



مجید آرمان

درک عمیق و تسلط واقعی

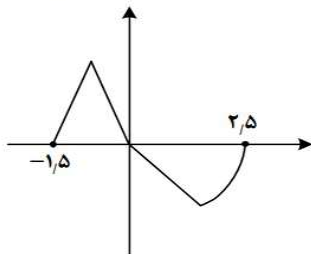


۱۱۱- رأس سهمی $y = -8x^2 + ax + 1$ و صفرهای آن، رئوس مثلثی با مساحت $\frac{27}{64}$ است. اگر بخش بزرگ تری از مساحت

مثلاً، در ناحیه دوم باشد، مقدار a کدام است؟

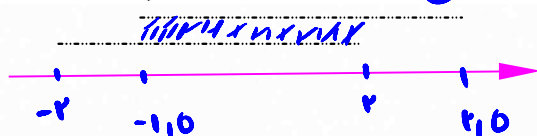
$\Delta = \sqrt{a^2 - 32}$ (۲) $4\sqrt{2}$ (۲) -2 (۱) ✓
 $\Delta_s = \frac{-0}{2a} = \frac{a^2 - 32}{32} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{a^2 - 32}}{1} \times \frac{a^2 - 32}{32} = \frac{17}{24}$
 $\Delta = \frac{\sqrt{\Delta_s}}{|a|} = \frac{\sqrt{a^2 - 32}}{1}$
 $a = -2$

۱۱۲- نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده و $g(x) = -f(x + \frac{1}{2})$ است. اگر $h = \frac{f}{g}$ باشد، دامنه h شامل چند عدد صحیح است؟



$$D_f = [-1.5, 1.5]$$

$$D_g = [-2, 2] \Rightarrow D_h = D_f \cap D_g = [-1.5, 1.5]$$



$$g \neq 0$$

-1, 0, 1

۱۱۳- هر کدام از ریشه‌های معادله‌ای 0.5 واحد از یکی از ریشه‌های معادله $x^2 + 1.35x - 1.3 = 0$ کمتر است. حاصل ضرب

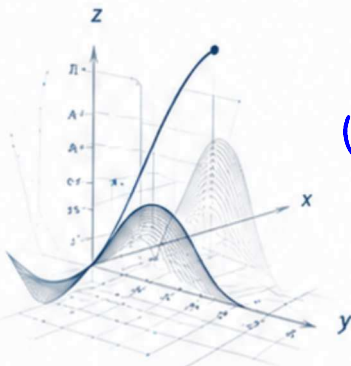
ریشه‌های آن معادله کدام است؟

-1.375 (۴)

-1.3 (۳)

-0.3 (۲)

0.375 (۱) ✓



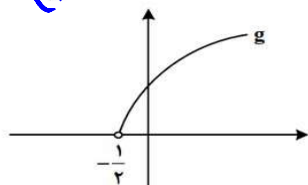
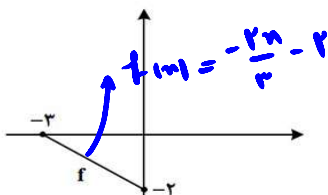
$$\begin{aligned}
 x^2 + 1.35x - 1.3 = 0 \rightarrow \alpha, \beta \Rightarrow \alpha + \beta &= -1.35 \\
 \alpha\beta &= -1.3 \\
 (\alpha - \frac{1}{\alpha})(\beta - \frac{1}{\beta}) &= \alpha\beta - \frac{1}{\alpha}\alpha - \frac{1}{\beta}\beta + \frac{1}{\alpha\beta} = \alpha\beta - \frac{1}{\alpha}(\alpha + \beta) + \frac{1}{\alpha\beta} \\
 &= -0.375
 \end{aligned}$$



مجید آرمان

درک عمیق و تسلط واقعی

۱۱۴- نمودارهای توابع f و g به صورت زیر رسم شده اند. اگر بازه I دامنه $g(\frac{1}{r}x)$ باشد، طول بازه I کدام است؟



۰,۵ (۱)
۱ (۲)
۱,۵ (۳) ✓
۲ (۴)

$$D_f = [-r, 0]$$

$$f(m) > -\frac{1}{r} \Rightarrow -\frac{r^n}{r} - r > -\frac{1}{r} \Rightarrow n < -9/2$$

$$[-r, -9/2] \Rightarrow [-4, -9/2] \Rightarrow l = 1,0 \text{ V}$$

۱۱۵- اگر $\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x} = \frac{r}{\sqrt{v}}$ و x در ربع سوم باشد، حاصل $(\sin x - \cos x)^2$ کدام است؟

$$\sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x$$

$$1 - 2 \times \frac{v}{1\lambda} = 1 - \frac{v}{a} = \sqrt{\frac{r}{a}} = \pm \frac{\sqrt{r}}{r} = \pm \frac{1}{\sqrt{r}}$$

$$\frac{1}{r} \sqrt{r} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{r} \sqrt{r} \quad (2)$$

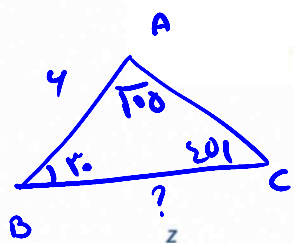
$$\frac{1}{r} \sqrt{r} \quad (1)$$

$$\tan x + \cot x - 2 = \frac{2}{v} + r = \frac{v}{v}$$

$$\frac{\sin x + \cos x}{\cos x \sin x} = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\sin x \cos x}$$

$$\Rightarrow \sin x \cos x = \frac{v}{1\lambda}$$

۱۱۶- در مثلث ABC اندازه زوایای $\hat{A}CB$ و $\hat{ABC}$ به ترتیب 45° و 30° درجه است. اگر $AB = 6$ باشد، طول ضلع BC کدام است؟



$$4(1+\sqrt{3}) \quad (4)$$

$$4(1+\sqrt{2}) \quad (3)$$

$$3(1+\sqrt{3}) \quad (2) \checkmark$$

$$3(1+\sqrt{2}) \quad (1)$$

$$\frac{\sin 30}{6} = \frac{\sin 45}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{r}}{r} \times BC = 6 \times \frac{\sqrt{r}}{r} \left(\frac{\sqrt{r}+1}{r} \right)$$

$$BC = r(1+\sqrt{r})$$

$$\sin 45 = \sin(45 + 30) = \frac{\sqrt{r}}{r} \left(\frac{\sqrt{r}+1}{r} \right)$$

۱۱۷- تابع $f(x) = -\frac{1}{r} \cos\left(\frac{3\pi}{r} + 3x\right)$ روی بازه $[a, 0]$ اکیدا نزولی است. کمترین مقدار a کدام است؟

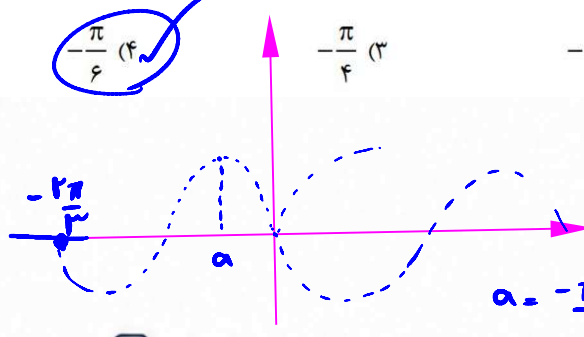
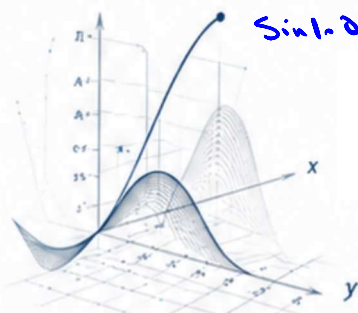
$$-\frac{\pi}{6} \quad (4) \checkmark$$

$$-\frac{\pi}{4} \quad (3)$$

$$-\frac{\pi}{8} \quad (2)$$

$$-\frac{\pi}{12} \quad (1)$$

$$T = \frac{r\pi}{3}$$



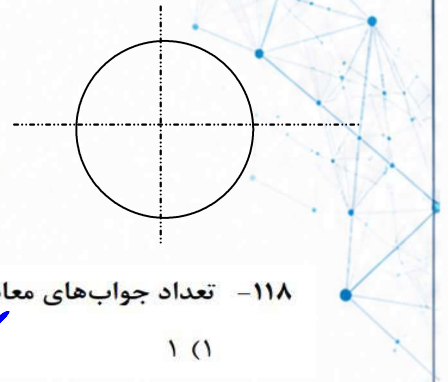
$$-\frac{8\pi}{r} \times \frac{1}{r} = -\frac{\pi}{4}$$

$$a = -\frac{\pi}{4}$$



مجید آرمان

درک عمیق و تسلط واقعی



۱۱۸- تعداد جواب‌های معادله $\sin(\pi+x)\cos(\frac{\pi}{2}+x)+1=2\sin(\pi-x)$ در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ کدام است؟
 ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ✓ ۱ (۱)

$\sin^2 m + 1 = 2\sin m \Rightarrow \sin^2 m - 2\sin m + 1 = 0 \Rightarrow \sin m = 1$

۱۱۹- حاصل $1 - \log_2 10$ کدام است؟
 ۰٫۵ (۴) ۰٫۲۵ (۳) ۰٫۵ (۲) ۲٫۵ (۱) ✓

$1 - \log_2 10 = 1 - (\log_2 10) = 1 - 1 = 0$

$(\frac{1}{2}) = (\frac{1}{2})^{\log_2 10} = 2^{-\log_2 10} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

$1 - \log_2 10 = 1 - 1 = 0$

$= 2.5$

۱۲۰- اگر اعداد a و b به داده‌های زیر اضافه شوند، چارک اول و سوم داده‌ها تغییر نمی‌کند. میانگین a و b کدام است؟
 ۴۵، ۱۲، ۱۵، ۲۳، ۱۴، ۱۶، ۳۴، ۱۸، ۴۲، ۲۵، ۱۰
 ۲۰ (۴) ۲۴ (۳) ✓ ۲۸ (۲) ۳۰ (۱)

۱، ۱۲، ۱۵، ۱۴، ۱۸، ۲۳، ۱۰، ۲۴، ۴۲، ۲۵
 Q_1 Q_2 Q_3

$a = 12$
 $b = 34$
 $\Rightarrow \frac{12+34}{2} = 23$

۱۲۱- نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x+a}$ در دو نقطه نمودار تابع وارونش را قطع می‌کند. اگر اختلاف طول این نقاط $2\sqrt{10}$ باشد،

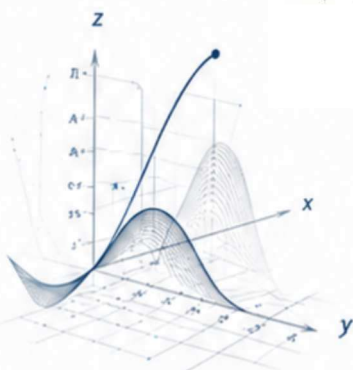
کدام مورد می‌تواند مقدار a باشد؟ ($a \neq 0$)

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲) ✓

۲ (۱)



$\frac{1}{n+a} = n \Rightarrow n^2 + an - 1 = 0$

$\Delta = \frac{\sqrt{D}}{|a|} = \sqrt{a^2 + 4} = 2\sqrt{10} \Rightarrow a^2 + 4 = 40$

$a^2 = 36$

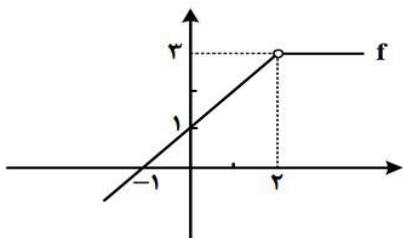
$a = \pm 6$



مجید آرمان

درک عمیق و تسلط واقعی

۱۲۲- نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3-f(x)}{x^2-4}$ کدام است؟

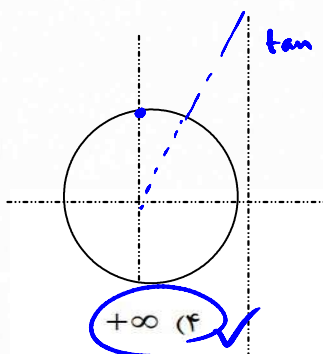


$$f(n) = n + 1$$

$$\lim_{n \rightarrow 2^-} \frac{3 - n - 1}{n^2 - 4} = \frac{2 - n}{n^2 - 4} = \frac{0}{0}$$

$$\frac{-1}{2n} = \frac{-1}{4}$$

- (۱) $-\frac{1}{4}$ ✓
 (۲) $-\frac{1}{2}$
 (۳) $-\frac{1}{5}$
 (۴) $-\frac{1}{3}$



۱۲۳- اگر $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x-x|}{x^2+2x} = a$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan(ax)$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) صفر (۳) $-\infty$ (۴) $+\infty$ ✓

$$\tan\left(\frac{\pi}{2}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$n \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+$$

$$\frac{-2}{2n+2} = -1$$

$$a = -1$$

۱۲۴- تابع f با ضابطه $f(x) = 1 + \frac{2x}{a}$ است. اگر تابع $g(x) = \begin{cases} f(x) & x \geq -1 \\ f^{-1}(x) & x < -1 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد و محور x ها را در

سمت مثبت محور قطع کند، مقدار $g(-1)$ کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۲ ✓

(۲) -۱

$$1 + \frac{2n}{a} = -1$$

$$\frac{2n}{a} = -2$$

$$n = -\frac{1}{2}a$$

$$f(-1) = 1 - \frac{2}{a}$$

$$f'(-1) = -a \Rightarrow 1 - \frac{2}{a} = -a$$

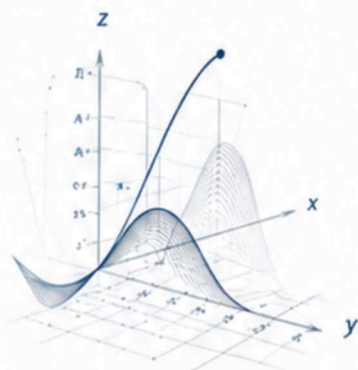
$$a - 2 = -a^2$$

$$a^2 + a - 2 = 0$$

$$a = 1$$

$$a = -2$$

$$g(-1) = f(-1) = 1 + \frac{2}{2} = 2$$





مجید آرمان

درک عمیق و تسلط واقعی

۱۲۵- اختلاف شیب نیم مماس های چپ و راست بر منحنی $y = |x^2 - 4|$ در $x = 2$ کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱) ✓

$$r^+ : |x^2 - 4| = (x^2 - 4)' \Rightarrow r_m = 4$$

$$\Rightarrow 4 - (-4) = 8$$

$$r^- : |x^2 - 4| = -(x^2 - 4)' \Rightarrow -(r_m) = -4$$

۱۲۶- یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \frac{9t+3}{\sqrt{t}}$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t=1$ چند گرم است؟

 $m(1)$

۱,۵ (۴)

۳ (۳) ✓

۷,۵ (۲)

۱۷ (۱)

$$m'(t) = \frac{9(\sqrt{t}) - (9t+3) \frac{1}{2\sqrt{t}}}{t} \Rightarrow m'(1) = 3$$

۱۲۷- برای چند مقدار طبیعی a ، تابع $f(x) = |2x^2 - 9x + a|$ در بازه $[1, 4]$ دارای دو مینیمم نسبی است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲) ✓

۲ (۱)



$$\Delta > 0 \Rightarrow 81 - 8a > 0 \Rightarrow a < \frac{81}{8}$$

$$f(2) \geq 0, f(1) \geq 0$$

$$f(2) = 32 - 36 + a \geq 0 \Rightarrow a \geq 4$$

$$f(1) = -7 + a \geq 0 \Rightarrow a \geq 7$$

$$7 < a \leq \frac{81}{8} \approx 10.125$$

$$4, 5, 6, 7$$

۱۲۸- خطی در نقطه (a, a) بر نمودار تابع $y = \sqrt{2-x}$ مماس شده و محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می کند.

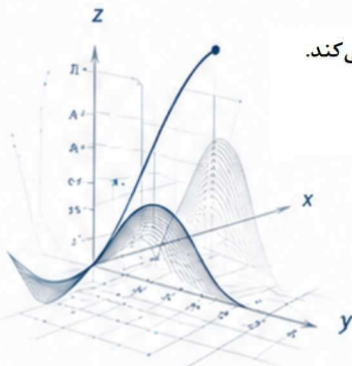
مساحت مثلث OAB کدام است؟

۱,۷۵ (۴)

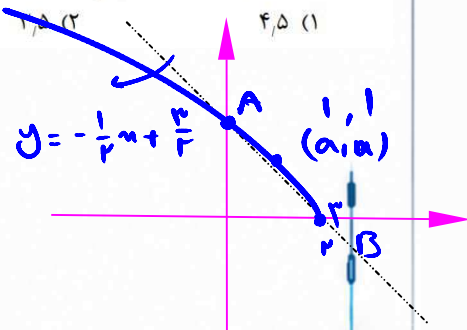
۲,۲۵ (۳) ✓

۱,۵ (۲)

۴,۵ (۱)



$$y' = \frac{-1}{2\sqrt{2-x}} \Big|_{x=1} = -\frac{1}{2}$$



$$S = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 3 = \frac{9}{4} = 2.25$$



مجید آرمان

درک عمیق و تسلط واقعی

۱۲۹- یک رأس مستطیلی واقع بر منحنی $y = 4x^2 - 12x + 9$ بوده و سه رأس دیگر، روی محورهای مختصات است. اگر این مستطیل بین محورها و نمودار منحنی محاط باشد، بیشترین مساحت این مستطیل کدام است؟

$3\sqrt{2}$ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱) ✓

$$S = n(r_n - r)^2 \rightarrow n = \frac{1}{r}$$

$$y = (r_n - r)^2$$

$$\frac{1}{r} \times 2 = 2$$

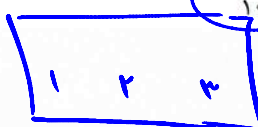
۱۳۰- ۷ نفر در خط شروع یک مسابقه ایستاده‌اند. به چند طریق ممکن است ۳ نفری که اشتباه در خط شروع ایستاده‌اند، مجاور هم باشند؟

۱۰ (۴) ✓

۱۲ (۳)

۳۵ (۲)

۴۲ (۱)



۲ ۵ ۶

$$5 \times 2 = 10$$

۱۳۱- دو دانش آموز، هر کدام تابلوهایی با شماره‌های ۱ تا ۸ در اختیار دارند، هر کدام به تصادف یک تابلو را انتخاب کرده و به هم نشان می‌دهند. اگر عدد روی تابلوی یکی، مضرب دیگری باشد، هر دو برنده جایزه می‌شوند. چند درصد احتمال دارد که آنها برنده شوند؟

$$n(s) = 42$$

۷۲,۵ (۴)

۵۰ (۳) ✓

۶۲,۵ (۲)

۴۰ (۱)

۱: ۱۵ حالت

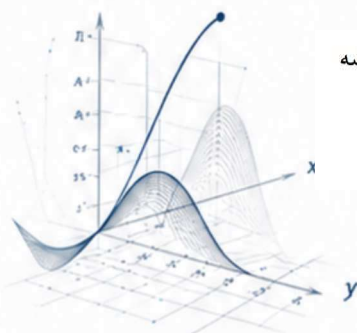
۲: ۳ حالت

$$= \frac{32}{42} = \frac{1}{2}$$

۲: ۷ حالت

۳: ۱۰ حالت

۳: ۳ حالت



۱۳۲- هر یک از اعداد ۱ تا ۹ روی یک کارت نوشته شده است. سه کارت به تصادف انتخاب می‌شود. با کدام احتمال هر سه عدد روی کارت فرد هستند به طوری که می‌دانیم مجموع آنها نیز فرد است؟

$\frac{1}{5}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲) ✓

$\frac{1}{2}$ (۱)

$$\binom{5}{3} = 10$$

$$\binom{2}{2} \binom{5}{1} = 30$$

$$\rightarrow \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

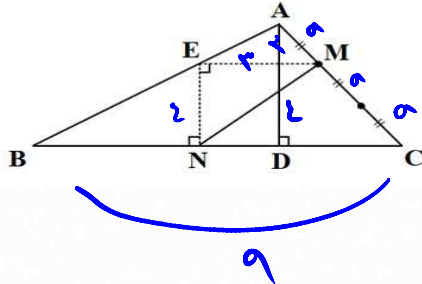


مجید آرمان

درک عمیق و تسلط واقعی



۱۳۳- در شکل زیر، $AD=6$ و $BC=9$ است. طول MN چقدر است؟



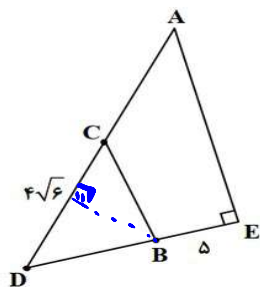
(۱) $3,5\sqrt{2}$

(۲) $3\sqrt{2}$

(۳) $4,5$

(۴) 5 ✓

۱۳۴- در شکل زیر، $BC=BD$ و B روی نیمساز زاویه A قرار دارد. طول BD چند برابر طول ارتفاع وارد بر DC است؟



$\frac{BD}{BE} = 1,2$

(۱) $1,2$

(۲) $1,3$

(۳) $1,4$ ✓

(۴) $1,5$





مجید آرمان

درک عمیق و تسلط واقعی

۱۳۵- قطرهای یک بیضی روی خطوط $y = x + 3$ و $ay - 2x = -2$ قرار دارند. اگر مرکز بیضی و محل برخورد قطرهای بیضی با محور x ها، رئوس یک مثلث باشند، مساحت این مثلث کدام است؟

۳/۵ (۴)

۴/۵ (۳)

۳ (۲)

(۱) ✓

$$\begin{cases} ay - 2x = -2 \rightarrow m' = -1 = \frac{1}{a} = \alpha = -2 \Rightarrow -2y - 2x = -2 \\ y = -x + 1 \end{cases}$$

$$y - x + 3 \rightarrow m = 1$$

$$\begin{aligned} -x + 1 = x + 3 \Rightarrow x = -2 \quad \text{محل } (-2, 1) \\ y = 1 \end{aligned}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

۱۳۶- در نقطه‌ای واقع در ناحیه چهارم، دایره C به مرکز (α, α) و شعاع ۴ با دایره $x^2 + y^2 - 2x - y = 1$ مماس درون است. فاصله مرکز دایره C از مبدأ مختصات کدام است؟

۲/۵√۲ (۴) ✓

۲√۲ (۳)

۵/۵√۲ (۲)

√۲ (۱)

$$x^2 + y^2 - 2x - y - 1 = 0 \rightarrow R = \frac{5}{2} \quad / \quad \sqrt{(\alpha - 1)^2 + (\alpha - \frac{1}{2})^2} = 4 - \frac{5}{2}$$

$$\sqrt{\frac{r_0}{2} + \frac{r_0}{2}} = \sqrt{2 \times \frac{r_0}{2}} = \frac{5}{2} \sqrt{2} \quad \checkmark$$

$$\begin{aligned} \alpha &= -1 \quad \wedge \\ \alpha &= \frac{5}{2} \quad \checkmark \end{aligned}$$

۱۳۷- به ازای چند مقدار طبیعی a ، عدد $\frac{1}{\delta}$ در بازه $\left[\frac{1}{3a+1}, \frac{1}{2a-3} \right]$ قرار دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲) ✓

۱ (۱)

$$\frac{1}{3a+1} \leq \frac{1}{\delta} < \frac{1}{2a-3} \Rightarrow \frac{3a+1}{\delta} \geq 1 > \frac{2a-3}{\delta} \Rightarrow \alpha \geq \frac{2}{3} \quad \alpha < 2$$

$$\alpha \in \left(\frac{2}{3}, 2 \right)$$



۱۳۸- میانگین جملات دنباله حسابی ۱۷۲، ۱۲، b ، c ، ...، a برابر ۸۷ است. مجموع جملات این دنباله کدام است؟

۱۶۵۳ (۴)

۱۵۶۶ (۳) ✓

۱۴۷۹ (۲)

۱۳۹۲ (۱)

$$\frac{172 + 12}{2} = 87 \Rightarrow a = 2$$

$$\frac{172 - 2}{2} + 1 = 87$$

$$S = \frac{n}{2} (2 + 172) = 1077$$



مجید آرمان

درک عمیق و تسلط واقعی

۱۳۹- اگر -2 یکی از ریشه‌های معادله $x(3x^2 + x + a) = -2$ باشد، حاصل ضرب ریشه‌های این معادله کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$x = -2$$

$$-\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\rightarrow a = -9$$

$$3x^3 + x^2 - 9x + 2 = 0$$

$$(x+2)(3x^2 - 5x + 1) = 0$$

$$p = -2$$

$$p = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow -2 \times \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$$

۱۴۰- اگر $a + \sqrt{b} - c = 6$ و $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3$ باشد، حاصل $\log_2 c$ کدام است؟

$$-2 \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$a + \sqrt{b} = c + 6$$

$$\sqrt{c+4} = 3 - \sqrt{c}$$

$$c+4 = 9 - 4\sqrt{c} + c$$

$$-3 = -4\sqrt{c} \Rightarrow \sqrt{c} = \frac{3}{4}$$

$$c = \frac{9}{16}$$

آرزوی بهترین ها، دارم برای همه کنکوریان موفق و سرلبنده باشید

هنرمند آرمان

۱۳۰۵، ۵، ۱۳۹

