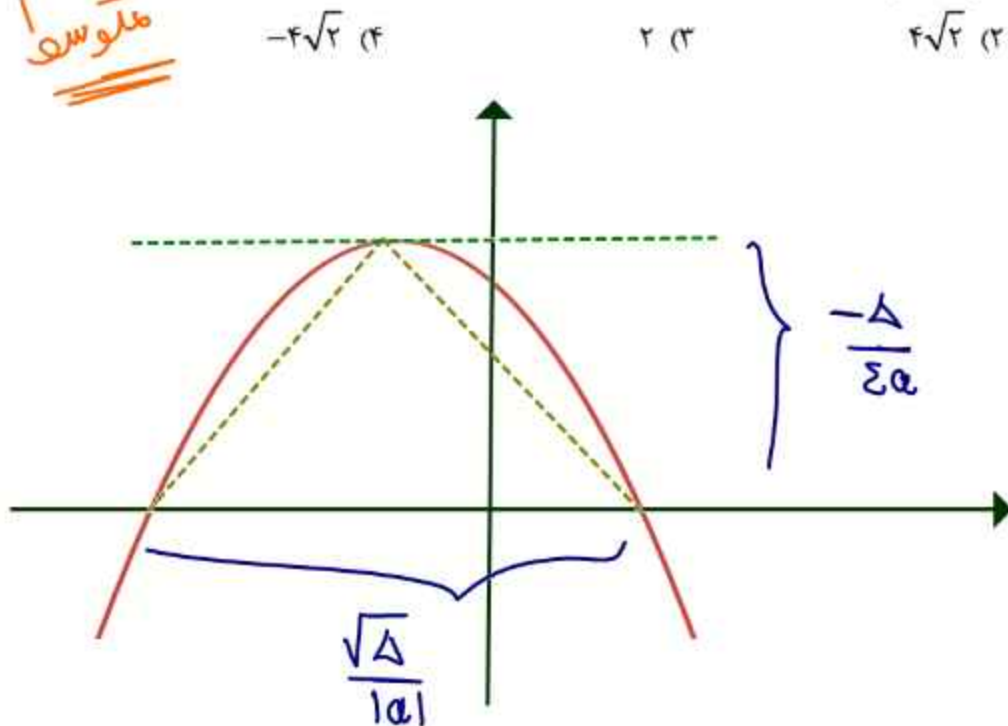


۱۱۱- رأس سهمی $y = -8x^2 + ax + 1$ و صفرهای آن، رئوس مثلثی با مساحت $\frac{27}{64}$ است. اگر بخش بزرگ تری از مساحت

مثلث در ناحیه دوم باشد، مقدار a کدام است؟

ملوسو!



$$\begin{aligned} x_1 &< 0 \\ -\frac{a}{-14} &< 0 \\ a &< 0 \end{aligned}$$

$$= 2 \times \frac{-\Delta}{2 \times -14} \times \frac{\sqrt{\Delta}}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{27}{64}$$

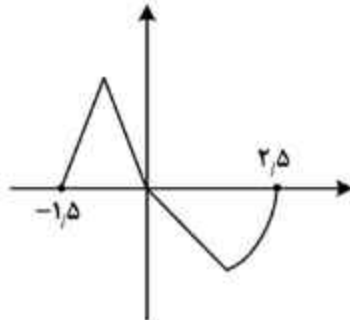
$$\Rightarrow \Delta \sqrt{\Delta} = 8 \times 27 \Rightarrow \Delta = 36$$

$$a^2 - 4(-8) = 36$$

$$\Rightarrow a^2 = 8$$

$$a = -2$$

۱۱۲- نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده و $g(x) = -f(x + \frac{1}{4})$ است. اگر $h = \frac{f}{g}$ باشد، دامنه h شامل چند عدد صحیح است؟



$$Dh = Df \cap Dg, g(x) \neq 0$$

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

$$Df = [-1.5, 2.5]$$

$$Dg = [-2, 2]$$

$$Df \cap Dg = [-1.5, 2]$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{-1.5, 0, 1, 2}$$

x

$$f(x + \frac{1}{4}) \neq 0$$

$$x + \frac{1}{4} \neq 0 \quad x \neq -0.25$$

$$x + \frac{1}{4} \neq -1.5 \quad x \neq -1.75$$

$$x + \frac{1}{4} \neq 2.5 \quad x \neq 2.25$$

۱۱۳- هر کدام از ریشه های معادله ای $۰,۵$ واحد از یکی از ریشه های معادله $x^2 + ۱,۳۵x - ۱,۳ = ۰$ کمتر است. حاصل ضرب

ریشه های آن معادله کدام است؟

ساده

(۴) $-۱,۳۷۵$

(۳) $-۱,۳$

(۲) $-۰,۳$

(۱) $-۰,۳۷۵$

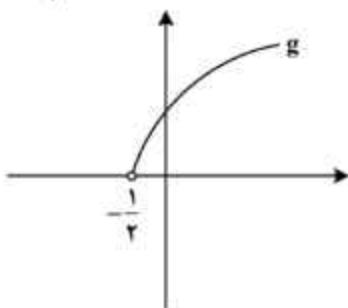
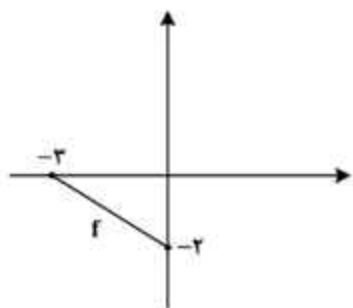
$$x^2 + ۱,۳۵x - ۱,۳ = ۰ \quad \Rightarrow \alpha, \beta$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = -۱,۳۵, \quad \alpha\beta = -۱,۳$$

$$(\alpha - ۰,۵)(\beta - ۰,۵) = \alpha\beta - ۰,۵(\alpha + \beta) + ۰,۲۵$$

$$= -۱,۳ + ۰,۶۷۵ + ۰,۲۵ = -۰,۳۷۵$$

۱۱۴- نمودارهای توابع f و g به صورت زیر رسم شده اند. اگر بازه I دامنه $g \circ f(\frac{1}{x})$ باشد، طول بازه I کدام است؟



(۱) ۰,۵

(۲) ۱

(۳) ۱,۵

(۴) ۲

$$f(x) = -\frac{2}{3}x - 2, -3 \leq x \leq 0$$

$$D g \circ f(\frac{1}{x}) = \tau \quad D f(\frac{1}{x}) = [-2, 0]$$

$$\therefore f(\frac{1}{x}) \in Dg = \tau \quad -\frac{1}{3}x - 2 > -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{3}x > \frac{3}{2}$$

$$x < -\frac{9}{2}$$

$$= \tau \quad I = [-2, -\frac{9}{2})$$

$$= \tau \quad I \text{ طول بازه} = 1,5$$

متوسطا

۱۱۵- اگر $\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x} = \frac{2}{\sqrt{7}}$ و x در ربع سوم باشد، حاصل $\sin x - \cos x$ کدام است؟

$-\frac{1}{3}\sqrt{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}\sqrt{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$ (۲)

$\frac{1}{3}\sqrt{2}$ (۱)

$$\tan x + \cot x - 2 = \frac{\Sigma}{\sqrt{7}}$$

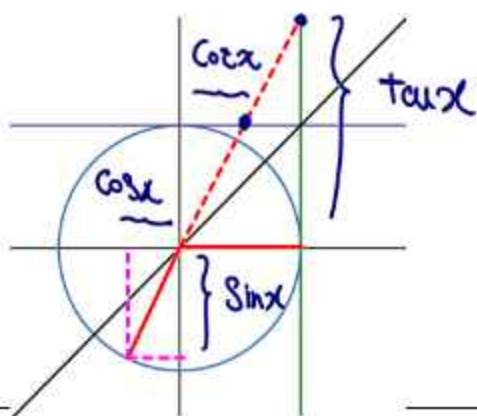
$$\frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{18}{\sqrt{7}}$$

$$\sin x - \cos x = A \Rightarrow A^2 = 1 - 2 \sin x \cos x$$

$$\Rightarrow A^2 = 1 - 2 \times \frac{\sqrt{7}}{18} \Rightarrow A^2 = \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow A = \pm \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x} > 0 \Rightarrow \tan x > \cot x$$



$$\Rightarrow \cos x > \sin x$$

$$\Rightarrow A < 0$$

۱۱۶- در مثلث ABC اندازه زوایای $\hat{A}CB$ و $\hat{ABC}$ به ترتیب 45° و 30° درجه است. اگر $AB = 6$ باشد، طول ضلع BC کدام است؟

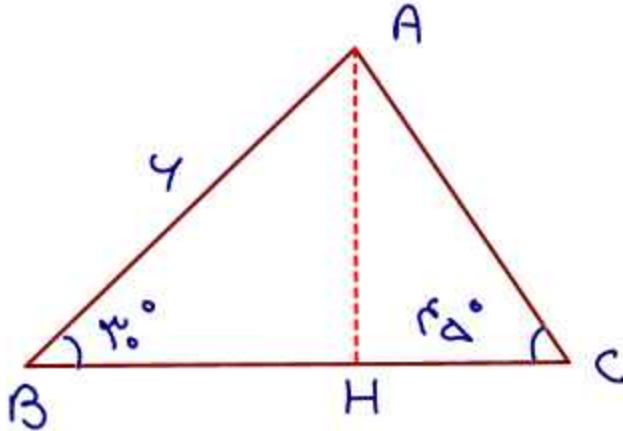
ساده

$4(1+\sqrt{3})$ (۴)

$4(1+\sqrt{2})$ (۳)

$3(1+\sqrt{3})$ (۲)

$3(1+\sqrt{2})$ (۱)



$$\frac{6}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{AC}{\frac{1}{2}} \Rightarrow AC = 3\sqrt{2}$$

$$\left. \begin{aligned} BH &= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \\ CH &= 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3 \end{aligned} \right\} BC = 3(\sqrt{3}+1)$$

۱۱۷- تابع $f(x) = -\frac{1}{2} \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 3x\right)$ روی بازه $[a, 0]$ اکیداً نزولی است. کمترین مقدار a کدام است؟

ساده

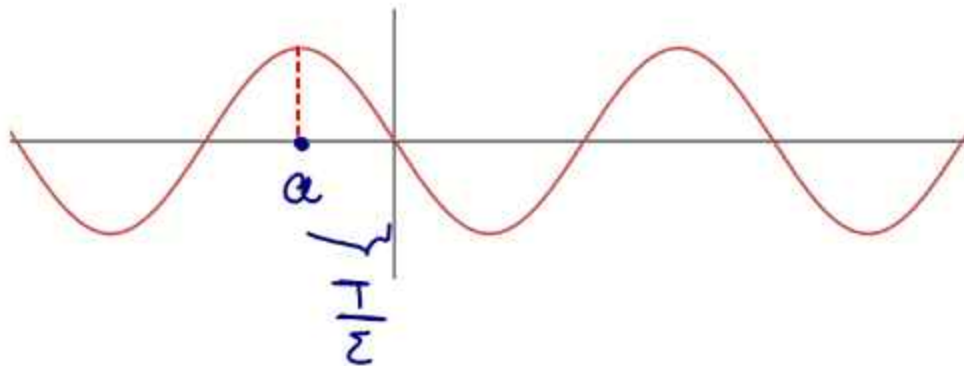
$-\frac{\pi}{6}$ (۴)

$-\frac{\pi}{4}$ (۳)

$-\frac{\pi}{8}$ (۲)

$-\frac{\pi}{12}$ (۱)

$$f(x) = -\frac{1}{2} \sin(3x) \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{3}$$



$$a = -\frac{2\pi}{3} \times \frac{1}{2} = -\frac{\pi}{3}$$

۱۱۸- تعداد جواب های معادله $\sin(\pi + x)\cos(\frac{\pi}{2} + x) + 1 = 2\sin(\pi - x)$ در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ کدام است؟

س) ۴

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$-\sin x \cdot x - \sin x + 1 = 2\sin x$$

$$\Rightarrow \sin x = 1$$

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} \\ x = -\frac{3\pi}{2} \end{array} \right.$$

ساده 😊

۱۱۹- حاصل $10^{-\log_2 10}$ کدام است؟

۰,۰۵ (۴)

۰,۲۵ (۳)

۰,۵ (۲)

۲,۵ (۱)

$$= 10^{-\log_2 10} = \frac{10}{2} = 5$$

۱۲۰- اگر اعداد a و b به داده های زیر اضافه شوند، چارک اول و سوم داده ها تغییر نمی کند. میانگین a و b کدام است؟

۴۵، ۱۲، ۱۵، ۲۳، ۱۴، ۱۶، ۳۴، ۱۸، ۴۲، ۲۵، ۱۰

متوسط

۲۰ (۴)

۲۴ (۳)

۲۸ (۲)

۳۰ (۱)

Q_1 Q_2 Q_3
 ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۸، ۲۳، ۲۵، ۳۴، ۴۲، ۴۵

$$a, b = Q_1, Q_3$$

$$= \frac{14 + 34}{2} = 24$$

۱۲۱- نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x+a}$ در دو نقطه نمودار تابع وارونش را قطع می کند. اگر اختلاف طول این نقاط $2\sqrt{10}$ باشد.

کدام مورد می تواند مقدار a باشد؟ ($a \neq 0$)

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۲ (۱)

$$\frac{1}{x+a} = x \Rightarrow x^2 + ax - 1 = 0$$

$$|\alpha - \beta| = 2\sqrt{10}$$

چون تابع وارونش را قطع می کند
الیه اینها اس

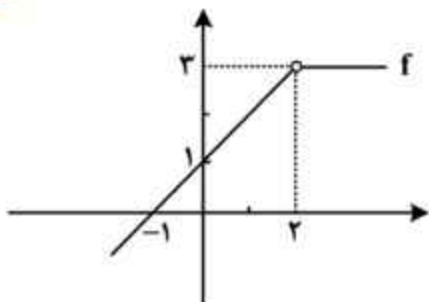
$$\Rightarrow \underbrace{\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta}_{8^2 - 2\alpha\beta} = 20$$

$$a^2 + 2 = 20$$

$$\Rightarrow a = 4$$

س ۵)

۱۲۲- نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2-f(x)}{x^2-4}$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{1}{4}$
- (۲) $-\frac{1}{2}$
- (۳) $-\frac{1}{5}$
- (۴) $-\frac{1}{3}$

$$f(x) = x + 1, \quad x < 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x+2}{(x-2)(x+2)} = \frac{-1}{4}$$

ساده

۱۲۳- اگر $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x - |x||}{x^2 + 2x} = a$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan(ax)$ کدام است؟

(۴) $+\infty$

(۳) $-\infty$

(۲) صفر

(۱) ۱

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|2x|}{x(x+2)} = \frac{-2x}{x(x+2)} = -1 = a$$

$$\Rightarrow -\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x = -1 \times -\infty = +\infty$$

۱۲۴- تابع f با ضابطه $f(x) = 1 + \frac{2x}{a}$ است. اگر تابع $g(x) = \begin{cases} f(x) & x \geq -1 \\ f^{-1}(x) & x < -1 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد و محور x ها را در

سمت مثبت محور قطع کند، مقدار $g(-1)$ کدام است؟

(۱) -۴

(۲) -۱

(۳) ۲

(۴) ۳

متوسط!

$$f^{-1}(x) = \frac{a}{2}(x-1)$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{2}{a} = -a \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \quad \begin{cases} a = -2 \\ a = 1 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 2x+1 & x \geq -1 \\ \frac{1}{2}(x-1) & x < -1 \end{cases} \quad \begin{aligned} g(x) &= 0 \\ x &= -\frac{1}{2} \quad x \\ x &= 1 \quad x \end{aligned}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1-x \\ 1-x \end{cases} \quad \Rightarrow g(-1) = 2$$

$a = -2$

ساده

۱۲۵- اختلاف شیب نیم مماس های چپ و راست بر منحنی $y = |x^2 - 4|$ در $x = 2$ کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

$$\left. \begin{aligned} f'_+(2) &= (x^2 - 4)' = 2x = 4 \\ f'_-(2) &= (4 - x^2)' = -2x = -4 \end{aligned} \right\} \underline{8}$$

۱۲۶- یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \frac{9t+3}{\sqrt{t}}$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه

$t=1$ چند گرم است؟

ساده

۱/۵ (۴)

۳ (۳)

۷/۵ (۲)

۱۷ (۱)

$$m'(1) = \frac{9(\sqrt{t}) - \frac{1}{2\sqrt{t}}(9t+3)}{t}$$

$$= 9 - \frac{1}{2}(12) = 3$$

۱۲۷- برای چند مقدار طبیعی a ، تابع $f(x) = |2x^2 - 9x + a|$ در بازه $[1, 4]$ دارای دو مینیمم نسبی است؟

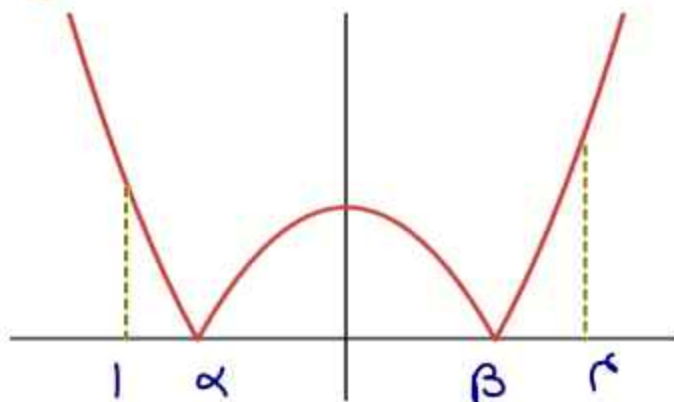
۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

متوجه!



$$= 2 \Delta 70$$

$$81 - 8a > 0$$

$$= 2 \quad a < 10.125$$

$$1 < \alpha < \beta < 4 \Rightarrow 2 - 9 + a > 0 \Rightarrow a > 7$$

$$32 - 36 + a > 0 \Rightarrow a > 4$$

$$= 2 \quad 8, 9, 10$$

۱۲۸- خطی در نقطه (a, a) بر نمودار تابع $y = \sqrt{2-x}$ مماس شده و محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می کند.

مساحت مثلث OAB کدام است؟

متوسطاً

۱,۷۵ (۴)

۲,۲۵ (۳)

۳,۵ (۲)

۴,۵ (۱)

$$(a, a) \Rightarrow a = \sqrt{2-a} \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow (1, 1)$$

$$m = y'(1) = \frac{-1}{2\sqrt{2-x}} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \text{معادله خط: } y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 1)$$

$$OAB \text{ مساحت مثلث } = \frac{1}{2} \times \text{طول از مبدا} \times \text{عرض از مبدا} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$$

$$\Rightarrow y = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}(x - 1) = -1 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow x = 0 \Rightarrow y - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

۱۲۹- یک رأس مستطیلی واقع بر منحنی $y = 4x^2 - 12x + 9$ بوده و سه رأس دیگر، روی محورهای مختصات است. اگر

این مستطیل بین محورها و نمودار منحنی محاط باشد، بیشترین مساحت این مستطیل کدام است؟

متوسط

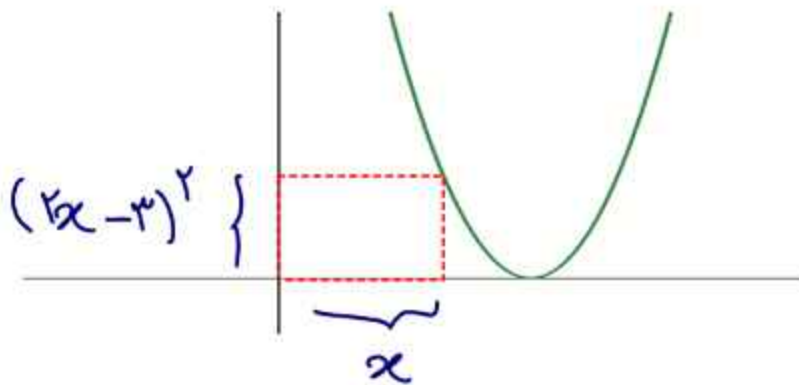
$3\sqrt{2}$ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

$$y = (2x - 3)^2$$



$$S = x(4x^2 - 12x + 9)$$

$$= 4x^3 - 12x^2 + 9x$$

$$\Rightarrow S' = 0 \Rightarrow 12x^2 - 24x + 9 = 0$$

$$\cancel{4x^2} - 12x + \cancel{9} = 0$$

۱۲

$$(2x - \cancel{4}) (2x - \cancel{2})$$

$\quad -3 \quad \quad -1$

$$x = 1/2, \quad x = 3/2$$

$$S = 0$$

$$S = \frac{1}{2} (2)^2 = 2$$

۱۳۰ - ۷ نفر در خط شروع یک مسابقه ایستاده‌اند. به چند طریق ممکن است ۳ نفری که اشتباه در خط شروع ایستاده‌اند،

مجاور هم باشند؟

متوسطاً

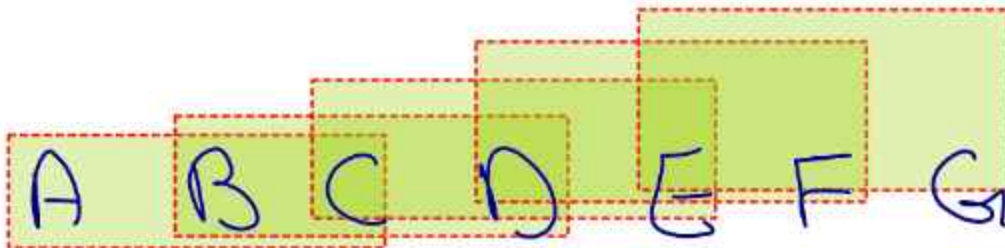
۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

۳۵ (۲)

۴۲ (۱)

۵ حالت قرقرت‌ری کناری دیده می‌شود



هر کدام از این ۵ حالت، ۲ حالت اشتباه دارد :

(۲ حالتی که جای همه بازگردد ها اشتباه است و حتی یک نفرشان هم در جای

صیغ ترازنگرفته است)

A B C صیغ

B C A اشتباه

C A B اشتباه

$$5 \times 2 = 10$$

۱۳۱- دو دانش آموز، هر کدام تابلوهایی با شماره های ۱ تا ۸ در اختیار دارند، هر کدام به تصادف یک تابلو را انتخاب کرده و به هم نشان می دهند. اگر عدد روی تابلوی یکی، مضرب دیگری باشد، هر دو برنده جایزه می شوند. چند درصد احتمال دارد که آنها برنده شوند؟

متوسط

۷۲٫۵ (۴)

۵۰ (۳)

۶۲٫۵ (۲)

۴۰ (۱)

$$n(S) = 8 \times 8 = 64$$

دانش آموز اول = حالات برنده سن

دانش آموز دوم

۱

۸ و ۱، ۲ و ۱

۲

۸ و ۲، ۴ و ۲، ۶ و ۲

۳

۴ و ۳، ۶ و ۳

۴

۸ و ۴، ۶ و ۴، ۲ و ۴

۵

۵ و ۱

۶

۶ و ۲، ۶ و ۳، ۶ و ۴

۷

۷ و ۱

۸

۸ و ۲، ۸ و ۴

$$\frac{32}{64} = 50\%$$

۳۲ حالت

۱۳۲- هر یک از اعداد ۱ تا ۹ روی یک کارت نوشته شده است. سه کارت به تصادف انتخاب می شود. با کدام احتمال هر سه

عدد روی کارت فرد هستند به طوری که می دانیم مجموع آنها نیز فرد است؟

متوسل

$$\frac{1}{5} (4)$$

$$\frac{1}{3} (3)$$

$$\frac{1}{4} (2)$$

$$\frac{1}{2} (1)$$

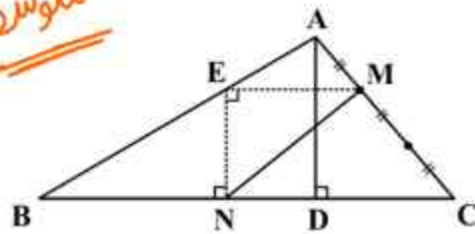
$$\left(\begin{matrix} 5 \\ 3 \end{matrix} \right) = 10 \quad \leftarrow \quad 3 \text{ فرد}$$

$$2 \text{ زوج} + 1 \text{ فرد} \quad \leftarrow \quad \left(\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \right)$$

$$\underbrace{\quad}_{20}$$

$$= \frac{10}{10 + 20} = \frac{1}{3}$$

متوسط!



۱۳۳- در شکل زیر، $AD=6$ و $BC=9$ است. طول MN چقدر است؟

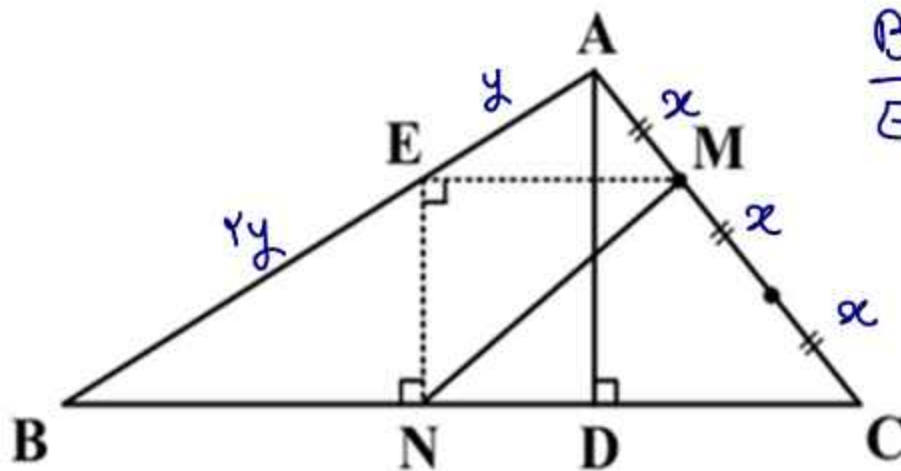
(۱) $3,5\sqrt{2}$

(۲) $3\sqrt{2}$

(۳) $4,5$

(۴) 5

$EM \parallel BC$



$\frac{BC}{EM} = \frac{3}{1}$

$\Rightarrow EM = 3$

$AD \parallel EN \Rightarrow \frac{AD}{EN} = \frac{3}{2} \Rightarrow EN = 2$

$\Rightarrow MN = EN + EM = 2 + 3 = 5$

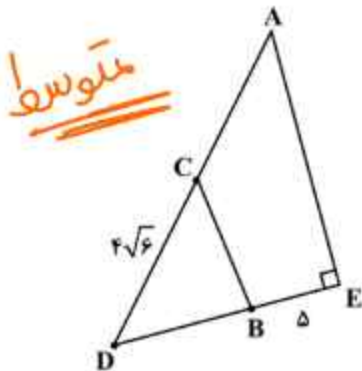
۱۳۴- در شکل زیر، $BC = BD$ و B روی نیمساز زاویه A قرار دارد. طول BD چند برابر طول ارتفاع وارد بر DC است؟

۱٫۲ (۱)

۱٫۳ (۲)

۱٫۴ (۳)

۱٫۵ (۴)



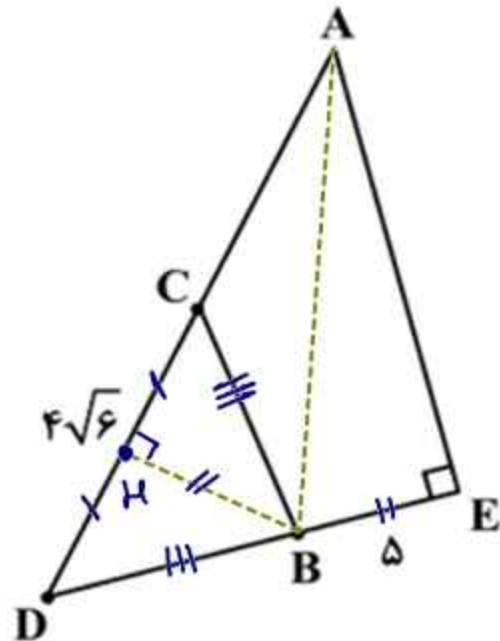
$$\frac{BD}{BH} = \frac{BD}{\omega} \quad (BH = BE)$$

$$\Rightarrow BD^2 = DH^2 + BH^2$$

$$\Rightarrow BD^2 = (2\sqrt{4})^2 + \omega^2$$

$$= 29$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{\Delta} = \frac{\sqrt{29}}{\Delta} = 1,2$$



۱۳۵- قطره های یک بیضی روی خطوط $y = x + 3$ و $ay - 2x = -2$ قرار دارند. اگر مرکز بیضی و محل برخورد قطره های

بیضی با محور x ها، رئوس یک مثلث باشند، مساحت این مثلث کدام است؟

مطلوبه!

۳٫۵ (۴)

۴٫۵ (۳)

۳ (۲)

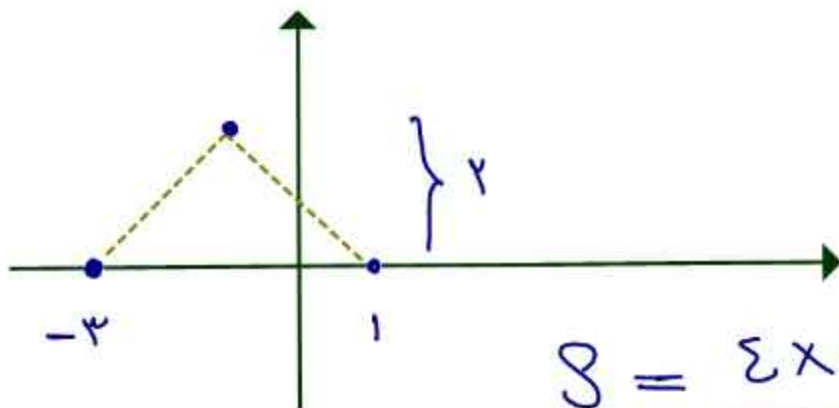
۴ (۱)

$$y = x + 3 = 0 \Rightarrow (-3, 0)$$

$$y = \frac{2x - 2}{a} = 0 \Rightarrow (1, 0)$$

قطره ها به هم می‌خورند $\Rightarrow \frac{2}{a} = -1 \Rightarrow a = -2$

$$\text{مرکز بیضی} \Rightarrow x + 3 = \frac{2x - 2}{-2} \Rightarrow -2x - 4 = 2x - 2 \Rightarrow (-1, 2)$$



$$S = \frac{\Sigma x \cdot y}{2} = 8$$

۱۳۶- در نقطه‌ای واقع در ناحیه چهارم، دایره C به مرکز (α, α) و شعاع ۴ با دایره $x^2 + y^2 - 2x - y = 1$ مماس درون است.

فاصله مرکز دایره C از مبدأ مختصات کدام است؟

متوسر!

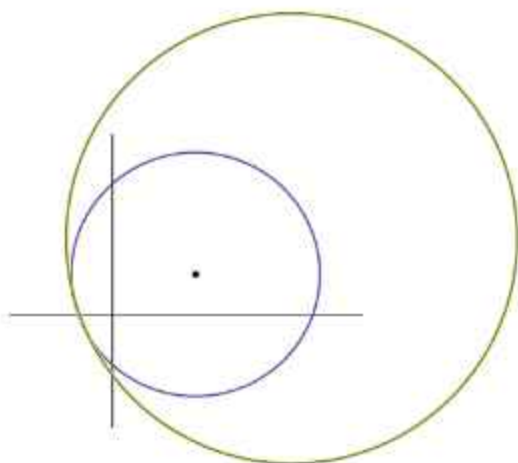
$2,5\sqrt{2}$ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

$0,5\sqrt{2}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

$$(x-1)^2 + (y-\frac{1}{2})^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \underbrace{(1, 0,5)}_{\text{مرکز}} \quad \underbrace{1,5}_r$$



فاصله (α, α) و $(1, 0,5)$

$$= |1 - 1,5| = 0,5$$

$$\sqrt{\underbrace{(x-1)^2}_{1,5^2} + \underbrace{(x-0,5)^2}_{2^2}} = 2,5$$

$$\Rightarrow x = 2,5 \Rightarrow (2,5, 2,5) = 2,5\sqrt{2}$$

فاصله از O

۱۳۷- به ازای چند مقدار طبیعی a ، عدد $\frac{1}{5}$ در بازه $\left[\frac{1}{3a+1}, \frac{1}{2a-3}\right)$ قرار دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

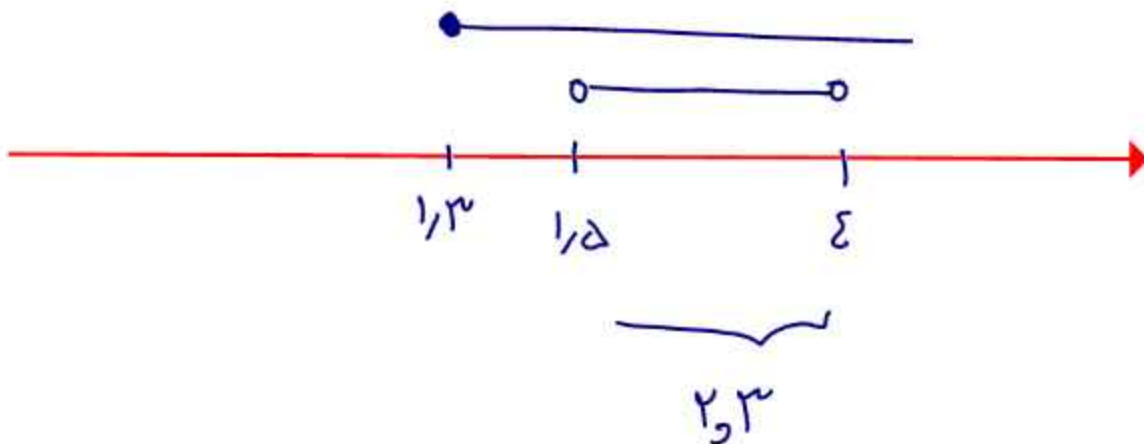
۱ (۱)

$$\frac{1}{3a+1} \geq \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{5-3a}{5(3a+1)} \geq 0$$

$$\Rightarrow a < \underbrace{-\frac{1}{3}}_{\text{طبیعی}}, \quad a \geq \frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{2a-3} < \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{5-2a}{5(2a-3)} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} < a < \frac{5}{2}$$



۱۳۸- میانگین جملات دنباله حسابی $a, 12, b, c, \dots, 172$ برابر ۸۷ است. مجموع جملات این دنباله کدام است؟

س) ۵

۱۶۵۳ (۴)

۱۵۶۶ (۳)

۱۴۷۹ (۲)

۱۳۹۲ (۱)

$$87 = \frac{172 + a}{2} \Rightarrow a = 2 \Rightarrow d = 10$$

$$2, 12, \dots, 172 \Rightarrow n = \frac{172 - 2}{10} + 1 = 18$$

$$S_n = \frac{18}{2} (2 + 172) = 18 \times 18 = \dots 2$$

۱۳۹- اگر -2 یکی از ریشه های معادله $x(3x^2 + x + a) = -2$ باشد، حاصل ضرب ریشه های این معادله کدام است؟

ساده

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\Rightarrow 3(4) + (-2) + a = 1 \Rightarrow a = -9$$

$$3x^3 + x^2 - 9x + 2 = 0$$

$$(x+2)(3x^2 + 2x + 1) = 0$$

$$\underbrace{\quad\quad\quad}_{x=-2} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{p=\frac{1}{3}}$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه ها} = \frac{-2}{3}$$

ساده

۱۴۰- اگر $a + \sqrt{b} - c = 6$ و $\sqrt{a + \sqrt{b}} + \sqrt{c} = 3$ باشد، حاصل $\log_2 c$ کدام است؟

(۴) -۲

(۳) -۱

(۲) ۱

(۱) ۲

$$\sqrt{c+4} + \sqrt{c} = 3$$

$$= 2 \quad \cancel{c+4} = 9 + \cancel{c} - 4\sqrt{c}$$

$$= 2 \quad c = \frac{1}{2}$$