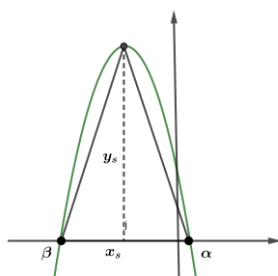


۱۱

(۱۱۱) راس سهمی $y = -8x^2 + ax + 1$ و صفرهای آن، رئوس مثلثی با مساحت $\frac{27}{64}$ است. اگر بخش بزرگ‌تری

از مساحت مثلث در ناحیه دوم باشد، مقدار a کدام است؟



$$-2 \quad (1) \quad 4\sqrt{2} \quad (2)$$

$$2 \quad (3) \quad -4\sqrt{2} \quad (4)$$

با توجه به اینکه بخش بزرگ‌تری از مساحت مثلث در ناحیه دوم است، پس طول راس سهمی منفی است. یعنی:

$$x_s = -\frac{a}{2(-8)} = \frac{a}{16} < 0 \rightarrow a < 0$$

در نتیجه گزینه‌های ۲ و ۳ که مثبت هستند، حذف می‌شوند. قاعده مثلث همان اختلاف ریشه‌ها، یعنی $|\alpha - \beta|$ و ارتفاع آن همان عرض راس سهمی یعنی y_s است. بنابراین خواهیم داشت:

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{a^2 - 4(-8)(1)}}{|-8|} = \frac{\sqrt{a^2 + 32}}{8}$$

$$y_s = -8\left(\frac{a}{16}\right)^2 + a\left(\frac{a}{16}\right) + 1 = \frac{a^2 + 32}{32}$$

$$s = \frac{27}{64} \rightarrow \frac{1}{2}|\alpha - \beta|y_s = \frac{27}{64} \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{a^2 + 32}}{8} \times \frac{a^2 + 32}{32} = \frac{27}{64} \rightarrow$$

$$(\sqrt{a^2 + 32})^2 = 3^2 \times 2^2 = 6^2 \rightarrow a^2 + 32 = 6^2 \rightarrow a = \pm 2$$

از ابتدا مشخص شد که $a < 0$ است. پس $a = -2$

$$a^2 + 32 = \sqrt{a^2 + 32} \times \sqrt{a^2 + 32} \quad \text{توجه:}$$

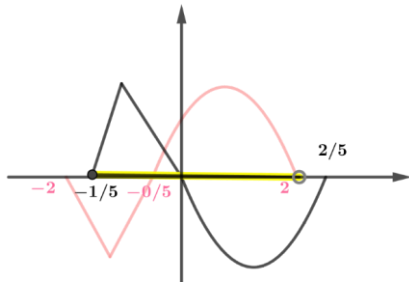
گزینه صحیح: گزینه ۱

درجه سختی تست: متوسط

مبحث تفاضل ریشه‌ها و طول و عرض راس سهمی

۱۱۲) نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده و $g(x) = -f(x + \frac{1}{5})$ اگر $h = \frac{f}{g}$ باشد، دامنه h شامل چند

عدد صحیح است؟



۲(۲)

۱(۱)

۴(۴)

۳(۳)

نمودار تابع f را $0/5$ واحد به سمت چپ انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع g (نمودار قرمز رنگ) به دست آید. قسمت اشتراک دامنه بازه $[-1/5, 2]$ (قسمت زرد رنگ) می‌باشد. لذا خواهیم داشت:

$$D_{\frac{f}{g}} = \{D_f \cap D_g\} - \{x | g(x) = 0\} \rightarrow$$

$$D_{\frac{f}{g}} = [-1/5, 2] - \{-0/5\}$$

اعداد صحیح این بازه عبارتند از: $\{-1, 0, 1\}$

گزینه صحیح: گزینه ۳

مباحث انتقال توابع و اعمال روی توابع

درجه سختی تست: متوسط

۱۱۳) هر کدام از ریشه‌های معادله‌ای $0/5$ واحد از یکی از ریشه‌های معادله $x^2 + 1/35x - 1/3$ کمتر است. حاصل ضرب ریشه‌های آن معادله کدام است؟

$$-1/375 (4)$$

$$-1/3 (3)$$

$$-0/3 (2)$$

$$-0/375 (1)$$

$$p = \frac{c}{a} = -1/3$$

$$s = -\frac{b}{a} = -1/35$$

$$\alpha' = (\alpha - 0/5)$$

$$\beta' = (\beta - 0/5)$$

$$p' = \alpha' \times \beta' = (\alpha - 0/5)(\beta - 0/5) = \alpha\beta - 0/5(\alpha + \beta) + 0/25 =$$

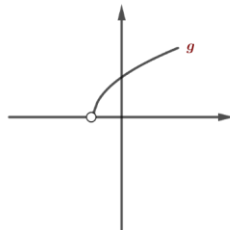
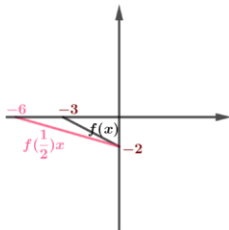
$$p - 0/5s + 0/25 = -1/35 - 0/5(-1/3) + 0/25 = -0/375$$

گزینه صحیح: گزینه ۱

مبحث جمع و ضرب ریشه‌ها

درجه سختی تست: آسان

۱۱۴) نمودارهای f و g به صورت زیر است. اگر بازه I ، دامنه $g \circ f(\frac{1}{3}x)$ باشد، طول بازه I کدام است؟



۱(۲)

۰/۵(۱)

۳(۴)

۱/۵(۳)

$$D_f = [-3, 0]$$

$$D_g = x > -\frac{1}{3}$$

$$f(x) = -\frac{2}{3}x - 2$$

از آنجا که در تابع $f(\frac{1}{3}x)$ تغییر روی x است. و تغییرات روی x برعکس عمل می کند، پس x های تابع f دو برابر می شوند. لذا دامنه تابع $f(\frac{1}{3}x)$ بازه $[-6, 0]$ خواهد بود. و با توجه به نمودار $f(\frac{1}{3}x)$ (نمودار قرمز رنگ) به راحتی می توان معادله خط $f(\frac{1}{3}x)$ را نوشت و با توجه به تعریف دامنه تابع مرکب خواهیم داشت:

$$f(\frac{1}{3}x) = -\frac{1}{3}x - 2$$

$$D_{gf(\frac{1}{3}x)} = \left\{ \frac{1}{3}x \in D_f \mid f(\frac{1}{3}x) \in D_g \right\} = \left\{ -3 \leq \frac{1}{3}x \leq 0 \mid -\frac{1}{3}x - 2 > -\frac{1}{3} \right\} \rightarrow$$

$$D_{gf(\frac{1}{3}x)} = \left\{ -6 \leq x \leq 0 \mid x < -\frac{9}{2} \right\} = \left[-6, -\frac{9}{2} \right) = [-6, -4.5) \rightarrow I = -4.5 - (-6) = 1.5$$

گزینه صحیح: گزینه ۳

درجه سختی تست: متوسط

مبحث دامنه تابع مرکب

۱۱۵) اگر $\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x} = \frac{2}{\sqrt{7}}$ و در ربع سوم باشد، حاصل $\sin x - \cos x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}\sqrt{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (۳) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}\sqrt{2}$

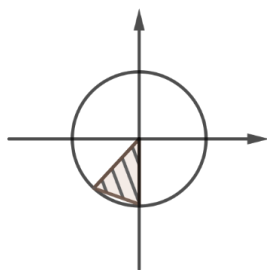
طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم تا رادیکال‌ها را از بین ببریم.

$$(\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x})^2 = \left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)^2 \rightarrow \tan x + \cot x - 2 = \frac{4}{7} \rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{14}{7} \rightarrow \frac{2}{\sin 2x} = \frac{14}{7} \rightarrow \sin 2x = \frac{7}{9}$$

طرفین معادله $\sin x - \cos x$ را به توان ۲ می‌رسانیم

$$(\sin x - \cos x)^2 = 1 - \sin 2x = 1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9} \rightarrow \sin x - \cos x = \pm \frac{\sqrt{2}}{3}$$

از آنجا که $\tan x$ و $\cot x$ هر دو در ناحیه سوم مثبت هستند. و $\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x} > 0$ است. در نتیجه در دایره مثلثاتی در ناحیه مشخص شده قرار داریم و لذا $\sin x - \cos x$ منفی است. پس گزینه ۴ درست است.



گزینه صحیح: گزینه ۴

مبحث روابط مثلثاتی

درجه سختی تست: متوسط

حل و تحلیل سوالات ریاضی کنکور تجربی داخل کشور، ۲۹ مرداد ۱۴۰۵

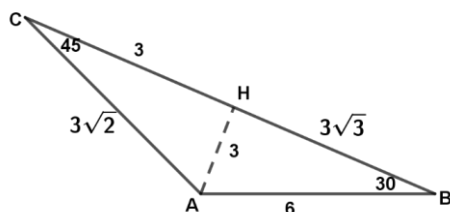
۱۱۶) در مثلث ABC اندازه زوایای ACB و ABC به ترتیب ۴۵° و ۳۰° درجه است. اگر $AB=۶$ باشد، طول ضلع BC کدام است؟

$$۴(۱+\sqrt{۳}) \quad (۴)$$

$$۴(۱+\sqrt{۲}) \quad (۳)$$

$$۳(۱+\sqrt{۳}) \quad (۲)$$

$$۳(۱+\sqrt{۲}) \quad (۱)$$



در مثلث AHB ضلع روبه رو به زاویه ۳۰° درجه نصف وتر (نصف ۶) است.

$$AH = ۳$$

در نتیجه:

$$BH = \sqrt{۳۶ - ۹} = \sqrt{۲۷} = ۳\sqrt{۳}$$

با استفاده از فیثاغورث داریم:

در مثلث AHC ضلع روبه رو به زاویه ۴۵° درجه $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ وتر است.

$$\frac{\sqrt{۲}}{۲} AC = ۳ \rightarrow AC = \frac{۶}{\sqrt{۲}} = ۳\sqrt{۲}$$

در نتیجه:

$$CH = \sqrt{(۳\sqrt{۲})^2 - ۳^2} = \sqrt{۱۸ - ۹} = ۳$$

با استفاده از فیثاغورث داریم:

$$BC = CH = BH = ۳ + ۳\sqrt{۳} = ۳(۱+\sqrt{۳})$$

و در نهایت:

گزینه صحیح: گزینه ۲

مبحث مثلثات (مثلث قائم الزاویه)

درجه سختی تست: آسان

۱۱۷) تابع $f(x) = -\frac{1}{2} \cos(\frac{3\pi}{2} + 3x)$ روی بازه $[a, 0]$ اکیدا نزولی است. کمترین مقدار a کدام است؟

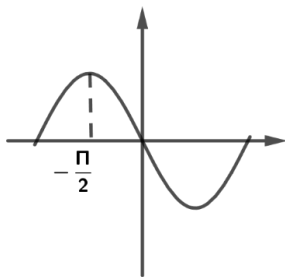
$$-\frac{\pi}{6} \quad (۴)$$

$$-\frac{\pi}{4} \quad (۳)$$

$$-\frac{\pi}{8} \quad (۲)$$

$$-\frac{\pi}{12} \quad (۱)$$

$$f(x) = -\frac{1}{2} \cos(\frac{3\pi}{2} + 3x) = -\frac{1}{2} \sin 3x$$



نمودار روبه‌رو نمودار تابع $-\sin x$ است. که در بازه $[-\frac{\pi}{2}, 0]$ نزولی است.

پس تابع $-\sin 3x$ در بازه $[-\frac{\pi}{6}, 0]$ نزولی است. (تغییرات روی x برعکس است

x ها را به جای آنکه در ۳ ضرب کنیم بر ۳ تقسیم می_کنیم.)

$$[a, 0] = [-\frac{\pi}{6}, 0] \rightarrow a = -\frac{\pi}{6}$$

گزینه صحیح: گزینه ۴

مبحث مثلثات (نسبت‌های مثلثاتی)

درجه سختی تست: آسان

۱۱۸) تعداد جواب‌های معادله $\sin(\pi + x) \cos(\frac{\pi}{2} + x) + 1 = 2 \sin(\pi - x)$ در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ کدام است؟

۴(۴)

۳(۳)

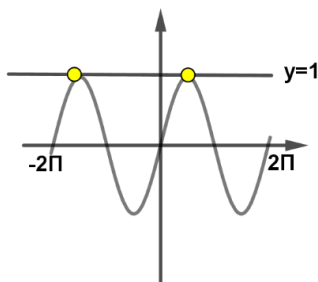
۲(۲)

۱(۱)

$$\left. \begin{aligned} \sin(\pi + x) &= -\sin x \\ \cos(\frac{\pi}{2} + x) &= -\sin x \\ 2 \sin(\pi - x) &= 2 \sin x \end{aligned} \right\} \rightarrow \sin(\pi + x) \cos(\frac{\pi}{2} + x) + 1 = 2 \sin(\pi - x) = (-\sin x)(-\sin x) + 1 = 2 \sin x \rightarrow$$

$$\sin^2 x - 2 \sin x + 1 = 0 \rightarrow (\sin x - 1)^2 = 0 \rightarrow \sin x = 1$$

با رسم نمودار $\sin x = 1$ مشاهده می‌شود که معادله در بازه مورد نظر ۲ جواب دارد.



گزینه صحیح: گزینه ۲

مبحث مثلثات (معادلات مثلثاتی)

درجه سختی تست: آسان

حل و تحلیل سوالات ریاضی کنکور تجربی داخل کشور، ۲۹ مرداد ۱۴۰۵

۱۱۹) حاصل $(0/25)^{1-\log_4}$ کدام است؟

۰/۰۵ (۴)

۰/۲۵ (۳)

۰/۵ (۲)

۲/۵ (۱)

$$(0/25)^{1-\log_4} = \left(\frac{1}{4}\right)^{1-\log_4} = (4^{-1})^{1-\log_4} = 4^{-1} \times 4^{\log_4} = \frac{1}{4} \times 4 = \frac{5}{2} = 2/5$$

نکته: $a^{\log_a x} = x$

گزینه صحیح: گزینه ۱

مبحث تابع نمایی و لگاریتم

درجه سختی تست: آسان

حل و تحلیل سوالات ریاضی کنکور تجربی داخل کشور، ۲۹ مرداد ۱۴۰۵

۱۲۰) اگر اعداد a و b به داده‌های زیر اضافه شوند، چارک اول و سوم داده‌ها تغییر نمی‌کند. میانگین a و b کدام است؟

۴۵، ۱۲، ۱۵، ۲۳، ۱۴، ۱۶، ۳۴، ۱۸، ۴۲، ۲۵، ۱۰

۲۰ (۴)

۲۴ (۳)

۲۸ (۲)

۳۰ (۱)

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

۱۰، ۱۲، $\frac{14}{Q_1}$ ، ۱۵، ۱۶، $\frac{18}{Q_2}$ ، ۲۳، ۲۵، $\frac{34}{Q_3}$ ، ۴۲، ۴۵

وقتی a و b به داده‌ها اضافه می‌شوند، تعداد داده‌ها ۱۳ تا می‌شود. چارک اول و سوم هر کدام میانگین دو داده وسط هستند. پس برای آنکه تغییر نکنند a و b باید همان اعداد ۱۴ و ۳۴ باشند. بنابراین:

$$\bar{x} = \frac{14 + 34}{2} = 24$$

گزینه صحیح: گزینه ۳

مبحث آمار (چارک‌ها)

درجه سختی تست: آسان

(۱۲۱) نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x+a}$ در دو نقطه نمودار تابع و وارونش را قطع می‌کند. اگر اختلاف طول این نقاط $2\sqrt{10}$ باشد، کدام مورد می‌تواند مقدار a باشد؟ ($a \neq 0$)

۱۰(۴)

۸(۳)

۶(۲)

۲(۱)

تابع و وارون آن روی خط $y = x$ یکدیگر را قطع می‌کنند. پس کفایت تقاطع f و خط $y = x$ را به دست آوریم.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = \frac{1}{x+a} \\ y = x \end{array} \right\} \rightarrow \frac{1}{x+a} = x \rightarrow x^2 + ax - 1 = 0 \rightarrow \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{\sqrt{a^2+4}}{2} - \frac{a}{2} \\ x_2 = -\frac{\sqrt{a^2+4}}{2} - \frac{a}{2} \end{cases}$$

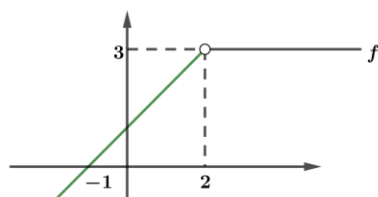
$$\rightarrow x_1 - x_2 = \sqrt{a^2+4} = 2\sqrt{10} \rightarrow a^2 + 4 = 40 \rightarrow a^2 = 36 \rightarrow a = 6$$

گزینه صحیح: گزینه ۲

مبحث تابع وارون

درجه سختی تست: آسان

۱۲۲) نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3 - f(x)}{x^2 - 4}$ کدام است؟



$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{5} \quad (3)$$

$$f(x) = \begin{cases} 3 & x > 2 \\ x+1 & x < 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3 - f(x)}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3 - (x+1)}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x+2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x+2}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-1}{x+2} = -\frac{1}{4}$$

گزینه صحیح: گزینه ۱

مبحث حد

درجه سختی تست: آسان

۱۲۳) اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{|x - |x||}{x^2 + 2x} = a$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan(ax)$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) صفر ۳) $-\infty$ ۴) $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{|x - |x||}{x^2 + 2x} = a \rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{|x - (-x)|}{x(x+2)} = a \rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{|2x|}{x(x+2)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{-2x}{x(x+2)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{-2}{x+2} = -\frac{2}{2} = -1 \rightarrow a = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan(-x) = - \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan(x) = -(-\infty) = +\infty$$

گزینه صحیح: گزینه ۴

مبحث حد

درجه سختی تست: آسان

(۱۲۴) تابع f با ضابطه $f(x) = 1 + \frac{2x}{a}$ است. اگر تابع $g(x) = \begin{cases} f(x) & x \geq -1 \\ f^{-1}(x) & x < -1 \end{cases}$ روی R پیوسته باشد و محور x را در سمت مثبت محور قطع کند. مقدار $g(-1)$ کدام است؟ ($a \neq 0$)

۳ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۴ (۱)

$$g(x) = \begin{cases} 1 + \frac{2x}{a} & x \geq -1 \\ \frac{a(x-1)}{2} & x < -1 \end{cases} \rightarrow -1^+ = -1^- = f(-1) \rightarrow 1 - \frac{2}{a} = -a \rightarrow a^2 + a - 2 = 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \rightarrow g(x) = 1 + 2x = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2} \\ a = -2 \rightarrow g(x) = 1 - x = 0 \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

توجه: برای محاسبه $g(-1)$ باید از ضابطه بالا استفاده کنیم.

توجه: از آنجا که صورت سوال گفته است که محور x را در سمت مثبت محور قطع کند، پس $x = -\frac{1}{2}$ رد می‌شود و $x = 1$ قبول است. بنابراین $a = -2$

$$g(-1) = 1 - (-1) = 2$$

گزینه صحیح: گزینه ۳

مبحث پیوستگی و تابع وارون

درجه سختی تست: متوسط

۱۲۵) اختلاف شیب نیم مماس‌های چپ و راست بر منحنی $y = |x^2 - 4|$ در $x = 2$ کدام است؟

۳(۴)

۴(۳)

۶(۲)

۸(۱)

روش اول:

$$y'_{(2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 - 4| - 0}{x - 2} \rightarrow \begin{cases} y'_{(+2)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4 \\ y'_{(-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{x-2} = -4 \end{cases} \rightarrow 4 - (-4) = 8$$

روش دوم:

$$y' = |2x| \rightarrow \begin{cases} y'_{(+2)} = 2x = 4 \\ y'_{(-2)} = -2x = -4 \end{cases} \rightarrow 4 - (-4) = 8$$

گزینه صحیح: گزینه ۱

مبحث مشتق

درجه سختی تست: آسان

(۱۲۶) یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \frac{9t+3}{\sqrt{t}}$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t=1$ چند گرم است؟

۱/۵ (۴)

۳ (۳)

۷/۵ (۲)

۱۷ (۱)

از تابع کسری $m(t)$ مشتق می‌گیریم.

$$m(t) = \frac{9\sqrt{t} - \frac{1}{2\sqrt{t}}(9t+3)}{(\sqrt{t})^2} \rightarrow m'(1) = \frac{9 - \frac{1}{2}(12)}{1} = 9 - 6 = 3$$

گزینه صحیح: گزینه ۳

مبحث مشتق تابع کسری

درجه سختی تست: آسان

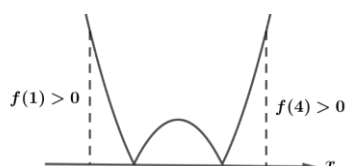
۱۲۷) برای چند مقدار طبیعی a ، تابع $f(x) = |2x^2 - 9x + a|$ در بازه $[1, 4]$ دارای دو مینیمم نسبی است؟

۵(۴)

۴(۳)

۳(۲)

۱(۱)



تابع $f(x)$ یک تابع سهمی است. لذا تابع $|f(x)|$ به صورت شکل مقابل است.

برای آنکه سهمی در ۲ نقطه محور x ها را قطع کند باید $\Delta > 0$ باشد.

برای اینکه ۲ مینیمم در بازه $[1, 4]$ قرار گیرند با توجه به شکل باید $f(1) > 0$ و $f(4) > 0$ باشند.

پس داریم:

$$\begin{cases} f(1) > 0 \rightarrow -7 + a > 0 \rightarrow a > 7 \\ f(4) > 0 \rightarrow -4 + a > 0 \rightarrow a > 4 \\ \Delta > 0 \rightarrow 81 - 8a > 0 \rightarrow a < \frac{81}{8} = 10.125 \end{cases} \rightarrow 7 < a < 10.125 \rightarrow a = \{8, 9, 10\}$$

گزینه صحیح: گزینه ۲

مبحث کاربرد مشتق

درجه سختی تست: متوسط

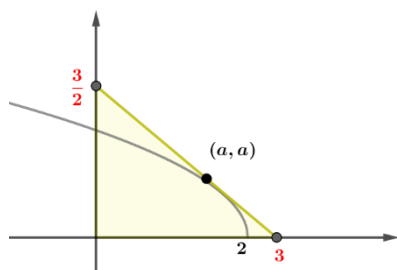
۱۲۸) خطی در نقطه (a, a) بر نمودار تابع $y = \sqrt{2-x}$ مماس شده و محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می‌کند. مساحت مثلث OAB کدام است؟

۱/۷۵ (۴)

۲/۲۵ (۳)

۳/۵ (۲)

۴/۵ (۱)



می‌دانیم نقطه واقع بر نمودار در معادله تابع صدق می‌کند. پس داریم:

$$a = \sqrt{2-a} \rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -2 \end{cases}$$

با توجه به شکل داریم:

$$a = 1 \rightarrow (a, a) = (1, 1)$$

$$y' = \frac{-1}{2\sqrt{2-x}} \rightarrow y'_1 = -\frac{1}{2}$$

با توجه به اینکه یک نقطه از خط و شیب خط را داریم معادله خط مماس را می‌نویسیم.

$$y = mx + b \rightarrow 1 = \left(-\frac{1}{2}\right)(1) + b \rightarrow b = \frac{3}{2} \rightarrow$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow y = \frac{3}{2} \\ y = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

با توجه به شکل محل تقاطع خط با محورهای مختصات قاعده و ارتفاع مثلث هستند، پس داریم:

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 3 = \frac{9}{4} = 2.25$$

گزینه صحیح: گزینه ۳

مبحث کاربرد مشتق

درجه سختی تست: متوسط

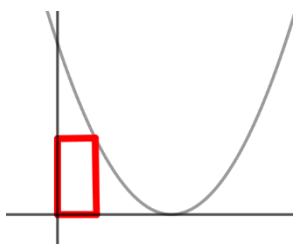
(۱۲۹) یک راس مستطیلی واقع بر منحنی $y = 4x^2 - 12x + 9$ بوده و سه راس دیگر، روی محورهای مختصات است. اگر این مستطیل بین محورها و نمودار منحنی محاط باشد، بیشترین مساحت این مستطیل کدام است؟

$$3\sqrt{2} \quad (4)$$

$$2\sqrt{2} \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$



$$s = xy = x(4x^2 - 12x + 9) = 4x^3 - 12x^2 + 9x$$

$$s' = 12x^2 - 24x + 9 = 0 \rightarrow 4x^2 - 8x + 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$
+	-
+	+

$x = \frac{1}{2}$ ماکزیمم است. پس داریم:

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow s = 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 12\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 9\left(\frac{1}{2}\right) = 2$$

گزینه صحیح: گزینه ۱

مبحث کاربرد مشتق

درجه سختی تست: آسان

۱۳۰) ۷ نفر در خط شروع یک مسابقه ایستاده‌اند. به چند طریق ممکن است ۳ نفری که به اشتباه در خط شروع ایستاده‌اند، مجاور هم باشند؟

۱۰(۴)	۱۲(۳)	۳۵(۲)	۴۲(۱)
— — — — — — —	— — — — — — —	— — — — — — —	— — — — — — —
— — — — — — —	— — — — — — —	— — — — — — —	— — — — — — —
— — — — — — —	— — — — — — —	— — — — — — —	— — — — — — —
— — — — — — —	— — — — — — —	— — — — — — —	— — — — — — —

با توجه به شکل به ۵ حالت مختلف ۳ نفر می‌توانند در کنار هم باشند.

دقت کنید که ۳ نفر به ۳! می‌توانند مرتب شوند. (در جایگاه خود باشند.) اما اینکه ۳ نفر در جایگاه خود نباشند را به این صورت حساب می‌کنیم:

فرض می‌کنیم جایگاه درست این ۳ نفر به صورت زیر باشد:

A	B	C
---	---	---

پس به ۲ حالت زیر ۳ نفری که کنار هم هستند در جایگاه خود قرار ندارند.

جواب نهایی می‌شود:

B	C	A
---	---	---

$$5 \times 2 = 10$$

گزینه صحیح: گزینه ۴

مبحث شمارش بدون شمارش

C	A	B
---	---	---

درجه سختی تست: سخت

۱۳۱) دو دانش‌آموز، هر کدام تابلوهایی با شماره‌های ۱ تا ۸ در اختیار دارند. هر کدام به تصادف یک تابلو را انتخاب کرده و به هم نشان می‌دهند. اگر عدد روی تابلوی یکی، مضرب دیگری باشد، هردو برنده جایزه می‌شوند. چند درصد احتمال دارد که آن‌ها برنده شوند؟

$$۷۲/۵ (۴)$$

$$۵۰ (۳)$$

$$۶۲/۵ (۲)$$

$$۴۰ (۱)$$

$$n(S) = 8 \times 8 = 64$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1,1)(1,2)\dots(1,8) \rightarrow 8 \\ (2,1)(2,2)(2,4)(2,6)(2,8) \rightarrow 5 \\ (3,1)(3,3)(3,6) \rightarrow 3 \\ (4,1)(4,2)(4,3)(4,4) \rightarrow 4 \\ (5,1)(5,5) \rightarrow 2 \\ (6,1)(6,2)(6,3)(6,6) \rightarrow 4 \\ (7,1)(7,7) \rightarrow 2 \\ (8,1)(8,2)(8,4)(8,8) \rightarrow 4 \end{array} \right. \rightarrow 8+5+3+4+2+4+2+4 = 32 \rightarrow n(A) = 32$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{32}{64} = \frac{1}{2} = 50\%$$

گزینه صحیح: گزینه ۳

مبحث احتمال

درجه سختی تست: متوسط

۱۳۲) هریک از اعداد ۱ تا ۹ روی یک کارت نوشته شده است. سه کارت به تصادف انتخاب می‌شود. با کدام احتمال هر سه عدد روی کارت فرد هستند. به طوری که می‌دانیم مجموع آنها هم فرد است؟

$$\frac{1}{5} (۴) \quad \frac{1}{3} (۳) \quad \frac{1}{4} (۲) \quad \frac{1}{2} (۱)$$

برای اینکه مجموع ۳ عدد فرد باشد باید هر سه عدد فرد باشند، یا ۲ عدد زوج و یک عدد فرد باشد:

$$n(S) = \binom{5}{3} + \binom{4}{2} \binom{5}{1} = 10 + 6 \times 5 = 40$$

شرط اینکه هر سه عدد فرد باشد:

$$n(A) = \binom{5}{3} = 10$$

در نتیجه داریم:

$$P(A) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

گزینه صحیح: گزینه ۲

مبحث احتمال شرطی

درجه سختی تست: متوسط

حل و تحلیل سوالات ریاضی کنکور تجربی داخل کشور، ۲۹ مرداد ۱۴۰۵

۱۳۳) در شکل زیر، $AD=6$ و $BC=9$ است. طول MN چقدر است؟

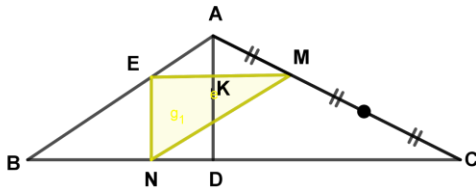
۵ (۴)

۴/۵ (۳)

۳√۲ (۲)

۳/۵√۲ (۱)

در مثلث ABC داریم:



$$\frac{AM}{AC} = \frac{EM}{BC} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{EM}{9} \rightarrow EM = 3$$

می‌دانیم نسبت ارتفاع‌ها همان نسبت تشابه $\frac{1}{3}$ است. پس داریم:

$$\frac{AK}{AD} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{AK}{6} = \frac{1}{3} \rightarrow AK = 2 \rightarrow EN = KD = 6 - 2 = 4$$

در مثلث زرد رنگ با استفاده از فیثاغورث معروف ۳ و ۴ و ۵ خواهیم داشت:

$$MN = 5$$

گزینه صحیح: گزینه ۴

مبحث تشابه و تالس

درجه سختی تست: متوسط

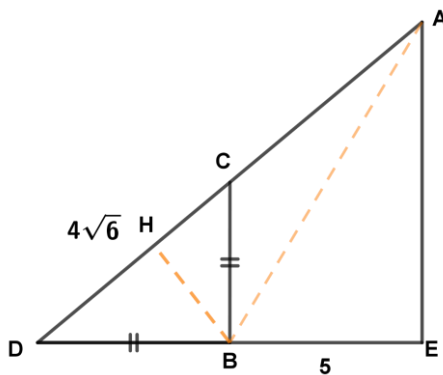
(۱۳۴) در شکل زیر، $BC = BD$ و B روی نیمساز زاویه A قرار دارد. طول BD چند برابر طول ارتفاع وارد بر DC است؟

۱/۵ (۴)

۱/۴ (۳)

۱/۳ (۲)

۱/۲ (۱)



هر نقطه روی نیمساز زاویه فاصله‌اش تا دو سر پاره خط

به یک فاصله است. نقطه B روی نیمساز زاویه A قرار دارد

$BH = BE = 5$ پس:

با توجه به شکل مثلث BDC متساوی الساقین است و در

مثلث متساوی الساقین ارتفاع میانه نیز هست. بنابراین:

$$DH = 2\sqrt{6}$$

در مثلث BDC با استفاده از فیثاغورث داریم:

$$BD = \sqrt{(2\sqrt{6})^2 + 5^2} = \sqrt{24 + 25} = \sqrt{49} = 7$$

در نتیجه:

$$\frac{BD}{BH} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$$

گزینه صحیح: گزینه ۳

مبحث ترسیم‌های هندسی

درجه سختی تست: متوسط

۱۳۵) قطره‌های یک بیضی روی خطوط $y = x + 3$ و $ay - 2x = -2$ قرار دارند. اگر مرکز بیضی و محل برخورد قطره‌های بیضی با محور x ها، رئوس یک مثلث باشند، مساحت این مثلث کدام است؟

۳/۵(۴)

۴/۵(۳)

۳(۲)

۴(۱)

می‌دانیم که قطره‌های یک بیضی بر هم عمود هستند. یعنی شیب‌های آن‌ها عکس و قرینه یکدیگر است:

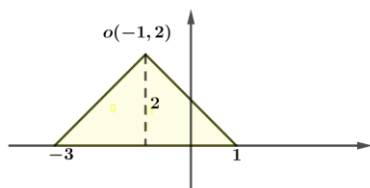
$$\frac{2}{a} = -1 \rightarrow a = -2$$

محل برخورد قطره‌ها مرکز بیضی است:

$$\begin{cases} -2y - 2x = -2 \\ y = x + 3 \end{cases} \rightarrow -2(x+3) - 2x = -2 \rightarrow -4x = 4 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \rightarrow O(-1, 2)$$

محل برخورد قطره‌های بیضی را با محور x به دست می‌آوریم.

$$y = 0 \rightarrow \begin{cases} x + 3 = 0 \rightarrow x = -3 \\ -2x + 2 = 0 \rightarrow x = -1 \end{cases}$$



مساحت مثلث عبارت است از:

$$S = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

گزینه صحیح: گزینه ۱

مبحث بیضی

درجه سختی تست: متوسط

(۱۳۶) در نقطه‌ای واقع در ناحیه چهارم، دایره C به مرکز (α, α) و شعاع ۴ با دایره $x^2 + y^2 - 2x - y = 1$ مماس درون است. فاصله مرکز دایره C از مبدا مختصات کدام است؟

$$2/\sqrt{5} \quad (4)$$

$$2\sqrt{2} \quad (3)$$

$$0/\sqrt{5} \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 - 2x - y - 1 = 0$$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 1 - 4(-1)} = \frac{3}{2}$$

$$O(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (1, \frac{1}{2}) \left\{ \begin{array}{l} \rightarrow |OO'| = \sqrt{(\alpha - 1)^2 + (\alpha - \frac{1}{2})^2} = \frac{5}{2} \rightarrow \sqrt{2\alpha^2 - 3\alpha + \frac{5}{4}} = \frac{5}{2} \rightarrow 2\alpha^2 - 3\alpha + \frac{5}{4} = \frac{25}{4} \rightarrow \\ O'(\alpha, \alpha) \end{array} \right.$$

$$2\alpha^2 - 3\alpha - 5 = 0 \rightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \\ \alpha = 2/5 \end{cases}$$

اگر مرکز دایره $(\frac{5}{4}, \frac{5}{4})$ باشد، محل برخورد در ناحیه چهارم است. پس فاصله این نقطه از مرکز عبارت است از:

$$\sqrt{(\frac{5}{4})^2 + (\frac{5}{4})^2} = 2/\sqrt{5}$$

گزینه صحیح: گزینه ۴

مبحث دایره

درجه سختی تست: متوسط

(۱۳۷) به ازای چند مقدار طبیعی a ، عدد $\frac{1}{5}$ در بازه $\left[\frac{1}{3a+1}, \frac{1}{2a-3}\right]$ قرار دارد؟

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

$$\begin{cases} \frac{1}{3a+1} < \frac{1}{5} \rightarrow 5 < 3a+1 \rightarrow 3a > 4 \rightarrow a > 1\frac{1}{3} \\ \frac{1}{2a-3} > \frac{1}{5} \rightarrow \frac{1}{2a-3} - \frac{1}{5} > 0 \rightarrow \frac{-2a+8}{5(2a-3)} > 0 \rightarrow a \in (1/5, 4) \end{cases} \rightarrow a \in (1/5, 4) \rightarrow a = \{2, 3\}$$

گزینه صحیح: گزینه ۲

مبحث بازه‌ها

درجه سختی تست: آسان

(۱۳۸) میانگین جملات دنباله حسابی $a, ۱۲, b, c, \dots, ۱۷۲$ برابر ۸۷ است. مجموع جملات این دنباله کدام است؟

۱۶۵۳(۴)

۱۵۶۶(۳)

۱۴۷۹(۲)

۱۳۹۲(۱)

$$\bar{x} = \frac{a + ۱۷۲}{۲} = ۸۷ \rightarrow a = ۲$$

$$۲, ۱۲, ۲۲, \dots \rightarrow d = ۱۰$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \rightarrow ۱۷۲ = ۲ + (n-1)۱۰ \rightarrow n = ۱۸$$

$$s_n = \frac{n}{۲}[a + l] = \frac{۱۸}{۲}[۲ + ۱۷۲] = ۱۵۶۶$$

گزینه صحیح: گزینه ۳

مبحث دنباله حسابی

درجه سختی تست: متوسط

۱۳۹) اگر یکی از ریشه‌های معادله $x(3x^2 + x + a) = -2$ باشد، حاصل ضرب ریشه‌های این معادله کدام است؟

$$\frac{1}{3} (4)$$

$$\frac{1}{4} (3)$$

$$-\frac{2}{3} (2)$$

$$-\frac{3}{4} (1)$$

ریشه معادله در خود معادله صدق می‌کند:

$$x = -2 \rightarrow (-2)(12 - 2 + a) = 0 \rightarrow a = -10$$

معادله را دوباره بازنویسی می‌کنیم

$$3x^3 + x^2 - 10x + 2 = 0$$

می‌دانیم که عامل $x+2$ را دارد یا بر $x+2$ بخش پذیر است لذا داریم:

$$(x+2)(3x^2 - 5x + 1) = 0 \rightarrow p_1 = \frac{1}{3} \rightarrow p = \frac{1}{3} \times (-2) = -\frac{2}{3}$$

گزینه صحیح: گزینه ۲

مبحث تجزیه معادله درجه سوم

درجه سختی تست: آسان

حل و تحلیل سوالات ریاضی کنکور تجربی داخل کشور، ۲۹ مرداد ۱۴۰۵

حمیده قاسمی _ مدرس درس حسابان، ریاضیات تجربی و انسانی

کنکوری و تقویتی - استان همدان



۰۹۰۱۶۷۴۱۲۶



t.me/hamidehgha



hamidehghasem

۱۴۰) اگر $a + \sqrt{b} - c = 6$ و $\sqrt{a + \sqrt{b}} + \sqrt{c} = 3$ باشد، حاصل $\log_c$ کدام است؟

-۲ (۴)

-۱ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

$$a + \sqrt{b} - c = 6 \rightarrow a + \sqrt{b} = c + 6$$

با جایگذاری رابطه بالا در معادله دیگر خواهیم داشت:

$$\sqrt{a + \sqrt{b}} + \sqrt{c} = 3 \rightarrow \sqrt{c + 6} + \sqrt{c} = 3 \rightarrow \sqrt{c + 6} = 3 - \sqrt{c}$$

$$c + 6 = 9 - 6\sqrt{c} + c \rightarrow \sqrt{c} = \frac{1}{2} \rightarrow c = \frac{1}{4}$$

در نتیجه:

$$\log_c = \log_{\frac{1}{4}} = \log_{4^{-1}} = \log_{4^{-2}} = -2$$

گزینه صحیح: گزینه ۴

مبحث لگاریتم و معادله گنگ

درجه سختی تست: آسان