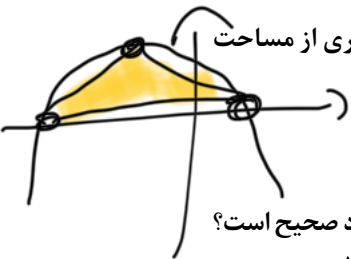


* متقاضی گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ نامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات تأیید می نمایم.

$$D = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{a^2 - 4(-1)(-8)}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 - 32}}{2}$$

$$y_s = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(a^2 - 4(-1)(-8))}{4(+1)} = \frac{a^2 - 32}{4}$$

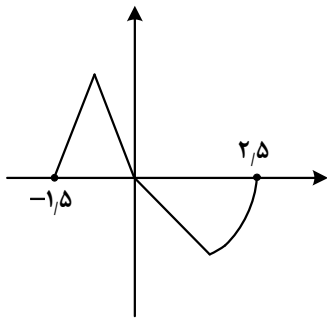


۱۱۱ رأس سهمی $y = -8x^2 + ax + 1$ و صفرهای آن، رئوس مثلثی با مساحت $\frac{27}{64}$ است. اگر بخش بزرگ تری از مساحت

مثلث در ناحیه دوم باشد، مقدار a کدام است؟

$$S = \frac{1}{2} (D)(y_s) = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{a^2 - 32}}{2} \right) \left(\frac{a^2 - 32}{4} \right) = \frac{27}{64}$$

۱۱۲ نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده و $g(x) = -f(x + \frac{1}{2})$ است. اگر $h = \frac{1}{g}$ باشد، دامنه h شامل چند عدد صحیح است؟



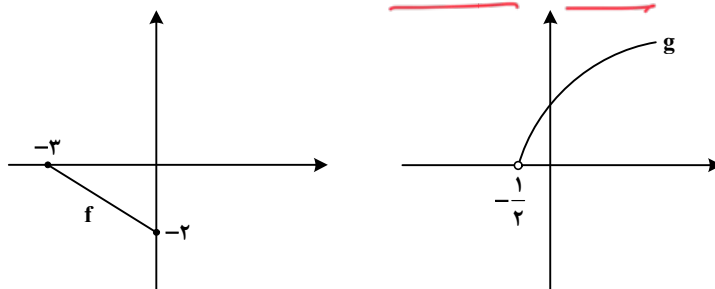
$$h(n) = \frac{f(n) - 1.5}{-f(n + \frac{1}{2}) - 2}$$

۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)

۱۱۳ هر کدام از ریشه های معادله ای 0.5 واحد از یکی از ریشه های معادله $x^2 + 1.35x - 1.3 = 0$ کمتر است. حاصل ضرب

$$(x - \frac{1}{2})(y - \frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ or } y = \frac{1}{2}$$

۱۱۴ نمودارهای توابع f و g به صورت زیر رسم شده اند. اگر بازه I دامنه $g \circ f(\frac{1}{4}x)$ باشد، طول بازه I کدام است؟



- ۰.۵ (۱)
۱ (۲)
۱.۵ (۳)
۳ (۴)

$$D_{g \circ f} = \{n | n \in D_f, f(n) \in D_g\}$$

محل انجام محاسبات

$$\{n | n \leq 0, f(n) > -\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{2n-2}{3} > -\frac{1}{2}$$

$$D_{g \circ f} = [-3, -\frac{2}{4}]$$

$$D_{g \circ f}(\frac{1}{4}n) = [-6, -\frac{2}{2}]$$

طول = ۱۵

$\tan + \cot - 2 = \frac{4}{7} \rightarrow \tan + \cot = \frac{18}{7} \rightarrow \frac{1}{\sin \cos} = \frac{18}{7} \rightarrow \sin \cos = \frac{7}{18}$

۱۱۵ - اگر $\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x} = \frac{2}{\sqrt{7}}$ و x در ربع سوم باشد، حاصل $\sin x - \cos x$ کدام است؟

$(\sin - \cos)^2 = 1 - 2\sin \cos = 1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$

$\sqrt{\sin - \cos} = \pm \frac{\sqrt{2}}{3}$

(۱) $\frac{1}{3}\sqrt{2}$ (۲) $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$ (۳) $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}\sqrt{2}$

۱۱۶ - در مثلث ABC اندازه زوایای $\hat{A}$ و $\hat{B}$ به ترتیب ۴۵ و ۳۰ درجه است. اگر $AB = 6$ باشد، طول ضلع BC کدام است؟

$BC = 3(1 + \sqrt{3})$

(۱) $3(1 + \sqrt{2})$ (۲) $3(1 + \sqrt{3})$ (۳) $4(1 + \sqrt{2})$ (۴) $4(1 + \sqrt{3})$

۱۱۷ - تابع $f(x) = -\frac{1}{2}\cos(\frac{3\pi}{2} + 3x)$ روی بازه $[a, 0]$ اکیداً نزولی است. کمترین مقدار a کدام است؟

$f(x) = -\frac{1}{2}\sin(\frac{3\pi}{2})$

(۱) $-\frac{\pi}{12}$ (۲) $-\frac{\pi}{8}$ (۳) $-\frac{\pi}{4}$ (۴) $-\frac{\pi}{6}$

۱۱۸ - تعداد جواب‌های معادله $\sin(\pi + x)\cos(\frac{\pi}{2} + x) + 1 = 2\sin(\pi - x)$ در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ کدام است؟

$(-\sin x) \times (-\sin x) + 1 = 2\sin x$

$\sin^2 x - 2\sin x + 1 = 0$

$\sin x = 1$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۹ - حاصل $(0.25)^{1-\log_4 10}$ کدام است؟

$0.25 = 2^{-2}$

$(2^{-2})^{1-\log_4 10} = 2^{-2} \times 2^{2\log_4 10} = 2^{-2} \times 2^{\log_2 10} = 2^{-2} \times 10 = 2.5$

(۱) ۰.۲۵ (۲) ۰.۵ (۳) ۰.۲۵ (۴) ۰.۵

۱۲۰ - اگر اعداد a و b به داده‌های زیر اضافه شوند، چارک اول و سوم داده‌ها تغییر نمی‌کند. میانگین a و b کدام است؟

۴۵, ۱۲, ۱۵, ۲۳, ۱۴, ۱۶, ۳۴, ۱۸, ۴۲, ۲۵, ۱۰

$a = 14, b = 34$

$\frac{a+b}{2} = \frac{14+34}{2} = 24$

(۱) ۳۰ (۲) ۲۸ (۳) ۲۴ (۴) ۲۰

۱۲۱ - نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x+a}$ در دو نقطه نمودار تابع وارونش را قطع می‌کند. اگر اختلاف طول این نقاط $2\sqrt{10}$ باشد، کدام مورد می‌تواند مقدار a باشد؟ ($a \neq 0$)

(۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

$f(x) = \frac{1}{x+a} = \frac{y}{1} \rightarrow x^2 + ax - 1 = 0$

$x^2 + ax - 1 = 0$

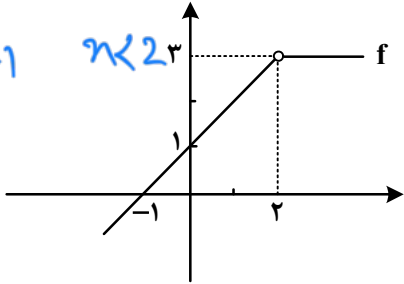
$D = |x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{D}}{|a|} = \frac{\sqrt{a^2 + 4}}{1} = 2\sqrt{10}$

$a^2 + 4 = 40$

$a^2 = 36 \rightarrow a = \pm 6$

۱۲۲- نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3-f(x)}{x^2-4}$ کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} 3 & x > 2 \\ x+1 & x \leq 2 \end{cases}$$



$$\lim_{n \rightarrow 2^-} \frac{3 - (n+1)}{n^2 - 4} = \lim_{n \rightarrow 2^-} \frac{-n+2}{n^2-4} = \frac{-1}{4}$$

- (۱) $-\frac{1}{4}$
- (۲) $-\frac{1}{2}$
- (۳) $-\frac{1}{5}$
- (۴) $-\frac{1}{3}$

۱۲۳- اگر $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x-|x||}{x^2+2x} = a$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan(ax)$ کدام است؟

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|n-|n||}{n^2+2n} = \frac{-2n}{n^2+2n} = -\frac{2}{n+2} = 0$$

- (۱) ۱ -
- (۲) صفر
- (۳) $-\infty$
- (۴) $+\infty$

۱۲۴- تابع f با ضابطه $f(x) = 1 + \frac{2x}{a}$ است. اگر تابع $g(x) = \begin{cases} f(x) & x \geq -1 \\ f^{-1}(x) & x < -1 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد و محور x ها را در

$$g(x) = \begin{cases} 1 + \frac{2x}{a} & x \geq -1 \\ \frac{a}{2}x - \frac{a}{2} & x < -1 \end{cases}$$

سمت مثبت محور قطع کند، مقدار $g(-1)$ کدام است؟
 $g(-1) = 1 - \frac{2}{a} = -\frac{2}{a} + 1$
 $g(-1) = \frac{a}{2}(-1) - \frac{a}{2} = -\frac{a}{2} - \frac{a}{2} = -a$
 $1 - \frac{2}{a} = -a \Rightarrow a^2 - 2 = -a^2 \Rightarrow 2a^2 = 2 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$
 اگر $a = 1$: $g(-1) = -1 + 1 = 0$
 اگر $a = -1$: $g(-1) = 1 - 2 = -1$

۱۲۵- اختلاف شیب نیم مماس های چپ و راست بر منحنی $y = |x^2 - 4|$ در $x = 2$ کدام است؟

$$f(x) = |x^2 - 4| \Rightarrow f'(x) = 2x \text{ for } x > 2 \text{ and } -2x \text{ for } x < 2$$

 $f'(2) = 4$ and $f'(-2) = -4$
 Difference = $4 - (-4) = 8$

۱۲۶- یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \frac{9t+3}{\sqrt{t}}$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه

$$m'(t) = \frac{9}{2\sqrt{t}} - \frac{1}{2\sqrt{t}}(9t+3) = \frac{9-9t-3}{2\sqrt{t}} = \frac{-9t-6}{2\sqrt{t}}$$

 At $t=1$: $m'(1) = \frac{-9-6}{2} = -7.5$

۱۲۷- برای چند مقدار طبیعی a ، تابع $f(x) = |2x^2 - 9x + a|$ در بازه $[1, 4]$ دارای دو مینیمم نسبی است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

۱۲۸- خطی در نقطه (a, a) بر نمودار تابع $y = \sqrt{2-x}$ مماس شده و محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می کند. مساحت مثلث OAB کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{5}$
- (۲) $\frac{3}{5}$
- (۳) $\frac{2}{5}$
- (۴) $\frac{1}{5}$

در بازه $[1, 4]$ دو مینیمم نسبی است اگر $a > 7$ و $a < 10$

$$f'(x) = 4x - 9 = 0 \Rightarrow x = \frac{9}{4} = 2.25$$

$$f(1) = |-7 + a| \geq 0 \Rightarrow a \geq 7$$

$$f(4) = |32 - 36 + a| \geq 0 \Rightarrow a \geq 4$$

$$7 < a < 10$$

محل انجام محاسبات

$$y = \sqrt{2-x} \Rightarrow y' = \frac{-1}{2\sqrt{2-x}}$$

 At (a, a) : $y' = \frac{-1}{2\sqrt{2-a}}$
 Equation of tangent: $y - a = \frac{-1}{2\sqrt{2-a}}(x - a)$
 Intercepts: $x = a - 2\sqrt{2-a}$, $y = a - \frac{1}{\sqrt{2-a}}$
 Area: $S = \frac{1}{2} \times \left(a - 2\sqrt{2-a}\right) \times \left(a - \frac{1}{\sqrt{2-a}}\right)$

$$y = (2x-3)^2 \rightarrow S = n(2x-3)^2 \rightarrow n = 0 \times 2 + \frac{5}{2} \times 1 = \frac{5}{2}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

۱۲۹- یک رأس مستطیلی واقع بر منحنی $y = 4x^2 - 12x + 9$ بوده و سه رأس دیگر، روی محورهای مختصات است. اگر

این مستطیل بین محورها و نمودار منحنی محاط باشد، بیشترین مساحت این مستطیل کدام است؟

$$3\sqrt{2} \quad (4)$$

$$2\sqrt{2} \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۱۳۰- ۷ نفر در خط شروع یک مسابقه ایستاده‌اند. به چند طریق ممکن است ۳ نفری که اشتباه در خط شروع ایستاده‌اند،

مجاور هم باشند؟

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7$$

$$5 \times 2 = 10$$

$$10 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

$$35 \quad (2)$$

$$42 \quad (1)$$

۱۳۱- دو دانش آموز، هر کدام تابلوهایی با شماره‌های ۱ تا ۸ در اختیار دارند، هر کدام به تصادف یک تابلو را انتخاب کرده

و به هم نشان می‌دهند. اگر عدد روی تابلوی یکی، مضرب دیگری باشد، هر دو برنده جایزه می‌شوند. چقدر درصد

احتمال دارد که آنها برنده شوند؟

$$72,5 \quad (4)$$

$$50 \quad (3)$$

$$62,5 \quad (2)$$

$$40 \quad (1)$$

۱۳۲- هر یک از اعداد ۱ تا ۹ روی یک کارت نوشته شده است. سه کارت به تصادف انتخاب می‌شود. با کدام احتمال هر سه

عدد روی کارت فرد هستند به طوری که می‌دانیم مجموع آنها نیز فرد است؟

$$\frac{1}{5} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

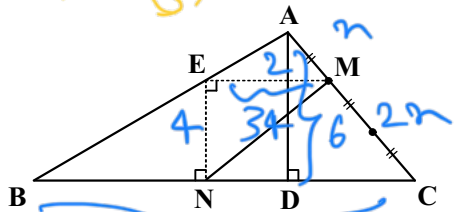
۱۳۳- در شکل زیر، $AD = 6$ و $BC = 9$ است. طول MN چقدر است؟

$$3,5\sqrt{2} \quad (1)$$

$$3\sqrt{2} \quad (2)$$

$$4,5 \quad (3)$$

$$5 \quad (4)$$



$$MN = 5$$

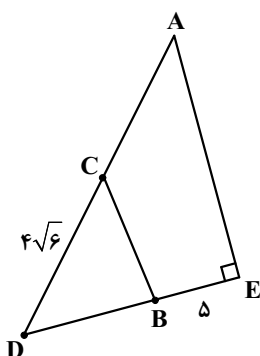
۱۳۴- در شکل زیر، $BC = BD$ و B روی نیمساز زاویه A قرار دارد. طول BD چند برابر طول ارتفاع وارد بر DC است؟

$$1,2 \quad (1)$$

$$1,3 \quad (2)$$

$$1,4 \quad (3)$$

$$1,5 \quad (4)$$



$$\frac{BD}{\text{ارتفاع}} = \frac{7}{5} = 1,4$$

$$m = \frac{2}{\alpha} = -1 \rightarrow \alpha = -2$$

$$y = x + 3 \quad \text{صفحه ۶} \quad \text{مختصات} = (-1, 2)$$

$$y = -x + 1$$



$$S = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

۳,۵ (۴)

۴,۵ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۳۵- قطره‌های یک بیضی روی خطوط $y = x + 3$ و $ay - 2x = -2$ قرار دارند. اگر مرکز بیضی و محل برخورد قطره‌های بیضی با محور x ها، رئوس یک مثلث باشند، مساحت این مثلث کدام است؟

$$2x^2 - 3x + \frac{5}{4} = \frac{25}{4}$$

۲,۵√۲ (۴)

۲√۲ (۳)

فاصله مرکز دایره C از مبدأ مختصات کدام است؟

√۲ (۱)

۰,۵√۲ (۲)

$$R' = 4$$

$$\left[\frac{1}{3a+1}, \frac{1}{2a-3} \right] \text{ در بازه } \frac{1}{5} \text{ قرار دارد؟}$$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۳۷- به ازای چند مقدار طبیعی a ، عدد $\frac{1}{5}$ در بازه $\left[\frac{1}{3a+1}, \frac{1}{2a-3} \right]$ قرار دارد؟

۱۶۵۳ (۴)

۱۵۶۶ (۳)

۱۴۷۹ (۲)

۱۳۹۲ (۱)

۱۳۸- میانگین جملات دنباله حسابی $a, 12, b, c, \dots, 172$ برابر ۸۷ است. مجموع جملات این دنباله کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$-\frac{2}{3}$ (۲)

$-\frac{3}{4}$ (۱)

۱۳۹- اگر -2 یکی از ریشه‌های معادله $x(3x^2 + x + a) = -2$ باشد، حاصل ضرب ریشه‌های این معادله کدام است؟

۱۴۰- اگر $a + \sqrt{b} - c = 6$ و $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3$ باشد، حاصل $\log_2 c$ کدام است؟

-2 (۴)

-1 (۳)

1 (۲)

2 (۱)

محل انجام محاسبات

$$138 \quad \text{میانگین} = \frac{172 + a}{2} = 87 \rightarrow a = 2$$

$$\text{مجموع} = \frac{172 - 2}{1} + 1 = 18$$

$$18 \times 97 = 1566$$

$$139 \quad \begin{aligned} 3n^3 + n^2 + p(n+2) &= 0 \\ n^3 - 2n^2 + 4 - 2n + 2 &= 0 \\ 2n &= -18 \\ n &= -9 \end{aligned}$$

$$(n+2)(3n^2 - 5n + 1) = 0$$

$$n = -2 \quad p = \frac{1}{3}$$

$$p_{\text{کل}} = \frac{1}{3} \times -2 = -\frac{2}{3}$$

$$140 \quad \begin{aligned} 6 + c &= a + \sqrt{b} \\ \sqrt{6} + \sqrt{c} &= 3 \rightarrow \sqrt{c+6} = 3 - \sqrt{6} \\ c+6 &= 9 + c - 6\sqrt{c} \\ 6\sqrt{c} &= 3 \\ \sqrt{c} &= \frac{1}{2} \rightarrow c = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\log_2 \frac{1}{2} = \log_2 2^{-1} = -1$$

با ارزش صفت بر آن تک

فرشته‌ناله سرزمینم (ایران)

امدادت‌نمیدم می‌کنی دانشجو و دانش و مدرک ریاضیات شو

Handwritten signature