

۱۱۱- رأس سهمی $y = -8x^2 + ax + 1$ و صفرهای آن، رئوس مثلثی با مساحت $\frac{27}{64}$ است. اگر بخش بزرگ تری از مساحت

مثلث در ناحیه دوم باشد، مقدار a کدام است؟

$-4\sqrt{2}$ (۴)

۲ (۳)

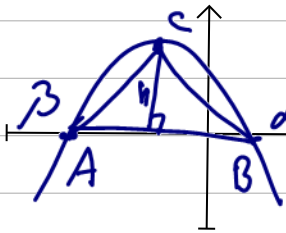
$4\sqrt{2}$ (۲)

-2 (۱) ✓

حل: $a < 0$ دهانه کلی رو به پایین

$p = \frac{c}{a} = -\frac{1}{8}$ یعنی دوری علامت متفاوت دارد.

بخش بزرگتر از مساحت مثلث در ناحیه دوم است لذا قدرمطلق ریشه منفی بزرگتر است.



$S = \frac{1}{2} h \times AB$
تفاضل درجه عرضی را

$h = \frac{-D}{4a} = \frac{-(a^2 + 32)}{-32} = \frac{a^2 + 32}{32}$

$AB = \alpha - \beta = \frac{\sqrt{D}}{4a} = \frac{\sqrt{a^2 + 32}}{-32}$

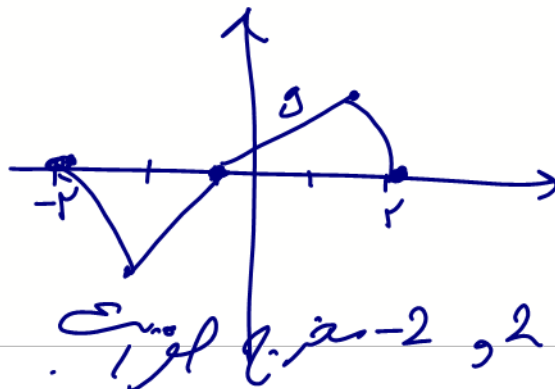
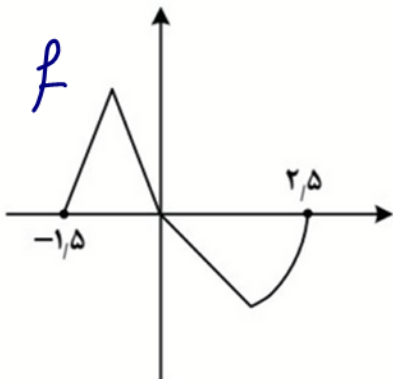
توان $\rightarrow (a^2 + 32)^{\frac{3}{2}} = (1 \times 32)^{\frac{3}{2}} \Rightarrow (a^2 + 32)^{\frac{3}{2}} = (16 \times 32)^{\frac{3}{2}} = (2^2 \times 2^5)^{\frac{3}{2}} = (2^7 \times 2^5)^{\frac{3}{2}}$

$a^2 + 32 = 32 \rightarrow a^2 = 0 \rightarrow a = \pm 0 \rightarrow a = -2$

$\Rightarrow S = \frac{9\sqrt{2}}{64} \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{a^2 + 32}{32} \times \frac{\sqrt{a^2 + 32}}{8} = \frac{9\sqrt{2}}{64}$

$(a^2 + 32)(\sqrt{a^2 + 32}) = 16 \times 32$

۱۱۲- نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده و $g(x) = -f(x + \frac{1}{2})$ است. اگر $h = \frac{f}{g}$ باشد، دامنه h شامل چند عدد صحیح است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳) ✓

۴ (۴)

۱، ۰ و -۱

۱۱۳- هر کدام از ریشه‌های معادله‌ای $0,5$ واحد از یکی از ریشه‌های معادله $x^2 + 1,35x - 1,3 = 0$ کمتر است. حاصل ضرب ریشه‌های آن معادله کدام است؟

-۱,۳۷۵ (۴)

-۱,۳ (۳)

-۰,۳ (۲)

-۰,۳۷۵ (۱) ✓

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ ریشه } \alpha, \beta$$

$$\begin{cases} \alpha' = \alpha + \gamma\delta \\ \beta' = \beta + \gamma\delta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha = \alpha' - \gamma\delta \\ \beta = \beta' - \gamma\delta \end{cases} \Rightarrow P = \alpha\beta = (\alpha' - \gamma\delta)(\beta' - \gamma\delta) = \alpha'\beta' - \gamma\delta(\alpha' + \beta') + \gamma^2\delta^2$$

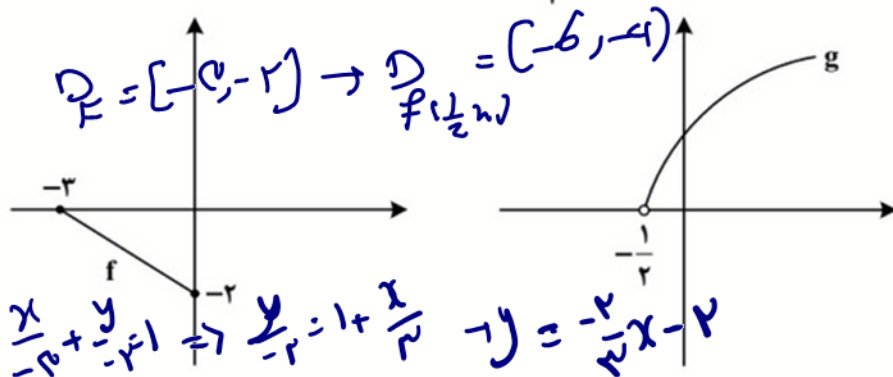
$$= -1,2 + \gamma\delta \times 1,20 + \gamma^2\delta^2 =$$

$$P = \alpha'\beta' = -1,2, S = -\frac{b}{a} = -1,20 = -\frac{1,2}{1} + \frac{1}{1} \times \frac{1,20}{1} + \frac{1}{1} =$$

$$\frac{-1,2 + 1,20 + 1}{1} =$$

$$= \frac{-1,2 + 1,20 + 1}{1} = \frac{-0,2 + 1}{1} = \frac{0,8}{1} = 0,8$$

۱۱۴- نمودارهای توابع f و g به صورت زیر رسم شده‌اند. اگر بازه I دامنه $\text{gof}(\frac{1}{2}x)$ باشد، طول بازه I کدام است؟



- ۰,۵ (۱)
- ۱ (۲)
- ۱,۵ (۳) ✓
- ۳ (۴)

$$f(\frac{1}{2}x)$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_f \mid f \in D_g\} = \{x \in [-3, 0] \mid -\frac{1}{2}x - 2 > -\frac{1}{2}\} =$$

$$[-3, 0] \cap (-\infty, -\frac{3}{2}) = [-3, -\frac{3}{2})$$

$$-\frac{1}{2}x > -\frac{1}{2} \Rightarrow x < -\frac{3}{2}$$

$$\hookrightarrow [-3, -\frac{3}{2}) \rightarrow I = -\frac{3}{2} + 3 = \frac{3}{2} = 1,5$$

۱۱۵- اگر $\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x} = \frac{2}{\sqrt{7}}$ و x در ربع سوم باشد، حاصل $\sin x - \cos x$ کدام است؟

- $-\frac{1}{3}\sqrt{2}$ (۴) ✓
 $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (۳)
 $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (۲)
 $\frac{1}{3}\sqrt{2}$ (۱)

$$\Rightarrow \tan x + \cot x - 2\sqrt{\tan x \cot x} = \frac{4}{\sqrt{7}}$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{4}{\sqrt{7}} + 2 \Rightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} = \frac{18}{\sqrt{7}}$$

$$\frac{1}{\sin x \cdot \cos x} = \frac{18}{\sqrt{7}} \Rightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{7}}{18}$$

$$A = \sin x - \cos x \Rightarrow A^2 = 1 - 2\sin x \cos x = 1 - \frac{\sqrt{7}}{9} = \frac{9 - \sqrt{7}}{9} \Rightarrow A = \pm \frac{\sqrt{9 - \sqrt{7}}}{3}$$

$\sqrt{\tan x} > \sqrt{\cot x} \Rightarrow \tan x > \cot x$

 $\Rightarrow \cos x > \sin x \Rightarrow A < 0$
 $A = -\frac{\sqrt{9 - \sqrt{7}}}{3}$

۱۱۶- در مثلث ABC اندازه زوایای $\hat{A}$ و $\hat{B}$ به ترتیب ۴۵ و ۳۰ درجه است. اگر $AB = 6$ باشد، طول ضلع BC کدام است؟

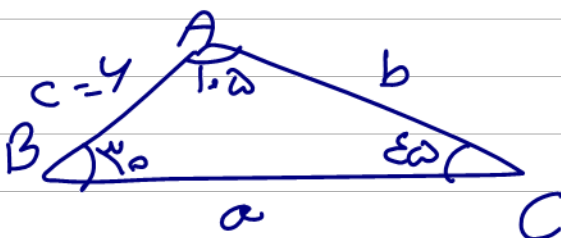
$4(1 + \sqrt{3})$ (۴)

$4(1 + \sqrt{2})$ (۳)

$3(1 + \sqrt{3})$ (۲) ✓

$3(1 + \sqrt{2})$ (۱)

۱۱۶



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow a = \frac{c}{\sin C} \cdot \sin A = \frac{6}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \times \sin(1.8) = \frac{6\sqrt{2}}{1} \times \sin(90 + 18) =$$

$$\cos 18 = \frac{1 + \cos 36}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{5} + 1}{4}}{2} \Rightarrow \cos 18 = \frac{\sqrt{5} + 3}{4}$$

$$= 2\sqrt{4+2\sqrt{3}} = 2(\sqrt{(1+\sqrt{3})^2}) = 2(1+\sqrt{3})$$

۱۱۷ تابع $f(x) = -\frac{1}{2}\cos(\frac{3\pi}{2} + 3x)$ روی بازه $[a, 0]$ اکیداً نزولی است. کمترین مقدار a کدام است؟

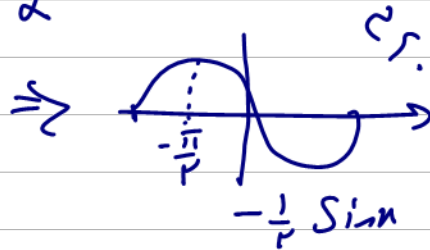
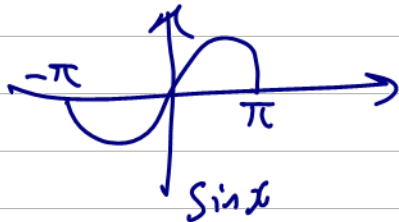
$-\frac{\pi}{6}$ (۴) ✓

$-\frac{\pi}{4}$ (۳)

$-\frac{\pi}{8}$ (۲)

$-\frac{\pi}{12}$ (۱)

$$f = -\frac{1}{2} \cos(\underbrace{\pi + \frac{\pi}{2}}_{\alpha} + 3x) = +\frac{1}{2} \cos(\underbrace{\frac{\pi}{2}}_{\alpha} + 3x) = -\frac{1}{2} \sin 3x$$



$-\frac{\pi}{3} \div 3 = -\frac{\pi}{9} = a$

۱۱۸ تعداد جواب‌های معادله $\sin(\pi + x)\cos(\frac{\pi}{2} + x) + 1 = 2\sin(\pi - x)$ در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ کدام است؟

۴ (۴)

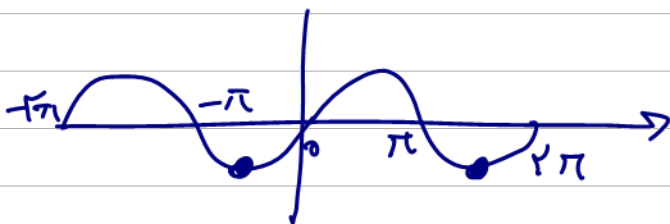
۳ (۳)

۲ (۲) ✓

۱ (۱)

$$-\sin x \times (-\sin x) + 1 = 2\sin x \Rightarrow 1 + \sin^2 x - 2\sin x = 0$$

$$\sin^2 x - 2\sin x + 1 = 0 \rightarrow (\sin x - 1)^2 = 0 \rightarrow \sin x = 1$$



$x = \frac{3\pi}{2}, x = -\frac{\pi}{2}$
۲ جواب (۲)

۱۱۹ حاصل $1 - \log_2 10$ (۰٫۲۵) کدام است؟

۰٫۰۵ (۴)

۰٫۲۵ (۳)

۰٫۵ (۲)

۲٫۵ (۱) ✓

$$1 - \log_2 10 = \log_2 2 - \log_2 10 = \log_2 \frac{2}{10} = \log_2 \frac{1}{5} = -\log_2 5 = -\frac{\log_2 5}{1} = -\frac{1}{\frac{1}{\log_2 5}} = -\frac{1}{\log_5 2}$$

۱۲۰- اگر اعداد a و b به داده‌های زیر اضافه شوند، چارک اول و سوم داده‌ها تغییر نمی‌کند. میانگین a و b کدام است؟

۴۵، ۱۲، ۱۵، ۲۳، ۱۴، ۱۶، ۳۴، ۱۸، ۴۲، ۲۵، ۱۰

۲۰ (۴)

۲۴ (۳) ✓

۲۸ (۲)

۳۰ (۱)

۱۰ ۱۲ ۱۴ ۱۵ ۱۶ ۱۸ ۲۳ ۲۵ ۲۸ ۳۰ ۳۴ ۴۲ ۴۵

چارک اول، b (۱۴)

میانه (۱۸)

چارک سوم، a (۳۴)

$$\frac{a+b}{2} = \frac{14+34}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

وقتی چارک‌ها تغییر نمی‌کند، اعداد اضافه شده برابر چارک‌ها باشند.

۱۲۱- نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x+a}$ در دو نقطه نمودار تابع وارونش را قطع می‌کند. اگر اختلاف طول این نقاط $2\sqrt{10}$ باشد،

کدام مورد می‌تواند مقدار a باشد؟ ($a \neq 0$)

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲) ✓

۲ (۱)

$$y = \frac{1}{x+a} \Rightarrow yx + ay = 1 \Rightarrow yx = 1 - ay \Rightarrow x = \frac{1-ay}{y}$$

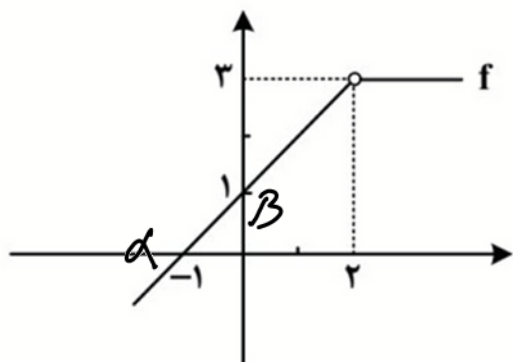
$$f^{-1} = \frac{1-ax}{x} \Rightarrow f = f^{-1} \Rightarrow \frac{1}{x+a} = \frac{1-ax}{x} \Rightarrow x = x - ax^2 + a - ax^2$$

$$ax^2 + ax^2 - a = 0 \xrightarrow{+a} x^2 + ax - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 + 4}}{2} \rightarrow \frac{-a + \sqrt{a^2 + 4}}{2} - \frac{-a - \sqrt{a^2 + 4}}{2} = \sqrt{a^2 + 4}$$

$$\sqrt{a^2 + 4} = 2\sqrt{10} \rightarrow a^2 + 4 = 40 \rightarrow a^2 = 36 \rightarrow a = \pm 6$$

۱۲۲- نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3-f(x)}{x^2-4}$ کدام است؟



$$f(x) = \begin{cases} 3 & x \geq 2 \\ x+1 & x < 2 \end{cases}$$

$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{1} = 1 \rightarrow y = x+1$$

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{4} \quad (1) \checkmark \\ & -\frac{1}{2} \quad (2) \\ & -\frac{1}{5} \quad (3) \\ & -\frac{1}{3} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\text{Hop} \leadsto -\frac{f'(x)}{2x} = -\frac{1}{4}$$

۱۲۳- اگر $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x-|x||}{x^2+2x} = a$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan(ax)$ کدام است؟

$$+\infty \quad (4) \checkmark$$

$$-\infty \quad (3)$$

$$\text{صفر} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x-(-x)|}{x^2+2x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|2x|}{x^2+2x} = \frac{-2x}{x(x+2)} = \frac{-2}{x+2} = \frac{-2}{0+2} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan(-x) = -\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x = -(-\infty) = +\infty$$

۱۲۴- تابع f با ضابطه $f(x) = 1 + \frac{2x}{a}$ است. اگر تابع $g(x) = \begin{cases} f(x) & x \geq -1 \\ f^{-1}(x) & x < -1 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد و محور x ها را در

سمت مثبت محور قطع کند، مقدار $g(-1)$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳) ✓

-۱ (۲) ✓

-۴ (۱)

$$y = 1 + \frac{2x}{a} \Rightarrow y - 1 = \frac{2x}{a} \Rightarrow \frac{a(y-1)}{2} = x \Rightarrow f^{-1} = \frac{ay-a}{2}$$

$$g = \begin{cases} 1 + \frac{2x}{a} & x \geq -1 \\ \frac{ay-a}{2} & x < -1 \end{cases} \quad \text{پیوسته} \Rightarrow 1 - \frac{2}{a} = -\frac{2a}{2}$$

$$1 - \frac{2}{a} = -a \Rightarrow a - 2 = -a^2$$

$$a^2 + a - 2 = 0 \rightarrow (a+2)(a-1) = 0 \rightarrow a = 1 \text{ یا } a = -2$$

منفی است

$$g(-1) = f(-1) = 1 + \frac{2(-1)}{-2} = 1 + 1 = 2$$

۱۲۵- اختلاف شیب نیم مماس های چپ و راست بر منحنی $y = |x^2 - 4|$ در $x = 2$ کدام است؟

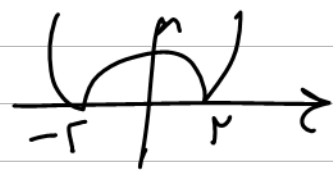
۳ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱) ✓

$$y = \begin{cases} x^2 - 4 & x \geq 2 \\ 4 - x^2 & x < 2 \end{cases}$$



$$f' = \begin{cases} 2x & x \geq 2 \rightarrow 4 \\ -2x & x < 2 \rightarrow -4 \end{cases} \quad \text{اختلاف} \rightarrow 4 - (-4) = 8$$

۱۲۶- یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \frac{9t+3}{\sqrt{t}}$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه

$t = 1$ چند گرم است؟

۱,۵ (۴)

۳ (۳) ✓

۷,۵ (۲)

۱۷ (۱)

$$m'(t) = \frac{9\sqrt{t} - \frac{1}{\sqrt{t}}(9t+3)}{t} \xrightarrow{t=1} m'(1) = \frac{9 - \frac{1}{1}(12)}{1} = -3$$

۱۲۷- برای چند مقدار طبیعی a ، تابع $f(x) = |2x^2 - 9x + a|$ در بازه $[1, 4]$ دارای دو مینیمم نسبی است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

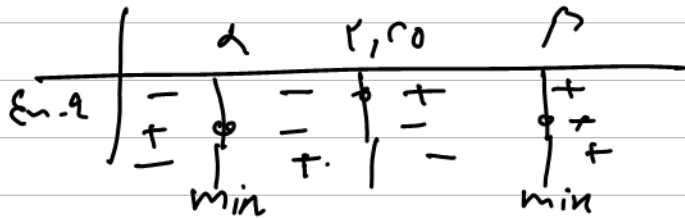
۳ (۲) ✓

۲ (۱)

$$y' = \frac{2x^2 - 9x + a}{|2x^2 - 9x + a|} (2x - 9)$$

$$y' = 0 \Rightarrow 2x - 9 = 0 \Rightarrow x = \frac{9}{2} = 4.5$$

$$2x^2 - 9x + a = 0 \Rightarrow \Delta = 81 - 8a \Rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 8a}}{4}$$



$$1 \leq \frac{9 - \sqrt{81 - 8a}}{4} < \frac{9 + \sqrt{81 - 8a}}{4} \leq 4$$

$$4 < 9 - \sqrt{81 - 8a}$$

$$\sqrt{81 - 8a} \leq 5 \rightarrow 81 - 8a \leq 25 \rightarrow 56 \leq 8a \rightarrow 7 \leq a \quad (1)$$

$$\frac{9 + \sqrt{81 - 8a}}{4} \leq 4 \rightarrow 9 + \sqrt{81 - 8a} \leq 16 \rightarrow \sqrt{81 - 8a} \leq 7 \rightarrow 81 - 8a \leq 49 \rightarrow 11 - 2a \leq 7 \rightarrow 2a \geq 4 \rightarrow a \geq 2$$

$$11 - 2a \leq 7 \rightarrow 4 \leq 2a \rightarrow 2 \leq a \quad (2)$$

$$1, 2 \Rightarrow 2 \leq a < 10 \Rightarrow 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \Rightarrow 8 \text{ values}$$

۱۲۸- خطی در نقطه (a, a) بر نمودار تابع $y = \sqrt{2 - x}$ مماس شده و محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می کند.

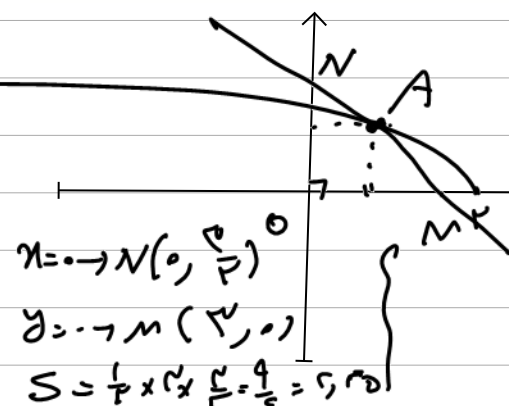
مساحت مثلث OAB کدام است؟

۱,۷۵ (۴)

۲,۲۵ (۳) ✓

۳,۵ (۲)

۴,۵ (۱)



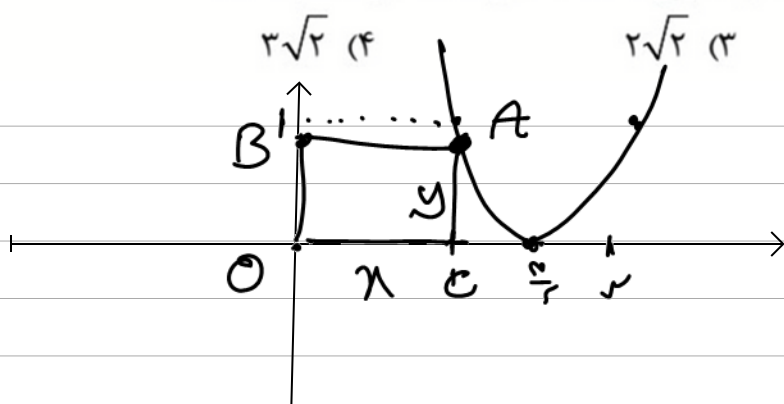
$$A(a, a) \Rightarrow a = \sqrt{2 - a} \Rightarrow a^2 = 2 - a$$

$$a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow (a + 2)(a - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -2 \end{cases}$$

$$A(1, 1)$$

$$y' = \frac{-1}{2\sqrt{2-x}} \Rightarrow m = \frac{-1}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + h \Rightarrow 1 = -\frac{1}{2} + h \Rightarrow h = \frac{3}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

۱۲۹- یک رأس مستطیلی واقع بر منحنی $y = 4x^2 - 12x + 9$ بوده و سه رأس دیگر، روی محورهای مختصات است. اگر این مستطیل بین محورها و نمودار منحنی محاط باشد، بیشترین مساحت این مستطیل کدام است؟



$$y = 4x^2 - 12x + 9$$

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$y = 4 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 12 \times \frac{3}{2} + 9 = 9 - 18 + 9 = 0$$

$$\left(\frac{3}{2}, 0\right) \quad \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \frac{3}{2} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array}$$

$$S = xy = x(4x^2 - 12x + 9)$$

$$S = 4x^3 - 12x^2 + 9x \rightarrow S' = 12x^2 - 24x + 9 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 3} 4x^2 - 8x + 3 = 0 \rightarrow \Delta = 64 - 48 = 16 \rightarrow x = \frac{8 \pm 4}{8} = \left[\frac{12}{8}, \frac{3}{2} \right]$$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \left(4 \times \frac{1}{8} - 12 \times \frac{1}{2} + 9 \right) = \frac{1}{2} (1 - 6 + 9) = 2$$

۱۳۰- ۷ نفر در خط شروع یک مسابقه ایستاده‌اند. به چند طریق ممکن است ۳ نفری که اشتباه در خط شروع ایستاده‌اند مجاور هم باشند؟

۱۰ (۴) ✓

۱۲ (۳)

۳۵ (۲)

۴۲ (۱)

۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷

۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷

۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷

۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷

۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷

۵ حالت و دو حالت دیگر داریم. $8 \times 1 = 8$ است.

از سه نفر a, b و c اگر بخواهند اشتباهی در جای خود بایستند ۲ حالت وجود دارد.

فرض کنیم حالت درست c-b-a باشد که حالت‌های نادرست

c-a-b

b-a-c

۱۳۱- دو دانش آموز، هر کدام تابلوهایی با شماره‌های ۱ تا ۸ در اختیار دارند، هر کدام به تصادف یک تابلو را انتخاب کرده و به هم نشان می‌دهند. اگر عدد روی تابلوی یکی، مضرب دیگری باشد، هر دو برنده جایزه می‌شوند. چند درصد احتمال دارد که آنها برنده شوند؟

۷۲٫۵ (۴)	۵۰ (۳) ✓	۶۲٫۵ (۲) ✗	۴۰ (۱)
$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$	$1 \rightarrow 1$	$3 \rightarrow 3$	$5 \rightarrow 2$
$S' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$	$2 \rightarrow 5$	$4 \rightarrow 4$ $8 \rightarrow 4$	$6 \rightarrow 3$ $7 \rightarrow 1$

نمودار حالت‌ها

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

۱۳۲- هر یک از اعداد ۱ تا ۹ روی یک کارت نوشته شده است. سه کارت به تصادف انتخاب می‌شود. با کدام احتمال هر سه عدد روی کارت فرد هستند به طوری که می‌دانیم مجموع آنها نیز فرد است؟

$\frac{1}{5}$ (۴)	$\frac{1}{3}$ (۳) B	$\frac{1}{4}$ (۲) ✓	$\frac{1}{2}$ (۱)
-------------------	---------------------	---------------------	-------------------

$P(A|B) =$

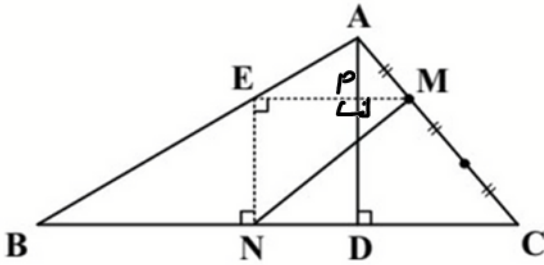
حالت ۱: $\binom{5}{3} = 10$ هر سه فرد
 حالت ۲: $\binom{4}{1} \binom{4}{2} = 4 \times 6 = 24$ یک فرد و دو زوج
 مجموع B: $\binom{9}{3} = 84$

فرد	زوج
۱	۲
۳	۴
۵	۶
۷	۸
۹	
$\binom{4}{1} \binom{4}{2} = 4 \times 6 = 24$	

$P(B) = \frac{\binom{4}{1} \binom{4}{2}}{\binom{9}{3}} = \frac{24}{84} = \frac{2}{7} \Rightarrow P(A|B) = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$

$P(A \cap B) = \frac{\text{هر سه فرد}}{84} = \frac{10}{84} \Rightarrow P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$

۱۳۳- در شکل زیر، $AD=6$ و $BC=9$ است. طول MN چقدر است؟



(۱) $3,5\sqrt{2}$

(۲) $3\sqrt{2}$

(۳) $4,5$

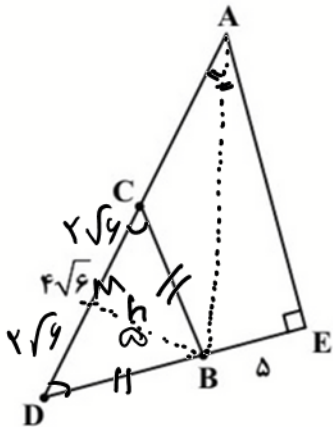
(۴) 5 ✓

$$\frac{AM}{AC} = \frac{ME}{BC} \Rightarrow \frac{AM}{9} = \frac{ME}{9} \Rightarrow ME = 2 \Rightarrow \frac{AP}{AD} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow AP = \frac{6}{5} = 1,2 \rightarrow AP = 1,2 \rightarrow PD = 6 - 1,2 = 4,8 \rightarrow EN = 4,8$$

$$MN = \sqrt{2^2 + 4,8^2} = 5$$

۱۳۴- در شکل زیر، $BC=BD$ و B روی نیمساز زاویه A قرار دارد. طول BD چند برابر طول ارتفاع وارد بر DC است؟



(۱) $1,2$

(۲) $1,3$

(۳) $1,4$ ✓

(۴) $1,5$

$DBC \sim$ متساوی الساقین $\Rightarrow$ ارتفاع = میانه $BM = BE = 4 \Rightarrow BD = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$$\frac{BD}{h} = \frac{2\sqrt{5}}{4} = 1,2$$

۱۳۵- قطره‌های یک بیضی روی خطوط $y = x + 3$ و $ay - 2x = -2$ قرار دارند. اگر مرکز بیضی و محل برخورد قطره‌های بیضی با محور x ها، رئوس یک مثلث باشند، مساحت این مثلث کدام است؟

۴ (۱) ✓

۳ (۲)

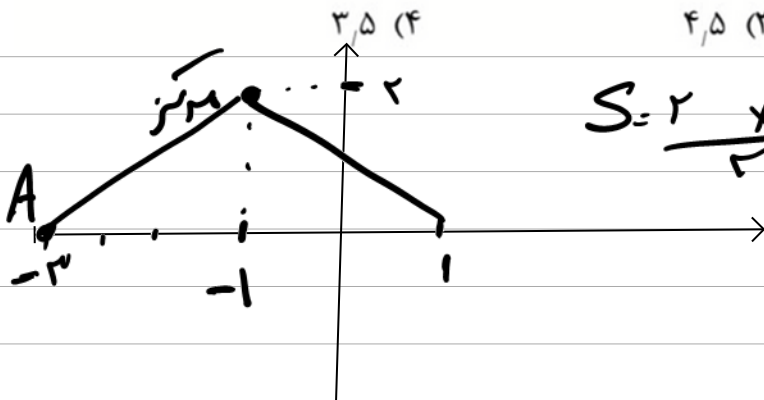
۴٫۵ (۳)

۳٫۵ (۴)

$$S = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2 \quad y = x + 3 \rightarrow m = 1$$

$$ay - 2x = -2 \rightarrow m' = \frac{2}{a}$$

$$mm' = -1 \rightarrow -1 = \frac{2}{a} \rightarrow a = -2$$



$$y = x + 3$$

$$-2y - 2x = -2 \Rightarrow y + x = 1 \rightarrow x + 3 + x = 1 \rightarrow 2x = -2 \rightarrow x = -1$$

$$x = -1 \rightarrow y = 2$$

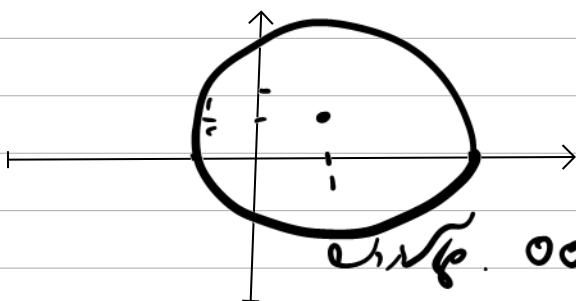
۱۳۶- در نقطه‌ای واقع در ناحیه چهارم، دایره C به مرکز (a, a) و شعاع ۴ با دایره $x^2 + y^2 - 2x - y = 1$ مماس درون است. فاصله مرکز دایره C از مبدأ مختصات کدام است؟

✓ (۱) $\sqrt{2}$

(۲) $0.5\sqrt{2}$

(۳) $2\sqrt{2}$

✓ (۴) $2.5\sqrt{2}$



$$(x - a)^2 + (y - a)^2 = 16$$

$$(x - 1)^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = 1 + 1 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

$$OO' = R - R' \Rightarrow \sqrt{(a - 1)^2 + (a - \frac{1}{2})^2} = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow a^2 - 2a + 1 + a^2 - a + \frac{1}{4} = \frac{25}{4} \Rightarrow 2a^2 - 3a - \frac{9}{4} = 0$$

$$a = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 18}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4} = \frac{8}{4} = 2 \text{ or } \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$O(2, 0) \text{ or } (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) \Rightarrow d = \sqrt{4 \times \frac{5}{4} + \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{45}{4}} = \sqrt{\frac{9 \times 5}{4}} = \frac{3\sqrt{5}}{2} = 2.5\sqrt{2}$$

۱۳۷- به ازای چند مقدار طبیعی a ، عدد $\frac{1}{5}$ در بازه $\left[\frac{1}{3a+1}, \frac{1}{2a-3}\right)$ قرار دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲) ✓

۱ (۱)

$$\frac{1}{3a+1} < \frac{1}{5} < \frac{1}{2a-3} \Rightarrow \frac{1}{3a+1} < \frac{1}{5} \Rightarrow 5 < 3a+1 \Rightarrow 4 < 3a$$

$$\frac{1}{5} < \frac{1}{2a-3} \Rightarrow 2a-3 < 5 \Rightarrow 2a < 8 \Rightarrow a < 4$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} < a < 4 \Rightarrow a = 2, 3 \rightarrow \text{مقدار ۲}$$

۱۳۸- میانگین جملات دنباله حسابی $a, 12, b, c, \dots, 172$ برابر ۸۷ است. مجموع جملات این دنباله کدام است؟

۱۶۵۳ (۴)

۱۵۶۶ (۳) ✓

۱۴۷۹ (۲)

۱۳۹۲ (۱)

$$\text{میانگین جملات} = \frac{\text{مجموع جملات}}{\text{تعداد جملات}} = \frac{S_n}{n} = \frac{\frac{n}{2}(a+172)}{n} = 87 \Rightarrow$$

$$a+172 = 174 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow 2, 12,$$

$$a = 2 \rightarrow n = \frac{a_n - a}{d} + 1 = \frac{172 - 2}{12} + 1 = 15$$

$$S_n = 9[174] = 1566$$

۱۳۹- اگر -2 یکی از ریشه‌های معادله $x(3x^2 + x + a) = -2$ باشد، حاصل ضرب ریشه‌های این معادله کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$-\frac{2}{3}$ (۲) ✓

$-\frac{3}{4}$ (۱)

$$3x^3 + x^2 + ax + 2 \quad | \quad x + 5$$

$$p(-5) = 0 \Rightarrow -25 + 5 - 5a + 10 = 0 \Rightarrow -10 - 5a = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$\begin{array}{r} 3x^3 + x^2 + ax + 2 \quad | \quad x + 5 \\ \underline{3x^3 + 15x^2} \\ -14x^2 + ax + 2 \\ \underline{-14x^2 - 70x} \\ 70x + 2 \\ \underline{70x + 350} \\ -348 \end{array}$$

$$3x^3 - 14x^2 + 1 \rightarrow p = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{3}$$

$$\omega \text{ of } p = \frac{1}{3} \times (-2) = -\frac{2}{3}$$

۱۴۰- اگر $a + \sqrt{b} - c = 6$ و $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3$ باشد، حاصل $\log_7 c$ کدام است؟

-2 (۴) ✓

-1 (۳)

1 (۲)

2 (۱)

$$A = \sqrt{a + \sqrt{b}} + \sqrt{c} = \sqrt{4 + c} + \sqrt{c} = 3$$

$$\Rightarrow \sqrt{4 + c} = 3 - \sqrt{c} \Rightarrow 4 + c = 9 - 6\sqrt{c} + c$$

$$6\sqrt{c} = 5 \Rightarrow \sqrt{c} = \frac{5}{6} \Rightarrow c = \frac{25}{36} \rightarrow \log_{\frac{1}{7}} \frac{25}{36} = \log_{\frac{1}{7}} \left(\frac{5}{6} \right)^2 = -2$$

تحليل كنكور 1405

رشته تجربی

علی رحیمی

09177202896