

پاسخنامه تشریحی سوالات درس ریاضی کنکور تجربی - مرداد ماه ۱۴۰۵

دکتر سید محمد موسوی مؤلف کتاب سه سطحی ریاضی پایه تجربی

۱۱۱- رأس سهمی $y = -8x^2 + ax + 1$ و صفرهای آن، رئوس مثلثی با مساحت $\frac{27}{64}$ است. اگر بخش بزرگ تری از مساحت

مثلث در ناحیه دوم باشد، مقدار a کدام است؟

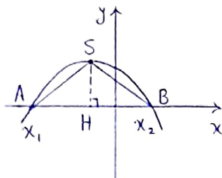
$-4\sqrt{2}$ (۴)

۲ (۳)

$4\sqrt{2}$ (۲)

-۲ (۱)

گزینه (۱) پاسخ تشریحی:



رأس سهمی: $S(\frac{a}{16}, \frac{32}{16})$ در سمت

مطلوب ABS ، داریم $AB = |x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{8}$ بنابراین

$$S_{ABS} = \frac{1}{2} AB \cdot SH = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{\Delta}}{8} \times \frac{\Delta}{32} = \frac{27}{64}$$

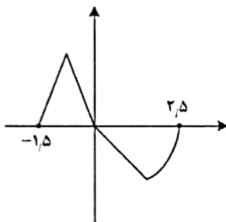
$$\Rightarrow \Delta \sqrt{\Delta} = 8 \times 27 \Rightarrow \Delta = 36$$

$$\Rightarrow a^2 + 32 = 36$$

$$\Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

طبق راه دوم رأس سهمی در ناحیه دوم است یعنی $a < 0$ بزرگ از اینجا $a = -2$.

۱۱۲- نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده و $g(x) = -f(x + \frac{1}{4})$ است. اگر $h = \frac{f}{g}$ باشد، دامنه h شامل چند عدد صحیح است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

گزینه (۳) پاسخ تشریحی:

طبق نمودار $D_f = [-1.5, 2.5]$ و چون $g(-2) = g(2) = 0$ لذا $D_g = [-2, 2]$

$$D_h = [-1.5, 2)$$

$$D_h = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\}$$

و اعداد صحیح در D_h عبارتند از $0, 1, 2$.

پاسخنامه تشریحی سوالات درس ریاضی کنکور تجربی - مرداد ماه ۱۴۰۵

دکتر سید محمد موسوی مؤلف کتاب سه سطحی ریاضی پایه تجربی

۱۱۳- هر کدام از ریشه‌های معادله‌ای ۰٫۵ واحد از یکی از ریشه‌های معادله $x^2 + ۱٫۳۵x - ۱٫۳ = ۰$ کمتر است. حاصل ضرب ریشه‌های آن معادله کدام است؟

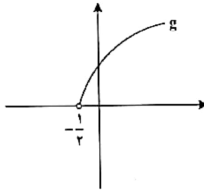
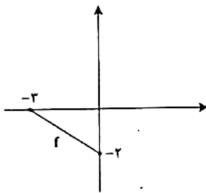
- (۱) $-۰٫۳۷۵$ (۲) $-۰٫۳$ (۳) $-۱٫۳$ (۴) $-۱٫۳۷۵$

گزینه ① پاسخ تشریحی:

از ریشه‌های معادله اول را x_1 و x_2 (ریشه‌های معادله دوم) عبارتند از $\alpha = x_1 - ۰٫۵$ و $\beta = x_2 - ۰٫۵$

$$\begin{aligned}\alpha\beta &= x_1x_2 - ۰٫۵(x_1 + x_2) + ۰٫۲۵ \\ &= -۱٫۳ - ۰٫۵x(-۱٫۳۵) + ۰٫۲۵ \\ &= -۰٫۳۷۵\end{aligned}$$

۱۱۴- نمودارهای توابع f و g به صورت زیر رسم شده‌اند. اگر بازه I دامنه $g \circ f(\frac{1}{2}x)$ باشد، طول بازه I کدام است؟



- (۱) ۰٫۵
(۲) ۱
(۳) ۱٫۵
(۴) ۳

گزینه ③ پاسخ تشریحی:

طبق نمودار توابع داریم $D_f = [-۳, ۰]$ و $D_g = (-\frac{1}{2}, +\infty)$. بنابراین دامنه $g \circ f(\frac{1}{2}x)$

اولاً باید $-\frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}x \leq ۰$ باشد که از آنجا $-۳ \leq x \leq ۰$ است و ثانیاً $-\frac{1}{2} < f(\frac{1}{2}x)$

و داریم معادله خط موجود در نمودار f عبارت است از $\frac{x}{-3} + \frac{y}{-2} = ۱$ و از آنجا $y = f(x) = -\frac{2}{3}x - ۲$

بنابراین $-\frac{1}{2} < f(\frac{1}{2}x) = -\frac{2}{3}(\frac{1}{2}x) - ۲$ و از آنجا $-\frac{9}{2} < x$ داریم. در نتیجه $I = [-۶, -۱٫۵)$

و از آنجا طول بازه I برابر با $۱٫۵ - (-۶) = ۱٫۵$ است.

پاسخنامه تشریحی سوالات درس ریاضی کنکور تجربی - مرداد ماه ۱۴۰۵

دکتر سید محمد موسوی مؤلف کتاب سه سطحی ریاضی پایه تجربی

۱۱۵- اگر $\sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x} = \frac{2}{\sqrt{y}}$ و x در ربع سوم باشد، حاصل $\sin x - \cos x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}\sqrt{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (۳) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}\sqrt{2}$

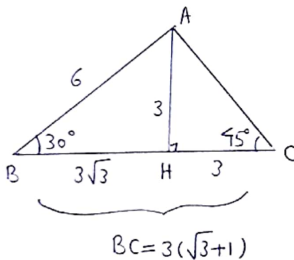
گزینه (۴) پاسخ تشریحی:

طبق رابطه داربستر، اولاً $\tan x \cot x = 1$ و لذا در اینجا $\sin x \cos x = \frac{1}{18}$ ثانیاً با به توان در رساندن طرفین
 و $\sin x \cos x = \frac{7}{18}$ به دست می آید $\frac{1}{\sin x \cos x} = \tan x + \cot x = 2 + \frac{1}{7} = \frac{18}{7}$ بنابراین $\sin x \cos x = \frac{7}{18}$
 از اینجا $(\sin x - \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x - 2\sin x \cos x = 1 - \frac{14}{18} = \frac{2}{9}$ و در نتیجه با به جذری به دست
 می آید $|\sin x - \cos x| = \frac{\sqrt{2}}{3}$ و از اینجا $\sin x - \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{3}$

۱۱۶- در مثلث ABC اندازه زوایای $\hat{A}CB$ و $\hat{ABC}$ به ترتیب ۴۵ و ۳۰ درجه است. اگر $AB = 6$ باشد، طول ضلع BC کدام است؟

- (۱) $3(1 + \sqrt{2})$ (۲) $3(1 + \sqrt{3})$ (۳) $4(1 + \sqrt{2})$ (۴) $4(1 + \sqrt{3})$

گزینه (۲) پاسخ تشریحی:



برای ارتفاع AH استفاده از $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ و $\sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ در نتیجه لازم طبق شکل به دست می آید.

باستخامه تشریحی سوالات درس ریاضی کنکور تجربی - مرداد ماه ۱۴۰۵

دکتر سید محمد موسوی مؤلف کتاب سه سطحی ریاضی پایه تجربی

۱۱۷- تابع $f(x) = -\frac{1}{4} \cos(\frac{3\pi}{4} + 3x)$ روی بازه $[a, 0]$ اکیداً نزولی است. کمترین مقدار a کدام است؟

$-\frac{\pi}{6}$ (۴)

$-\frac{\pi}{4}$ (۳)

$-\frac{\pi}{8}$ (۲)

$-\frac{\pi}{12}$ (۱)

گزینه (۴) پاسخ تشریحی: در راستی $\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = \sin \alpha$ بنابراین $f(x) = -\frac{1}{2} \sin 3x$ و نمودار f صورت زیر خواهد بود:

طبق نمودار $a = -\frac{\pi}{6}$.

۱۱۸- تعداد جواب‌های معادله $\sin(\pi + x) \cos(\frac{\pi}{4} + x) + 1 = 2 \sin(\pi - x)$ در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

گزینه (۲) پاسخ تشریحی:

در راستی $\sin(\pi + x) = -\sin x$ و $\cos(\frac{\pi}{2} + x) = -\sin x$ ، $\sin(\pi - x) = \sin x$

معادله در دسترس به صورت زیر خواهد بود

$$\sin^2 x - 2 \sin x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (\sin x - 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \sin x = 1$$

$$\Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

بنابراین جواب‌های معادله در دسترس در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ عبارتند از $\pm \frac{\pi}{2}$.

پاسخنامه تشریحی سوالات درس ریاضی کنکور تجربی - مرداد ماه ۱۴۰۵

دکتر سید محمد موسوی مؤلف کتاب سه سطحی ریاضی پایه تجربی

۱۱۹- حاصل $10^{-\log_2 10}$ کدام است؟

۰,۰۵ (۴)

۰,۲۵ (۳)

۰,۵ (۲)

۲,۵ (۱)

گزینه ① پاسخ تشریحی:

$$\begin{aligned} (0.25)^{1-\log_4 10} &= \left(\frac{1}{4}\right)^{1-\log_4 10} = \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{4}\right)^{-\log_4 10} \\ &= \frac{1}{4} \times 4^{\log_4 10} = \frac{1}{4} \times 10 = 2.5 \end{aligned}$$

۱۲۰- اگر اعداد a و b به داده‌های زیر اضافه شوند، چارک اول و سوم داده‌ها تغییر نمی‌کند. میانگین a و b کدام است؟

۴۵, ۱۲, ۱۵, ۲۳, ۱۴, ۱۶, ۲۴, ۱۸, ۴۲, ۲۵, ۱۰

۲۰ (۴)

۲۴ (۳)

۲۸ (۲)

۳۰ (۱)

گزینه ③ پاسخ تشریحی: داده‌ها را به صورت صعودی مرتب می‌کنیم.

۱۰, ۱۲, ۱۵, ۱۴, ۱۶, ۱۸, ۲۳, ۲۵, ۲۴, ۳۱, ۴۲, ۴۵
 Q_1 Q_2 Q_3

مسئله می‌تواند به صورت زیر درج شود. $Q_1 = 14$ و $Q_3 = 31$. تنها حالتی که چارک‌های اول و سوم دست‌نخورده باقی می‌مانند وقتی است که a و b برابر ۱۴ و ۳۱ باشند و از آنجا

$$\frac{a+b}{2} = \frac{14+31}{2} = \frac{45}{2} = 22.5$$

پاسخنامه تشریحی سوالات درس ریاضی کنکور تجربی - مرداد ماه ۱۴۰۵

دکتر سید محمد موسوی مؤلف کتاب سه سطحی ریاضی پایه تجربی

۱۲۱- نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x+a}$ در دو نقطه نمودار تابع وارونش را قطع می‌کند. اگر اختلاف طول این نقاط $2\sqrt{10}$ باشد.

کدام مورد می‌تواند مقدار a باشد؟ ($a \neq 0$)

۱۰ (۴)

۸ (۳)

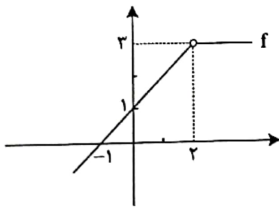
۶ (۲)

۲ (۱)

گزینه (۲) پاسخ تشریحی:

ضابطه وارون f به صورت $f^{-1}(x) = \frac{1-ax}{x}$ بدست می‌آید. از من مساوی $f(x_1) = f^{-1}(x_1)$ به مساوی درج نمودم
 $x^2 + ax - 1 = 0$ در این معادله دو ریشه داریم x_1, x_2 ریشه‌های این مساوی باشند آن گاه $|x_1 - x_2| = \sqrt{\Delta}$
 و از آنجا $\sqrt{\Delta} = 2\sqrt{10}$ در نتیجه $a^2 + 4 = 40$ و لذا $a = \pm 6$.

۱۲۲- نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3-f(x)}{x^2-4}$ کدام است؟



$-\frac{1}{4}$ (۱)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{1}{5}$ (۳)

$-\frac{1}{3}$ (۴)

گزینه (۱) پاسخ تشریحی:

طبق شکل داریم $f(x) = \begin{cases} 3 & x > 2 \\ x+1 & x < 2 \end{cases}$ بنابراین

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3-f(x)}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3-(x+1)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{(x-2)(x+2)} = -\frac{1}{4}$$

پاسخنامه تشریحی سوالات درس ریاضی کنکور تجربی - مرداد ماه ۱۴۰۵

دکتر سید محمد موسوی مولف کتاب سه سطحی ریاضی پایه تجربی

۱۲۳- اگر $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x - |x||}{x^2 + 2x} = a$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan(ax)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) $-\infty$ (۴) $+\infty$

گزینه (۲) پاسخ تشریحی:

داریم $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x - |x||}{x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2x}{x(x+2)} = -1$ بنابراین $a = -1$ و از آنجا

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan(ax) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan(-x) = - \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x = -(-\infty) = +\infty$

۱۲۴- تابع f با ضابطه $f(x) = 1 + \frac{2x}{a}$ است. اگر تابع $g(x) = \begin{cases} f(x) & x \geq -1 \\ f^{-1}(x) & x < -1 \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد و محور x را در

سمت مثبت محور قطع کند، مقدار $g(-1)$ کدام است؟

- (۱) -4 (۲) -1 (۳) 2 (۴) 3

گزینه (۳) پاسخ تشریحی:

لذری ضابطه f که تابع خطی است، ضابطه f^{-1} به صورت $f^{-1}(x) = \frac{a(x-1)}{2}$ بدست می آید.

بنابراین $g(x) = \begin{cases} 1 + \frac{2x}{a} & x \geq -1 \\ \frac{a(x-1)}{2} & x < -1 \end{cases}$ چون g در $\mathbb{R}$ پیوسته است لذا در $x = -1$

تغییرات درستی $-a = g(-1^-) = g(-1^+) = 1 - \frac{2}{a}$ و از آنجا معادله

$a^2 + a - 2 = 0$ بدست می آید. ریشه های عبارتند از $a = 1, -2$. چون g گزرها را در

مست محور x قطع می کند لذا $1 + \frac{2x}{a} = 0$ و از آنجا $x = -\frac{a}{2} < 0$ و از آنجا a منفی است

یعنی $a = -2$. بنابراین $g(-1) = 1 + \frac{2(-1)}{-2} = 2$

پاسخنامه تشریحی سوالات درس ریاضی کنکور تجربی - مرداد ماه ۱۴۰۵

دکتر سید محمد موسوی مولف کتاب سه سطحی ریاضی پایه تجربی

۱۲۵- اختلاف شیب نیم‌مماس‌های چپ و راست بر منحنی $y = |x^2 - 4|$ در $x = 2$ کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

گزینه (۱) پاسخ تشریحی:

در حالت ۲ داریم

$$y = \begin{cases} x^2 - 4 & x \geq 2 \\ 4 - x^2 & x < 2 \end{cases} \quad \text{و از اینجا}$$

$$y' = \begin{cases} 2x & x > 2 \\ -2x & x < 2 \end{cases} \quad \text{بنابراین}$$

$$y'_+(2) = 2 \times 2 = 4 \quad \text{شیب نیم‌مماس چپ}$$

$$y'_-(2) = -2 \times 2 = -4 \quad \text{شیب نیم‌مماس راست}$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف شیب} = 4 - (-4) = 8$$

۱۲۶- یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \frac{9t+3}{\sqrt{t}}$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه

$t = 1$ چند گرم است؟

۱٫۵ (۴)

۳ (۳)

۷٫۵ (۲)

۱۷ (۱)

گزینه (۳) پاسخ تشریحی:

در این آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t = 1$ ها $m'(1)$ داریم

$$m'(t) = \frac{9\sqrt{t} - \frac{1}{2\sqrt{t}}(9t+3)}{t}$$

$$\Rightarrow m'(1) = \frac{9 - \frac{1}{2}(9+3)}{1} = 3$$

پاسخنامه تشریحی سوالات درس ریاضی کنکور تجربی - مرداد ماه ۱۴۰۵

دکتر سید محمد موسوی مؤلف کتاب سه سطحی ریاضی پایه تجربی

۱۲۷- برای چند مقدار طبیعی a ، تابع $f(x) = |2x^2 - 9x + a|$ در بازه $[1, 4]$ دارای دو مینیمم نسبی است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

گزینه (۳) پاسخ تشریحی:

برای اینکه در بازه $[1, 4]$ دارای دو مینیمم نسبی باشد باید به سه صورت
در بازه $[1, 4]$ باشد که در این صورت نمودار $f(x)$ به صورت
دارای دو مینیمم نسبی است. بنابراین او Δ خارج از $[1, 4]$ مساوی
دو به دو فواید دارد یا در $[1, 4]$ هستند لذا $2 - 9 + a \geq 0$ و $32 - 36 + a \geq 0$ که نتیجه می شود $a \geq 7$.
از طرفی دایره مساوی در $[1, 4]$ است و از آنجا $81 - 8a > 0$ و نتیجه $a \leq 10$. بنابراین
 $7 \leq a \leq 10$. و در این بازه چهار عدد طبیعی ۷، ۸، ۹ و ۱۰ وجود دارد.

۱۲۸- خطی در نقطه (a, a) بر نمودار تابع $y = \sqrt{2-x}$ مماس شده و محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می کند.

مساحت مثلث OAB کدام است؟

۱٫۷۵ (۴)

۲٫۲۵ (۳)

۳٫۵ (۲)

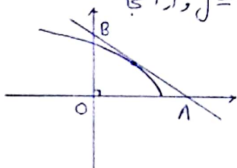
۴٫۵ (۱)

گزینه (۳) پاسخ تشریحی:

از حل مساوی $a = \sqrt{2-x}$ بدست می آوریم $a = 1$. بنابراین خط مماس از نقطه $(1, 1)$ بر
نمودار تابع $y = \sqrt{2-x}$ است. شیب خط مماس عبارت است از:

$$f'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{2-x}} \Big|_{x=1} = -\frac{1}{2}$$

بنابراین مساوی خط مماس یا ریشه عبارت است از $y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 1) + 1$ و از آنجا



$$x_A = 3 \text{ و } y_B = \frac{3}{2} \text{ بنابراین } S_{OAB} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 3 = \frac{9}{4} = 2.25$$

پاسخنامه تشریحی سوالات درس ریاضی کنکور تجربی - مرداد ماه ۱۴۰۵

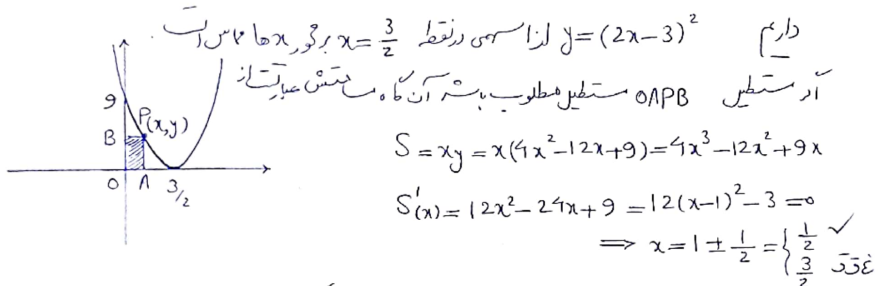
دکتر سید محمد موسوی مؤلف کتاب سه سطحی ریاضی پایه تجربی

۱۲۹- یک رأس مستطیلی واقع بر منحنی $y = 4x^2 - 12x + 9$ بوده و سه رأس دیگر، روی محورهای مختصات است. اگر

این مستطیل بین محورهای نمودار منحنی محاط باشد، بیشترین مساحت این مستطیل کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $3\sqrt{2}$

گزینه (۱) پاسخ تشریحی:



بفرض $x = \frac{1}{2}$ هر دو مقدار $S(x)$ (مساحت مستطیل) برابر می‌آید، برابر است با:

$$S\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \left(2 \times \frac{1}{2} - 3 \right)^2 = 2$$

۱۳۰- ۷ نفر در خط شروع یک مسابقه ایستاده‌اند. به چند طریق ممکن است ۳ نفری که اشتباه در خط شروع ایستاده‌اند،

مجاور هم باشند؟

- (۱) ۴۲ (۲) ۳۵ (۳) ۱۲ (۴) ۱۰

گزینه (۴) پاسخ تشریحی:

هیچ حالت برای انتخاب ۳ نفر نداریم و چون ۳ نفر در حالت وجود دارند پس ۳ نفر در حالت وجود دارند پس ۳ نفر

است، (استاده‌اند). مثلاً برای تفرات اول، دوم، سوم، ترتیب‌های (۱، ۲، ۳)، (۲، ۱، ۳)، (۳، ۱، ۲)، (۱، ۳، ۲)، (۲، ۳، ۱)، (۳، ۲، ۱) هستند. لذا جواب عبارت از:

$$5 \times 2 = 10$$

(2, 3, 1, 4, 5, 6, 7), (3, 1, 2, 4, 5, 6, 7), ...
سر جای خود استیضاح سر جای خود استیضاح

پاسخنامه تشریحی سؤالات درس ریاضی کنکور تجربی - مرداد ماه ۱۴۰۵

دکتر سید محمد موسوی مؤلف کتاب سه سطحی ریاضی پایه تجربی

۱۳۱- دو دانش آموز، هر کدام تابلوهایی با شماره‌های ۱ تا ۸ در اختیار دارند. هر کدام به تصادف یک تابلو را انتخاب کرده و به هم نشان می‌دهند. اگر عدد روی تابلوی یکی، مضرب دیگری باشد، هر دو برنده جایزه می‌شوند. چند درصد احتمال دارد که آنها برنده شوند؟

۷۲٫۵ (۴)

۵۰ (۳)

۶۲٫۵ (۲)

۴۰ (۱)

گزینه (۳) پاسخ تشریحی:

اولاً داریم $n(S) = 8 \times 8 = 64$. از طرفی بیش‌تر مطلوب عبارت از

$$A = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (1,7), (1,8), (2,1), (2,2), (2,4), (2,6), (2,8), (3,1), (3,3), (3,6), (4,1), (4,2), (4,4), (4,8), (5,1), (5,5), (6,1), (6,2), (6,3), (6,6), (7,1), (7,7), (8,1), (8,2), (8,4), (8,8)\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{32}{64} = \frac{1}{2} \Rightarrow 50\% \text{ درصد برابر}$$

۱۳۲- هر یک از اعداد ۱ تا ۹ روی یک کارت نوشته شده است. سه کارت به تصادف انتخاب می‌شود. با کدام احتمال هر سه عدد روی کارت فرد هستند به طوری که می‌دانیم مجموع آنها نیز فرد است؟

$\frac{1}{5}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

گزینه (۲) پاسخ تشریحی:

فرض می‌کنیم A بیش‌تر مد آن است که مجموع سه عدد، عدد فرد باشد، B بیش‌تر مد آن است که هر سه عدد فرد باشد. وقتی مجموع سه عدد فرد است، یا هر سه فرد باشند یا یکی فرد و دو زوج باشند.

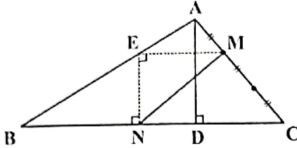
$$\text{بنابراین اولاً } B \subseteq A \text{ ثانیاً } n(B) = \binom{5}{3} = 10 \text{ و } n(A) = \binom{5}{3} + \binom{5}{1} \binom{4}{2} = 30$$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{n(B)}{n(A)} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

پاسخنامه تشریحی سوالات درس ریاضی کنکور تجربی - مرداد ماه ۱۴۰۵

دکتر سید محمد موسوی مؤلف کتاب سه سطحی ریاضی پایه تجربی

۱۳۳- در شکل زیر، $AD=6$ و $BC=9$ است. طول MN چقدر است؟



(۱) $3,5\sqrt{2}$

(۲) $3\sqrt{2}$

(۳) $4,5$

(۴) 5

گزینه (۴) پاسخ تشریحی:

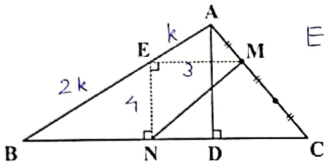
چون EN برهردی EM ، BC عمود است لذا $EM \parallel BC$

لذا طبق قضیه تالس $EN \parallel AD$ از طرفی $EM = \frac{1}{3}BC = 3$

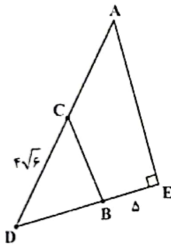
بنابراین طبق قضیه تالس در $\triangle ABD$ بدست می آوریم

$$\frac{EN}{AD} = \frac{2k}{3k} = \frac{2}{3} \Rightarrow EN = \frac{2}{3}AD = \frac{2}{3} \times 6 = 4$$

حال در مثل MNE طبق قضیه فیثاغورس خواهیم داشت: $MN=5$



۱۳۴- در شکل زیر، $BC=BD$ و B روی نیمساز زاویه A قرار دارد. طول BD چند برابر طول ارتفاع وارد بر DC است؟



(۱) $1,2$

(۲) $1,3$

(۳) $1,4$

(۴) $1,5$

گزینه (۳) پاسخ تشریحی:

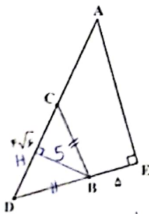
می دانیم ماسه ه نقطه روی نیمساز زاویه از اضلاع آن زاویه است لذا

$BH=BE=5$ از طرفی مثل BCD متساوی الساقین بوده و

BH ارتفاع دارد بر ماسه پس یعنی DC است. لذا BH میانه بوده و

$$DH = \frac{\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{6}$$

$$BD^2 = BH^2 + DH^2 = 25 + 24 = 49 \Rightarrow BD = 7$$



پاسخنامه تشریحی سوالات درس ریاضی کنکور تجربی - مرداد ماه ۱۴۰۵

دکتر سید محمد موسوی مؤلف کتاب سه سطحی ریاضی پایه تجربی

۱۳۵- قطرهای یک بیضی روی خطوط $y = x + 3$ و $y = -2x - 2$ قرار دارند. اگر مرکز بیضی و محل برخورد قطرهای بیضی با محور x ها، رئوس یک مثلث باشند، مساحت این مثلث کدام است؟

۳,۵ (۴)

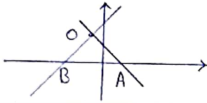
۴,۵ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

گزینه (۱) پاسخ تشریحی:

چون قطرهای بیضی برهم خوردند از این جهت مرکز بیضی وارون هم اند و از آنجا $a = -2$. همچنین مرکز بیضی محل تلاقی قطرهای بیضی است لذا مختصات مرکز بیضی از حل دستگاه $\begin{cases} y = x + 3 \\ y = -2x + 1 \end{cases}$ بدست می آید که عبارت از $O(-1, 2)$ و از تلاقی این خطوط با محور x ها نقاط $A(1, 0)$ و $B(-3, 0)$ بدست می آید و از آنجا



$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} (1 - (-3)) \times 2 = 4$$

۱۳۶- در نقطه‌ای واقع در ناحیه چهارم، دایره C به مرکز (α, α) و شعاع ۴ با دایره $x^2 + y^2 - 2x - y = 1$ مماس درون است.

فاصله مرکز دایره C از مبدأ مختصات کدام است؟

۲,۵√۲ (۴)

۲√۲ (۳)

۰,۵√۲ (۲)

√۲ (۱)

گزینه (۴) پاسخ تشریحی:

مسائل را در $x^2 + y^2 - 2x - y = 1$ به صورت معارف $(x-1)^2 + (y-\frac{1}{2})^2 = \frac{9}{4}$

نوشته می شود مرکز دایره C برآب $(1, \frac{1}{2})$ و $(\frac{3}{2}, 1)$

شرط مماس بودن عبارت از طول خط المراس = اختلاف شعاع ها

$$\Rightarrow 4 - \frac{3}{2} = \sqrt{(\alpha-1)^2 + (\alpha-\frac{1}{2})^2} \Rightarrow 4\alpha^2 - 6\alpha - 10 = 0$$

$$\Rightarrow (2\alpha - 5)(2\alpha + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 5/2 \checkmark \\ \alpha = -1/2 \text{ غلط} \end{cases}$$

به ازای $\alpha = -1/2$ نقطه تماس در ناحیه اول می افتد لذا $\alpha = 5/2$ و از آنجا جواب عبارت از $2,5\sqrt{2}$

پاسخنامه تشریحی سوالات درس ریاضی کنکور تجربی - مرداد ماه ۱۴۰۵
دکتر سید محمد موسوی مؤلف کتاب سه سطحی ریاضی پایه تجربی

۱۳۷- به ازای چند مقدار طبیعی a ، عدد $\frac{1}{5}$ در بازه $\left[\frac{1}{3a+1}, \frac{1}{2a-3} \right)$ قرار دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

گزینه (۲) پاسخ تشریحی:

باید داشته باشیم $\frac{1}{3a+1} < \frac{1}{5} < \frac{1}{2a-3}$ چون a باید طبیعی باشد لذا $\frac{1}{3a+1} > 0$ و
از آنجا داریم $3a+1 < 5 < 2a-3$ با حل این نامساویها داریم:
 $\frac{4}{3} \leq a < 9$ و در این بازه فقط اعداد طبیعی ۲ و ۳ قرار دارند.

۱۳۸- میانگین جملات دنباله حسابی $a, 12, b, c, \dots, 172$ برابر ۸۷ است. مجموع جملات این دنباله کدام است؟

۱۶۵۳ (۴)

۱۵۶۶ (۳)

۱۴۷۹ (۲)

۱۳۹۲ (۱)

گزینه (۲) پاسخ تشریحی:

در داریم جمع n جمله اول دنباله حسابی عبارت از:

$$\frac{a + 12 + b + c + \dots + 172}{n} = \frac{n \left(\frac{a + 172}{2} \right)}{n} = 87 \quad \text{بنابراین}$$

$$a = 2 \quad \text{و در نتیجه} \quad (d = 12 - 2 = 10)$$

$$n = \frac{172 - 2}{10} + 1 = 18$$

$$S_{18} = 18 \times \frac{2 + 172}{2} = 18 \times 87 = 1566 \quad \text{لذا}$$

پاسخنامه تشریحی سوالات درس ریاضی کنکور تجربی - مرداد ماه ۱۴۰۵

دکتر سید محمد موسوی مؤلف کتاب سه سطحی ریاضی پایه تجربی

۱۳۹- اگر -2 یکی از ریشه‌های معادله $x(3x^2 + x + a) = -2$ باشد، حاصل ضرب ریشه‌های این معادله کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$-\frac{2}{3}$ (۲)

$-\frac{3}{4}$ (۱)

گزینه (۲) پاسخ تشریحی:

با جایگذاری $x = -2$ در معادله داریم بدست می‌آوریم $a = -9$. بنابراین معادله داریم

به صورت $3x^3 + x^2 - 9x + 2 = 0$ تبدیل می‌کنیم طرف چپ به صورت

$(x+2)(3x^2 - 5x + 1) = 0$ حاصل ضرب ریشه‌های معادله $3x^2 - 5x + 1 = 0$ برابر $\frac{1}{3}$ است

بنابراین حاصل ضرب ریشه‌های معادله اصلی برابر است با $(-2) \times \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$.

۱۴۰- اگر $a + \sqrt{b} - c = 6$ و $\sqrt{a + \sqrt{b}} + \sqrt{c} = 3$ باشد، حاصل $\log_2 c$ کدام است؟

-2 (۴)

-1 (۳)

1 (۲)

2 (۱)

گزینه (۴) پاسخ تشریحی:

داریم $(\sqrt{a + \sqrt{b}} + \sqrt{c})(\sqrt{a + \sqrt{b}} - \sqrt{c}) = a + \sqrt{b} - c = 6$ لذا

$\sqrt{a + \sqrt{b}} - \sqrt{c} = 2$ (از آنجا) $\sqrt{c} = \frac{1}{2}$ یا $c = \frac{1}{4}$ بدست می‌آید. بنابراین

$\log_2 c = \log_2 \frac{1}{4} = \log_2 2^{-2} = -2$