^\circ} \Rightarrow b = \frac{30 \times \sqrt{3}}{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{0.8} = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

ارتفاع و عرض a را رسم می‌کنیم تا ما سه این ضلع ۲ ساخته شود.

$$a = a_1 + a_2 = b \cos 53^\circ + 30 \cos 60^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{4} \times 0.6 + 15$$

$$P = a + b + 30 = \frac{15\sqrt{3}}{4} + 0.6 \times \frac{15\sqrt{3}}{4} + 15 = 45 + 30\sqrt{3}$$

۱۱- اگر $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ و $\cos \beta = -\frac{12}{13}$ و انتهای کمان α در ربع اول و انتهای کمان β در ربع دوم قرار داشته باشد،

انتهای زاویه‌های $\alpha + \beta$ و 2β به ترتیب در کدام ربع‌ها قرار دارند؟

(۴) سوم و چهارم

(۳) دوم و چهارم

(۲) سوم و سوم

(۱) دوم و سوم

$$\cos \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$$

$$\cos \beta = -\frac{12}{13} \Rightarrow \sin \beta = \sqrt{1 - \frac{144}{169}} = \frac{5}{13}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{3}{5} \times \left(-\frac{12}{13}\right) + \frac{4}{5} \times \frac{5}{13} = -\frac{14}{65}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \frac{4}{5} \times \left(-\frac{12}{13}\right) - \left(\frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{5}{13}\right) = -\frac{63}{65}$$

$$\cos 2\beta = \left(-\frac{12}{13}\right)^2 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{144 - 25}{169} > 0 \Rightarrow 2\beta \text{ ربع چهارم}$$

$$\sin 2\beta < 0$$

ربع سوم

۱۲- معادله مثلثاتی $\frac{\sqrt{3} + \tan x}{1 + \sqrt{3} \cot x} = \tan 4x$ چند جواب در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ دارد؟

۱۳ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۴ (۱)

$$\cot 9x \Rightarrow x \neq k\pi \quad \left\{ -2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi \right\} \quad 1 + \sqrt{3} \cot x = 1 + \sqrt{3} \times \frac{1}{\tan x} = 0 \Rightarrow \tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{3} + \tan x}{1 + \frac{\sqrt{3}}{\tan x}} = \frac{\sqrt{3} + \tan x}{\frac{\tan x + \sqrt{3}}{\tan x}} = \frac{(\sqrt{3} + \tan x) \tan x}{\tan x + \sqrt{3}} = \tan 4x \Rightarrow \tan x = \tan 4x$$

$$4x = k\pi + x \Rightarrow 3x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3}$$

در حالت عادی $k = \{ -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \}$ ۱۳ عدد در محدوده $[-2\pi, 2\pi]$ خواهد بود اما جواب $\{ -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \}$ تابع $\cot x$ را تعریف نمی‌کند $x \neq k\pi$ وضعی شوند

$$\tan x \neq -\sqrt{3} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{3}$$

$$13 - 9 = 4$$

جواب

۱۳- اگر $f(x) = 1 - \sqrt{x}$ و $g(x) = [1 - x]$ باشد، به ازای چند مقدار صحیح a ، $\lim_{x \rightarrow a^+} fog(x) = 1 + a$ است؟

$x \rightarrow a^+$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$g(n) = [1 - n] \Rightarrow g(a^+) = [1 - a^+] = -a$$

$$\lim_{n \rightarrow a^+} (fog)(n) = 1 - \sqrt{-a} = 1 + a$$

$$n \rightarrow a^+$$

$$\sqrt{-a} = -a \Rightarrow a^2 = -a \rightarrow a^2 + a = 0$$

$$a \leq 0$$

می توانیم در ذهن سوال کرد و میگردیم

$$2^+ [1, 2, 1] = [-1, 1] = -2$$

$$4^+ [1, 4, 1] = [-3, 1] = -4$$

$$a = 0$$

$$a = -1$$

۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cos 2\pi x - 1}{x + 2\sqrt{-x} - 1}$ کدام است؟

$x \rightarrow -1$

$8\pi^2$ (۴)

$4\pi^2$ (۳)

$2\pi^2$ (۲)

صفر (۱)

استفاده از فرمول
مدرسه
برای صورت

$$\frac{\cos 2\pi x - 1}{x + 2\sqrt{-x} - 1} = \frac{-2\sin^2 \pi x}{-(\sqrt{-x} - 1)^2} = \frac{0}{0}$$

استفاده از فرمول

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \Rightarrow 1 - \cos 2\alpha = 2\sin^2 \alpha$$

$$\xrightarrow{HOP} \frac{2 \left(\frac{\sin \pi x}{\sqrt{-x} - 1} \right)^2}{x + 2\sqrt{-x} - 1} = \frac{2 \left(\frac{1}{2\sqrt{-x}} \right)^2}{x + 2\sqrt{-x} - 1} = \frac{2 \left(\frac{1}{4(-x)} \right)}{x + 2\sqrt{-x} - 1} = \frac{-1}{2(x + 2\sqrt{-x} - 1)}$$

۱۵- برای تابع $f(x) = \frac{1 - 2x}{6x^2 + x + a}$ اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} f(x)$ موجود و مخالف صفر باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{3x + 2}{|x - a|} \times f(x)$ کدام است؟

$x \rightarrow -\frac{2}{3}$

وجود ندارد (۴)

$-\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

صفر (۱)

$$1 - 2x$$

$$6x^2 + x + a \rightarrow 6x \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + a = 0$$

$$a = -\frac{2}{3}$$

چون حد تابع موجود است و صورت به ازای $x = \frac{1}{3}$ صفر است پس مخرج هم صفر باشد
باید به ازای $x = \frac{1}{3}$ صفر باشد

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{3x + 2}{|x - a|} \times f(x) = \lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{3x + 2}{|x + \frac{2}{3}|} \times \frac{1 - 2x}{6x^2 + x - \frac{2}{3}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{(3x + 2)}{x + \frac{2}{3}} \times \frac{-(x - \frac{1}{3})}{(3x + 2)(x - \frac{1}{3})} = \frac{-1}{x + \frac{2}{3}} = \frac{-1}{-\frac{2}{3} + \frac{2}{3}} = -\frac{3}{4}$$

۱۶- اگر $f(x) = a(1-x)(x+1) - bx^2$ یک تابع چندجمله‌ای از درجه صفر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{xf(x)}{x+b}$ کدام است؟

(۴) وجود ندارد

(۳) صفر

(۲) $+\infty$

(۱) $-\infty$

$$f(x) = a(1-x^2) - bx^2 \Rightarrow (b+a)x^2 + a \Rightarrow f(a) = a \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{x \times a}{x-a} = \frac{a^2}{0^-} = -\infty$$

$b+a=0$ درجه صفر
 $b=-a$

۱۷- اگر حد چپ تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^2 + b|x|}$ در $x=a$ برابر $-\infty$ باشد، تابع f چند مجانب قائم دارد؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

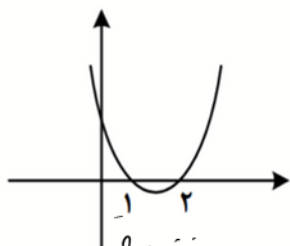
$$f(x) = \frac{|x|(1+|x|)}{|x|(1+b)} = \frac{|x|+1}{1+b} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{|x|+1}{1+b}$$

باید منفرجه می‌شود
 $|a|+b \leq 0 \Rightarrow b = -|a| < 0$

حال منفرجه $f(x)$ را برای محاسبه قائم برابر منفرجه می‌دهیم
 $|x|+b \leq 0$
 $|x|-|a| \leq 0 \Rightarrow |x|=|a| \Rightarrow x = \pm a$
 چپ تمام سمت را معرفی کنند و قابل مبدل اند

۱۸- نمودار تابع $y = g(x)$ در زیر رسم شده است. برای تابع f با ضابطه $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = -\infty$ ، $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \neq a \\ g(a) & x = a \end{cases}$

است. اگر بازه (b, c) حدود تغییرات a باشد، $b+c$ کدام است؟



$x=a \Rightarrow f(a) = g(a)$
 $f(a) < f(a) \Rightarrow g(a) < g(a)$

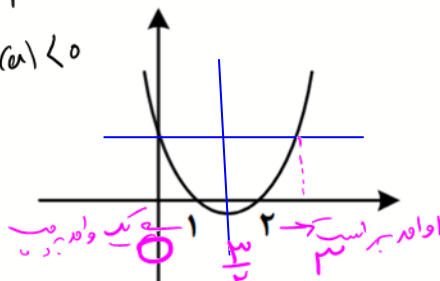
(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

صورت باید منفی باشد
 $f(a) - f(a) < 0$
 $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = -\infty$
 منفرجه مثبت است
 $x > a$



میانگین تعادل سیمی
 $g(0) = g(2)$
 $0 < a < 2$
 $A+B=3$

۱۹- اگر α زاویه خط مماس بر نمودار تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ در نقطه $(-1, -1)$ با جهت مثبت محور x باشد، حاصل عبارت

$A = 3\sin\alpha + 4\cos\alpha$ کدام است؟

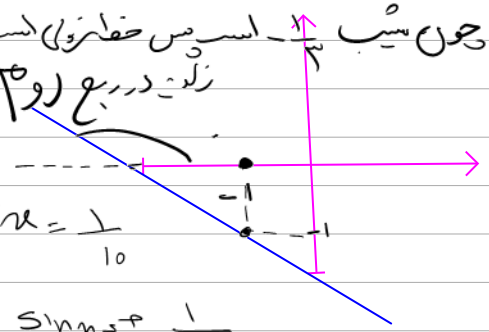
$-0,3\sqrt{10}$ (۴)

$-0,9\sqrt{10}$ (۳)

$0,3\sqrt{10}$ (۲)

$0,9\sqrt{10}$ (۱)

چون سیب $\frac{1}{\sqrt{x}}$ است پس خط مماس در $(-1, -1)$ است



$y = x^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow y' = -\frac{1}{2} x^{-\frac{3}{2}} \Rightarrow y'(-1) = -\frac{1}{2}$

$\tan\alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{4}}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin^2\alpha = \frac{1}{5}$

$\cos\alpha = \pm \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\sin\alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\cos\alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\sin\alpha = +\frac{1}{\sqrt{5}}$

$A = 3\sin\alpha + 4\cos\alpha = 3 \times \frac{1}{\sqrt{5}} + 4 \times \frac{-2}{\sqrt{5}} = -\frac{5}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{1} = -0,9\sqrt{10}$

۲۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & x \geq 1 \\ x^2+1 & x < 1 \end{cases}$ داده شده است. کدام مورد در خصوص مشتقات یک طرفه f در $x=1$ ، درست است؟

$f'_+(1) = +\infty$ (۴)

$f'_+(1) = -\infty$ (۳)

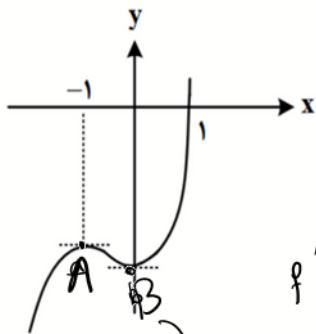
$f'_-(1) = +\infty$ (۲)

$f'_-(1) = 3$ (۱)

$f'_+(1) = 3 = f(1) \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x+1-3}{x-1} = \frac{3x-2}{x-1} = 3 \frac{x-1}{x-1} = 3$

$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+1-3}{x-1} = \frac{x^2-2}{x-1} = \frac{x-2}{x-1} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$

۲۱- نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 5$ در زیر رسم شده است. عرض نقطه ماکزیمم نسبی تابع f ، کدام است؟



$A \Rightarrow f'(-1) = 0 \Rightarrow 3a - 2b = 0$

$f(1) = 0 \Rightarrow a + b - 5 = 0$

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$f'(0) = 0 \Rightarrow c = 0$

$f(x) = ax^3 + bx^2 - 5$

$f(-1) = -a + b - 5 = -4$

-4 (۱)

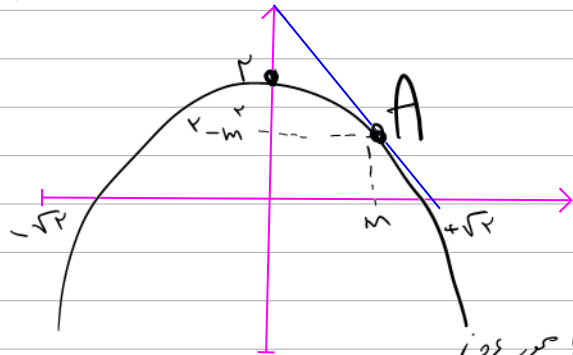
-3 (۲)

$-\frac{5}{2}$ (۳)

$-\frac{7}{2}$ (۴)

۲۲- در نقطه A از نمودار سهمی $y = 2 - x^2$ واقع در ناحیه اول، مماسی رسم می‌کنیم که مماس رسم شده همراه با محورهای مختصات، مثلثی با مساحت مینیمم می‌سازد. عرض نقطه A کدام است؟

۲
۳ (۴) با انتقال نمودار همی را رسم می‌کنیم



$$\frac{f}{f} (f$$

$$\frac{3}{4} (2)$$

$$\frac{\Delta}{f} \quad (1)$$

سب خفا میں رہیں، نہ

$$f'(m) = \gamma_m \alpha(m) = \gamma_m$$

$$y - (r - m') = r_m (x - m)$$

$$y = -r_{max} + m^r + r$$

معارف خفا مہاسی

$$y = m^2 \rightarrow x = 0 \text{ نفع بر خود را صفر فرض}$$

مقدار $y \rightarrow 0 \Rightarrow x = \frac{m^2}{2m}$

$$S_{\text{Coulomb}} = \frac{1}{r} \times (m_{\text{e}}^2) \times \left(\frac{m_{\text{e}}^2}{\hbar^2} \right) = \frac{(m_{\text{e}}^2)^2}{\hbar^2 m}$$

$$S' = 0 \quad \frac{f_{\max} \times r_m (m^2 + r) - f(m^2 + r)^2}{14 m^2} = f(m^2 + r) (f m^2 - (m^2 + r))$$

$$\varepsilon_m^r - (m_{\rightarrow r}^r) = 0 \Rightarrow r_m^r = r \quad \vee \quad m^r = \frac{r}{r} \quad \text{und} \quad \frac{r}{A} = r - m^r = r - \frac{r}{r} = \frac{r}{r}$$

۲۳- از کارگران مشغول به کار در کارگاهی یک نمونه ۷ نفره انتخاب شده است. اگر داده‌های ۲۱، ۲۱، ۲۲، ۲۴، ۲۵، ۲۷ و ۳۵ درآمد ماهیانه آنها برحسب میلیون تومان باشد، خط فقر در این کارگاه چند میلیون تومان برآورد می‌شود؟

۲۵ (۴

۲۱ (۳)

12.5 (2

10,5 (1)

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{21 + 21 + 22 + 24 + 25 + 27 + 29}{14} = 18,0$$

۲۴- در یک خانواده k فرزندی، می‌دانیم تمام فرزندان از یک جنس نیستند. به ازای کدام مقدار از k ، احتمال اینکه دقیقاً

۳- k فرزند از این خانواده پسر باشد، $\frac{5}{18}$ است؟

1 (f)

$\gamma(3)$

6 (2)

$\Delta(1)$

$$\frac{\binom{K}{K-r}}{r^K - r^0}$$

$$\frac{K(K-1)(K-2)\dots 1}{r^k - r}$$

تربیتی کار
ایمان
ما لکم

$$\frac{V \times 9 \times 0}{4(151 - 1)} = \frac{r_{\text{th}}}{154} = \frac{0}{11}$$

$$\binom{k}{k} + \binom{k}{k-1} = 1 + 1 = 2$$

۲۵- داوطلبی به هر ۵ سؤال یک آزمون پنج گزینه‌ای به طور تصادفی پاسخ می‌دهد. احتمال آنکه تنها به ۳ سؤال پاسخ صحیح داده باشد، کدام است؟

$$\frac{32}{625} \quad (4)$$

$$\frac{64}{625} \quad (3)$$

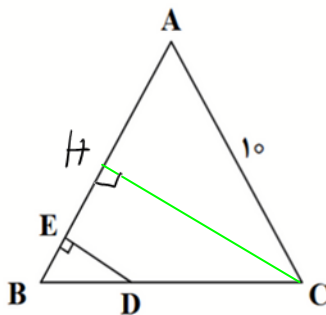
$$\frac{16}{625} \quad (2)$$

$$\frac{4}{625} \quad (1)$$

$$\binom{5}{3} \times \left(\frac{1}{5}\right)^3 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{32}{625}$$

امکان ندارد
امکان درست زدن ۵ سؤال درست زدن از هر ۵ سؤال به ۳ سؤال درست
هر سؤال ۵ گزینه‌ای ۱/۵ است جواب درج

۲۶- در شکل زیر، $AB = AC$ و $BD = \frac{1}{4}BC$ است. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۴۰ باشد، طول ED کدام است؟



$$\sqrt{5} \quad (1)$$

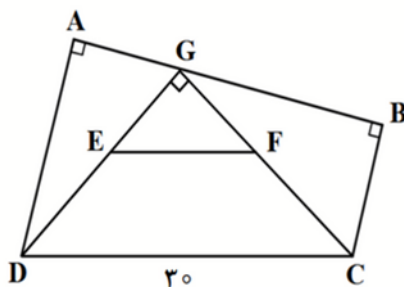
$$\sqrt{6} \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$

ارتفاع CH از رأس C بر AB رسم کنیم چون $BD = \frac{1}{4}BC$ است طبق قضیه تالس $ED = \frac{1}{4}HC$
خواهیم بود $AB = AC$ است پس مساحت مثلث $ABC = \frac{CH \times AB}{2} = \frac{CH \times 10}{2}$
 $40 = \frac{CH \times 10}{2} \Rightarrow CH = 8 \Rightarrow ED = \frac{1}{4} \times 8 = 2$

۲۷- در شکل زیر، چهار ضلعی‌های $EFCD$ دوزنقه متساوی الساقین است. اگر طول اضلاع دوزنقه $ABCD$ اعداد صحیح مثبت باشند، طول ضلع AB کدام است؟



$$24 \quad (1)$$

$$25 \quad (2)$$

$$23 \quad (3)$$

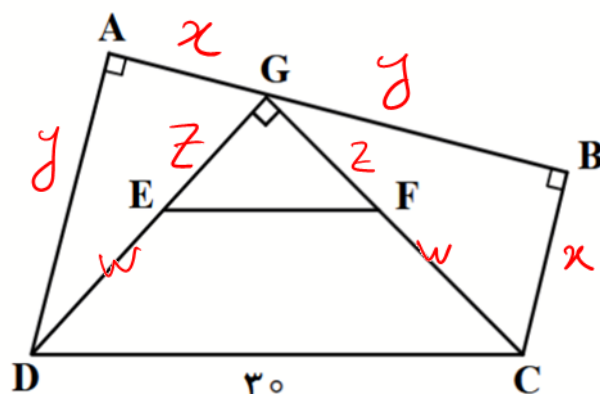
$$26 \quad (4)$$

$$2(w+z)^2 = 30 \Rightarrow w+z = 15\sqrt{2}$$

$$x^2 + y^2 = (z+w)^2 \Rightarrow 225 + 22 = 450$$

چون x و y اعداد صحیح مثبت هستند
سی نظام بگیریم

$$450 = 3^2 + 21^2 \Rightarrow 3 + 21 = 24$$



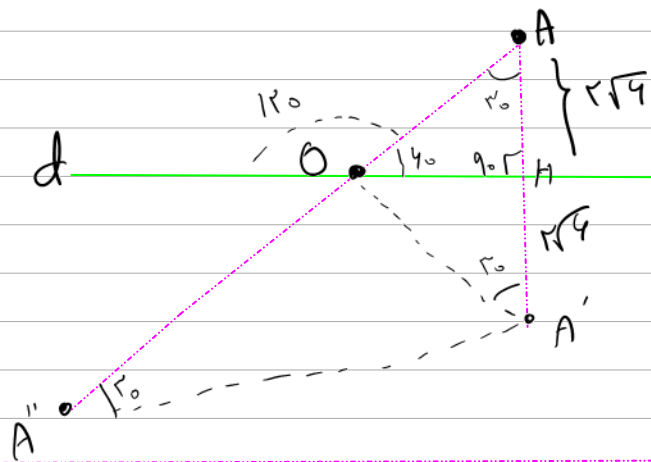
۲۸- نقطه A' که تصویر نقطه A تحت بازتاب نسبت به خط d و نقطه A'' تصویر نقطه A تحت دوران حول نقطه A' به اندازه 120° است. اگر فاصله نقطه A از خط d برابر $2\sqrt{6}$ و نقطه برخورد پاره خط AA'' با خط d باشد، مساحت مثلث OAA' کدام است؟

$18\sqrt{3}$ (۴)

$6\sqrt{3}$ (۳)

$4\sqrt{3}$ (۲)

$2\sqrt{3}$ (۱)



$\Delta AOH: \tan 40 = \frac{2\sqrt{6}}{OH} \Rightarrow OH = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$

$S = 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = 18\sqrt{3}$

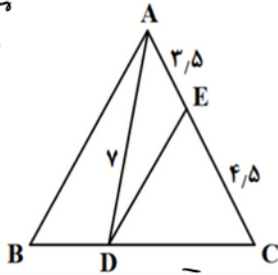
۲۹- در مثلث متساوی الاضلاع ABC شکل زیر، طول ضلع BD کدام می تواند باشد؟

۲ (۱)

$2,5$ (۲)

۳ (۳)

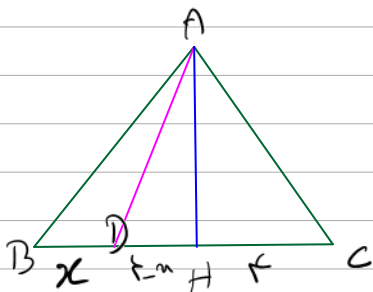
$3,5$ (۴)



برای استفاده از $AD = 7$ بهتر است از A ارتفاع وارد بر BC را رسم می کنیم و ارتفاع میانه ششمت پس $HC = 4$ خواهد بود

و ارتفاع مثلث متساوی الاضلاع ضلع a برابر $\frac{\sqrt{3}}{2} a$

است پس $7 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times a \Rightarrow a = \frac{14}{\sqrt{3}}$



$\Delta AHD: (4-x)^2 + (2\sqrt{3})^2 = 49 \Rightarrow (4-x)^2 = 49 - 12 = 37 \Rightarrow x = 3$

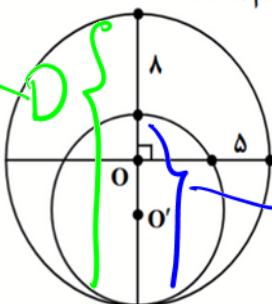
۳۰- در شکل زیر، دو دایره به مرکزهای O و O' مماس درون هستند. طول خط المרכזین کدام است؟

۳ (۱)

۴ (۲)

$3,5$ (۳)

$4,5$ (۴)



مقدار OO' را پیدا کنید

می دانیم در مماس داخلی $OO' = R - R'$ است حال ما توجه به شکل تقاضا می کنیم مقدار دایره بزرگ و کوچک است $R - R' = OO' = 4$ $2(R - R') = 1 \Rightarrow 2R - 2R' = 1 \Rightarrow D - D' = 1$

۳۱- اگر $\vec{a} = (1, -1, -1)$ باشد، حاصل $\vec{k} \times (\vec{a} \times \vec{i}) + (\vec{k} \times \vec{a}) \times \vec{i}$ کدام است؟

$-\vec{i} + \vec{k}$ (۴)

$\vec{i} + \vec{k}$ (۳)

$-\vec{i} - \vec{k}$ (۲)

$\vec{i} - \vec{k}$ (۱)

$\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$

$\vec{a} \times \vec{i} = -\vec{k} + \vec{j}$

$\vec{k} \times (\vec{a} \times \vec{i}) = -\vec{i}$

$\vec{k} \times \vec{a} = -\vec{j} + \vec{i}$

$\Rightarrow -\vec{k} - \vec{i}$

$(\vec{k} \times \vec{a}) \times \vec{i} = -\vec{k}$

۳۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 20 & x & -1 \end{bmatrix}$ یک ماتریس اسکالر باشد، مقدار $\frac{x}{y}$ کدام است؟

-3 (۴)

-5 (۳)

3 (۲)

5 (۱)

$A = \begin{bmatrix} -2 & -5+y \\ -3x-45 & 7x+xy \end{bmatrix}$

برای اسکالری بودن در اینجا جزعاً اصل فرضیه

$-5+y=0 \quad y=5$
 $-3x-45=0 \quad x=-15$
 $\frac{x}{y} = \frac{-15}{5} = -3$

۳۳- برای ماتریس‌های وارون پذیر A و B ، اگر $(AB)^{-1} A^T B = \begin{bmatrix} 5|A| & 4 \\ |A| & 2|A| \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $3A$ کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

2 (۲)

4 (۱)

$\frac{|A|^3 |B|}{|A| |B|} = 1 \Rightarrow |A|^2 - 4|A| = 0 \Rightarrow 9|A|^2 = 4|A| \Rightarrow |A| (9|A| + 4) = 0$
 $|A| = \frac{4}{9}$ مخالف منفی

$|3A| = 9|A| = 9 \times \frac{4}{9} = 4$

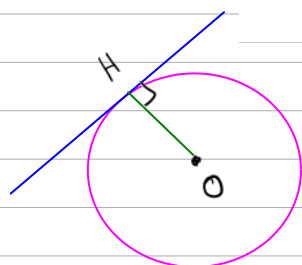
۳۴- دایره C بر خط $y = \frac{3}{4}x$ مماس است. اگر معادلات دو وتر مساوی و منصف هم از دایره C ، خطوط $2x + y = 3$ و $2x - 3y = 7$ باشند، شعاع دایره کدام است؟

4 (۴)

3 (۳)

2 (۲)

1 (۱)



اصل برخورد وترهای متساوی بر خط مماس است

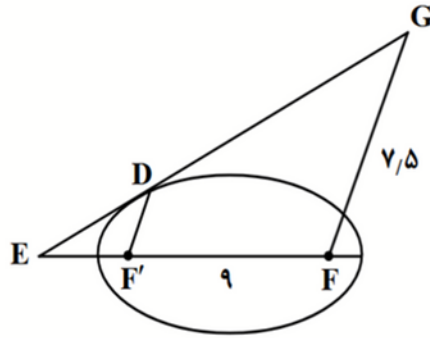
$y = \frac{3}{4}x$
 $3x - 4y = 0$

$2x + y = 3$
 $2x - 3y = 7 \Rightarrow y = -1$
 $x = 2$

$6H = \frac{|a \cos \alpha + b \sin \alpha + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|3(2) + (-1)(-1) + 0|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{7}{\sqrt{10}} = \frac{7\sqrt{10}}{10}$

۳۵- در مثلث EFG شکل زیر، ضلع EG در نقطه D بر بیضی مماس بوده و F و F' کانون های بیضی هستند. اگر دو

مثلث EF'D و EFG متشابه با نسبت تشابه $\frac{1}{3}$ باشند، خروج از مرکز بیضی کدام است؟



$$\frac{DF'}{DF} = \frac{EF'}{EF} = \frac{1}{3} \quad DF' \parallel GF \quad \frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{F'D}{FG} = \frac{1}{3} \quad \frac{7.5}{FG} = \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad (2)$$

$$FG = 22.5 \quad \frac{1}{3} \quad (3)$$

$$2c = 9 \Rightarrow \frac{c}{a} = e = \frac{4.5}{10} = \frac{9}{20} \quad \frac{9}{20} \quad (4)$$

۳۶- اگر $A = 0! + 1! + 2! + 3! + \dots + 600!$ باشد، باقیمانده تقسیم عدد $\frac{A+2!}{3!}$ بر عدد ۸، کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

$$\frac{A+2!}{3!} = \frac{A+2!}{6}$$

از ۶ به بعد همه مضرب ۶ هستند

$$1 + 1 + 2 + 6 + 24 + 120 = 154$$

$$154 + 2 = 156$$

$$\frac{156}{6} = 26 \equiv 2$$

۳۷- آزمون ورودی مؤسسه ای شامل ۲۵ سؤال زبان انگلیسی و ۲۰ سؤال ریاضی است و پاسخ کاملاً درست به هر سؤال زبان انگلیسی، ۷ امتیاز و هر سؤال ریاضی ۱۲ امتیاز دارد و پاسخ ناقص بدون امتیاز است. اگر آخرین داوطلب پذیرفته شده، ۲۹۷ امتیاز کسب کرده باشد، او در مجموع به چند سؤال پاسخ کاملاً درست داده است؟

۲۶ (۴)

۳۱ (۳)

۳۶ (۲)

۴۱ (۱)

$$7x + 12y = 297$$

$$x = 3 \Rightarrow y = 23$$

$$x = 15 \Rightarrow y = 14$$

$$15 + 14 = 29$$

۳۸- چند عدد چهار رقمی با ارقام ۳، ۴ و ۶ می توان نوشت که بر ۶ بخش پذیر باشند؟

۲۳ (۴)

۱۹ (۳)

۱۵ (۲)

۱۳ (۱)

عددی که بر ۶ بخش پذیر است باید بر ۳ و ۲ بخش پذیر باشد

$$19 \times 3 = 57$$

$$57 \times 3 = 171$$

$$171 \times 3 = 513$$

Telegram: @konkur_in

$$1 \times \frac{3!}{2!} = 3$$

$$4 + 8 + 1 = 13$$

۳۹- بزرگ‌ترین عدد طبیعی n که دو مربع لاتین متعامد از مرتبه n وجود ندارد، کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

مسئله لثاب درسی

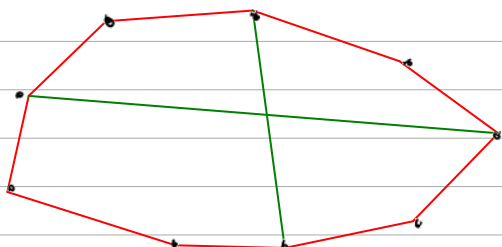
۴۰- گراف 9 رأسی G ، فقط دارای دورهایی به طول 5 ، 6 ، 7 و 9 است. تعداد دورهای به طول کدام عدد در گراف G ، بیشتر است؟

۵ (۴)

۶ (۳)

۷ (۲)

۹ (۱)



۳ دور به طول ۴ داریم
یک دور به طول ۹ داریم
یک دور به طول ۷ داریم
دو دور به طول ۵ داریم

موفق باشید و سلاطین عزیزم

پوریاتوفانگساز
مدرس کنکور و مدارس بین‌المللی تهران

instagram:pouriatofangsaz