



آزمون شماره ۳
۳ مهر ۱۴۰۵
پایه دوازدهم
رشته ریاضی فیزیک

دفترچه شماره ۱ از ۲

مدت پاسخگویی: ۶۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۳۵

نام درس	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	طراحان (به ترتیب حروف الفبا)
حسابان	۱۵	۱	۱۵	۲۹ دقیقه	حسین شفیع زاده علیرضا نداف زاده
هندسه	۱۰	۱۶	۲۵	۱۸ دقیقه	علیرضا فعلی صبا مهدوی
گسسته و آمار	۱۰	۲۶	۳۵	۱۸ دقیقه	علیرضا شریف خطیبی علی اصغر شریفی نیما مهندس محمد رضا میبیدی

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.



@Hellischool_12

Telegram: @konkur_in

۱- اگر چندجمله‌ای $f(x) = x^6 + 3x^3 + mx - 2$ بر $x - 1$ بخش‌پذیر باشد، باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x+1)$ بر $x+2$ کدام است؟

(۲) -۳

(۱) ۳

(۴) -۲

(۳) ۲

۲- توابع $f = \{(2, 3), (5, a), (4, 1), (3, 1)\}$ و $g(x) = \sqrt{9+x^2}$ مفروض هستند. اگر تابع f نزولی و $(g \circ f)(b) = 4$ باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

(۲) $5 - \sqrt{7}$ (۱) $5 + \sqrt{7}$

(۴) ۱۰

(۳) ۲

۳- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x + 3$ را ابتدا ۳ واحد به سمت راست انتقال داده و سپس نسبت به مبدأ مختصات قرینه می‌کنیم. نمودار حاصل، خط $y = 4x - 7$ را در نقاطی با کدام طول قطع می‌کند؟

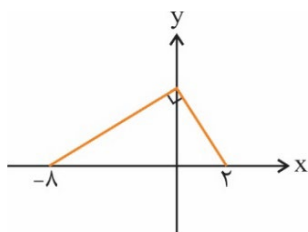
(۲) ۱ و ۱۱

(۱) -۱ و -۱۱

(۴) ۱ و ۱۱

(۳) ۱ و -۱۱

۴- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع $y = 2f(1 - \frac{x}{2})$ و محور x کدام است؟



(۱) ۴۰

(۲) ۸۰

(۳) ۱۲۰

(۴) ۱۶۰

۵- اگر $f(x) = x + \sqrt{x+2}$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $f(2x+1) \geq f(3x-1)$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) بیشتر از ۳

(۳) ۳

۶- اگر تابع f با ضابطه $f(x) = ax^2 + (a+2)x$ روی بازه $(-2, 1)$ یکنوا نباشد، حاصل $\left\lfloor \frac{2}{|a|} \right\rfloor$ کدام نمی‌تواند باشد؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۳

(۳) ۲

محاسبات

۷- دامنه تابع $y = 2f\left(\frac{a+x}{3}\right)$ بازه $[-2, 2]$ و دامنه تابع $y = -f\left(\frac{x-3}{2}\right)$ بازه $[2, b]$ است. مقدار ab کدام است؟

(۱) $\frac{7}{3}$ (۲) $\frac{14}{3}$

(۳) $\frac{7}{5}$ (۴) $\frac{14}{5}$

۸- حاصل عبارت $A = \frac{x^3 - 3\sqrt[3]{7}x^2 + 3\sqrt[3]{49}x - 6}{x^3 + 3\sqrt[3]{5}x^2 + 3\sqrt[3]{25}x + 3}$ به ازای $x = \sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{5}$ کدام است؟

(۱) $0/8$ (۲) $0/6$

(۳) $-0/8$ (۴) $-0/6$

۹- معادله درجه دومی که ریشه‌های آن از دو برابر ریشه‌های معادله $3x^2 - x - 1 = 0$ یک واحد بیشتر است، کدام است؟

(۱) $3x^2 - 8x - 3 = 0$ (۲) $3x^2 - 8x + 1 = 0$

(۳) $x^2 - 8x - 3 = 0$ (۴) $3x^2 + 8x + 3 = 0$

۱۰- معادله $\frac{1}{\sqrt{2-x}+2} + \frac{1}{\sqrt{2-x}-2} = \frac{\sqrt{2-x}}{3}$ چند جواب حقیقی و متمایز دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

۱۱- اختلاف جواب‌های معادله $x^2 + 2|x-1| = 5$ کدام است؟

(۱) $3\sqrt{3}$ (۲) $3\sqrt{2}$

(۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۱۲- محل‌های برخورد نمودار تابع $y = -2x^2 - x + 4$ با محورهای مختصات، رئوس یک مثلث را تشکیل می‌دهند. مساحت این

مثلث کدام است؟

(۱) $\sqrt{33}$ (۲) ۵

(۳) $\frac{\sqrt{33}}{2}$ (۴) $\frac{13}{2}$

محاسبات

۱۳- اگر مجموعه جواب نامعادله $\frac{ax+1}{3x-1} \geq 1$ به صورت $(b, 2)$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

(۲) ۲

(۱) $\frac{7}{3}$

(۴) $\frac{5}{3}$

(۳) -۱

۱۴- اگر $f(x) = 1 + \sqrt{x+1}$ باشد، برد تابع $g(x) = f^{-1}(x) + 2(f \circ f^{-1})(x)$ کدام است؟

(۲) $[\frac{1}{4}, +\infty)$

(۱) $[0, +\infty)$

(۴) $[1, +\infty)$

(۳) $[1, 4]$

۱۵- تابع f با ضابطه $f(x) = x + \sqrt{x+1}$ مفروض است. اگر $f \circ f(a) = a$ باشد، معادله $x^2 + [x] = a$ چند جواب حقیقی دارد؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۳

(۳) ۲

۱۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، درایه سطر اول و ستون سوم ماتریس A^3 کدام است؟

(۲) ۷۸

(۱) ۷۶

(۴) ۸۴

(۳) ۸۲

۱۷- اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} mx+y=3 \\ x+my=3 \end{cases}$ فاقد جواب باشد، دستگاه $\begin{cases} x+my=2 \\ x+y=1 \end{cases}$ چند جواب دارد؟

(۴) بیشتر از دو

(۳) دو

(۲) یک

(۱) صفر

۱۸- برای ماتریس وارون پذیر A ، می دانیم $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ است. اگر $A^2 = \alpha A + \beta I$ باشد، مقدار $\alpha + \beta$ کدام است؟

(۲) -۳

(۱) -۴

(۴) صفر

(۳) -۲

محاسبات

۱۹- برای ماتریس‌های هم‌مرتبه و وارون‌پذیر A و B ، اگر $|A| = 3$ و $|A + 3I| = 4$ باشد، حاصل $|B^{-1}AB + 3I|$ کدام است؟

(۱) -۴

(۳) -۲

۲۰- ماتریس مربعی A از مرتبه ۳ مفروض است. اگر $A^3 = -A^2 - A - I$ باشد، آنگاه $|A|$ کدام است؟

(۱) ۱

(۳) ۱ یا -۱

۲۱- ماتریس‌های وارون‌پذیر A و B مفروض‌اند. اگر ماتریس A با وارونش برابر باشد، ماتریس حاصل $(B^{-1}AB)^{97}$ کدام است؟

(۱) $2I$

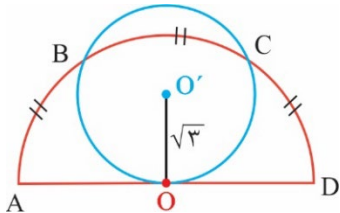
(۳) I

۲۲- برای دو ماتریس مربعی و هم‌مرتبه A و B ، اگر $A + B = 3I$ و $AB = 4I$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $(2AB - BA)^2$ برابر ماتریس کدام گزینه است؟

(۱) $2(AB + BA)$

(۳) $AB + 4I$

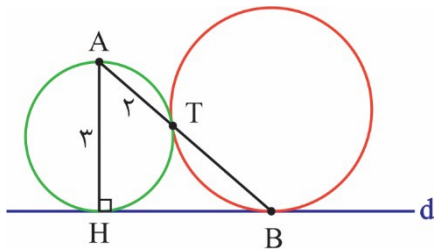
۲۳- در شکل زیر نیم‌دایره‌ای به مرکز O مفروض است. دایره‌ای به مرکز O' را در نقطه O بر قطر نیم‌دایره مماس می‌کنیم به طوری که آن را در نقاط B و C قطع کند. اگر $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$ و $OO' = \sqrt{3}$ باشد، طول شعاع نیم‌دایره کدام است؟



(۱) ۳

(۳) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

۲۴- مطابق شکل زیر، دو دایره در نقطه T برهم مماس هستند. اگر $AT = 2$ و $AH = 3$ باشد، طول پاره خط BT کدام است؟ (خط d بر هر دو دایره مماس شده است.)



(۱) $2/25$

(۲) $2/5$

(۳) $2/75$

(۴) ۳

محاسبات

۲۵- دایره‌ای به شعاع ۴ واحد در داخل مثلث متساوی‌الساقینی محاط شده است. دایره‌ای به شعاع ۱ واحد را بر دایره قبلی و ساق‌های مثلث مماس می‌کنیم. اندازه قاعده مثلث کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۲۶- برای اثبات حکم «حاصل ضرب ۳ عدد صحیح متوالی همواره مضرب ۳ است»، از کدام گزاره منطقی زیر استفاده می‌کنیم؟

- (۱) $(p \wedge q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$ (۲) $(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$
(۳) $(p \wedge q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$ (۴) $(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$

۲۷- به ازای چند عدد صحیح n ، حاصل عبارت $\frac{3n+19}{2n+1}$ عددی صحیح است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۲۸- به ازای چند مقدار طبیعی کمتر از ۱۰۱ برای n ، عبارت $\frac{n^2(n+1)^2}{9}$ برابر عددی زوج می‌شود؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۶۵ (۳) ۶۶ (۴) ۶۷

۲۹- چند عدد طبیعی مانند b وجود دارد، به طوری که باقی‌مانده تقسیم عدد ۳۷۰ بر آن‌ها برابر ۱۰ باشد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۲۴

۳۰- اگر $(a, b) = d$ و $(a^2, b^2) - (-2a, 2b) = 15$ باشد، حاصل $(d-2)a^3, (d-2)b^3$ کدام است؟

- (۱) ۱۲۵ (۲) ۲۵۰ (۳) ۳۷۵ (۴) ۶۲۵

۳۱- اگر برای اعداد صحیح m و n داشته باشیم $4|5n+11$ و $60 + (m-25)n + 25n^2$ ، باقی‌مانده تقسیم $[2m-11, 4m]$ بر عدد ۱۱ چند مقدار متمایز می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محاسبات

۳۲- کدام یک از گزاره‌های زیر، هم‌ارز منطقی با گزاره مرکب $p \Leftrightarrow \sim q$ است؟

(۱) $(\sim p \wedge q) \vee (\sim q \wedge p)$ (۲) $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

(۳) $(p \vee q) \wedge (\sim p \wedge \sim q)$ (۴) $p \Leftrightarrow q$

۳۳- اگر $A = \{x \in \mathbb{Z}, |x| \leq 3\}$ دامنۀ متغیر گزاره‌های سوری زیر باشد، ارزش کدام گزاره سوری درست است؟

(۱) $\forall x \in A, x^2 > 0$ (۲) $\exists x \in A, |x - 3| > 6$

(۳) $\exists x \in A, 5x^2 + x = 1$ (۴) $\forall x \in A, x^2 + x \geq 0$

۳۴- مجموعه‌های $A = \{3k + 2 | k \in \mathbb{Z}\}$ ، $B = \{2k + 1 | k \in \mathbb{Z}\}$ و $C = \{5k + 3 | k \in \mathbb{Z}\}$ مفروض‌اند. مجموعه

$(A - (B - C)) - ((A - B) - C)$ با کدام گزینه برابر است؟

(۱) $\emptyset$ (۲) $\{6k + 5 | k \in \mathbb{Z}\}$

(۳) $\{10k + 3 | k \in \mathbb{Z}\}$ (۴) $\{15k + 8 | k \in \mathbb{Z}\}$

۳۵- اگر $A \cap B = \{1, 2\}$ و $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ باشد، درباره تعداد اعضای مجموعه $(A \times B) \cup (B \times A)$

کدام گزاره زیر درست است؟

(۱) حداقل ۶۸ عضو دارد. (۲) حداکثر ۶۸ عضو دارد.

(۳) حداقل ۹۶ عضو دارد. (۴) حداکثر ۳۶ عضو دارد.



آزمون شماره ۳
۳ مهر ۱۴۰۵
پایه دوازدهم
رشته ریاضی فیزیک

دفترچه شماره ۲ از ۲

مدت پاسخگویی: ۶۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

نام درس	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	طراحان (به ترتیب حروف الفبا)
فیزیک	۲۵	۳۶	۶۰	۴۰ دقیقه	محمدجواد حیدری پوریا دیارکجوری ابوالفضل علیدوست علی گندمی
شیمی	۲۰	۶۱	۸۰	۲۵ دقیقه	حسن ایزدی مسعود خوشطینت محمدرضا زهره‌وند سیدصمد صفوی حسین نصراله‌ی

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۳۶- متحرکی که با سرعت ثابت روی محور x حرکت می کند، در $t_1 = 2s$ از نقطه $x_1 = 18m$ و در لحظه $t_2 = 10s$ از نقطه

$x_2 = -6m$ عبور می کند. در ۱۰ ثانیه اول حرکت، چند ثانیه بردار مکان متحرک در جهت محور x بوده است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۴

(۴) بردار مکان همواره خلاف جهت محور x بوده است.

۳۷- دو متحرک A و B با سرعت ثابت، در مسیر مستقیمی با یکدیگر مسابقه می دهند. سرعت متحرک A ، $2 \frac{m}{s}$ از سرعت متحرک

B بیش تر است و $10s$ زودتر به خط پایان می رسد. اگر بیشترین فاصله دو متحرک در طول مسیر ۶۰ متر باشد، مسیر مسابقه چند متر است؟

(۱) ۲۴۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۳۲۰ (۴) ۳۶۰

۳۸- متحرکی روی مسیر مستقیم با شتاب ثابت شروع به حرکت می کند. اگر جابه جایی متحرک در $2s$ آخر حرکت ۸ برابر جابجایی آن در $2s$ اول حرکت باشد، زمان کل حرکت چند ثانیه است؟

(۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۵

۳۹- معادله مکان-زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^2 - 8t + 11$ است. بعد از لحظه $t = 0s$ ، چند ثانیه فاصله متحرک تا مبدأ محور، کوچک تر یا برابر ۴ متر است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۴۰- متحرکی با سرعت $20 \frac{m}{s}$ روی خط راست در حرکت است. در مسیر حرکت، پلی به طول ۱۸ متر قرار دارد. هنگامی که متحرک

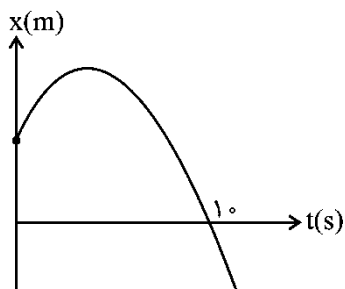
به فاصله ۳۲ متری ابتدای پل می رسد، حرکت خود را با شتاب ثابت $4 \frac{m}{s^2}$ کند می کند تا متوقف شود. از لحظه ترمز تا توقف کامل،

متحرک چند ثانیه روی پل بوده است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۱- نمودار مکان-زمان متحرکی که در امتداد محور x با شتاب ثابت حرکت می کند، مطابق شکل است. اگر تندی متوسط در ۱۰

ثانیه اول حرکت، $\frac{29}{20}$ اندازه سرعت متوسط در همین مدت باشد، چند ثانیه از حرکت کندشونده است؟



(۱) ۸ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۷

۴۲- متحرک A از حال سکون به حرکت در می آید. ۵ ثانیه با شتاب ثابت $\frac{m}{s^2}$ حرکت کرده و ۵ ثانیه دوم را با شتاب ثابت $\frac{m}{s^2}$ به حرکت خود ادامه می دهد تا به مقصد برسد. متحرک B همزمان با متحرک A از حال سکون با شتاب ثابت a، مسیر متحرک A را طی می کند؛ a چند متر بر مجذور ثانیه باشد تا دو متحرک همزمان به مقصد برسند؟

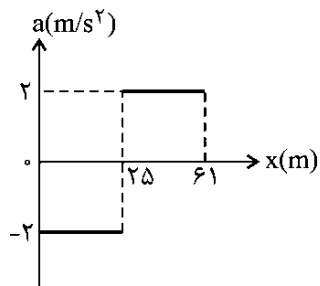
(۲) ۳

(۱) ۲٫۵

(۴) ۳٫۶

(۳) ۳٫۲

۴۳- نمودار شتاب-مکان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل مقابل است. اگر متحرک در لحظه $t=0$ s از مبدأ



مکان با سرعت $10 \frac{m}{s}$ عبور کند، سرعت آن در مکان $x=6m$ چند متر بر ثانیه است؟

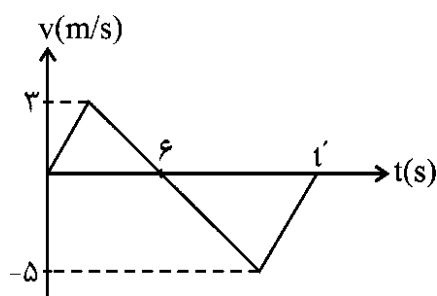
(۲) ۱۲

(۱) ۲۲

(۴) ۳۲

(۳) ۸

۴۴- نمودار سرعت-زمان اتومبیلی به صورت زیر است. تندی متوسط اتومبیل در مدتی که در خلاف جهت محور x حرکت می کند چند برابر تندی متوسط آن در مدتی است که در جهت محور x حرکت می کند؟

(۱) $\frac{18}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) به مقدار t' بستگی دارد.

۴۵- در تست تصادف یک خودرو در کارخانه خودروسازی، خودروی تحت آزمایش از حال سکون با شتابی ثابت شروع به حرکت می کند و پس از طی کردن مسیری به یک مانع بتنی برخورد می کند. اگر در هنگام برخورد سرعت خودرو $90 \frac{m}{s}$ و ۴۰ متر عقب تر

از مانع بتنی $70 \frac{m}{s}$ باشد، شتاب حرکت خودرو چند متر بر مجذور ثانیه است؟

(۲) ۸۰

(۱) ۶۰

(۴) ۲۰

(۳) ۴۰

۴۶- تویی را از بالای یک ساختمان بدون سرعت اولیه رها می کنیم. جابه جایی آن در سه ثانیه دوم چند متر بیشتر از جابه جایی آن در چهار ثانیه اول است؟ ($g=10 \frac{m}{s^2}$)

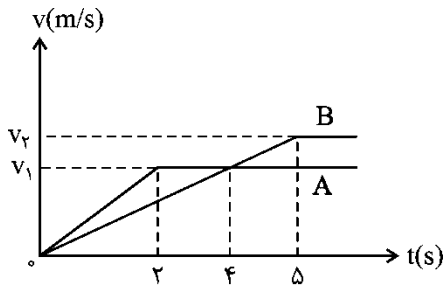
(۲) ۴۵

(۱) ۳۵

(۴) ۵۵

(۳) ۲۰

۴۷- نمودار سرعت-زمان دو خودروی A و B که هم‌زمان از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر این دو خودرو در لحظه t' از کنار هم عبور کنند، t' در SI کدام است؟



(۱) ۶

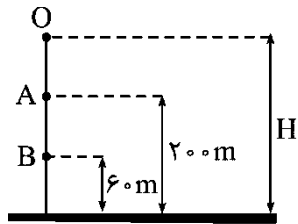
(۲) ۸٫۵

(۳) ۱۲٫۵

(۴) ۱۳

۴۸- مطابق شکل مقابل و در شرایط خلأ، گلوله‌ای از نقطه O و از حال سکون رها می‌شود و دو ثانیه طول می‌کشد تا فاصله بین دو

نقطه A و B را طی کند. H چند متر است؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$)



(۱) ۳۰۰

(۲) ۳۳۰

(۳) ۳۶۰

(۴) ۳۸۰

۴۹- سطح مقطع یک ظرف استوانه‌ای ۵۰ cm^2 است و در آن تا ارتفاع ۲۰ cm آب ریخته‌ایم. روی این آب چند گرم روغن بریزیم

تا فشار حاصل از این دو مایع در کف ظرف برابر $۳٫۵ \text{ kPa}$ شود؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$, $\rho_{\text{روغن}} = ۰٫۷ \frac{g}{\text{cm}^3}$, $\rho_{\text{آب}} = ۱ \frac{g}{\text{cm}^3}$)

(۱) ۷۵۰

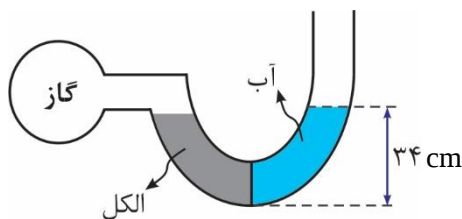
(۲) ۵۰۰

(۳) ۲۵۰

(۴) ۱۳۵۰

۵۰- مطابق شکل زیر درون لوله U شکلی که به یک مخزن گاز متصل است حجم مساوی از آب و الکل قرار دارد. فشار پیمانه‌ای

مخزن گاز چند میلی‌متر جیوه است؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$, $\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳٫۶ \frac{g}{\text{cm}^3}$, $\rho_{\text{آب}} = ۱ \frac{g}{\text{cm}^3}$, $\rho_{\text{الکل}} = ۰٫۸ \frac{g}{\text{cm}^3}$)



(۱) ۲٫۵

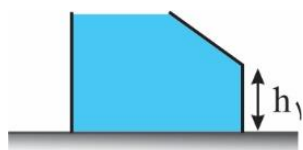
(۲) ۲٫۲۵

(۳) ۵

(۴) ۴٫۵

۵۱- در ظرفی مطابق شکل زیر مقداری آب تا ارتفاع h_1 می‌ریزیم. در این صورت نیروی وارد بر کف ظرف از طرف آب،.....

وزن آب است. اگر آب به درون ظرف اضافه کنیم تا ظرف به طور کامل پر شود، در این صورت نیروی وارد بر کف ظرف از طرف آب..... وزن آب است.



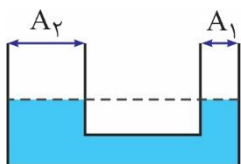
(۱) برابر- کمتر از

(۲) کمتر- برابر با

(۳) کمتر- بیشتر از

(۴) برابر- بیشتر از

۵۲- مطابق شکل زیر، سطح آزاد آب در دو لوله یکسان است. اگر در لوله سمت چپ تا ارتفاع 10cm از مایعی به چگالی $\frac{6}{3}\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ اضافه کنیم، آب در لوله سمت راست چند سانتی متر نسبت به حالت اول بالا می‌رود؟ (مایع و آب مخلوط نمی‌شوند و $A_2 = 2A_1$)



$$(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

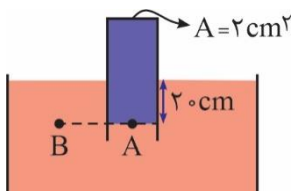
(۱) ۲

(۲) ۶

(۳) ۴

(۴) ۳

۵۳- در شکل زیر اگر چگالی مایع درون ظرف $2.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ باشد اندازه نیروی وارد از طرف گاز محبوس در لوله بر سطح مقطع انتهای



$$(P_0 = 10^5 \text{ Pa}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

(۱) ۲۱

(۲) ۱۰.۵

(۳) ۱۹

(۴) ۹.۵

۵۴- در عمق ۵ سانتی متری مایعی، فشار 101 کیلوپاسکال است. اگر فشار هوا در محیط 99 کیلوپاسکال باشد، آنگاه فشار در عمق

$$20 \text{ سانتی متری مایع چند کیلوپاسکال است؟ } (g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

(۱) ۱۰۶

(۲) ۱۰۷

(۳) ۱۰۸

(۴) ۱۰۹

۵۵- یک قطعه فلز به جرم 2kg و گرمای ویژه $400 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ و دمای اولیه 320°C را در داخل 5kg آب با گرمای ویژه $4000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$

و دمای اولیه 20°C می‌اندازیم. اگر دمای تعادل مجموعه 30°C شود، چند ژول گرما از مجموعه خارج شده است؟

(۱) ۳۲۰۰۰

(۲) ۲۰۰۰۰

(۳) ۴۸۰۰۰

(۴) ۸۰۰۰

۵۶- طول دو لوله فلزی با ضریب انبساط طولی $\alpha_1 = 4.5 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ و $\alpha_2 = 10.5 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ در دمای صفر درجه سلسیوس

برابر 200 متر است. در چه دمایی بر حسب درجه سلسیوس اختلاف طول آن‌ها 6cm می‌شود؟

(۱) ۲۰۰

(۲) ۱۵۰

(۳) ۱۰۰

(۴) ۵۰

۵۷- درون ظرفی به ضریب انبساط طولی $\frac{1}{K} \times 10^{-5}$ و حجم داخلی ۴ لیتر به مقدار $\frac{3}{6}$ لیتر از مایعی با ضریب انبساط حجمی

$\frac{1}{K} \times 10^{-4}$ ریخته شده است و دمای آن‌ها ۱۰۰ درجه سلسیوس افزایش می‌یابد. در نهایت چند سانتی‌متر مکعب از فضای ظرف خالی می‌ماند؟

۴۴۶ (۲)

۳۲۸ (۱)

۱۴۸ (۴)

۲۱۵ (۳)

۵۸- در ظرفی مسی به جرم ۴ kg مقدار ۰٫۸ kg آب موجود است. این ظرف را توسط یک گرمکن الکتریکی گرم می‌کنیم. دمای

مجموعه با آهنگ $6 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{min}}$ بالا می‌رود. توان دستگاه گرمکن چند وات است؟ $(C_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}, C_{\text{مس}} = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}})$

۳۵۲ (۲)

۳۱۲ (۱)

۳۹۱ (۴)

۳۳۶ (۳)

۵۹- اختلاف عددهای یک دما در مقیاس سلسیوس و فارنهایت برابر ۴۰ است. اعداد این دما در مقیاس‌های کلونین و فارنهایت چند درجه با یکدیگر اختلاف دارند؟

۲۳۳ (۲)

۲۵۳ (۱)

۲۲۳ (۴)

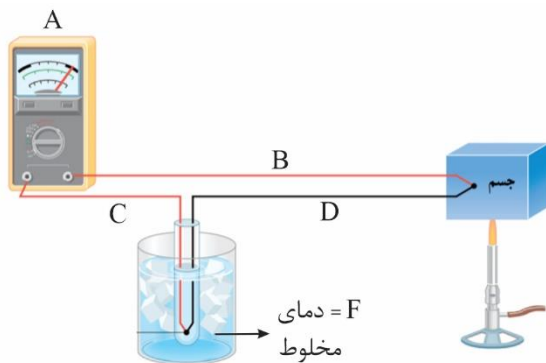
۲۶۳ (۳)

۶۰- چه تعداد از گزاره‌های زیر با توجه به شکل نادرست می‌باشند؟

الف) طرح مقابل، دماسنج ترموکوپل را نشان می‌دهد که جزء دماسنج‌های معیار است.

ب) سیم‌های B و D هم‌جنس هستند.

ج) F برابر دمای محیط است تا تغییرات آن به صورت دقیق قابل محاسبه باشد.



۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۶۱- به ۲۰ میلی لیتر محلول فورمیک اسید با $\text{pH} = 5$ ، ۲/۳ گرم فورمیک اسید خالص اضافه کرده و آن را حل می کنیم. کدام نتیجه گیری زیر درست است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۱) pH محلول جدید ۱/۷ واحد افزایش می یابد.

(۲) رسانایی الکتریکی محلول و ثابت یونش اسید، افزایش می یابد.

(۳) غلظت یون هیدرونیوم و درجه یونش اسید در محلول جدید افزایش می یابد.

(۴) $[\text{HCOOH}]$ یونیده نشده از $[\text{H}_3\text{O}^+]$ درون محلول، بیشتر افزایش می یابد.

۶۲- مقدار ۱۰۰ میلی لیتر از محلول دو اسید HX و HY با غلظت و دمای برابر مطابق شکل زیر موجود است. کدام گزینه در مورد این دو

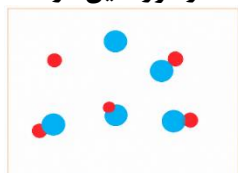
اسید درست است؟

(۱) pH دو محلول با هم ۰/۳ اختلاف دارند.

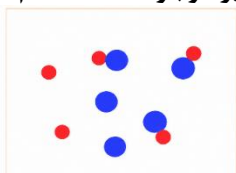
(۲) درجه یونش و ثابت یونش HY دوبرابر HX است.

(۳) ظرف HX و HY به ترتیب می توانند حاوی HF و HCN باشد.

(۴) اگر هر یک از دو اسید با مقدار برابری Mg واکنش دهند، در ظرف HY مقدار گاز H_2 بیشتری تولید می شود.



HX



HY

۶۳- داخل یک لیتر آب و در ظرف های جداگانه، مقدار ۱ mol از مواد زیر را می ریزیم. چه تعداد از این مواد در آب الکترولیت قوی هستند و رسانایی الکتریکی بالایی ایجاد می کنند؟

$\text{NH}_3, \text{SO}_3, \text{HBr}, \text{BaO}, \text{HNO}_3, \text{KNO}_3, \text{HCOOH}, \text{AgCl}, \text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$

(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) ۵

(۳) ۴

۶۴- به ظرفی که دارای ۲۰ لیتر محلول لیتیم هیدروکسید با $\text{pH} = 12/3$ است، مقدار ۰/۸ مول لیتیم وارد می کنیم. pH محلول جدید کدام است؟ ($\log(2) = 0/3, \log(3) = 0/5$)

(۲) ۱۲/۸

(۱) ۱۲/۶

(۴) ۱۳/۳

(۳) ۱۳/۱

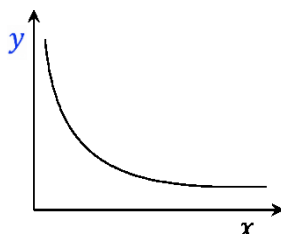
۶۵- با توجه به نمودار زیر، در کدام گزینه x و y درست بیان شده اند؟

(۱) K_w و دما

(۲) $[\text{H}^+]$ و $[\text{OH}^-]$

(۳) pH و pOH

(۴) pH و $[\text{H}^+]$



۶۶- با توجه به ویژگی بیان شده در هر گزینه، کدام مقایسه درست است؟

(۱) غلظت یون در آب دریا: $[\text{Fe}^{2+}] > [\text{Mg}^{2+}]$

(۲) شیب نمودار امید به زندگی در : کشورهای کم برخوردار > کشورهای برخوردار

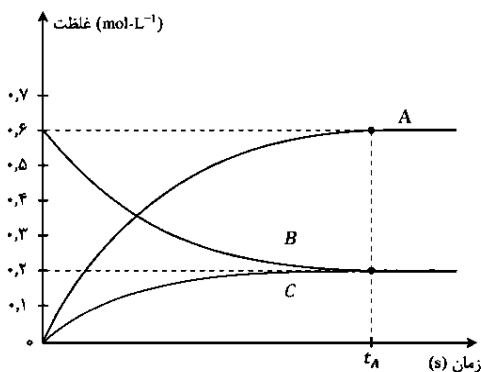
(۳) جرم رسوب حاصل از واکنش صابون با : 20g یون منیزیم = 20g یون کلسیم

(۴) جرم یک مول شوینده ۱۸ کربنی با کاتیون مشترک : غیرصابونی < صابونی

۶۷- در کدام یک از واکنش‌های زیر رسانایی الکتریکی محلول پس از واکنش افزایش می‌یابد؟

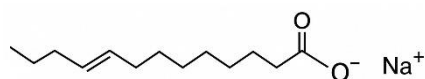
- (۱) محلول نقره‌نیترات با محلول سدیم کلرید
- (۲) محلول هیدروکلریک اسید با فلز روی (Zn)
- (۳) محلول پتاسیم‌نیترات با محلول سدیم کلرید
- (۴) انحلال کربن‌دی‌اکسید در محلول گلوکز و آب

۶۸- واکنش تعادلی $2\text{NH}_3(\text{g}) \rightleftharpoons \text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g})$ با ورود مقداری گاز آمونیاک به یک ظرف دربسته آغاز می‌شود. کدام یک از عبارت‌های زیر در رابطه با تعادل ایجاد شده نادرست است؟



- (۱) روند تغییر غلظت گونه‌های شرکت‌کننده در واکنش می‌تواند به صورت مقابل باشد.
- (۲) پس از برقراری تعادل، سرعت متوسط تولید و مصرف گاز N_2 با هم برابر می‌شود.
- (۳) در لحظه برقراری تعادل، سرعت متوسط مصرف گازهای H_2 و N_2 با یکدیگر برابر است.
- (۴) سرعت تولید گاز H_2 در حالت تعادل، کمتر از سرعت تولید این گاز در ابتدای آزمایش است.

۶۹- ۵/۵ گرم از پاک‌کننده صابونی زیر را با مقدار کافی محلول کلسیم کلرید وارد واکنش می‌کنیم. جرم رسوب تولید شده در این فرایند، برابر با چند گرم است؟ (بازده درصدی واکنش را ۴۰٪ در نظر بگیرید.) ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Ca} = 40 \text{ g.mol}^{-1}$)



- (۱) ۴۵/۴
- (۲) ۲۳/۱
- (۳) ۵۶/۷۵
- (۴) ۱۱۳/۵

۷۰- محلول آبی چه تعداد از مواد زیر رنگ کاغذ pH را قرمز می‌کند و در محلول آبی آن‌ها، افزون بر یون‌های آب پوشیده، شمار زیادی از مولکول‌های آن‌ها نیز وجود دارد؟

اتانول - نیترواسید - سدیم‌اکسید - اتیل‌آمین - فورمیک‌اسید - آمونیاک - هیدروژن یدید

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ۱ (۱) | ۲ (۲) | ۳ (۳) | ۴ (۴) |
|-------|-------|-------|-------|

۷۱- کدام موارد زیر درست هستند؟

(الف) اوره در ساختار خود گروه عاملی آمینی دارد.

(ب) روغن زیتون در ساختار خود ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی و ۱۷۲ جفت الکترون پیوندی دارد.

(پ) نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی در وازلین به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در اوره برابر ۱۹ است.

(ت) نیروی بین مولکولی در اتیلن گلیکول از نوع واندروالسی است، اما با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.

- | | |
|-----------|---------|
| (۱) الف-پ | (۲) ب-ت |
| (۳) الف-ت | (۴) ب-پ |

۷۲- در نمونه‌ای از عصاره گوجه‌فرنگی، غلظت یون هیدرونیوم 4×10^{-6} برابر غلظت یون هیدروکسید است و pH نمونه‌ای از آب سیب برابر با ۴/۷ است. لگاریتم نسبت غلظت یون هیدروکسید در عصاره گوجه‌فرنگی به غلظت این یون در آب سیب کدام است؟

(۱) ۰/۱

(۲) ۰/۵

(۳) -۰/۳

(۴) -۱

۷۳- کدام یک از موارد زیر درباره پودر لوله‌بازکن که مخلوطی از Al و NaOH است، نادرست است؟ (واکنش موازنه نشده است).



(۱) گاز هیدروژن تولید شده با ایجاد فشار به پاک‌کنندگی کمک می‌کند.

(۲) این واکنش گرماده است و گرمای تولیدشده، فرآیند پاک‌کنندگی را تسریع می‌کند.

(۳) پس از موازنه، مجموع ضرایب فرآورده‌ها ۵ واحد از مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها کمتر است.

(۴) ۱۳۴ گرم از پودر در واکنش با آب، ۱۳۴/۴ لیتر گاز هیدروژن در شرایط STP تولید می‌کند.

۷۴- با توجه به اطلاعات داده‌شده، نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است؟ ($\text{N} = 14, \text{O} = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)

a: pH ۳۰۰ میلی‌لیتر محلول آبی حاوی ۳/۲۴ گرم N_2O_5

b: pH ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول آبی حاوی ۰/۱ مول هیدروژن‌برمید

(۲) $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{7}{5}$ (۴) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{5}{2}$

۷۵- در ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول از اسید HX با غلظت ۰/۲ مول بر لیتر ($K_a = 2 \times 10^{-5}$) چند مول ذره (به غیر از مولکول‌های آب) وجود دارد؟ ($\text{HX} = 50 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۱) ۰/۰۰۰۸

(۲) ۰/۰۰۴

(۳) ۰/۰۴۰۴

(۴) ۰/۲۰۲

۷۶- کدام یک از موارد زیر درست است؟

(الف) پخش نور در ژله بیشتر از مخلوط اوره در اتیلن گلیکول است.

(ب) پایداری مخلوط آب و روغن و صابون بیشتر از رنگ‌های پوششی است.

(پ) پایداری مخلوط روغن زیتون در هگزان کمتر از مس (II) سولفات در آب است.

(ت) اندازه ذره‌های سازنده در شربت معده بزرگ‌تر از مخلوط صابون، هگزان و آب است.

(۱) الف و پ

(۲) الف و ت

(۳) ب و پ

(۴) ب و ت

۷۷- اگر باز BOH ، درجه یونش $\alpha = 0.2$ و ثابت یونش $K_b = 0.05$ داشته باشد، pH محلول آن کدام است؟

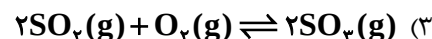
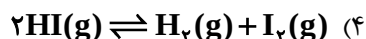
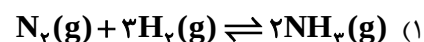
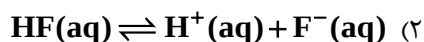
(۱) ۱۳/۳

(۲) ۱۳/۴

(۳) ۱۳/۷

(۴) ۱۳

۷۸- در کدام واکنش زیر، مقدار ثابت تعادل می تواند برابر $2.3 \times 10^{-4} \text{ L}^2 \cdot \text{mol}^{-2}$ باشد؟



۷۹- کدام گزینه درست است؟

(۱) در صابون مراغه، یون های فسفات مانع از رسوب صابون می شود.

(۲) RCOONa در آب سخت حل نمی شود و قدرت پاک کنندگی ندارد.

(۳) نسبت آنیون به کاتیون در پاک کننده صابونی و غیر صابونی یکسان است.

(۴) با افزودن صابون حاصل از واکنش چربی با نمک های فلزهای قلیایی خاکی دوره سوم و چهارم به آب، کلونید ایجاد می شود.

۸۰- از واکنش 0.6 مول کلسیم هیدروکسید و 0.4 مول پتاسیم فسفات در مقدار کافی آب، چند مول یون محلول تولید می شود؟

(۱) ۱/۴

(۲) ۰/۶

(۳) ۲/۴

(۴) ۱/۲



آزمون شماره ۳

۳ مهر ۱۴۰۵

پایه دوازدهم

رشته ریاضی فیزیک

پاسخ تشریحی آزمون

صاحب امتیاز: دبیرستان علامه حلی (۱) تهران

مدیر گروه: پوریا دیار کجوری

ناظر محتوایی: نیما مهندس

نام درس	حسابان	هندسه	گسسته	فیزیک	شیمی
طراحان	حسین شفیع زاده علیرضا نداف زاده	علیرضا فعلی صبا مهدوی	علیرضا شریف خطیبی علی اصغر شریفی نیما مهندس محمدرضا میبیدی	محمدجواد حیدری پوریا دیار کجوری ابوالفضل علیدوست علی گندمی	حسن ایزدی مسعود خوش طینت محمدرضا زهرهوند سید صمد صفوی حسین نصرالهی
مسئول درس	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل	رادین حیدر	امیررضا جدیدی
ناظر علمی	حسین شفیع زاده	علیرضا فعلی	علیرضا فعلی	ابوالفضل علیدوست	سیدصمد صفوی علی فرزاد تبار
ویراستاران	محمدامین مستعان	محمدپارسا ترکمان مهدی خراسانی محمدامین مستعان	محمدپارسا ترکمان مهدی خراسانی محمدامین مستعان	محمد شاهراه نجیب امیرحسین قرقانی پرهام قاسمی	منیب نظری

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.



@Helli1_12

Telegram: @konkur_in

درجه دشواری: ساده

مبحث: تقسیم و بخش پذیری

۱- گزینه ۴

از آن جا که چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x-1$ بخش پذیر است، $f(1)=0$ بوده و داریم:

$$f(1)=1+3+m-2=0 \Rightarrow m=-2 \Rightarrow f(x)=x^4+3x^3-2x-2$$

حالا اگر فرض کنیم $g(x)=f(x+1)$ ، برای به دست آوردن باقی مانده تقسیم $g(x)$ بر $x+2$ ، کافی است $g(-2)$ را به دست آوریم:

$$R=g(-2)=f(-2+1)=f(-1)=1-3+2-2=-2$$

تست: به ازای یک مقدار a ، چندجمله‌ای $P(x)=2x^4+ax^3+2x^2-3x$ ، بر $2x-1$ بخش پذیر است. در این حالت باقی مانده $P(x)$ بر $x+2$ ، کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

-۸ (۲)

-۱۰ (۱)

مرجع: کنکور سراسری ریاضی و فیزیک- خارج از کشور ۱۳۹۹

گزینه «۱»

درجه دشواری: ساده

مبحث: ترکیب توابع + یکنوایی

۲- گزینه ۲

باتوجه به اینکه تابع f نزولی است، آن را به صورت $f=\{(2,3), (3,1), (4,1), (5,a)\}$ می توان بازنویسی کرد و نتیجه می گیریم که $a \leq 1$ است.

همچنین باتوجه به فرض $(gof)(b)=4$ داریم:

$$g(f(b))=4 \Rightarrow \sqrt{9+f(b)^2}=4 \Rightarrow f(b)^2=7 \Rightarrow \begin{cases} f(b)=\sqrt{7} \\ f(b)=-\sqrt{7} \end{cases}$$

باتوجه به تابع f و اینکه $a \leq 1$ است، نتیجه می گیریم که:

$$\begin{cases} f(b)=a=-\sqrt{7} \\ b=5 \end{cases} \Rightarrow a+b=5-\sqrt{7}$$

درجه دشواری: متوسط

مبحث: تبدیلات توابع

۳- گزینه ۱

ضابطه تابع تبدیل یافته f را قدم به قدم محاسبه می کنیم:

$$y_1=f(x) \xrightarrow{\text{واحد انتقال به راست}} y_2=f(x-3) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدأ مختصات}} y_3=-f(-x-3)$$

$$\Rightarrow y_3=-((-x-3)^2-2(-x-3)+3)=-x^2-8x-18$$

حالا نمودار حاصل را با خط $y=4x-7$ تقاطع داده و طول نقاط برخورد را به دست می آوریم:

$$-x^2-8x-18=4x-7 \Rightarrow x^2+12x+11=0 \Rightarrow (x+1)(x+11)=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=-11 \end{cases}$$

درجه دشواری: متوسط

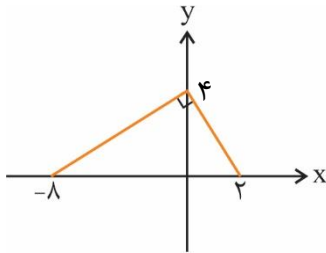
مبحث: تبدیلات توابع

۴- گزینه ۲

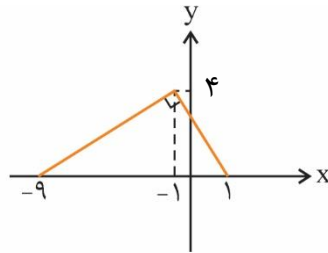
نمودار تابع f از دو خط عمود بر هم تشکیل شده است، بنابراین حاصل ضرب شیب خطوط برابر -1 می باشد. اگر عرض نقطه برخورد دو خط را b فرض کنیم، داریم:

$$\begin{cases} m_1=\frac{b}{8} \\ m_2=\frac{-b}{2} \end{cases} \xrightarrow{m_1 m_2 = -1} \frac{b}{8} \times \left(\frac{-b}{2}\right) = -1 \Rightarrow b^2 = 16 \xrightarrow{b > 0} b = 4$$

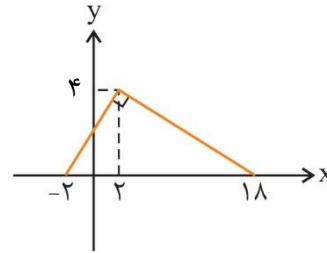
حالا برای به دست آوردن مساحت ناحیه مطلوب، دو راه پیش رو داریم:
راه (۱) نمودار تابع تبدیل یافته را به دست آورده و مساحت را محاسبه می کنیم.



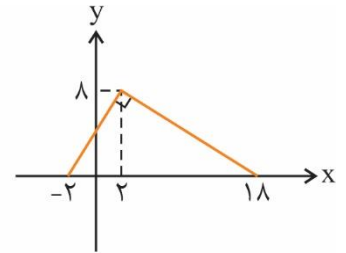
$$y_1 = f(x)$$



$$y_2 = f(1+x)$$



$$y_3 = f(1 - \frac{x}{2})$$



$$y_4 = 2f(1 - \frac{x}{2})$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} \times (18 - (-2)) \times 8 = \frac{1}{2} \times 20 \times 8 = 80$$

راه (۲) تنها تبدیل که باعث تغییر ابعاد مثلث (و در نتیجه تغییر مساحت آن) می شود، تبدیل $x \rightarrow \frac{x}{2}$ می باشد که باعث دو برابر شدن طول

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{طول قاعده ثانویه} \rightarrow 20 : \text{طول قاعده اولیه} \rightarrow 10 \\ \text{طول ارتفاع ثانویه} \rightarrow 8 : \text{طول ارتفاع اولیه} \rightarrow 4 \end{array} \right. \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 20 \times 8 = 80$$

قاعده و ارتفاع مثلث می شود. بنابراین:

درجه دشواری: متوسط

مبحث: یکنوایی

۵- گزینه ۳

دامنه تابع f شامل مقادیری از x است که به ازای آن ها، عبارت زیر رادیکال نامنفی می شود، یعنی:

$$x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \Rightarrow D_f : [-2, +\infty)$$

تابع $g(x) = x$ و $h(x) = \sqrt{x+2}$ توابعی صعودی بوده و در نتیجه تابع f که حاصل از جمع این دو تابع می باشد نیز تابعی صعودی است.

حالا نامعادله مطلوب سوال را حل می کنیم:

$$1) f(2x+1) \geq f(3x-1) \xrightarrow{\text{صعودی}} 2x+1 \geq 3x-1 \Rightarrow x \leq 2 \quad (1)$$

$$2) \text{ شرط دامنه: } \begin{cases} 2x+1 \geq -2 \Rightarrow x \geq \frac{-3}{2} \quad (2) \\ 3x-1 \geq -2 \Rightarrow x \geq \frac{-1}{3} \quad (3) \end{cases}$$

از اشتراک بازه های (۱)، (۲) و (۳)، مجموعه جواب نامعادله به صورت $\frac{-1}{3} \leq x \leq 2$ به دست می آید که شامل سه مقدار صحیح ۰، ۱ و ۲ می باشد.

تست: تابع f اکیداً صعودی و دامنه آن، مجموعه ای از مقادیر مثبت است. اگر $f(m^2 - 4m + 4) < f(2m^2 - 9m - 2)$ باشد، m دارای چند مقدار صحیح است؟

۴ (۶)

۳ (۵)

۲ (۲)

۱ (۱)

مرجع: کنکور سراسری ریاضی و فیزیک- نوبت دوم- خارج از کشور ۱۴۰۲

گزینه «۱»

برای اینکه سهمی f در بازه $(-2, 1)$ یکنوا نباشد، راس سهمی باید در این بازه قرار بگیرد، پس:

$$x_s = -\frac{a+2}{2a} \xrightarrow{-2 < x_s < 1} -2 < -\frac{a+2}{2a} < 1 \Rightarrow \begin{cases} 1) \frac{a+2}{2a} - 2 < 0 \Rightarrow \frac{2-3a}{2a} < 0 \Rightarrow a \in (-\infty, 0) \cup (\frac{2}{3}, +\infty) & (1) \\ 2) \frac{a+2}{2a} + 1 > 0 \Rightarrow \frac{3a+2}{2a} > 0 \Rightarrow a \in (-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (0, +\infty) & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} a \in (-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (\frac{2}{3}, +\infty) \Rightarrow |a| > \frac{2}{3} \Rightarrow 0 < \frac{2}{|a|} < 3$$

از نامساوی به دست آمده نتیجه می گیریم که $\left[\frac{2}{|a|} \right]$ می تواند مقادیر ۰، ۱ و ۲ را اختیار کند.

تست: اگر بزرگ ترین بازه ای که نمودار تابع $y = -5x^2 + ax - 8$ در آن اکیداً صعودی است، بازه $[-\infty, 2/5]$ باشد، عرض رأس سهمی کدام است؟

۲۴/۷۵ (۴)

۲۳/۲۵ (۳)

۱۴/۲۵ (۲)

۱۳/۷۵ (۱)

مرجع: کنکور سراسری ریاضی و فیزیک- نوبت دوم- داخل ۱۴۰۳

گزینه «۳»

برای تابع اول صورت سوال، باتوجه به بازه مجاز X داریم:

$$-2 \leq x \leq 2 \Rightarrow \frac{a-2}{3} \leq \frac{a+x}{3} \leq \frac{a+2}{3}$$

از نامساوی به دست آمده مشخص است که ورودی تابع f باید در بازه $[\frac{a-2}{3}, \frac{a+2}{3}]$ قرار بگیرد. حالا برای تابع دوم صورت سوال داریم:

$$\frac{a-2}{3} \leq \frac{x-3}{2} \leq \frac{a+2}{3} \Rightarrow \frac{2a-4}{3} + 3 \leq x \leq \frac{2a+4}{3} + 3 \Rightarrow \frac{2a+5}{3} \leq x \leq \frac{2a+13}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{تناظر با بازه } [2, b]} \begin{cases} 1) \frac{2a+5}{3} = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \\ 2) \frac{2a+13}{3} = b \xrightarrow{a=\frac{1}{2}} b = \frac{14}{3} \end{cases} \Rightarrow ab = \frac{1}{2} \times \frac{14}{3} = \frac{7}{3}$$

باتوجه به اتحادهای مکعب دوجمله ای، عبارت صورت سوال را ساده و محاسبه می کنیم:

$$\begin{cases} (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \end{cases} \Rightarrow A = \frac{(x-\sqrt[3]{7})^3 + 7 - 6}{(x+\sqrt[3]{5})^3 - 5 + 3} = \frac{(x-\sqrt[3]{7})^3 + 1}{(x+\sqrt[3]{5})^3 - 2}$$

$$\xrightarrow{x=\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{5}} A = \frac{(\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{7})^3 + 1}{(\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{5})^3 - 2} = \frac{-5+1}{7-2} = \frac{-4}{5} = -0.8$$

تست: مقدار عبارت گویای $A = \frac{x^3 - 3\sqrt{2}x^2 + 3\sqrt{4}x - 1}{x^3 - 3\sqrt{3}x^2 + 3\sqrt{9}x}$ به ازای $x = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}$ کدام است؟

۰/۸ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۴ (۲)

۰/۲ (۱)

مرجع: کنکور سراسری ریاضی و فیزیک- داخل ۱۴۰۵

گزینه «۴»

۹- گزینه ۲

درجه دشواری: متوسط

مبحث: معادله درجه دوم + روابط بین ریشه‌ها

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{1}{3} \\ P = \alpha\beta = \frac{-1}{3} \end{cases}$$

ریشه‌های معادله $3x^2 - x - 1 = 0$ را α و β فرض می‌کنیم؛ داریم:

حالا اگر ریشه‌های معادله جدید را x_1 و x_2 فرض کنیم، داریم:

$$\begin{cases} x_1 = 2\alpha + 1 \\ x_2 = 2\beta + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S' = x_1 + x_2 = (2\alpha + 1) + (2\beta + 1) = 2(\alpha + \beta) + 2 = 2 \times \frac{1}{3} + 2 = \frac{8}{3} \\ P' = x_1 x_2 = (2\alpha + 1)(2\beta + 1) = 4\alpha\beta + 2(\alpha + \beta) + 1 = 4 \times \left(\frac{-1}{3}\right) + 2 \times \frac{1}{3} + 1 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{1}{3} = 0 \xrightarrow{\times 3} 3x^2 - 8x + 1 = 0$$

معادله جدید باید به فرم $x^2 - S'x + P' = 0$ باشد، یعنی:

تست: هر کدام از ریشه‌های معادله‌ای 0.5 واحد از یکی از ریشه‌های معادله $x^2 + 1/35x - 1/3 = 0$ کمتر است. حاصل ضرب ریشه‌های آن معادله کدام است؟

-۱,۳۷۵ (۴)

-۱,۳ (۳)

-۰,۳ (۲)

-۰,۳۷۵ (۱)

مرجع: کنکور سراسری- علوم تجربی- داخل ۱۴۰۵

گزینه «۱»

۱۰- گزینه ۳

درجه دشواری: ساده

مبحث: معادلات گنگ و گویا

$$\frac{\sqrt{2-x} - 2 + \sqrt{2-x} + 2}{(\sqrt{2-x} + 2)(\sqrt{2-x} - 2)} = \frac{\sqrt{2-x}}{3} \Rightarrow \frac{2\sqrt{2-x}}{2-x-4} = \frac{\sqrt{2-x}}{3}$$

اگر در سمت چپ معادله مخرج مشترک بگیریم، داریم:

واضح است که $x = 2$ یکی از ریشه‌های معادله است (به ازای آن، صورت هر دو کسر صفر می‌شود). حالا عبارت $\sqrt{2-x}$ را از طرفین معادله ساده می‌کنیم:

$$\frac{2}{-2-x} = \frac{1}{3} \Rightarrow 2 \times 3 = 1 \times (-2-x) \Rightarrow x = -8$$

بنابراین معادله مذکور، دو جواب قابل قبول $x = 2$ و $x = -8$ را دارد.

تست: معادله $\frac{1}{\sqrt{2-x}+2} - \frac{1}{2-\sqrt{2-x}} = \frac{2-x}{5\sqrt{2-x}}$ چند ریشه مثبت دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

مرجع: کنکور سراسری- علوم تجربی- خارج از کشور ۱۴۰۱

گزینه «۱»

باتوجه به وجود قدرمطلق در معادله مذکور، آن را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

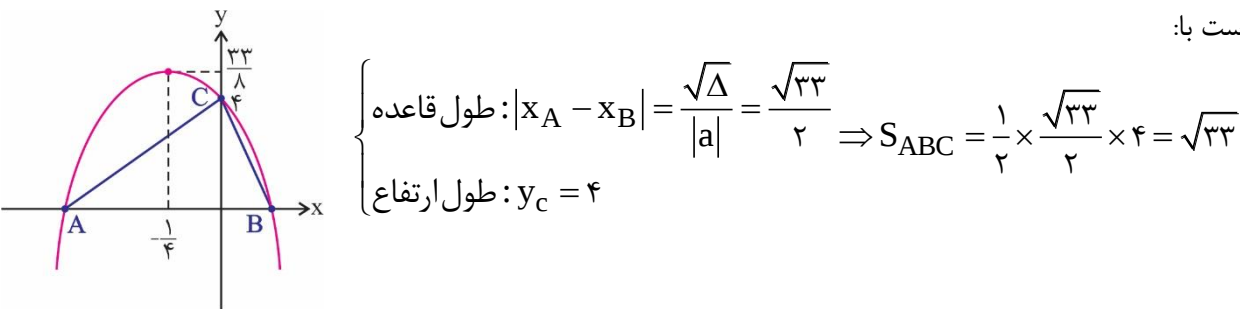
$$\begin{cases} ۱) x < ۱ \Rightarrow x^2 + 2(1-x) = ۵ \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \xrightarrow{x < 1} x_1 = -1 \\ ۲) x \geq 1 \Rightarrow x^2 + 2(x-1) = ۵ \Rightarrow x^2 + 2x - 7 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{32}}{2} \xrightarrow{x \geq 1} x_2 = -1 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

بنابراین معادله دارای دو ریشه ۱- و $-1 + 2\sqrt{2}$ بوده که اختلافشان برابر $2\sqrt{2}$ می‌باشد.

مختصات راس و عرض از مبدأ تابع مذکور را به دست آورده و نمودار تابع را رسم می‌کنیم:

$$\begin{cases} x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{-4} \Rightarrow y_s = f\left(\frac{-1}{4}\right) = -2 \times \frac{1}{16} + \frac{1}{4} + 4 = \frac{33}{8} \Rightarrow \text{راس سهمی: } S\left(\frac{-1}{4}, \frac{33}{8}\right) \\ C(0, 4): \text{عرض از مبدأ سهمی} \end{cases}$$

مطابق نمودار، مثلث به دست آمده (ABC) ، دارای قاعده‌ای به طول AB (اختلاف ریشه‌ها) و ارتفاعی به طول عرض از مبدأ تابع می‌باشد. در نتیجه مساحت مثلث برابر است با:



تست: رأس سهمی $y = -8x^2 + ax + 1$ و صفرهای آن، رئوس مثلثی با مساحت $\frac{27}{64}$ است. اگر بخش بزرگ‌تری از مساحت مثلث

در ناحیه دوم باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) -۲ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $-4\sqrt{2}$

گزینه «۱» مرجع: کنکور سراسری علوم تجربی- داخل ۱۴۰۵

$$\frac{ax+1}{3x-1} - 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{ax+1-3x+1}{3x-1} \geq 0 \Rightarrow \frac{(a-3)x+2}{3x-1} \geq 0$$

طبق فرض سوال داریم:

چون مجموعه جواب نامعادله، بازه‌ای کراندار می‌باشد، باید ضریب‌های x در صورت و مخرج مختلف‌العلامت باشند که یعنی:

$$3(a-3) < 0 \Rightarrow a < 3$$

حالا باتوجه به ریشه‌های صورت و مخرج تابع کسری به دست آمده داریم:

$$\begin{cases} \text{ریشه صورت: } x_1 = \frac{-2}{a-3} = \frac{2}{3-a} \rightarrow x \in \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3-a}\right) = (b, 2) \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3-a} = 2 \Rightarrow a = 2 \end{cases} \\ \text{ریشه مخرج: } x_2 = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow a+b = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

دامنه تابع f شامل مجموعه مقادیری از x است که به ازای آن‌ها عبارت زیر رادیکال $(x+1)$ نامنفی می‌شود که یعنی:

$$x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \Rightarrow D_f: [-1, +\infty)$$

باتوجه به دامنه تابع f و این موضوع که تابع f ، تابعی صعودی است، برد آن برابر است با:

$$R_f = [f(-1), +\infty) \Rightarrow R_f = [1, +\infty)$$

حالا وارون تابع f را به دست می‌آوریم:

$$y = 1 + \sqrt{x+1} \Rightarrow y-1 = \sqrt{x+1} \Rightarrow (y-1)^2 = x+1 \Rightarrow y^2 - 2y = x \Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 2x \quad \begin{matrix} (y \geq 1) \\ (x \geq 1) \end{matrix}$$

$$\begin{cases} f \circ f^{-1}(x) = x \\ x \in D_{f^{-1}} \Rightarrow x \in R_f \Rightarrow x \in [1, +\infty) \end{cases}$$

همچنین تابع $f \circ f^{-1}(x)$ به صورت روبه‌رو به دست می‌آید:

بنابراین تابع g و برد آن برابر است با:

$$\begin{cases} g(x) = f^{-1}(x) + 2(f \circ f^{-1})(x) = x^2 - 2x + 2x = x^2 \\ D_g = D_{f^{-1}} \cap D_{f \circ f^{-1}} = R_f \cap R_f = [1, +\infty) \end{cases} \Rightarrow R_g = [1, +\infty)$$

دامنه تابع به صورت $[-1, +\infty)$ می‌باشد. (مجموعه مقادیری از x که عبارت زیر رادیکال را نامنفی می‌کند). همچنین تابع f ، مجموع دو تابع

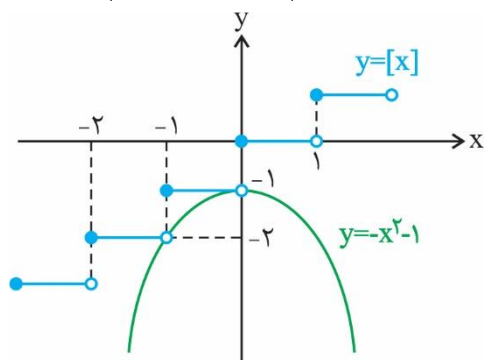
اکیداً صعودی $y_1 = x$ و $y_2 = \sqrt{x+1}$ بوده و در نتیجه خودش اکیداً صعودی می‌باشد. بنابراین محل برخورد توابع f و f^{-1} ، فقط روی

نیمساز ناحیه اول و سوم مختصات می‌باشد. حالا طبق فرض سوال داریم:

$$f \circ f(a) = a \Rightarrow f(f(a)) = a \xrightarrow{\text{از طرفین } f^{-1} \text{ می‌گیریم}} f(a) = f^{-1}(a) \xrightarrow{a \text{ روی نیمساز ناحیه اول و سوم}} f(a) = f^{-1}(a) = a \\ \Rightarrow a + \sqrt{a+1} = a \Rightarrow \sqrt{a+1} = 0 \Rightarrow a = -1$$

حالا معادله داده شده را بازنویسی کرده و تعداد جواب‌های آن را از راه رسم نمودار (هندسی) به

دست می‌آوریم. معادله به صورت $x^2 + [x] = -1 \Rightarrow [x] = -x^2 - 1$ در می‌آید:



همانطور که از نمودار هندسی پیداست، چون نمودار دو تابع نقطه برخوردی ندارند، معادله بالا ریشه ندارد.

درایه سطر اول و ستون سوم ماتریس A^3 ، از ضرب ماتریسی زیر به دست می‌آید:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}}_{\text{ماتریس } A} \underbrace{\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}}_{\substack{\text{ستون سوم} \\ \text{ماتریس } A}} = \begin{bmatrix} 10 & 12 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 84 \end{bmatrix} = 84$$

سطر اول ماتریس A

تست: اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، درایه‌های سطر اول ماتریس A^3 کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 9 & 12 & 16 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 9 & 5 & -7 \end{bmatrix}$
 گزینه «۱» مرجع: کنکور سراسری ریاضی و فیزیک- خارج از کشور ۱۴۰۱

۱۷- گزینه ۲ مبحث: هندسه ۳- فصل ۱- درس ۲- حل دستگاه معادلات با ماتریس درجه دشاری: ساده

برای اینکه دستگاه اولیه سوال فاقد جواب باشد، باید معادلات آن معادله دو خط موازی باشند، یعنی:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \Rightarrow \frac{m}{1} = \frac{1}{m} \neq \frac{3}{3}$$

با حل تساوی $\frac{m}{1} = \frac{1}{m}$ داریم:

$$m^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \Rightarrow \frac{1}{1} = \frac{3}{3} \text{ غ ق} \\ m = -1 \Rightarrow \frac{-1}{1} \neq \frac{3}{3} \text{ ق ق} \end{cases}$$

بنابراین دستگاه مطلوب سوال به صورت $\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 1 \end{cases}$ می‌شود. با بررسی ضرایب در می‌یابیم که دو معادله داده شده، معادله دو خط متقاطع

می‌باشند $\left(\frac{1}{1} \neq \frac{-1}{1}\right)$ و در نتیجه دو خط یک نقطه تقاطع داشته و دستگاه مذکور جواب منحصر به فرد دارد.

۱۸- گزینه ۱ مبحث: هندسه ۳- فصل ۱- درس ۲- وارون ماتریس درجه دشاری: متوسط

راه اول) ابتدا ماتریس A را طبق رابطه $(A^{-1})^{-1} = A$ به دست می‌آوریم:

$$A = \frac{1}{6-7} \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 7 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

حالا مقادیر α و β را طبق تساوی ماتریسی $A^2 = \alpha A + \beta I$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned}
 A^2 = \alpha A + \beta I &\Rightarrow \begin{bmatrix} -2 & 7 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 7 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} = \alpha \times \begin{bmatrix} -2 & 7 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} + \beta \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &\Rightarrow \begin{bmatrix} 11 & -35 \\ -5 & 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\alpha & 7\alpha \\ \alpha & -3\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\alpha + \beta & 7\alpha \\ \alpha & -3\alpha + \beta \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

با برابر قرار دادن درایه‌های متناظر دو ماتریس داریم:

$$\begin{cases} (1) \alpha = -5 \\ (2) -2\alpha + \beta = 11 \end{cases} \xrightarrow{\alpha = -5} \beta = 1 \Rightarrow \alpha + \beta = -5 + 1 = -4$$

راه دوم) پس از محاسبه ماتریس A مشابه راه اول، طبق قضیه کیلی-همیلتون داریم:

$$\begin{cases} 1) \operatorname{tr}(A) = -2 - 3 = -5 \\ 2) \det(A) = (-2) \times (-3) - 1 \times 7 = -1 \end{cases} \quad \frac{A^2 = \operatorname{tr}(A) \cdot A - \det(A) \cdot I}{A^2 = -5A + I} \Rightarrow A^2 = -5A + I \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -5 \\ \beta = 1 \end{cases}$$

بنابراین مقدار $\alpha + \beta$ برابر ۴- می باشد.

تست: ماتریس $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$ ، ماتریس همانی و α و β دو عدد حقیقی هستند که $\alpha A + \beta I = A^{-1}$ ، مقدار $\frac{\beta}{\alpha}$ کدام است؟

(۱) ۴- (۲) ۴ (۳) ۲- (۴) ۲

گزینه ۲» مرجع: کنکور سراسری ریاضی و فیزیک- خارج از کشور ۱۴۰۱

۱۹- گزینه ۲ مبحث: هندسه ۳- فصل ۱- درس ۲- دترمینان و خواص آن درجه دشواری: متوسط

باتوجه به اینکه $B^{-1}B = I$ ، عبارت مطلوب سوال را ساده کرده و بازنویسی می کنیم:

$$|B^{-1}AB + 3I| = |B^{-1}AB + 3B^{-1}B| = |B^{-1}(A + 3I)B| = |B^{-1}| |A + 3I| |B|$$

حالا طبق این نکته که $|B^{-1}| = \frac{1}{|B|}$ ، مقدار عبارت را به دست می آوریم:

$$|B^{-1}| |A + 3I| |B| = \frac{1}{|B|} \times 4 \times |B| = 4$$

۲۰- گزینه ۳ مبحث: هندسه ۳- فصل ۱- دترمینان + اعمال جبری ماتریس ها درجه دشواری: متوسط

طبق فرض مسئله و باتوجه به اتحاد چاق و لاغر، در تساوی ماتریسی داده شده داریم:

$$A^3 = -A^2 - A - I \Rightarrow A^3 + A^2 + A + I = \bar{0} \xrightarrow{\times(A-I)} A^4 - I = \bar{0} \Rightarrow A^4 = I$$

حالا باتوجه به اینکه $|I| = 1$ و $|A^n| = |A|^n$ ، از طرفین تساوی به دست آمده دترمینان می گیریم: $|A^4| = |I| \Rightarrow |A|^4 = 1 \Rightarrow |A| = \pm 1$

۲۱- گزینه ۳ مبحث: هندسه ۳- فصل ۱- درس ۲- وارون ماتریس درجه دشواری: دشوار

$$A = A^{-1} \xrightarrow{\times A} A^2 = AA^{-1} = I \Rightarrow A^{2k} = I \xrightarrow{97! = 2k} A^{97!} = I \quad (*)$$

از فرض مسئله نتیجه می گیریم که:

حالا باتوجه به (*)، ماتریس مطلوب مسئله را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} (B^{-1}AB)^{97!} &= (B^{-1}AB)(B^{-1}AB)(B^{-1}AB) \dots (B^{-1}AB)(B^{-1}AB) = \underbrace{B^{-1}A}_{I} \underbrace{BB^{-1}}_I \underbrace{A}_{I} \dots \underbrace{B^{-1}A}_{I} \underbrace{BB^{-1}}_I \underbrace{AB}_I \\ &\stackrel{(*)}{=} B^{-1}A^{97!}B = B^{-1} \times I \times B = B^{-1}B = I \end{aligned}$$

۲۲- گزینه ۱ مبحث: هندسه ۳- فصل ۱- درس ۲- تعویض پذیری ماتریس ها درجه دشواری: دشوار

اگر برای دو ماتریس مربعی هم مرتبه مثل A و B داشته باشیم $AB = kI$ به طوری که k عددی حقیقی و ناصفر باشد، می توان نشان داد که $BA = AB = kI$ ، زیرا:

$$AB = kI \xrightarrow[\text{دترمینان از طرفین}]{\text{B و A مرتبه n}} |AB| = |kI| \Rightarrow |A||B| = k^n |I| \xrightarrow{k^n \neq 0} \begin{cases} |A| \neq 0 \\ |B| \neq 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{ماتریس } A \text{ وارون پذیر}} A^{-1}(AB) = A^{-1}(kI) \Rightarrow B = kA^{-1} \xrightarrow{\times A} BA = kA^{-1}A = kI$$

طبق نکته مذکور واضح است که $AB = BA = 4I$ بوده و در نتیجه حاصل عبارت مطلوب سوال برابر است با:

$$(2AB - BA)^2 \xrightarrow{AB=BA} = (2BA - BA)^2 = (BA)^2 = (4I)^2 = 16I$$

با بررسی و ساده سازی گزینه ها، ماتریس معادل آن ها به ترتیب $16I$ ، 0 ، $8I$ و 0 می شود و بنابراین گزینه ۱ پاسخ سوال می باشد.

(دقت کنید که برای حل سوال، نیازی به فرض $A+B=3I$ نبود.)

۲۳- گزینه ۱

مبحث: هندسه ۲- فصل ۱- درس ۱- زاویه ها در دایره درجه دشواری: متوسط

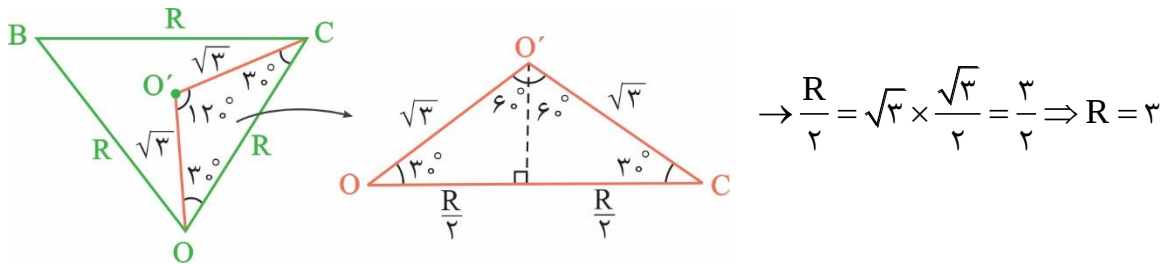
مطابق شکل صورت سوال داریم:

$$\begin{cases} AB = BC = CD \\ AB + BC + CD = AD = 18^\circ \end{cases} \Rightarrow AB = BC = CD = 6^\circ$$

اگر شعاع نیم دایره را R فرض کنیم، در مثلث BOC داریم:

$$\begin{cases} OB = OC = R \\ BOC = BC = 6^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle BOC \text{ (متساوی الساقین با یک زاویه } 6^\circ) \Rightarrow \triangle BOC \text{ (متساوی الاضلاع)}$$

حالا طول R را به دست می آوریم:



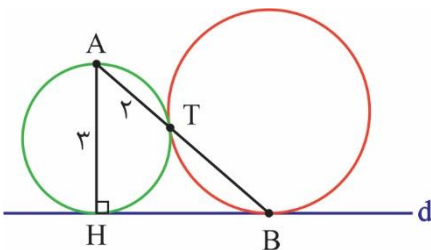
۲۴- گزینه ۲

مبحث: هندسه ۲- فصل ۱- درس ۱- زاویه ها در دایره درجه دشواری: متوسط

مطابق شکل، در دایره کوچک تر (سمت چپ)، زاویه AHB یک زاویه ظلی می باشد، پس:

$$AHB = 90^\circ = \frac{ATH}{2} \Rightarrow ATH = 180^\circ \Rightarrow ATH \text{ (محاطی)} = \frac{360^\circ - 180^\circ}{2} = 90^\circ$$

بنابراین با رسم پاره خط TH ، طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویه AHB داریم:

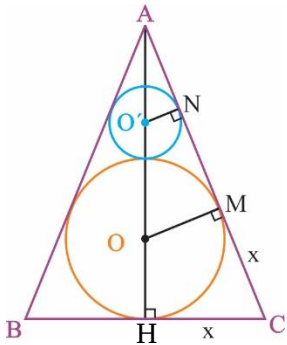


$$AH^2 = AT \cdot AB \Rightarrow 3^2 = 2(2 + x) \Rightarrow x = 2/5$$

۲۵- گزینه ۳

مبحث: هندسه ۲- فصل ۱- درس ۲- مماس مشترک + وضعیت نسبی دو دایره درجه دشواری: دشوار

شکل مطلوب سوال به صورت زیر می‌باشد. مطابق شکل دو دایره مماس خارج بوده و MN مماس مشترک خارجی آن‌ها می‌باشد. همچنین CM و CH مماس‌های رسم شده از نقطه C بر دایره بزرگ‌تر هستند، پس $CM = CH = x$. حالا باتوجه به اینکه $OM \parallel ON$ است، طبق تعمیم قضیه تالس داریم:



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{AN}{AM} = \frac{O'N}{OM} = \frac{R'}{R} = \frac{1}{4} \\ MN = 2\sqrt{RR'} = 2\sqrt{4 \times 1} = 4 \end{array} \right. \xrightarrow{AM=AN+4} \frac{AN}{AN+4} = \frac{1}{4} \Rightarrow AN = \frac{4}{3}$$

$$\rightarrow A \overset{\Delta}{O'} N : AN^2 + O'N^2 = O'A^2 \Rightarrow \frac{16}{9} + 1 = O'A^2 \Rightarrow O'A = \frac{5}{3}$$

حالا باتوجه به تشابه مثلث‌های AO'N و ACH (به حالت زز) داریم:

$$A \overset{\Delta}{O'} N \overset{\sim}{\sim} A \overset{\Delta}{C} H \rightarrow \frac{AO'}{AC} = \frac{O'N}{CH} \Rightarrow \frac{\frac{5}{3}}{\frac{4}{3} + 4 + x} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{16}{3} + x = \frac{5}{3}x \Rightarrow \frac{16}{3} = \frac{2}{3}x \Rightarrow x = 8$$

$$\Rightarrow \text{BC}(\text{قاعدہ}) = 2 \times 8 = 16$$

درجہ دشواری: سادہ

مبحث: ریاضیات گسسته - فصل ۱- درس ۱- اثبات با درنظر گرفتن همه حالات

۲۶-گزینہ ۲

برای اثبات حکم خواسته شده، از قضیه تقسیم و حالت‌بندی استفاده می‌کنیم. بنابراین از روش «اثبات با بررسی همه حالات» استفاده می‌کنیم و طبق متن کتاب درسی، منطق استفاده شده در این روش به صورت روبه‌رو است:

$$(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$

درجہ دشواری: متوسط

مبحث: ریاضیات گسسته - فصل ۱ - درس ۲ - خواص بخش پذیری

۲۷-گزینہ ۳

برای آنکه حاصل یک کسر، عددی صحیح باشد، باید مخرج کسر، صورت آن را عاد کند (بشمارد). بنابراین باید داشته باشیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) \, \mathfrak{r}n + 1 \mid \mathfrak{r}n + 19 \xrightarrow{\times \mathfrak{r}} \mathfrak{r}n + 1 \mid \mathfrak{r}n + \mathfrak{r} \lambda \xrightarrow{-} \mathfrak{r}n + 1 \mid \mathfrak{r} \delta \Rightarrow \mathfrak{r}n + 1 \in \{\pm 1, \pm \delta, \pm \gamma, \pm \mathfrak{r} \delta\} \\ 2) \, \mathfrak{r}n + 1 \mid \mathfrak{r}n + 1 \xrightarrow{\times \mathfrak{r}} \mathfrak{r}n + 1 \mid \mathfrak{r}n + \mathfrak{r} \end{array} \right.$$

همان طور که می‌بینیم، عبارت $2n + 1$ به ازای هر n صحیح، نمایانگر یک عدد فرد است. از طرفی تمامی 8 مقسوم‌علیه به دست آمده نیز اعداد فرد هستند. بنابراین با مساوی قرار دادن $2n + 1$ با تک‌تک این اعداد، یک مقدار صحیح برای n به دست می‌آید و در نتیجه 8 مقدار ممکن برای n وجود دارد.

تست: نقاط (a, b) روی منحنی $y = \frac{3x-1}{x+2}$ قرار دارند. اگر $a, b \in \mathbb{Z}$ باشند، چند نقطه با این ویژگی روی این منحنی قرار دارد؟

۴ (۴

3 (3)

2 (2)

1 (1)

مرجع: کنکور سراسری ریاضی و فیزیک- داخل ۱۴۰۱

گزینہ «۴»

درجہ دشواری: متوسط

مبحث: ریاضیات گسسته- فصل ۱- درس ۱

۲۸-گزینہ ۳

نکته) اگر a^2 عددی زوج باشد، a نیز عددی زوج است.

طبق نکته مذکور، برای اینکه $\frac{n^2(n+1)^2}{9}$ زوج باشد، باید $\frac{n(n+1)}{3}$ زوج باشد. از آنجا که $n(n+1)$ حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی است، همواره زوج است، در نتیجه صرفاً کافی است که یکی از اعداد n یا $n+1$ مضرب ۳ باشند تا عبارت $\frac{n(n+1)}{3}$ عددی طبیعی بشود، پس:

$$\begin{cases} (1) n = 3k \Rightarrow 1 \leq 3k \leq 100 \Rightarrow 1 \leq k \leq 33 \text{ (مقدار ۳۳)} \\ (2) n = 3k - 1 \Rightarrow 1 \leq 3k - 1 \leq 100 \Rightarrow 1 \leq k \leq 33 \text{ (مقدار ۳۳)} \end{cases} \xrightarrow{+} 33 + 33 = 66$$

بنابراین در کل ۶۶ مقدار طبیعی مجاز برای n وجود دارد.

۲۹- گزینه ۳

مبحث: ریاضیات گسسته- فصل ۱- درس ۲- قضیه تقسیم+ مفهوم بخش پذیری

درجه دشواری: متوسط

طبق قضیه تقسیم داریم:

$$370 = bq + 10 \Rightarrow bq = 360 \Rightarrow b \mid 360$$

باتوجه به شرط تقسیم، عدد b می تواند مقادیر طبیعی $\{12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180, 360\}$ را اختیار کند. (۱۵ مقدار)

۳۰- گزینه ۳

مبحث: ریاضیات گسسته- فصل ۱- درس ۲- ب.م.م و ک.م.م

درجه دشواری: متوسط

براساس ویژگی های بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک (ب.م.م)، می دانیم که توان ها می توانند از ب.م.م خارج شوند:

$$(a^2, b^2) = (a, b)^2 = d^2$$

همچنین ضرب های عددی با در نظر گرفتن قدرمطلقشان از ب.م.م خارج می شوند:

$$(-2a, 2b) = |-2| \cdot (a, -b) = |-2| \cdot (a, b) = 2d$$

حال این مقادیر ساده شده را در معادله ی داده شده در صورت سوال جایگذاری می کنیم و مقدار d را به دست می آوریم:

$$d^2 - 2d = 15 \Rightarrow d^2 - 2d - 15 = 0 \Rightarrow (d - 5)(d + 3) = 0 \xrightarrow{d > 0} d = 5$$

بنابراین خواسته سوال برابر است با:

$$(3a^3, 3b^3) = 3(a, b)^3 = 3d^3 = 3 \times 5^3 = 375$$

۳۱- گزینه ۱

مبحث: ریاضیات گسسته- فصل ۱- درس ۲

درجه دشواری: دشوار

طبق خواص بخش پذیری و با توجه به فرضیات مسئله داریم:

$$\begin{cases} 11 \mid 5n + 4 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 121 \mid 25n^2 + 40n + 16 \xrightarrow{+} 121 \mid 25n^2 + 95n + 60 \\ 11 \mid 5n + 4 \xrightarrow{\times 11} 121 \mid 55n + 44 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 121 \mid 25n^2 + 95n + 60 \\ 121 \mid 25n^2 + (m - 25)n + 60 \end{cases} \xrightarrow{-} 121 \mid n(120 - m)$$

باتوجه به اینکه $11 \mid 5n + 4$ ، متوجه می شویم که n قطعاً عامل ۱۱ ندارد (چرا که اگر داشت: $11 \mid 4$)، بنابراین

$$\left. \begin{matrix} 11 \mid n \Rightarrow 11 \mid 5n \\ 11 \mid 5n + 4 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{-} 11 \mid 4$$

تنها عامل مشترک n و ۱۲۱، عدد ۱ می باشد و داریم:

$$121 \mid n(120 - m) \xrightarrow{(n, 121) = 1} 121 \mid 120 - m \Rightarrow m = 121k - 1 \Rightarrow m = 11k' - 1 \Rightarrow m^2 = 11k'' + 1 \quad (*)$$

ضمناً اگر $d = (2m - 1, 4m)$ باشد، طبق تعریف بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک داریم:

$$\begin{cases} d \mid 2m-11 \xrightarrow{\times 2} d \mid 4m-22 \xrightarrow{-} d \mid 22 \xrightarrow{d>0} d \in \{1, 2, 11, 22\} \\ d \mid 4m \end{cases}$$

از آنجا که $4m$ نمی‌تواند مضرب ۱۱ باشد ($4m = 44k' - 4 = 11q - 4$)، پس $d \neq 11, 22$ بوده و از آنجا که $2m-11$ عددی فرد است و نمی‌تواند مضرب ۲ باشد، $d \neq 2$ بوده و در نتیجه $d = 1$ می‌شود. حالا داریم:

$$[2m-11, 4m] = (2m-11) \times 4m = 8m^2 - 44m \xrightarrow{(*)} 8(11k''+1) - 44m = 11t + 8$$

مضرب ۱۱

بنابراین باقی‌مانده تقسیم این عبارت بر ۱۱، همواره برابر ۸ می‌باشد.

مبحث: آمار و احتمال - فصل ۱ - درس ۱ - جبر گزاره‌ها درجه دشواری: متوسط

۳۲- گزینه ۱

باتوجه قوانین جبر گزاره‌ها و تعریف گزاره دو شرطی داریم:

$$\begin{aligned} \sim p \Leftrightarrow q &\equiv (\sim p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \sim p) \equiv (p \vee q) \wedge (\sim q \vee \sim p) \equiv ((p \vee q) \wedge \sim q) \vee ((p \vee q) \wedge \sim p) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p) \\ &\equiv (\sim p \wedge q) \vee (\sim q \wedge p) \end{aligned}$$

تست: گزاره $\sim p \Leftrightarrow q$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

$$\sim [(\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)] \quad (1) \quad (\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)$$

$$\sim [(\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)] \quad (4) \quad (\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q) \quad (3)$$

مرجع: کنکور سراسری ریاضی و فیزیک - نوبت اول - داخل ۱۴۰۴

گزینه «۴»

مبحث: آمار و احتمال - فصل ۱ - درس ۱ - گزاره‌ها + سور درجه دشواری: ساده

۳۳- گزینه ۴

مجموعه A به صورت $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ می‌باشد. حالا به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه (۱) این نامساوی به ازای $x = 0$ برقرار نیست.

گزینه (۲) به ازای هیچ یک از اعضای مجموعه A ، نامساوی $|x-3| > 6$ برقرار نیست.

$$5x^2 + x - 1 = 0 \xrightarrow{\Delta=21} x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{10} \notin A$$

گزینه (۳) هیچ یک از اعضای A ، ریشه معادله فوق نمی‌باشد:

گزاره سوری گزینه ۴ به ازای تمامی اعداد صحیح (از جمله اعضای مجموعه A) برقرار می‌باشد، بنابراین این گزینه درست می‌باشد.

تست: کدام گزینه سوری زیر، دارای ارزش درست است؟

$$\exists x \in \mathbb{R} : \frac{x-1}{x} = x \quad (2) \quad \forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 2 > 2x \quad (1)$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : \frac{x^2-4}{x-2} = x+2 \quad (4) \quad \exists x \in \mathbb{R} : \left| x + \frac{1}{x} \right| < 2 \quad (3)$$

مرجع: کنکور سراسری ریاضی و فیزیک - خارج از کشور ۱۳۹۸

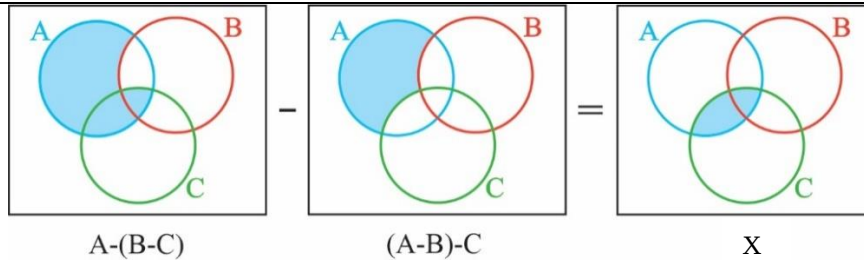
گزینه «۱»

مبحث: آمار و احتمال - فصل ۱ - درس ۲ - جبر مجموعه‌ها درجه دشواری: دشوار

۳۴- گزینه ۴

نمودار ون مجموعه $X = (A - (B - C)) - ((A - B) - C)$ به صورت زیر می‌باشد.

باتوجه به نمودار مشخص است که ساده شده مجموعه برابر $A \cap C$ می‌باشد.



حالا طبق قضیه تقسیم داریم:

$$\begin{cases} x = 3k + 2 \xrightarrow{\times 5} 5x = 15k + 10 \\ x = 5k' + 3 \xrightarrow{\times 3} 3x = 15k' + 9 \end{cases} \xrightarrow{-} 2x = 15(k - k') + 1 \Rightarrow 2x = 15(k - k' - 1) + 16 \xrightarrow{\div 2} x = 15k'' + 8$$

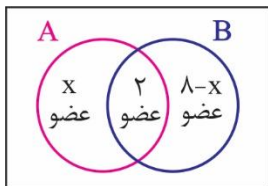
بنابراین مجموعه مطلوب سوال، معادل مجموعه گزینه ۴ می باشد.

۳۵- گزینه ۲

مبحث: آمار و احتمال - فصل ۱- درس ۲- جبر مجموعه ها + ضرب دکارتی

درجه دشواری: دشوار

باتوجه به اینکه $|A \cup B| = 10$ و $|A \cap B| = 2$ ، نمودار ون مجموعه های A و B را به صورت زیر فرض می کنیم:



$$\begin{aligned} n((A \times B) \cup (B \times A)) &= n(A \times B) + n(B \times A) - n((A \times B) \cap (B \times A)) \\ &= n(A) \times n(B) + n(B) \times n(A) - \underbrace{n((A \cap B) \times (B \cap A))}_{n(A \cap B)^2} \end{aligned}$$

$$= (x + 2)(10 - x) + (10 - x)(x + 2) - 2 \times 2 = -2x^2 + 16x + 36$$

عبارت به دست آمده، سهمی ای با دهانه روبه پایین (دارای max) بوده و به ازای مقادیر صحیح $0 \leq x \leq 8$ تعریف شده می باشد. بیشترین

مقدار عبارت در راس آن ($x = 4$) و کمترین مقدار عبارت به ازای $x = 0$ (و $x = 8$) اتفاق می افتد:

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow n_{\min} = 0 + 0 + 36 = 36 \\ x = 4 \Rightarrow n_{\max} = -32 + 64 + 36 = 68 \end{cases}$$

بنابراین مجموعه مطلوب سوال حداقل ۳۶ عضو و حداکثر ۶۸ عضو دارد.

مبحث: فیزیک دوازدهم- فصل ۱- حرکت با سرعت ثابت- ص ۱۳ درجه دشواری: ساده

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-6 - 18}{10 - 2} = \frac{-24}{8} = -3 \frac{m}{s}$$

سرعت متحرک برابر است با:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{t_1=2s, x_1=18m} 18 = -3 \times 2 + x_0 \rightarrow x_0 = 24m$$

$$x = -3t + 24 \xrightarrow{x>0} -3t + 24 > 0 \rightarrow 3t < 24 \rightarrow t < 8$$

بردار مکان در ۸ ثانیه اول حرکت، در جهت محور X بوده است.

تست: جسمی با سرعت ثابت بر مسیری مستقیم در حرکت است. اگر جسم در لحظه $t_1 = 4s$ در مکان $x_1 = 8m$ در لحظه

$t_2 = 10s$ در مکان $x_2 = 26m$ باشد، معادله مکان-زمان آن در SI کدام است؟

$$x = 2t - 4 \quad (4)$$

$$x = 2t + 4 \quad (3)$$

$$x = 3t - 4 \quad (2)$$

$$x = 3t + 4 \quad (1)$$

مرجع: کنکور تجربی- اردیبهشت ۱۴۰۳

گزینه «۲»

مبحث: فیزیک دوازدهم- فصل ۱- حرکت با سرعت ثابت- ص ۱۳ درجه دشواری: متوسط

راه ۱:

متحرک A، در هر ثانیه ۲ متر از B فاصله می گیرد. برای فاصله ۶۰ متری در انتهای مسیر، ۳۰ ثانیه حرکت کرده است. بنابراین زمان حرکت A

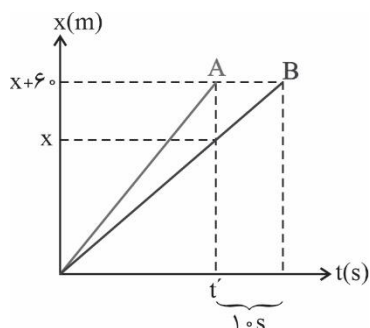
و B به ترتیب ۳۰s و ۴۰s است.

$$\Delta x = v_A t_A = v_B t_B \xrightarrow{v_A=v, v_B=v-2} v \times 30 = (v-2) \times 40$$

$$3v = 4v - 8 \rightarrow v = 8 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = v_A t_A = 8 \times 30 = 240m$$

راه ۲: حل با نمودار



$$v_B = \frac{60}{10} = 6 \frac{m}{s} \Rightarrow v_A = 8 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x+60}{t'} = 6 \Rightarrow x+60 = 6t' \Rightarrow 2t' = 60 \\ \frac{x}{t'} = 8 \Rightarrow x = 8t' \end{cases}$$

$$\Rightarrow t' = 30s \Rightarrow x + 60 = 180 + 60 = 240m$$

درجه دشواری: متوسط

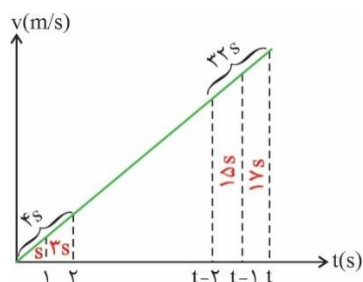
مبحث: فیزیک دوازدهم- فصل ۱- حرکت با شتاب ثابت- ص ۱۵

$$\Delta x = \frac{1}{2} a \times 2^2 \rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} a \times 2^2$$

راه ۱: اگر زمان حرکت را t ثانیه در نظر بگیریم:

$$\Delta x' = \frac{1}{2} a t^2 - \frac{1}{2} a (t-2)^2$$

$$\Delta x' = 8 \Delta x \rightarrow t^2 - (t-2)^2 = 8 \times 2^2 \rightarrow 4t - 4 = 32 \rightarrow t = 9s$$



$$\frac{32s}{4s} = 8$$

$$t = 9s$$

راه ۲: حل با نمودار

طبق الگوی ۵s, ۳s, s که بین مساحتها در هر ثانیه برقرار است داریم:

۳۹- گزینه ۲

مبحث: فیزیک دوازدهم- فصل ۱- معادله مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت- ص ۱۷

دقت کنید که در تشکیل شرط نامعادله‌ی خود مکان‌های منفی را هم باید در نظر بگیرید.
بازه زمانی مورد نظر مربوط به حالتی است که $-4 \leq x \leq 4$ است.

$$x \leq 4 \rightarrow t^2 - 8t + 11 \leq 4 \rightarrow t^2 - 8t + 7 \leq 0 \rightarrow (t-1)(t-7) \geq 0 \rightarrow 1 \leq t \leq 7 \quad (I)$$

$$x \geq -4 \rightarrow t^2 - 8t + 11 \geq -4 \rightarrow t^2 - 8t + 15 \geq 0 \rightarrow (t-3)(t-5) \geq 0 \rightarrow 0 \leq t \leq 3, 5 \leq t \quad (II)$$

بازه مطلوب ناحیه مشترک بین دو محدوده I و II است.

$$\underbrace{1 \leq t \leq 3}_{2s}, \underbrace{5 \leq t \leq 7}_{2s} \rightarrow \Delta t = 2 + 2 = 4s$$

درجه دشواری: متوسط

مبحث: فیزیک دوازدهم- فصل ۱- ترکیبی از مباحث حرکت با شتاب ثابت- ص ۱۷ و ۱۸

۴۰- گزینه ۳

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow 0 - 20^2 = 2(-4) \times \Delta x \rightarrow \Delta x = 50m$$

مسافتی که متحرک طی می‌کند تا متوقف شود برابر است با:

یعنی متحرک دقیقاً در انتهای پل متوقف می‌شود. زمانی که متحرک روی پل بوده است برابر است با:

$$\begin{array}{c} \text{مسیر AB} \\ \rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow 18 = \frac{1}{2} \times 4 \times t^2 \rightarrow t = 3s \end{array}$$

تست: متحرکی روی محور x با شتاب ثابت $\frac{3}{2} \frac{m}{s^2}$ ترمز می‌کند و پس از طی مسافت ۲۰۰ متر می‌ایستد. در ۳ ثانیه آخر حرکتش،

چند متر جابه‌جا می‌شود؟

۲۷ (۴)

۱۸ (۳)

۱۳/۵ (۲)

۹ (۱)

مرجع: کنکور تجربی- اردیبهشت ۱۴۰۴

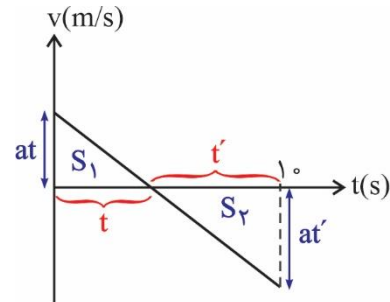
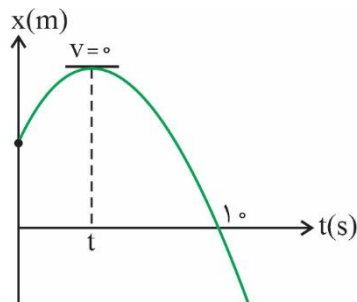
گزینه «۲»

درجه دشواری: متوسط

مبحث: فیزیک دوازدهم- فصل ۱- حرکت با شتاب ثابت- ص ۱۵

۴۱- گزینه ۳

متحرک در لحظه t تغییر جهت می‌دهد. نمودار سرعت-زمان متحرک را رسم می‌کنیم. اگر مقدار شتاب حرکت را a در نظر بگیریم:



$$\frac{S_{av}}{v_{av}} = \frac{29}{20} = \frac{S_1 + S_2}{S_2 - S_1} = \frac{S_1 + S_2}{S_2 - S_1} \Rightarrow 20 \cdot S_1 + 20 \cdot S_2 = 29S_2 - 29S_1 \Rightarrow 49S_1 = 9S_2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{9}{49} \Rightarrow \frac{t}{t'} = \frac{3}{7} \Rightarrow t = 3s$$

متحرک در ۳ ثانیه اول دارای حرکت کندشونده است.

درجه دشواری: سخت

مبحث: فیزیک دوازدهم- فصل ۱- ترکیبی از مباحث فصل

۴۲- گزینه ۱

راه ۱:

$$v_A = a_1 t + v_0 \Rightarrow v_A = 2 \times 5 + 0 = 10 \frac{m}{s}$$

سرعت متحرک A، در پایان ۵ ثانیه اول برابر است با:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

سرعت اولیه متحرک A در ۵ ثانیه دوم $10 \frac{m}{s}$ است و جابجایی دو متحرک با یکدیگر برابر است.

$$\Delta x_A = \Delta x_B \rightarrow \underbrace{\frac{1}{2} a_1 t^2}_{\text{۵ ثانیه اول}} + \underbrace{\frac{1}{2} a_2 t^2 + v_A t}_{\text{۵ ثانیه دوم}} = \frac{1}{2} a \times (2t)^2$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 5^2 + 10 \times 5 = \frac{1}{2} \times a \times 10^2 = 25 + 50 + 50 = 50a \rightarrow a = 2/5 \frac{m}{s^2}$$

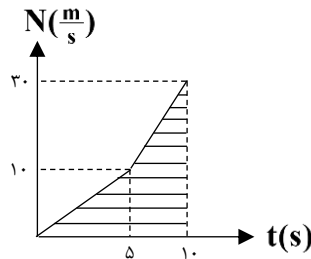
راه ۲: حل با نمودار

$$\Delta x_A = S = \frac{5 \times 10}{2} + \frac{30 + 10}{2} \times 5 = 125m$$

$$\Rightarrow \Delta x_B = 125m$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} a (10)^2 = 125$$

$$\Rightarrow a = 2/5 \frac{m}{s^2}$$



درجه دشواری: متوسط

مبحث: فیزیک دوازدهم- فصل ۱- معادله ۱-۱۱- ص ۱۸

۴۳- گزینه ۲

برای به دست آوردن سرعت متحرک در مکان‌های $x = 25m$ و $x = 61m$ از معادله‌ی مستقل از زمان استفاده می‌کنیم:

$$v_{25}^2 - v_1^2 = 2a_1 \Delta x_1 = 2 \times (-2) \times (-25) = -100 \xrightarrow{v_1=10} v_{25} = 0 \frac{m}{s}$$

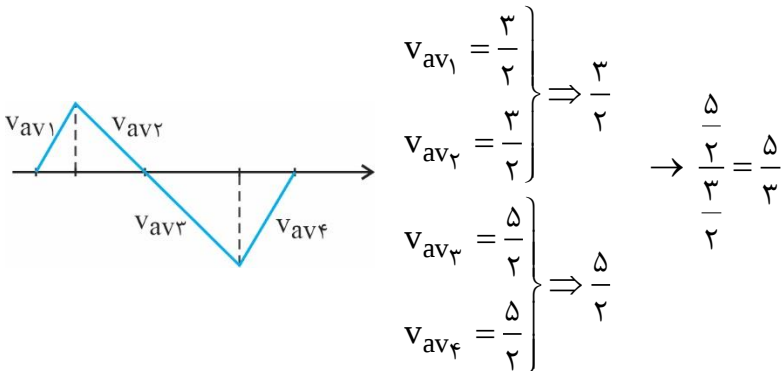
$$v_{61}^2 - v_{25}^2 = 2a_2 \Delta x_2 = 2 \times 2 \times (61 - 25) = 144 \Rightarrow v_{61}^2 = 144 + 0^2 \Rightarrow v_{61} = 12 \frac{m}{s}$$

درجه دشواری: متوسط

مبحث: فیزیک دوازدهم- فصل ۱- معادله ۱-۹- ص ۱۵

۴۴- گزینه ۳

تندی متوسط یک متحرک در هر بازه‌ای که شتاب حرکت آن ثابت باشد میانگین تندیه‌های دو سر آن بازه‌ی زمانی می‌شود.



تندی متوسط در مدتی که در جهت محور X حرکت می‌کند:

تندی متوسط در مدتی که در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند:

درجه دشواری: متوسط

مبحث: فیزیک دوازدهم- فصل ۱- معادله سرعت-جابجایی در حرکت با شتاب ثابت- ص ۱۸

۴۵- گزینه ۳

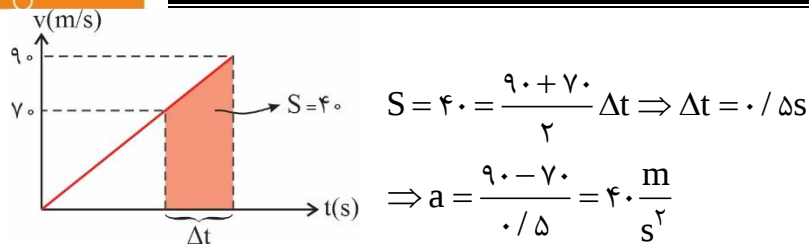
راه ۱:

از معادله‌ی سرعت-جابجایی برای بازه‌ای که خودرو با شتاب ثابت سرعت خود را از $v_1 = 70 \frac{m}{s}$ به $v_2 = 90 \frac{m}{s}$ می‌رساند و $\Delta x = 40m$ را

طی می‌کند استفاده می‌کنیم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a \Delta x \Rightarrow 90^2 - 70^2 = 2 \times a \times 40 = 8100 - 4900 = 3200 \Rightarrow a = 40 \frac{m}{s^2}$$

راه ۲: حل با نمودار



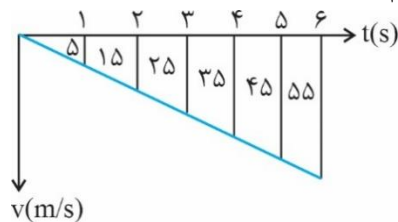
۴۶- گزینه ۴

مبحث: فیزیک دوازدهم- فصل ۱- سقوط آزاد بدون سرعت اولیه- ص ۲۲ درجه دشواری: سخت

راه ۱: با استفاده از معادله‌ی مکان-زمان جابجایی توپ را در دو بازه‌ی گفته شده بدست می‌آوریم:

$$\Delta t \Rightarrow \frac{1}{2} g (t)^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 16 = 80 \text{ m} = \Delta x_{0-4}$$

$$v = gt \Rightarrow v_3 = 10 \times 3 = 30, \Delta x = \frac{1}{2} g t^2 + 30 \cdot t \rightarrow \frac{1}{2} \times 10 \times 9 + 30 \times 3 = 135 \text{ m} \Rightarrow \Delta x_{3-6} - \Delta x_{0-4} = 55 \text{ m}$$



$$\Delta x_{0-4} = 80 \text{ m}$$

$$\Delta x_{3-6} = 135 \text{ m} \Rightarrow \Delta x_{3-6} - \Delta x_{0-4} = 55 \text{ m}$$

راه ۲: حل با نمودار:

۴۷- گزینه ۲

مبحث: فیزیک دوازدهم- فصل ۱- ترکیبی از مباحث فصل

در t' که دو خودرو به یکدیگر رسیده‌اند، جابجایی آن‌ها و به تعبیری مساحت زیر نمودار آن‌ها با یکدیگر برابر خواهد شد.ابتدا رابطه‌ی میان v_1 و v_2 را به صورت پارامتری پیدا می‌کنیم:

$$a_B = \frac{v_1}{4} = \frac{v_2}{5} \Rightarrow v_1 = 4v, v_2 = 5v$$

$$\Delta x_A = \frac{2 \times v_1}{2} + 3 \times v_1 = 4v_1 = 16v$$

$$\Delta x_B = \frac{5 \times v_2}{2} = 2.5 \times v_2 = 12.5v$$

سپس جابجایی هر خودرو را تا $t = 5 \text{ s}$ محاسبه می‌کنیم:پس از $t = 5 \text{ s}$ تا $t = t'$ اختلاف مساحت زیر نمودار حرکت A و B باید به اندازه جبران اختلاف میان $\Delta x_A = 16v$ و $\Delta x_B = 12.5v$ باشد.

$$(v_2 - v_1)(t' - 5) = 3.5v \Rightarrow (5v - 4v)(t' - 5) = 3.5v \Rightarrow t' = 8.5 \text{ s}$$

۴۸- گزینه ۴

مبحث: فیزیک دوازدهم- فصل ۱- سقوط آزاد- ص ۲۱

جهت رو به پایین را مثبت و محل رها شدن گلوله را مبدأ مکان و لحظه عبور گلوله از نقطه A را به عنوان مبدأ زمان در نظر می‌گیریم و ابتدا

$$\Delta y_{AB} = \frac{1}{2} g t^2 + v_A t \Rightarrow (200 - 60) = 5 \times 4 + v_A \times 2 \Rightarrow v_A = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

سرعت در نقطه A را حساب می‌کنیم.

$$v_A^2 - v_0^2 = 2g[(H - 200) - 0] \Rightarrow 3600 - 0 = 20(H - 200) \Rightarrow H = 380 \text{ m}$$

اکنون ارتفاع H را حساب می‌کنیم.

۴۹- گزینه ۱

مبحث: فیزیک دهم- فصل ۲- محاسبه فشار در شاره‌ها- ص ۳۳

درجه دشواری: ساده

$$P = \rho_{\text{آب}} + \rho_{\text{روغن}} = (\rho g h)_{\text{آب}} + (\rho g h)_{\text{روغن}}$$

فشار ناشی از دو مایع در کف ظرف برابر است با:

$$3500 = 1000 \times 10 \times 0.2 + 700 \times 10 \times h_{\text{روغن}} \Rightarrow h_{\text{روغن}} = \frac{15}{7} \text{ m}$$

حالا باتوجه رابطه چگالی می‌توان جرم روغن را محاسبه نمود.

$$m = \rho V = \rho Ah \Rightarrow 700 \times 50 \times 10^{-4} \times \frac{15}{70}$$

$$m = 0.75 \text{ kg} = 750 \text{ g}$$

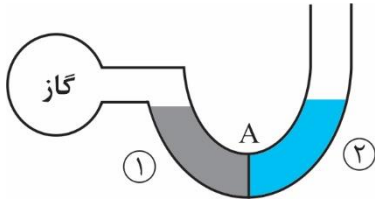
۵۰- گزینه ۳

مبحث: فیزیک دهم- فصل ۲- فشارسنج شاره‌ها (مانومتر)- ص ۳۸

درجه دشواری: متوسط

در شکل زیر در نقطه A فشار دو مایع با هم برابر است:

پس داریم:



$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_{\text{کل}} + P_{\text{گاز}} = P_{\text{آب}} + P.$$

$$P_{\text{پیمانه‌ای}} = P_{\text{گاز}} - P. = P_{\text{آب}} - P_{\text{کل}}$$

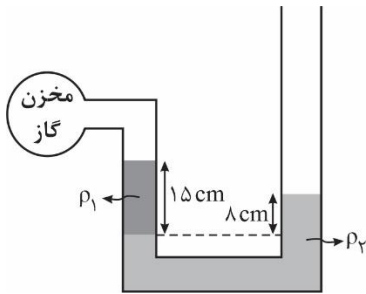
$$= 1000 \times 10 \times 0.34 - 800 \times 10 \times 0.34 = 2000 \times 0.34 \text{ Pa}$$

حال فشار بدست آمده را به میلی‌متر جیوه تبدیل می‌کنیم.

$$13600 \times 10 \times h = 2000 \times 0.34 \Rightarrow h = 0.005 \text{ m} \Rightarrow 5 \text{ mm}$$

تست: مطابق شکل، درون لوله U شکلی که به یک مخزن گاز وصل شده است، دو مایع با چگالی‌های $\rho_1 = 1.2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و

$$\rho_2 = 1.57 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ وجود دارد. فشار پیمانه‌ای مخزن گاز چند میلی‌متر جیوه است؟ } (\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$



(۱) -۴

(۲) -۲.۵

(۳) -۲۵

(۴) -۴۰

مرجع: کنکور تجربی- تیر ۱۴۰۴

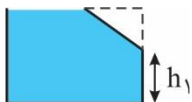
گزینه «۱»

۵۱- گزینه ۴

مبحث: فیزیک دهم- فصل ۲- فشار در شاره‌ها- ص ۳۲

درجه دشواری: متوسط

درون ظرف استوانه‌ای شکل نیرویی که از طرف مایع به کف ظرف وارد می‌شود با وزن درون مایع آن برابر است اما با عبور مایع از ارتفاع h_1 نیرو از وزن مایع بیشتر می‌شود.

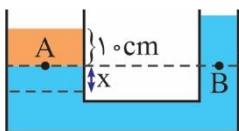


مبحث: فیزیک دهم- فصل ۲- لوله U شکل مشابه مثال ۲-۳- ص ۳۵

درجه دشواری: سخت

۵۲- گزینه ۳

اگر در لوله سمت چپ آب به اندازه X پایین برود باتوجه به این که حجم مایع جابه‌جا شده در دو لوله یکسان است داریم:



$$\rho_1 \Rightarrow h_2 = 2h_1 \Rightarrow h_2 = 2x$$

$$= \rho_{\text{آب}} \times 3x \Rightarrow 6 = 3x \Rightarrow x = 2 \text{ cm}$$

در این صورت آب در لوله سمت راست ۴ cm نسبت به حالت اول بالا می‌رود.

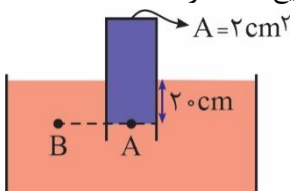
۵۳- گزینه ۱

مبحث: فیزیک دهم- فصل ۲- فشارسنج هوا (بارومتر)- ص ۳۷

درجه دشواری: متوسط

مطابق شکل چون دو نقطه A و B هم‌تراز و در یک مایع هستند می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_{\text{مایع}} + P. = \rho gh + P.$$



$$P_{\text{گاز}} = 2.5 \times 10^3 \times 10 \times 0.2 + 10^5 = 1.5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

اکنون برای محاسبه اندازه نیروی وارد بر سطح مقطع A می‌توان نوشت:

$$P_{\text{گاز}} = \frac{F}{A} \Rightarrow 1.5 \times 10^5 = \frac{F}{2 \times 10^{-4}} \Rightarrow F = 21 \text{ N}$$

درجه دشواری: متوسط

مبحث: فیزیک دهم فصل ۲ محاسبه فشار در شاره‌ها صفحه ۳۳

۵۴- گزینه ۲

فشار در عمق ۵ سانتی متری مایع، مجموع فشار هوا و ستونی به ارتفاع ۵ cm از مایع است.

$$P_{\text{cm}} = P_0 + \rho gh_{\text{cm}} \rightarrow 1.01 \text{ k} = 99 \text{ k} + \rho \times 10 \times 0.05$$

$$\Rightarrow \rho = 4000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$P_{\text{r.cm}} = P_0 + \rho gh_{\text{r}} = 99 \text{ k} + 4000 \times 10 \times 0.2 = 1.07 \text{ kPa}$$

درجه دشواری: ساده

مبحث: فیزیک دهم- فصل ۴- دمای تعادل- ص ۱۰۰

۵۵- گزینه ۱

$$\begin{cases} Q_1 + Q_2 + Q_{\text{out}} = 0 \\ C_1 m_1 \Delta T_1 + C_2 m_2 \Delta T_2 + Q_{\text{out}} = 0 \\ \Rightarrow 400 \times 2 \times (320 - 30) + 4000 \times 5(20 - 30) + Q_{\text{out}} = 0 \end{cases}$$

$$Q_1 = 2 \times 400 \times 290 = 232000 \text{ J}$$

$$Q_2 = 5 \times 4000 \times (-10) = -200000 \text{ J}$$

$$232000 - 200000 = 32000 \text{ J} \text{ تلفات گرما}$$

تست: ۳۰۰g آب 70°C را در یک لیوان آلومینیومی 120°C گرمی که دمای آن 20°C است، می‌ریزیم. دمای نهایی پس از آن که آب و لیوان به تعادل گرمایی برسند، چند درجه سلسیوس است؟ (فرض کنید گرمایی با محیط مبادله نمی‌شود،

$$c_{\text{آب}} = 4187 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}}, c_{\text{آلومینیم}} = 900 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}}$$

۶۵ (۴)

۶۶ (۳)

۶۷ (۲)

۶۸ (۱)

مرجع: کنکور تجربی- تیر ۱۴۰۵

گزینه «۳»

درجه دشواری: ساده

مبحث: فیزیک دهم- فصل ۴- انبساط طولی- ص ۸۸

۵۶- گزینه ۴

طبق رابطه‌ی انبساط طولی باید اختلاف طول انبساط یافته آن‌ها برابر ۶ سانتی متر شود.

$$\Delta L = L_0 (\alpha_1 - \alpha_2) \Delta \theta$$

$$6 = 2000 (10.5 \times 10^{-6} - 4.5 \times 10^{-6}) \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{6}{12 \times 10^{-2}} = \frac{600}{12} = 50^\circ \text{C}$$

درجه دشواری: متوسط

مبحث: فیزیک دهم- فصل ۴- انبساط طولی- ص ۹۳

۵۷- گزینه ۱

طبق فرمول انبساط حجمی اندازه نهایی ظرف و مایع داخل آن را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V = V_0 (1 + 3\alpha \Delta \theta)$$

$$V_{\text{ظرف}} = 4000 (1 + 3 \times 6 \times 10^{-5} \times 100) = 4072 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{مایع}} = 3600 (1 + 4 \times 10^{-4} \times 100) = 3744 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V_{\text{خالی مانده}} = 4072 - 3744 = 328 \text{ cm}^3$$

درجه دشواری: متوسط

مبحث: فیزیک دهم- فصل ۴- دمای تعادل- ص ۱۰۰

۵۸- گزینه ۲

در هر دقیقه گرمایی معادل با گرم کردن ۰/۸ کیلوگرم آب و ۰/۴ کیلوگرم مس به اندازه‌ی ۶ درجه به سیستم داده می‌شود.

$$Q = 0.4 \times 400 \times 6 + 0.8 \times 4200 \times 6 = 21120 \text{ J} \text{ در هر دقیقه}$$

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{21120}{60} = 352 \text{ W}$$

$$\left. \begin{aligned} F &= 1,8\theta + 32 \\ F - \theta &= 40 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \theta + 40 = 1,8\theta + 32 \Rightarrow 8 = 0,8\theta \Rightarrow \theta = 10^\circ \text{C} \Rightarrow F = 50, K = 283 \Rightarrow |K - F| = 233$$

الف) نادرست- دماسنج های ترموکوپل از سال ۱۹۹۰ میلادی از مجموعه دماسنج های معیار حذف شده اد.

ب) نادرست- B: مس C: مس D: کنستانتان

ج) نادرست- دمای مخلوط برابر صفر و مخلوط آب و یخ است.

تست: شکل زیر کدام دماسنج را نشان می دهد؟

(۱) کمینه- بیشینه

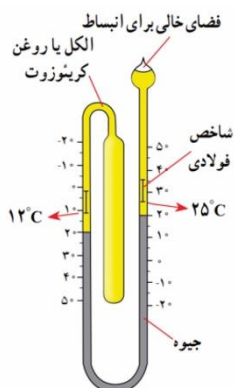
(۲) ترموکوپل

(۳) دماپا

(۴) تابشی

گزینه «۱»

مرجع: کنکور تجربی- اردیبهشت ۱۴۰۳



بررسی گزینه‌ها:

- (۱) نادرست: با افزایش غلظت یون هیدرونیوم در محلول اسیدی pH کاهش می‌یابد.
- (۲) نادرست: تغییر غلظت تأثیری بر ثابت یونش ندارد. با افزایش غلظت، رسانایی افزایش می‌یابد ولی ثابت یونش ثابت می‌ماند. در واقع ثابت یونش، فقط به دما و ماهیت اسید بستگی دارد.
- (۳) نادرست: با تغییر غلظت محلول، تغییر غلظت یون هیدرونیوم و درجه یونش مخالف هم می‌باشد. در این سؤال به دلیل افزودن اسید، غلظت یون هیدرونیوم افزایش می‌یابد، پس درجه یونش کاهش خواهد یافت.
- (۴) درست: طبق توضیحات گزینه (۳) درجه یونش باید کاهش بیابد. پس غلظت اسید یونیده‌نشده بیشتر از اسید یونیده‌شده و یون هیدرونیوم افزایش می‌یابد.

بررسی گزینه‌ها:

- (۱) درست: غلظت هیدرونیوم در HY دو برابر HX است؛ در نتیجه اختلاف pH دو ظرف ۰/۳ است.
- (۲) نادرست: درجه یونش HY دو برابر HX است، با اطلاعات وارد شده K_a دو اسید قابل مقایسه نیستند چون غلظت‌های اولیه را نداریم.
- (۳) نادرست: HY اسید قوی‌تری از HX است در نتیجه HY می‌تواند (HF) و HX می‌تواند (HCN) باشد.
- (۴) نادرست: مقدار H_p در دو ظرف برابر است.

- KNO_3, SO_3, HBr, BaO در داخل آب الکترولیت قوی بوده و به دلیل انحلال خوب در آب، رسانایی الکتریکی بالایی دارند. در حالی که $HCOOH, HNO_3, NH_3$ الکترولیت ضعیف هستند. $AgCl$ بسیار ناچیز در آب حل می‌شود و ماده نامحلول به شمار می‌رود و C_6H_5OH به صورت مولکولی حل می‌شود.

ابتدا مول یون هیدروکسید را در محلول محاسبه می‌کنیم:

$$pH = 12/3 \Rightarrow pOH = 1/7 \Rightarrow [OH^-] = 2 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{L}$$

$$2 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{L} \times 20 \cdot L = 0/4 \text{ mol}$$

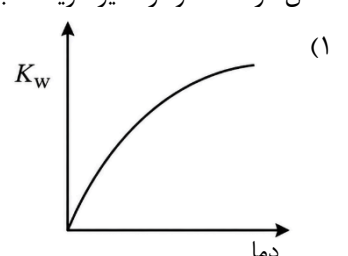
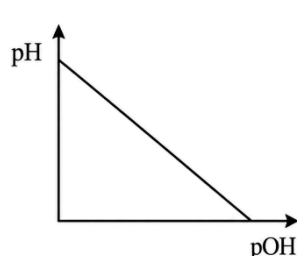
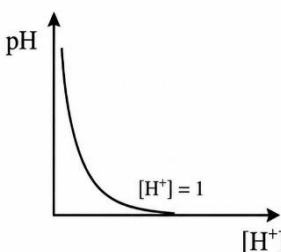
با افزودن ۰/۸ مول فلز لیتیم ۰/۸ مول OH^- در محلول وارد شده و غلظت یون هیدروکسید ۳ برابر می‌شود:

$$mol = 1/2 \Rightarrow [OH^-] = \frac{1/2}{20} = 0/06$$

$$pOH = -\log 6 \times 10^{-2} = 2 - \log 2 \times 3 = 2 - (0/3 + 0/5)$$

$$pOH = 1/2 \Rightarrow pH = 12/8$$

شکل درست نمودار سایر گزینه‌ها به صورت زیر است:



۶۶ - گزینه ۴

مبحث: شیمی ۳ صفحات ۱ تا ۶ و شیمی ۱ صفحه ۹۶

درجه دشواری: متوسط

مقدار امید به زندگی در کشورهای کم برخوردار همواره کمتر از کشورهای برخوردار و شیب نمودار در کشورهای کم برخوردار بیشتر از کشورهای برخوردار است.

در جرم برابر از Ca^{2+} و Mg^{2+} ، مقدار مول Mg^{2+} بیشتر است، در نتیجه رسوب بیشتری تولید می شود.

جرم مولی شوینده های غیرصابونی به دلیل سنگین بودن بخش قطبی (SO_3^-) نسبت به صابونی (COO^-)، همواره نسبت به شوینده صابونی هم کربن بیشتر است.

۶۷ - گزینه ۴

مبحث: شیمی ۳ صفحات ۱۶ تا ۱۸

درجه دشواری: متوسط

بررسی گزینه ها:

(۱) نادرست: از واکنش نقره نیترات با محلول سدیم کلرید، رسوب AgCl تشکیل می شود و رسانایی کاهش می یابد.

(۲) نادرست: در واکنش Zn با HCl ، تعداد یون ها در محلول کاهش یافته و رسانایی کاهش می یابد.

(۳) نادرست: پتاسیم نیترات با سدیم کلرید واکنش نمی دهد و رسانایی الکتریکی محلول تغییر خاصی نمی کند.

(۴) درست: در اثر انحلال CO_2 در آب، مقداری اسید ضعیف تولید شده و رسانایی الکتریکی افزایش می یابد.

۶۸ - گزینه ۳

مبحث: نمودار غلظت - زمان تعادل

درجه دشواری: متوسط

واکنش $\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NH}_3(\text{g})$ با ورود گاز آمونیاک به یک ظرف در بسته، در جهت رفت آغاز می شود. در حالت تعادل، سرعت تولید و مصرف مواد شرکت کننده در واکنش متناسب با ضریب آن ها در معادله است. بنابراین سرعت مصرف گاز H_2 سه برابر سرعت تولید گاز N_2 می باشد.

بررسی سایر گزینه ها:

(۱) با توجه به معادله واکنش، کاهش غلظت آمونیاک دو برابر افزایش غلظت نیتروژن بوده و همچنین افزایش غلظت هیدروژن ۳ برابر افزایش غلظت نیتروژن است.

(۲) در حالت تعادل، سرعت تولید و مصرف هر ماده شرکت کننده در واکنش برابر است.

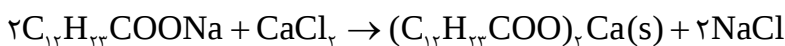
(۴) با کاهش غلظت آمونیاک در اثر پیشرفت واکنش در جهت رفت، سرعت واکنش رفت و در نتیجه سرعت تولید گاز هیدروژن کاهش می یابد.

۶۹ - گزینه ۲

مبحث: شیمی ۳ صفحات ۵ تا ۱۰

درجه دشواری: متوسط

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



$$\frac{58 / 5\text{gC}_{12}\text{H}_{23}\text{COONa} \times \frac{40}{100}}{2 \times 234} = \frac{x\text{g}(\text{C}_{12}\text{H}_{23}\text{COO})_2\text{Ca}}{1 \times 462} \Rightarrow x = 23 / 1\text{g}(\text{C}_{12}\text{H}_{23}\text{COO})_2\text{Ca}$$

درجه دشواری: دشوار

مبحث: شیمی ۳ صفحات ۲۳ تا ۲۶

۷۰ - گزینه ۲

باید اسیدهای ضعیف را مشخص کنیم:

نیترو اسید و فرمیک اسید اسیدهای ضعیف هستند.

تست: محلول کدام یک از ترکیبات زیر کاغذ pH را به رنگ آبی در می آورد و در میان این ترکیب های انتخاب شده با غلظت و دمای یکسان کدام ترکیب رسانای الکتریکی نزدیک به رسانای الکتریکی محلول پتاسیم کلرید دارد؟

الف) جوهر نمک	ب) متیل آمین	پ) اتانول	ت) سود سوزآور
(۱) الف، پ-پ	ب، ت-ب	۳) ب، ت-ت	(۴) الف، پ-الف

مرجع: ریاضی داخل ۱۴۰۱

پاسخ: گزینه ۳

*بررسی عبارات:

(الف) اوره در ساختار خود گروه عاملی آمییدی دارد.

(ب) روغن زیتون با فرمول مولکولی $C_{57}H_{104}O_6$ دارای ۵۷ اتم کربن (که هر کدام ۴ الکترون به اشتراک می‌گذارند)، ۱۰۴ اتم هیدروژن (که هر کدام یک الکترون به اشتراک می‌گذارند)، و ۶ اتم اکسیژن (که هر کدام ۴ الکترون غیرپیوندی دارند و ۲ الکترون به اشتراک می‌گذارند). است که در مجموع ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی و ۱۷۲ جفت الکترون پیوندی دارد.

$$\left(\frac{57 \times 4 + 104 \times 2 + 6 \times 6}{2} \right) = 172 \text{ جفت الکترون پیوندی دارد.}$$

(پ) وازلین با فرمول تقریبی $C_{25}H_{52}$ دارای ۲۵ اتم کربن (که هر کدام ۴ الکترون به اشتراک می‌گذارند) و ۵۲ اتم هیدروژن (که هر کدام یک الکترون به اشتراک می‌گذارند). و ۷۶ جفت الکترون پیوندی است و اوره با یک اتم اکسیژن و ۲ اتم نیتروژن، ۴ جفت الکترون ناپیوندی دارد. $\frac{76}{4} = 19$

$$\frac{76}{4} = 19$$

(ت) اتیلن گلیکول ۲ عامل الکلی دارد و با مولکول‌های خودش نیز پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.

(I) محاسبه غلظت $[OH^-]$ در عصاره گوجه‌فرنگی:

$$[H^+] = 4 \times 10^{-6} [OH^-] \rightarrow [H^+] \times [OH^-] = 4 \times 10^{-6} [OH^-]^2 = 10^{-14} \rightarrow [OH^-] = 5 \times 10^{-11}$$

(II) محاسبه غلظت $[OH^-]$ در آب سیب:

$$pH = 4/7 \rightarrow [H^+] = 10^{-4/7} = 2 \times 10^{-5}$$

$$[H^+] \times [OH^-] = 2 \times 10^{-5} \times [OH^-] = 10^{-14} \rightarrow [OH^-] = 5 \times 10^{-10}$$

محاسبه لگاریتم نسبت غلظت‌ها:

$$\log\left(\frac{[OH^-]_{\text{عصاره گوجه}}}{[OH^-]_{\text{آب سیب}}}\right) = \log\left(\frac{5 \times 10^{-11}}{5 \times 10^{-10}}\right) = \log 0.1 = -1$$

تست: pH معده فردی در حالت استراحت برابر ۳/۷ و در حالت فعالیت برابر ۱/۴ است. غلظت مولار اسید در آن در حالت فعالیت به تقریب

$$\text{چند برابر حالت استراحت است؟ } (10^{-1/7} = 0.2, 10^{-1/4} = 0.4)$$

۵۰ (۴)

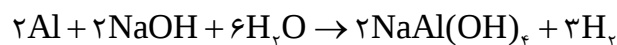
۱۰۰ (۳)

۱۵۰ (۲)

۲۰۰ (۱)

مرجع: ریاضی خارج ۱۳۹۸

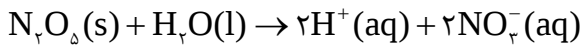
پاسخ: گزینه ۱



$$134gAl, NaOH \times \frac{3 \text{ mol } H_2}{134gAl, NaOH} \times \frac{22.4L}{1 \text{ mol } H_2} = 67.2L$$

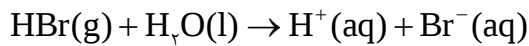
گزینه‌های ۱ و ۲ مطابق متن صفحه ۱۳ کتاب درسی در مورد این مخلوط صحیح هستند.

محاسبه pH هر یک از محلول‌ها به صورت زیر است:



$$\frac{N_2O_5 \text{ جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{H^+ \text{ غلظت} \times \text{لیتر محلول}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{3/24}{1 \times 108} = \frac{x \times 0/3}{2} \Rightarrow x = 0/2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log 0/2 = -\log(2 \times 10^{-1}) = -0/3 + 1 = 0/7$$



$$\frac{HBr \text{ مول}}{\text{ضریب}} = \frac{H^+ \text{ غلظت} \times \text{لیتر محلول}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{0/1}{1} = \frac{y \times 0/2}{1} \Rightarrow y = 0/5 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = -\log(H^+) = -\log 0/5 = -\log 5 \times 10^{-1} = -0/7 + 1 = 0/3$$

$$K_a = \frac{m\alpha^2}{1-\alpha} \xrightarrow{K_a \text{ بسیار کوچک}} K_a = M\alpha^2 \Rightarrow 2 \times 10^{-5} = 0/2 \times \alpha^2 \Rightarrow \alpha = 0/01$$

$$M(1+\alpha) = 0/2(1+0/01) = 0/202$$

$$\text{دو ذره} = \text{تعداد مول} \times \text{غلظت} = 0/202 \times 0/2 = 0/0404$$

موارد الف و ت درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) مخلوط آب در روغن و صابون و همچنین رنگ‌های پوششی هر

دو جزء کلوئیدها و پایدار هستند.

(پ) مخلوط روغن زیتون در هگزان محلول (همگن) و مس(II)

سولفات در آب محلول بوده و هر دو جزء مخلوط‌های پایدار هستند.

تست: کدام موارد درست است؟

(الف) شربت معده و شیر، مخلوط‌هایی ناهمگن از نوع سوسپانسیون‌اند.

(ب) مخلوط آب و روغن با استفاده از صابون، به یک کلوئید پایدار تبدیل می‌شود.

(پ) پخش کردن نور، ناهمگن بودن و ته نشین شدن، از ویژگی‌های کلوئیدها به شمار می‌آید.

(ت) ذرات سازنده محلول‌ها، یون‌ها و مولکول‌ها اما ذرات سازنده کلوئیدها، توده‌های مولکولی‌اند.

(۴) ب، پ، ت

(۳) ب، ت

(۲) آ، ب، پ

(۱) آ، پ

مرجع: ریاضی داخل ۱۴۰۰

پاسخ: گزینه ۳

مقایسه سوسپانسیون‌ها، کلوئیدها و محلول‌ها

	محلول‌ها	کلوئیدها	سوسپانسیون‌ها
	نور را پخش نمی‌کند.	نور را پخش می‌کند.	نور را پخش می‌کند.
	همگن	به ظاهر همگن	ناهمگن
	پایدار	پایدار	ناپایدار
	مولکول‌ها یا یون‌های آب پوشی شده	مولکول‌ها	ذره‌های ریز ماده (بزرگتر از ذرات کلوئیدها)

تست: چند مورد از مطالب درست است؟

- کلئیدها مخلوط‌های شفافند و عبور نور از آنها همانند عبور نور از محلول‌هاست.
- کلئیدها ظاهری همگن دارند و از توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت تشکیل شده‌اند.
- ذرات سازنده کلئیدها، از ذرات سازنده محلول‌ها بزرگ‌تر و از ذرات سازنده سوسپانسیون‌ها کوچک‌ترند.
- آب گل‌آلود، مخلوط ناهمگن از نوع سوسپانسیون است و با گذشت زمان، مواد حل‌شده در آن رسوب می‌کنند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ مرجع: ریاضی خارج ۱۴۰۰

۷۷- گزینه ۱

مبحث: شیمی ۳ صفحات ۱۸ تا ۲۴

درجه دشواری: ساده

$$K_b = \frac{M\alpha}{1-\alpha} \Rightarrow 0.05 = \frac{M \times (0.2)^2}{1-0.2} \Rightarrow M_b = 1 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$[\text{OH}^-] = M\alpha = 1 \times 0.2 = 0.2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \rightarrow \text{pOH} = -\log[\text{OH}^-] = 1 - 0.3 = 0.7$$

$$\text{pH} = 14 - \text{pOH} = 14 - 0.7 = 13.3$$

 تست: اگر در محلول ۰/۱ مولار اسید ضعیف غلظت یون هیدرونیوم 4×10^{-3} مول بر لیتر باشد، درصد یونش و pH محلول به تقریب کدام است؟

(log ۴ ≈ ۰/۶)

۲/۴، ۱/۲ (۱) ۲/۴، ۱/۲ (۲) ۲/۴، ۰/۴ (۳) ۲/۶، ۰/۴ (۴)

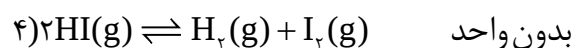
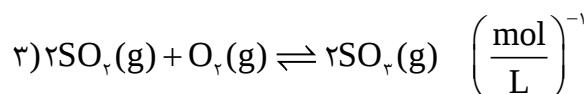
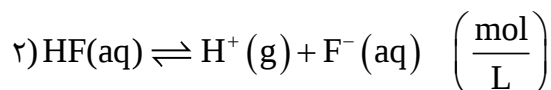
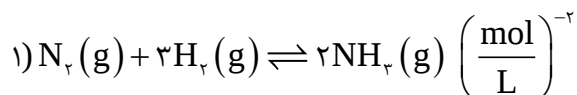
پاسخ: گزینه ۳ مرجع: ریاضی داخل ۱۳۹۸

۷۸- گزینه ۱

مبحث: شیمی ۳ صفحات ۲۰ تا ۲۴

درجه دشواری: متوسط

در اینجا باید به واحد ثابت تعادل توجه کنیم. برای هر واکنش واحد ثابت تعادل به صورت زیر است.



۷۹- گزینه ۳

مبحث: شیمی ۳ صفحات ۴ تا ۱۲

درجه دشواری: ساده

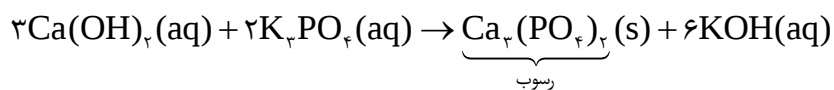
گزینه ۱: صابون مراغه افزودنی شیمیایی ندارد.

گزینه ۲: صابون در آب سخت رسوب داده و کارایی کاهش می‌یابد. (از بین نمی‌رود).

گزینه ۳: نسبت آنیون به کاتیون در هر دو یکسان و یک به یک است.

 گزینه ۴: از واکنش صابون با نمک‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} رسوب ایجاد می‌شود و کلئید نداریم.

واکنش به صورت رو به رو است.



که تنها KOH در فراورده به صورت محلول است. با توجه به ضرایب معادله از واکنش ۰/۶ مول کلسیم هیدروکسید و ۴ مول پتاسیم فسفات، ۱/۲ مول پتاسیم هیدروکسید (محلول در آب) و ۰/۲ مول کلسیم فسفات (رسوب) تولید می‌شود. پس در نهایت ۱/۲ مول یون پتاسیم و ۱/۲ مول یون هیدروکسید در آب داریم که مجموعاً ۲/۴ مول یون می‌شود.