www.konkur.in

آزمون خیلی سبز؛ یک آزمون استراتژیک



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

مثلِ کنکورترین آزمونِ آزمایشی

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی،نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه آرایی، فونت سؤالات،سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و ...) در شبیه ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می شود.

۱- در بخشی از کتاب درسی، آزمایشات دانشمندی در سه مرحلهٔ کلی آورده شده است که به بحث‌ها و پژوهش‌های چندساله دربارهٔ ماهیت مادهٔ ژنتیک خاتمه داد. در هر مرحله‌ای از این آزمایشات که از پروتئازها استفاده شد، کدام مورد زیر مشاهده می‌شود؟

۱) عدم تجزیهٔ مادهٔ وراثتی
۲) انتقال صفت بین یاخته‌های زنده
۳) عدم استفاده از گریزانه (سانتریفیوژ)
۴) قرارگیری باکتری‌ها در چهار ظرف متمایز

۲- کدام ویژگی، دربارهٔ هیچ‌یک از کاتالیزورهای زیستی فعال در یاخته‌های کبدی انسان صادق نیست؟

۱) در طی شرکت در واکنش‌های شیمیایی مصرف می‌شوند.
۲) پس از قرارگرفتن مواد سمی در جایگاه فعال آن‌ها، به فعالیت صحیحشان ادامه می‌دهند.
۳) با اثر بر یک نوع پیش‌مادهٔ خاص، قادر به تولید چند نوع فراوردهٔ مختلف در درون یاخته می‌باشند.
۴) بدون نیاز به شکل‌گیری جایگاه فعال در نتیجهٔ تشکیل ساختار سوم پروتئینی، به انجام واکنش‌های شیمیایی می‌پردازند.

۳- کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر، مناسب است؟

«فقط یکی از آنزیم‌های شرکت‌کننده در فرایند همانندسازیِ دنا که بلافاصله بعد از تشکیل دوراهی همانندسازی، فعالیت خود را آغاز می‌کند، .....»

۱) مارپیچ دنا و دو رشتهٔ آن را از هم باز می‌کند
۲) در ساخت یک رشتهٔ دنا در مقابل رشتهٔ الگو نقش دارد
۳) بین گروه فسفات و گروه هیدروکسیل، پیوند اشتراکی می‌سازد
۴) فاقد توانایی شکستن پیوند اشتراکی در فعالیت بسپارازی خود است

۴- با توجه به اطلاعات کتاب درسی دربارهٔ انواع نوکلئیک اسیدهای دورشته‌ای در یاخته‌های مورولا، نوکلئیک اسیدی که ساختار خطی دارد، چه مشخصه‌ای دارند؟ (در نظر بگیرید هر یک در زمان مشابهی همانندسازی می‌شوند.)

۱) توسط تعداد غشای کم‌تری محصور شده است.
۲) همانندسازی را در جهات بیشتری انجام می‌دهد.
۳) تعداد دوراهی‌های همانندسازی بیشتری دارد.
۴) برای تکثیر آن، مقدار نوکلئوتیدهای آزاد کم‌تری مصرف می‌شود.

۵- کدام مورد، در خصوص آزمایشات یا نتایج کارهای گریفیت، نادرست است؟

۱) در یکی از آزمایشات خود، علی‌رغم استفاده از باکتری‌های زندهٔ بدون پوشینه، سبب مرگ موش شد.
۲) در یکی از آزمایشات خود، علی‌رغم تزریق باکتری‌های زنده به موش، شاهد زنده‌ماندن موش بود.
۳) در یکی از آزمایشات خود، باکتری‌های پوشینه‌دار زنده را در محلی غیر از خون موش‌های مرده مشاهده کرد.
۴) در یکی از آزمایشات خود، بدون پی‌بردن به ماهیت مادهٔ ژنتیک، نحوهٔ انتقال آن بین یاخته‌های زنده را متوجه شد.

۶- کدام عبارت در خصوص پیوندهایی که در ساختار «عامل اصلی انتقال صفات وراثتی» حضور دارند، نادرست است؟

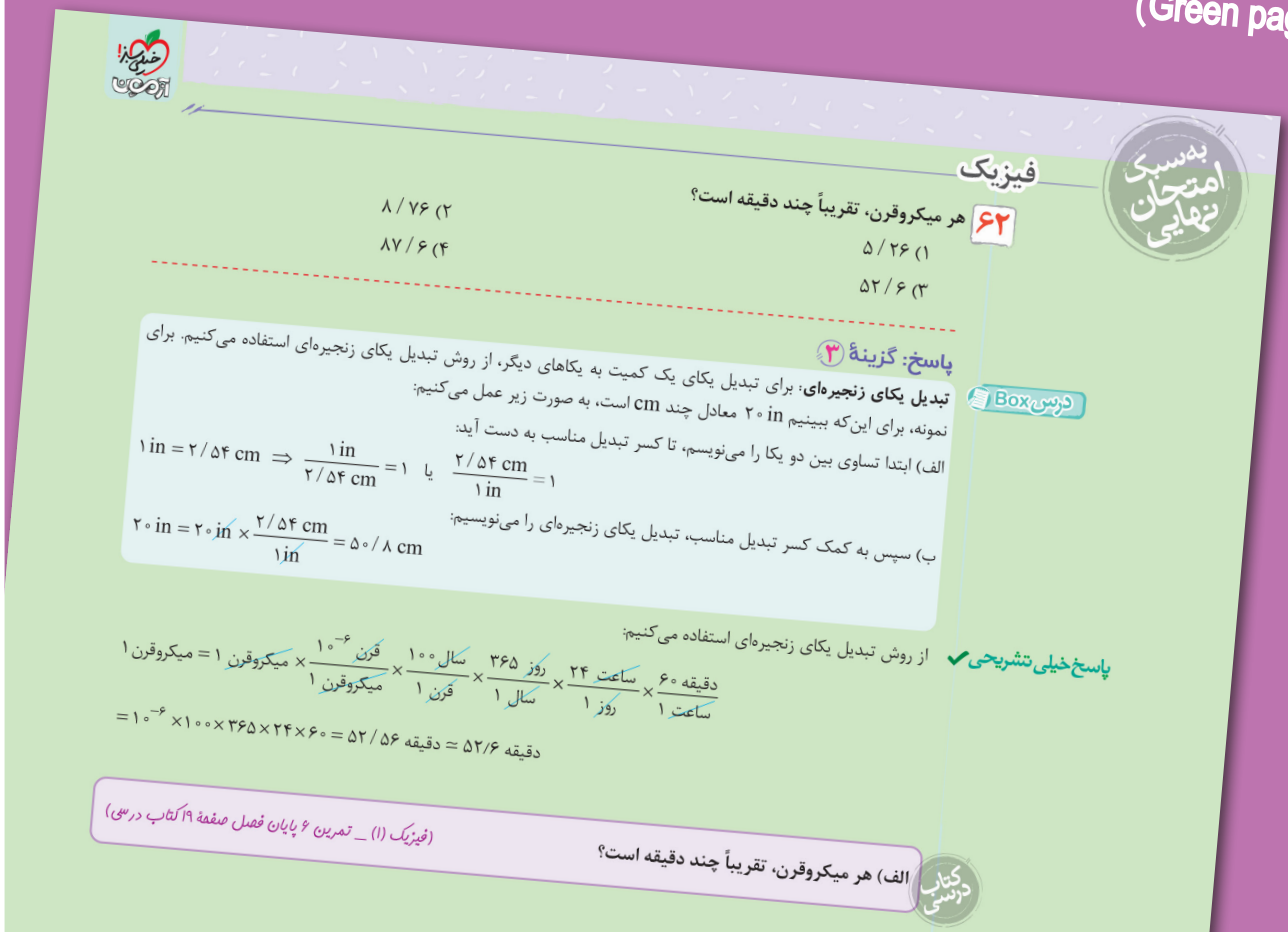
۱) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است،

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Green Page

- سؤال‌هایی که با توجه به تمرین‌ها و مثال‌های کتاب درسی و سؤال‌های امتحان‌های نهایی برگزار شده، تو آزمون خیلی سبز براتون شبیه‌سازی شدن، البته سؤال‌های خاص امتحان نهایی؛ همون سؤال‌هایی که تضمین می‌کنه ۲۰ بگیری
- (سبک و نوع نگارش سؤال‌ها مشابهت دقیق با امتحان‌های نهایی دارن)
- تقریباً تو هر آزمون، برای هر درس ۲ یا ۳ تا سؤال شبیه‌ساز نهایی (Green Page) داریم.
- رنگ زمینه صفحه پاسخنامه این سؤال‌ها سبزرنگه به همین دلیل معروفن به (Green page)



فیزیک

به‌سبک امتحان نهایی

۶۲ هر میکروقرن، تقریباً چند دقیقه است؟

۱) ۵/۲۶
۲) ۸/۷۶
۳) ۵۲/۶
۴) ۸۷/۶

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

تبدیل یکای زنجیره‌ای: برای تبدیل یکای یک کمیت به یکاهای دیگر، از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. برای نمونه، برای این‌که ببینیم ۲۰ in معادل چند cm است، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

الف) ابتدا تساوی بین دو یکا را می‌نویسم، تا کسر تبدیل مناسب به دست آید:

$$۱\text{ in} = ۲/۵۴\text{ cm} \Rightarrow \frac{۱\text{ in}}{۲/۵۴\text{ cm}} = ۱ \quad \text{یا} \quad \frac{۲/۵۴\text{ cm}}{۱\text{ in}} = ۱$$

ب) سپس به کمک کسر تبدیل مناسب، تبدیل یکای زنجیره‌ای را می‌نویسیم:

$$۲۰\text{ in} = ۲۰\text{ in} \times \frac{۲/۵۴\text{ cm}}{۱\text{ in}} = ۵۰/۸\text{ cm}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$\text{۱ میکروقرن} = ۱\text{ میکروقرن} \times \frac{\text{قرن } ۱۰^{-۶}}{\text{میکروقرن } ۱} \times \frac{\text{سال } ۱۰۰}{\text{قرن } ۱} \times \frac{\text{روز } ۳۶۵}{\text{سال } ۱} \times \frac{\text{ساعت } ۲۴}{\text{روز } ۱} \times \frac{\text{دقیقه } ۶۰}{\text{ساعت } ۱}$$

$$= ۱۰^{-۶} \times ۱۰۰ \times ۳۶۵ \times ۲۴ \times ۶۰ = ۵۲/۵۶\text{ دقیقه} \simeq ۵۲/۶\text{ دقیقه}$$

کتاب درسی الف) هر میکروقرن، تقریباً چند دقیقه است؟ (فیزیک (۱) _ تمرین ۶ پایان فصل صفحهٔ ۱۹ کتاب درسی)

پایین صفحه پاسخنامه این سؤال‌ها، سؤال اصلی که تو امتحان نهایی اومده (یا تمرین و مثال کتاب) با ذکر آدرسش نوشته شده.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Red Page

- برای این که با سبک سؤال‌های کنکور خیلی دقیق آشنا بشین؛ خیلی سبز تو هر آزمون برای هر درس ۲ یا ۳ تا از سؤال‌های کنکور رو شبیه‌سازی می‌کنه.
- همیشه سعی میشه که این مدل شبیه‌سازی‌ها از بین (سؤال‌های کنکور) که معمولاً تکرار میشن انجام بشه
- توی پاسخنامه صفحه مربوط به پاسخ این سؤال‌ها رنگ زمینه قرمز داره به خاطر همین بهش می‌گیم (Red page)
- اگه دقت کنید می‌بینید که سبک و مدل این سؤال‌های شبیه‌سازی شده دقیقاً مثل همون سؤال کنکوره



مشابه کنکور

فیزیک

۴۵ معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = t^2 - 4t + 5$ است. شتاب متوسط این متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که سرعت آن به $\vec{v} = (1\,m/s)\vec{i}$ می‌رسد، برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

۱) $4\vec{i}$ ۲) $-4\vec{i}$ ۳) $2\vec{i}$ ۴) $-2\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

سرعت در مبدأ زمان (v_0) و لحظهٔ t_1 که بردار سرعت در آن لحظه برابر $\vec{v}_1 = (1\,m/s)\vec{i}$ است را به دست آورید و سپس از رابطهٔ $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ خواستهٔ سؤال را حساب کنید.

درس Box

بردار شتاب متوسط متحرک از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$\vec{v}$: بردار سرعت متحرک (m/s)

t: زمان (s)

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: سرعت متحرک در مبدأ زمان را به دست می‌آوریم:

$$v_0 = (0)^2 - 4(0) + 5 = 5\,m/s$$

گام دوم: اکنون لحظه‌ای را که سرعت متحرک $1\,m/s$ است، محاسبه می‌کنیم:

$$v = t^2 - 4t + 5 = 1 \Rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow (t-2)^2 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

گام سوم: بردار شتاب متوسط متحرک را در بازهٔ زمانی ۰ تا ۲ ثانیه به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{v_{2s} - v_0}{2-0} = \frac{(1-5)\vec{i}}{2} = (-2\,m/s^2)\vec{i}$$

کنکور

معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی در SI به صورت $v = 2t^2 - 8$ است. شتاب متوسط آن در ۲ ثانیهٔ دوم چند متر بر مربع ثانیه است؟

(سؤال ۴۸ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)

۱) ۱۸ ۲) ۱۲ ۳) ۸ ۴) ۴

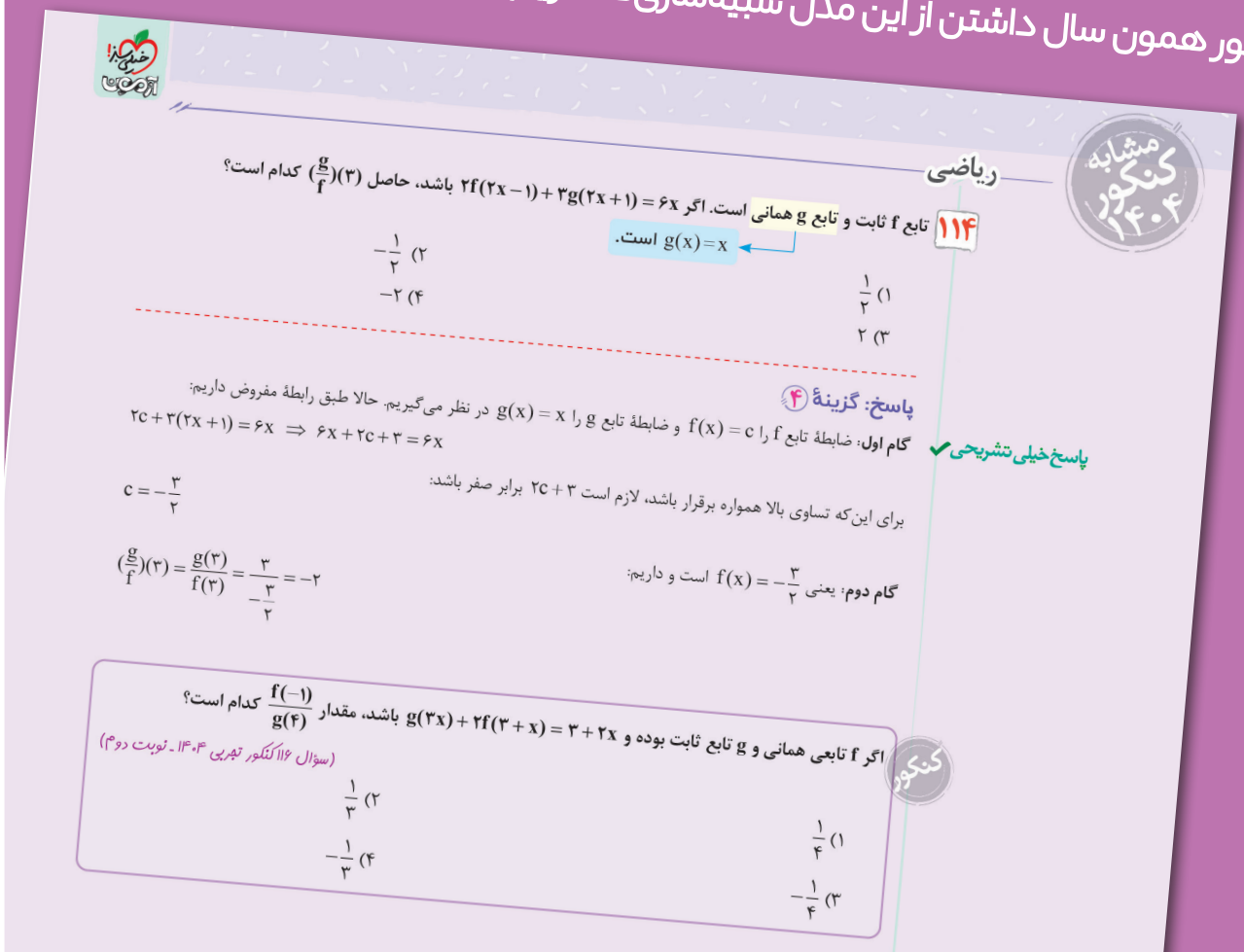
سؤال اصلی کنکور که این سؤال از درسش شبیه‌سازی شده رو می‌تونی پایین صفحهٔ پاسخنامه ببینید.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Purple Page

- مرسومه که هر سال سؤال‌های یکی دو تا درس تو کنکور سراسری سخت‌تر (یا خاص‌تر) طراحی میشن
- مثلاً کنکور سال ۱۴۰۴ تو رشته ریاضی و تجربی درس‌های ریاضی و شیمی اینجوری بودن و برای رشته انسانی این اتفاق برای علوم و فنون و فلسفه (کمی هم جغرافیا) افتاده بود.
- خیلی سبز این مدل سؤال‌های خاص رو هم تو هر آزمون شبیه‌سازی می‌کنه (۱ یا ۲ سؤال برای هر درس)
- صفحه پاسخ هر کدوم از این سؤال‌ها رنگ زمینه بنفش داره.
- Purple Page برای همه درس‌ها نیست و فقط برای درس‌هایی که سؤال خاص‌تر (یا سخت‌تر) تو کنکور همون سال داشتن از این مدل شبیه‌سازی‌ها داریم.



ریاضی

مشابه کنکور ۱۴۰۴

۱۱۴ تابع f ثابت و تابع g همانی است. اگر $3g(2x+1)+2f(2x-1)=6x$ باشد، حاصل $(\frac{g}{f})(3)$ کدام است؟

$g(x)=x$ است.

۱) $\frac{1}{2}$
۲) $-\frac{1}{2}$
۳) ۲
۴) -2

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ضابطهٔ تابع f را $f(x)=c$ و ضابطهٔ تابع g را $g(x)=x$ در نظر می‌گیریم. حالا طبق رابطهٔ مفروض داریم:

$$2c+3(2x+1)=6x \Rightarrow 6x+2c+3=6x$$

برای این‌که تساوی بالا همواره برقرار باشد، لازم است $2c+3$ برابر صفر باشد:

$$c=-\frac{3}{2}$$

گام دوم: یعنی $f(x)=-\frac{3}{2}$ است و داریم:

$$(\frac{g}{f})(3)=\frac{g(3)}{f(3)}=\frac{3}{-\frac{3}{2}}=-2$$

کنکور

اگر f تابعی همانی و g تابع ثابت بوده و $g(3x)+2f(3+x)=3+2x$ باشد، مقدار $\frac{f(-1)}{g(4)}$ کدام است؟

(سؤال ۱۱۶ کنکور تجربی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

۱) $\frac{1}{4}$
۲) $\frac{1}{3}$
۳) $-\frac{1}{4}$
۴) $-\frac{1}{3}$

سؤال اصلی کنکور که این سؤال با توجه به اون شبیه‌سازی شده هم پایین صفحهٔ پاسخنامه سؤال آورده شده که بتونی بلافاصله بعد از حل کردنش سؤال اصلی کنکورش رو هم ببینی و این مدل سؤال خاص رو دقیقاً به ذهن بسپری.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخنامه‌ای برای تکمیل یادگیری

- پاسخنامهٔ خیلی سبز فقط یک پاسخنامهٔ معمولی نیست، بلکه یه مسیره؛ یه مسیر فکر شده و مرحله به مرحله برای تکمیل یادگیری.
- هر سؤال و پاسخ رو تو یه صفحه میاریم که دسترسی به هر سؤال راحت‌تر باشه.

صورت سؤال رو دوباره اینجا میاره که حین بررسی پاسخنامه صورت سؤال هم دم دستت باشه.

گاهی وقت‌ها دلیل اینکه نتونستی به جواب برسی اینه که صورت سؤال رو خوب متوجه نشدی، **تعبیر سؤال** (که دقیقاً رو قسمت خاص فهم سؤال نوشته می‌شه) به فهم دقیق سؤال کمکت می‌کنه.

زیست‌شناسی

۱۶ شکل زیر، ترسیمی ساده مربوط به یکی از انواع الگوهای پیشنهادی برای همانندسازی دنا است. کد
به این شکل، درست بیان شده است؟ (فرض کنید تمام نوکلئوتیدهای دنای A معمولی هستند، در ضمن
را برابر با یک رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی در نظر بگیرید.)

همانندسازی حفاظتی

۱) شکستن پیوند اشتراکی در این الگو تنها به واسطهٔ فعالیت نوکلئازی دنابسپاراز محتمل است.

۲) در این الگو برخلاف الگوی تأییدشده توسط مزلسون و استال، تغییر ساختار رشتهٔ الگو محتمل نیست.

۳) به دنبال ۲ دور همانندسازی دنای B با این الگو و در شرایطی مشابه با آزمایش مزلسون و استال، تشکیل نوار در میانهٔ لوله محتمل است.

۴) در پی ۴ دور همانندسازی دنای C با این الگو و در محیط دارای ^{15}N، فقط یک نوار در لول تشکیل می‌شود.

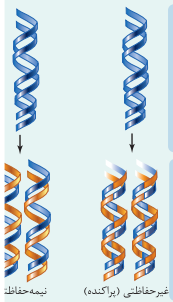
پاسخ: گزینهٔ ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم ـ فصل ۱ ـ طرح های همانندسازی

Hint

شکل، نشان‌دهندهٔ طرح همانندسازی حفاظتی است، چراکه در آن، هر دو رشتهٔ دنای اولیه به صورت دست‌نخ
وارد یکی از یاخته‌های حاصل می‌شوند. دو رشتهٔ دنای جدید هم، با هم، وارد یاختهٔ دیگر می‌شوند. از طرفی
دارای نیتروژن ۱۴ هستند و دنای C هم فقط دارای نیتروژن ۱۵ است.

درس Box



طرح‌های پیشنهادی همانندسازی دنا

حفاظتی: هر دو رشتهٔ دنای قبلی (اولیه) به صورت دست‌نخورده باقی مانده، وارد یکی از یاخته‌های حاصل از تقسیم می‌شوند، دو رشتهٔ دنای جدید هم وارد یاختهٔ دیگر می‌شوند؛ چون دنای اولیه به صورت دست‌نخورده در یکی از یاخته‌ها حفظ شده است.

نیمه‌حفاظتی: در این طرح در هر یاخته یکی از دو رشتهٔ دنا مربوط به دنای اولیه است و رشتهٔ دیگر با نوکلئوتیدهای جدید ساخته شده است، چون در هر یاختهٔ حاصل، فقط یکی از دو رشتهٔ دنای قبلی وجود دارد.

غیرحفاظتی (پراکنده): هر کدام از رشته‌های دناهای حاصل، قطعاتی از رشتهٔ قبلی و
صورت پراکنده در خود دارند.

پاسخ خیلی تشریحی

اگر دنا با نیتروژن ۱۵ (دنای C)، یک بار در محیط دارای نیتروژن ۱۵ به روش حفاظتی همانندسازی شود، در
دنا با نوکلئوتیدهای حاوی نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. اگر این دو دنای جدید دوباره به صورت حفاظتی همانند
دناهای دارای نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. پس در نهایت، فقط یک نوار در سانتریفیوژ ایجاد می‌شود که دناهای

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): طی همانندسازی دنا، هنگام اضافه‌شدن هر نوکلئوتید سه‌فسفاته به انتهای رشتهٔ پلی‌نوکلئوتیدی در
طی فعالیت بسپارازی دنابسپاراز، دوتا از فسفات‌های آن از نوکلئوتید جدا می‌شوند. طی فعالیت نوکلئازی د
فسفودی‌استر برای رفع اشتباه شکسته می‌شود. پس هم طی همانندسازی دنا (فعالیت بسپارازی) و هم طی
دنابسپاراز شکستن پیوند اشتراکی رخ می‌دهد.

نکته

اگر همانندسازی دنا در آزمایش‌های مزلسون و استال با الگوی حفاظتی ممکن باشد، به ازای هر دور همانندسا
تشکیل‌شده دارای چگالی سبک یا سنگین هستند و در لولهٔ آزمایش هیچ‌گاه دنایی با چگالی متوسط تشکیل

هدف اصلی این مدل پاسخنامه اینه که فقط پاسخنامه رو نخونی و رد بشی بلکه مرحله به مرحله بهت کمک بکنه خودت سؤال رو حل کنی.
Hint یه اشارهٔ دقیقه برای اینکه بدونی برای جواب دادن به این سؤال از کجا شروع کنی و چیکار کنی.

درس Box یه درسنامهٔ کامل در عین حال جمع‌وجوره برای یادآوری درسنامهٔ مربوط به اون سؤال.
اگه تا این مرحله هنوز به جواب نرسیدی درس‌باکس کمک می‌کنه به یادآوری و تلاش مجدد برای حل سؤال.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ یه پاسخنامهٔ خیلی خیلی تشریحی که هم پاسخ درست رو کامل تشریح می‌کنه و هم تک‌تک گزینه‌هارو بررسی می‌کنه.
معمولاً این پاسخنامه گام به گامه و برای اینکه با خوندن گام اول دوباره سعی کنی ادامه راه‌حل رو خودت پیدا کنی.

نکته نکته‌های خیلی خاص (کنکوری)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گول‌نخوری سعی کردیم اشتباهات متدوالی که تو هر سؤال اتفاق می‌افته رو تحت عنوان گول نخوری برای هر سؤال بیاریم.
این قراره بهت کمک کنه که تو دام سؤال‌ها نیفتی و بعد از یه مدتی دام سؤال‌ها رو بشناسی.

یه‌جور دیگه اگر سؤال رو درست حل کردی یه راه حل متفاوت هم اینجا ببین.
یه‌جوردیگه نگاه کردن به هر سؤال کمک زیادی به بالا بردن سرعت حل تست‌ها می‌کنه.

تیزبازی حتی اگر یکی دوتا سؤال رو بتونی سر جلسه آزمون (مخصوصاً کنکور) سریع و خاص حل کنی علاوه بر ذخیره کردن زمان از نظر روحی هم خیلی خیلی بهت کمک می‌کنه.
تیزبازی یه آیتم جذابه برای یاد گرفتن و تمرین کردن حل سؤال‌ها با روش‌های تند و تیز.

شکل‌نامه شکل‌های کتاب تو بعضی از درس‌ها (مخصوصاً زیست‌شناسی) خیلی خیلی مهمه. موشکافی شکل‌های مهم کتاب درسی رو اینجا ببین.

مشاوره اهمیت تست‌ها توی کنکور، پرتکرار بودنشون و توضیحات تخصصی یه طراح حرفه‌ای رو توی مشاوره هر تست دقیق بخون.

این همه آیتم توی پاسخنامه به خاطر اینه که هر کسی متناسب با نیاز خودش از اون بهره‌مند بشه.

مثلاً کسی که به یه سؤال جواب درست داده فقط می‌تونه یه‌جوردیگه یا تیزبازی سؤال رو ببینه نه همه پاسخ‌نامه رو.

پاسخ خیلی تشریحی

موارد (ب) و (ت) درستاند.

بررسی موارد:

الف) یون‌ها با قرارگیری در مدار الکتریکی به سوی قطب‌های ناهمنام خود حرکت می‌کنند، نه قطب‌های همنام!

ب) گرافیت، رسانای الکترونی است و دو مادهٔ دیگر، رسانای جریان برق نیستند.

گول‌نخوری ترکیب‌های یونی در حالت جامد، رسانای جریان برق نیستند؛ زیرا یون‌ها در حالت جامد نمی‌توانند آزادانه جابه‌جا ش

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: برای این‌که نمودار سهمی پایین‌تر از خط قرار گیرد باید $(-2,3)$ مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ زیر باشد:

$$b < 2ax + 4b \Rightarrow x^2 - 3ax - 5b < 0$$

گام دوم: با توجه به تعیین علامت عبارت درجه ۲، می‌توان نتیجه گرفت که $x=-2$ و $x=3$ جواب $x^2 - 3ax - 5b = 0$ هستند، در نتیجه:

$$\left.\begin{matrix} 9a - 5b = 0 \\ +6a - 5b = 0 \end{matrix}\right\} \xrightarrow[\text{کم می‌کنیم}]{\text{بالایی را از پایینی}} 5 - 15a = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{3}, b = \frac{6}{5}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{2}{5} = 0/4$$

یه‌جوردیگه می‌تونستی برای مشخص‌کردن a و b از S و P استفاده کنی.

$$3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$-5b = -6 \Rightarrow b = \frac{6}{5}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: از جدول تعیین علامت استفاده می‌کنیم؛ زیرا دامنهٔ تابع f مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $\frac{1-2x}{2[x]-1} \geq 0$ اس

	$\frac{1}{2}$	
	۰	−

و براساس روابط درس‌باکس، جدول تعیین علامت عبارت $2[x]-1$ را می‌نویسیم:

	1	
	−	+

گام دوم: حالا جدول هم‌زمان این دو عبارت را داریم:

	$\frac{1}{2}$		1	
	+	−		−
	−		−	+
	−	۰	+	−

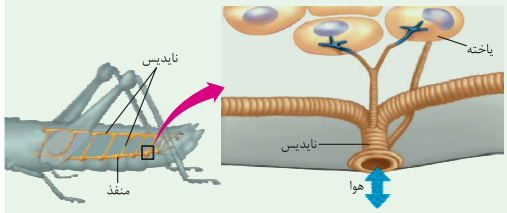
با توجه به جدول بالا، مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $\frac{1-2x}{2[x]-1} \geq 0$ که همان دامنهٔ تابع f است، بازهٔ $[\frac{1}{2}, 1)$ خواهد هیچ عدد صحیحی را شامل نمی‌شود.

تیزبازی اگر $x \in \mathbb{Z}$، آن‌گاه $[x] = x$ و ضابطهٔ تابع f به صورت $f(x) = \sqrt{-1}$ خواهد شد که غیر قابل قبول است؛ پس شامل هیچ عدد صحیحی نیست.

شکل‌نامه

۱) قطر نایدیس‌ها با میزان انشعابات آن‌ها، رابطهٔ عکس دارد؛ یعنی هر چه‌قدر از بخش‌های ابتدایی به سمت انتهایی می‌رویم، قطر کاهش می‌یابد.

۲) جهت جریان هوا درون نایدیس‌ها دوطرفه است.



۳) از یک نایدیس می‌تواند انشعاباتی با قطر متفاوت جدا شود. این انشعابات می‌توانند به بخش‌های مختلف بدن بروند، گ به سمت منافذ تنفسی دیگر می‌روند تا با انشعابات آن‌ها یکی شوند، گروهی هم می‌توانند بروند و انشعابات پایانی نایدیس

۴) در مجاورت هر یاخته، ممکن است بیش از یک انشعاب پایانی وجود داشته باشد.

مشاوره تو یکی از سؤال‌های کنکور که تیپ مشابهی با سؤال ما داشت، یکی از موارد تو همهٔ گزینه‌ها تکرار شده بود (مثل مورد (د) تو این‌جا) خب این یعنی این گزینه درسته و لازم نیست بخونیدش، پس با خیالت راحت برو سراغ بقیهٔ گزینه‌ها و زمانت رو save کن.

درون سیتوپلاسم کروموزوم کمکی نیز حضور دارد و از نظر تعداد جایگاه آغاز همانندسازی و یک یا دو همانند اغلب پروکاریوت‌ها است.)

الف) ساختاری متشکل از دو رشتهٔ موازی است که در جهتی خاص حول محور فرضی پیچیده شده‌اند.

ب) در یک نقطهٔ ویژه از دنا، فرایند همانندسازی، آغاز شده و با رسیدن مجدد به آن پایان می‌یابد.

ج) مشابه دنای کمکی، از طریق بخش مشترکی به غشای یاخته اتصال می‌یابد.

د) تعداد ساختارهای Yشکل آن حین همانندسازی کم‌تر از دنای اصلی آغازیان است.

۱) «الف» و «د»
۲) «الف»، «ب» و «د»
۳) «ب»، «ج» و «د»
۴) «الف»، «ب»، «ج» و «د»

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله چهارم
۰۶ - ۱۴۰۵	۰۳/مهر/۱۴۰۵

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۶

ویژگی‌های برنامه راهبردی آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز در تابستان ۰۶-۱۴۰۵

۱- دوره دروس پایه دهم
۲- دوره دروس پایه یازدهم
۳- مطالعه بخشی از دروس پایه دوازدهم
۴- امکان فرایند ترکیبی هر کدام از موارد فوق

پایه / مرحله	اول ۲۳ مرداد	دوم ۶ شهریور	سوم ۲۰ شهریور	چهارم ۳ مهر
دهم	-	✓	✓	✓
یازدهم	✓	✓	✓	✓
دوازدهم	-	✓	✓	-

- با توجه به موارد فوق دفترچه آزمون خیلی سبز در این آزمون از ۲ قسمت تشکیل شده است.
- هر داوطلب باید در جلسه آزمون به یک یا دو قسمت (که قبلاً در پنل کاربری انتخاب کرده است) پاسخ دهد.
- آزمون مرحله چهارم (همین دفترچه‌ای که در دست دارید) آزمون جمع‌بندی دروس پایه است.
- تمامی سرفصل‌های دوازدهم، مجدد از مهر، در برنامه راهبردی دیده شده است.

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس ـ گزینشگر
حسابان و ریاضیات پایه	طراحان: کوروش اسلامی ـ فرشاد حسن‌زاده ـ عادل حسینی ـ بابک سادات ـ علی شهرابی ـ مصطفی کرمی محمد گودرزی ـ سروش موئینی ـ حسین نادری ـ محمدسجاد نقیه کارشناسان علمی: علی افضل‌زاده ـ سروش موئینی ـ مازیار احمدی‌ناو	محمدسجاد نقیه
هندسه	طراحان: امیرحسین ابومحبوب ـ حمید گلزاری کارشناسان علمی: امیرحسین ابومحبوب ـ سید عباس حسینی	حمید گلزاری
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	طراح: سروش موئینی کارشناس علمی: سید عباس حسینی	سعید قندچی ـ سروش موئینی
فیزیک	طراحان: علیرضا جباری ـ رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی کارشناسان علمی: علیرضا جباری ـ هادی نجفی	رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی
شیمی	طراحان: مهدی براتی ـ سلیم بهرامی ـ سروش عبادی ـ یاسر عبداللهی ـ محمد قهرمانی‌نژاد ـ امیر حسین مسلمی محمد مرادی ـ محسن مجنونی ـ مرتضی نصیرزاده کارشناسان علمی: مرتضی نصیرزاده ـ پارسا فراهانی ـ محمدمهدی کریمیان	یاسر عبداللهی

مدیر تألیف آزمون: دکتر فاطمه آقاجانپور

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه‌ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

Azmoonkheilisabz.com

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پایه دهم

چنان چه پایهٔ دهم را در پنل کاربری خود انتخاب کرده‌اید، به سؤالات این دفترچه مطابق جدول زیر در زمان مقرر پاسخ دهید.

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	بودجه‌بندی دروس
حسابان و ریاضیات پایه	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه	ریاضی (۱) فصل ۱ تا ۵ صفحهٔ ۱ تا ۱۱۷
هندسه	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه	هندسه (۱) کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۹۶
فیزیک	۲۰	۳۱	۵۰	۳۰ دقیقه	فیزیک (۱) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۴۹
شیمی	۱۵	۵۱	۶۵	۲۰ دقیقه	شیمی (۱) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۲
مجموع	۶۵ سؤال			۱۰۰ دقیقه	–

آزمون آزمایشی خیلی سبز – رشته ریاضی

پایه دوازدهم – مرحله چهارم – ۳ مهر ۱۴۰۵

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

ریاضی دهم

۱- دو مجموعهٔ A و B در مجموعهٔ مرجع U تعریف‌شده‌اند. اگر $n(U)=۲n(A)=۳n(B)=\frac{۳}{۲}n(A\cup B)=۲۴$ باشد، حاصل $\frac{n(A-B)}{n(B-A)}$ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۱

۲- چند دنبالهٔ صعودی مختلف از اعداد طبیعی $a_۱$، $a_۲$، $a_۳$ و $a_۴$ وجود دارد که $a_۱<a_۲<a_۳<a_۴$، $a_۱+a_۲+a_۳+a_۴=۲۰$ و اختلاف هر دو جملهٔ متوالی حداقل ۲ باشد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۳- طول اضلاع یک مستطیل x و y هستند و z طول قطر آن است. اگر اعداد x، y و z با همین ترتیب، تشکیل دنبالهٔ حسابی و اعداد ۱۲، $۳x$ و y نیز با همین ترتیب تشکیل دنبالهٔ هندسی دهند، مقدار z کدام است؟

۱) $\frac{۱۶}{۲۷}$ ۲) $\frac{۲۴}{۲۷}$ ۳) $\frac{۶۴}{۲۷}$ ۴) $\frac{۸۰}{۲۷}$

۴- اگر $a=\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$ باشد، مقدار $a+\frac{۱}{a}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $\sqrt{۶}$ ۳) $\sqrt{۵}$ ۴) $۲\sqrt{۳}$

۵- اگر $a=\sqrt[۳]{۲}+\sqrt[۳]{۴}$ باشد، حاصل $a^۳-۶$ چند برابر a است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

۶- اگر نمودار تابع $y=f(x)$ همواره پایین‌تر از نمودار تابع $y=x^۲-۴x+۴$ باشد، بزرگ‌ترین مقدار صحیح ممکن برای $f(۱)$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) -۱

۷- اگر معادلهٔ $x^۲-۲(a+۱)x+a^۲-۱=۰$ دو جواب برای x داشته باشد، کدام گزینه در مورد a درست است؟

۱) $a>-۱$ ۲) $a<-۱$ ۳) $a\in\mathbb{R}$ ۴) $a=-۱$

۸- به ازای چند مقدار صحیح k، نامعادلهٔ $x^۲-۲kx+k^۲-۴\le ۰$ حداقل یک جواب برای x در بازهٔ $[-۵,۵]$ دارد؟

۱) ۹ ۲) ۱۱ ۳) ۱۳ ۴) ۱۵

۹- مجموعهٔ S شامل تمام اعداد حقیقی x است که در نامعادلهٔ $|x+۴|<|x-۲|$ صدق می‌کند. اگر مجموعهٔ T بازه‌ای به صورت $(m,+\infty)$ باشد، بزرگ‌ترین مقدار m برای آن‌که $S\subseteq T$ باشد، کدام است؟

۱) -۱ ۲) -۲ ۳) صفر ۴) ۱

۱۰- تابع خطی f و تابع ثابت g مفروض‌اند به طوری که $g(x)=f(-۲)$ است. اگر تابع h با ضابطهٔ $h(x)=f(۲x-۱)+g(x-۲)$ همانی باشد، حاصل $f(g(۲))$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۸}$ ۲) $-\frac{۵}{۸}$ ۳) $-\frac{۷}{۴}$ ۴) $\frac{۷}{۴}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱- توابع $f(x)=|x-4|$ و $g(x)=x^2$ مفروض‌اند. تعداد نقاط مشترک نمودار تابع $h(x)=f(g(x))$ و محور x کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۲- برد تابع $f(x)=\frac{x^2-4}{|x-2|}$ کدام است؟

۱) $(-\infty, 4)$ ۲) $\mathbb{R}-[-4,4]$ ۳) $\mathbb{R}-\{4\}$ ۴) $(-4,+\infty)$

۱۳- نمودار تابع $y=f(x)$، با انتقال ۲ واحد به راست و ۲ واحد به پایین، بر نمودار تابع $g(x)=x^2-4x+1$ منطبق می‌شود. کم‌ترین مقدار تابع f کدام است؟

۱) -3 ۲) -2 ۳) -1 ۴) ۳

۱۴- در یک مثلث قائم‌الزاویه، ضلع مقابل به زاویهٔ 30° برابر ۶ است. مساحت این مثلث کدام است؟

۱) $18\sqrt{3}$ ۲) $24\sqrt{3}$ ۳) $36\sqrt{3}$ ۴) $54\sqrt{3}$

۱۵- اگر $-\frac{\pi}{4}<x<\frac{\pi}{4}$ و $\cos 3x=1-2m$ باشد، مقدار m کدام می‌تواند باشد؟

۱) -1 ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) ۱ ۴) $-\frac{1}{3}$

۱۶- به ازای چند مقدار θ در بازهٔ $[0,2\pi]$، تساوی $|\sin\theta|+|\cos\theta|=1$ برقرار است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۲ ۴) ۵

۱۷- اگر $\tan x+\cot x=5$ باشد، حاصل عبارت $A=\sqrt{\sin^3 x+\cos^3 x}$ چند برابر $\sqrt[4]{35}$ است؟

۱) $\frac{1}{5}$ ۲) $\frac{2}{5}$ ۳) $\frac{3}{5}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{5}$

۱۸- ۶ نفر می‌خواهند در کنار یکدیگر قرار بگیرند. تعداد حالت‌هایی که دو فرد A و B کنار هم قرار نگیرند، کدام است؟

۱) ۲۴۰ ۲) ۳۶۰ ۳) ۴۸۰ ۴) ۵۴۰

۱۹- از میان ۵ پسر و ۲ دختر، یک گروه سه‌نفره به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که در بین نفرات انتخاب‌شده، حداقل یک دختر باشد، کدام است؟

۱) $\frac{5}{7}$ ۲) $\frac{37}{56}$ ۳) $\frac{41}{56}$ ۴) $\frac{3}{4}$

۲۰- از بین اعداد $\{1,2,...,20\}$ یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که عدد انتخاب‌شده زوج یا مضرب ۳ باشد، کدام است؟

۱) $\frac{11}{20}$ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $\frac{13}{20}$ ۴) $\frac{7}{10}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

هندسه دهم

۲۱- ارزش نقیض کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟

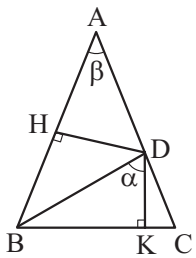
۱) کوچک‌ترین زاویهٔ داخلی یک مثلث مختلف‌الاضلاع از ۶۰° کم‌تر است.

۲) درون هر مثلث نقطه‌ای وجود دارد که از سه ضلع آن به یک فاصله است.

۳) هر زاویهٔ خارجی یک مثلث، از زاویه‌های داخلی آن بزرگ‌تر است.

۴) مثلثی وجود دارد که طول یک ضلع آن، واسطهٔ هندسی طول‌های دو ضلع دیگر آن باشد.

۲۲- در شکل زیر، اگر $AB = AC$ ، $AH = BH$ و $HD = KD$ ، آن‌گاه حاصل $\frac{\alpha}{\beta}$ کدام است؟



۱) ۱/۶

۲) ۱/۲

۳) ۱/۲۵

۴) ۱/۵

۲۳- اگر x و y دو عدد حقیقی مثبت و $\frac{x^۲}{x^۲+۸} = \frac{y^۲}{y^۲+۲}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{x-y}{x+y}$ کدام است؟

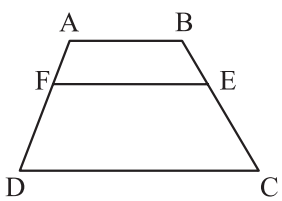
۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) $\frac{۱}{۵}$

۲۴- در شکل زیر اگر $CD = ۲AB$ و $FD = ۲AF$ ، آن‌گاه نسبت مساحت ذوزنقهٔ ABEF به مساحت ذوزنقهٔ CDFE کدام است؟



۱) ۰/۲

۲) ۰/۲۵

۳) ۰/۳

۴) ۰/۳۵

۲۵- در یک مثلث قائم‌الزاویه، با رسم ارتفاع وارد بر وتر، وتر به دو پاره‌خط به طول‌های $۲x$ و $x+۲$ تقسیم می‌شود. اگر نسبت بزرگ‌ترین ضلع به کوچک‌ترین ضلع این مثلث $\sqrt{۲/۸}$ باشد، نسبت مقادیر قابل قبول x کدام است؟

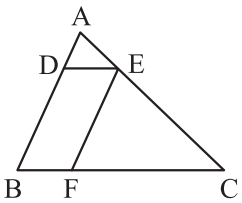
۱) ۲۳/۴ ۲) ۲۳/۲ ۳) ۲۲/۸ ۴) ۲۲/۶

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۶- در شکل زیر، مساحت متوازی‌الاضلاع BDEF، ثلث مساحت مثلث ABC است. اگر AD < BD، آن‌گاه حاصل $\frac{EF}{AB}$ کدام است؟



۱) $\frac{۳+\sqrt{۳}}{۶}$
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

۲۷- در مثلثی به طول اضلاع ۵، ۵ و ۸، نسبت فاصلهٔ نقطهٔ همرسی میانه‌ها از دورترین رأس، به فاصلهٔ آن از نزدیک‌ترین رأس، کدام است؟

۱) ۲
۲) $\sqrt{۴/۲۵}$
۳) $\sqrt{۴/۵}$
۴) $\sqrt{۴/۷۵}$

۲۸- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای برابر ۹/۵ است. حداکثر تعداد نقاط مرزی این چندضلعی کدام است؟

۱) ۱۵
۲) ۱۷
۳) ۱۹
۴) ۲۱

۲۹- دو صفحه، در کدام حالت زیر حتماً موازی یکدیگرند؟

۱) هر دو بر یک صفحه عمود باشند.
۲) هر دو بر یک خط عمود باشند.
۳) هر دو موازی یک خط باشند.
۴) هر کدام شامل خطی موازی دیگری باشند.

۳۰- یکی از زاویه‌های یک مثلث قائم‌الزاویه، دو برابر زاویهٔ دیگر آن است. اگر طول وتر این مثلث برابر با واحد باشد، کم‌ترین مقدار ممکن برای حجم شکل حاصل از دوران آن، حول ضلع کوچک‌تر، چند برابر π است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۱۲}$
۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲۴}$
۴) $\frac{۱}{۶}$

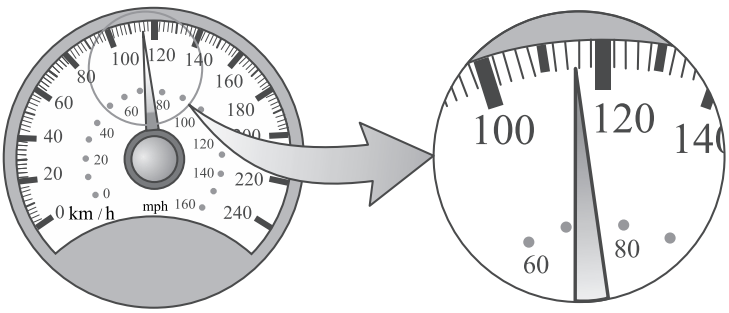
محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

فیزیک دهم

۳۱- شکل زیر، صفحهٔ تندی‌سنج یک خودرو را نشان می‌دهد. دقت اندازه‌گیری این تندی‌سنج چند کیلومتر بر ساعت است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۵
۴) ۱۰

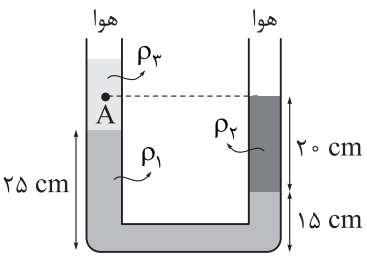
۳۲- چگالی قطعه جواهری که ۷۵ درصد جرم آن از طلا و بقیهٔ جرم آن از نقره تشکیل شده، تقریباً برابر چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ (چگالی طلا و نقره به ترتیب $19\ g/cm^3$ و $10\ g/cm^3$ است.)

۱) ۱۱/۵ ۲) ۱۲/۲۵ ۳) ۱۵/۵ ۴) ۱۶/۷۵

۳۳- ارتفاع برجی برابر $480\ m$ است. اگر فشار هوا در پایین برج برابر $72\ cmHg$ باشد، فشار هوا در بالای برج چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($g = 10\ N/kg$ و چگالی جیوه $13/6\ g/cm^3$ و چگالی متوسط هوا $1/275\ kg/m^3$ است.)

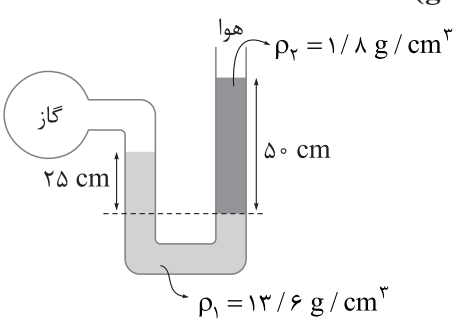
۱) ۶۷/۵ ۲) ۷۱/۵۵ ۳) ۷۲/۴۵ ۴) ۷۶/۵

۳۴- در شکل زیر، سه مایع مخلوط‌نشدنی به چگالی‌های $\rho_1 = 4\ g/cm^3$، $\rho_2 = 3\ g/cm^3$ و $\rho_3 = 1\ g/cm^3$ در لولهٔ U‌شکلی در تعادل هستند. فشار پیمانه‌ای نقطهٔ A چند پاسکال است؟ ($g = 10\ N/kg$)



۱) 10^3
۲) $1/5\times10^3$
۳) 5×10^2
۴) 2×10^3

۳۵- در شکل زیر، فشار پیمانه‌ای گاز چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10\ m/s^2$)



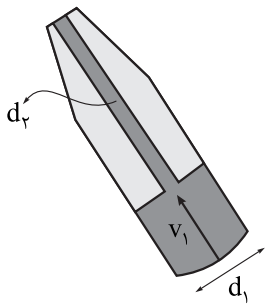
۱) ۴۳
۲) −۴۳
۳) ۲۵
۴) −۲۵

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

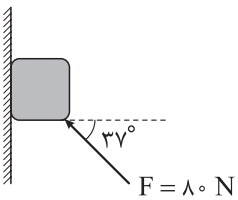
www.konkur.in

۳۶- در شیر آتش‌نشانی شکل زیر، قطر مقطع قسمت‌های ورودی و خروجی به ترتیب $d_1 = 8\ cm$ و $d_2 = 2\ cm$ است، اگر آب با تندی $4\ m/s$ وارد شیر شود، با تندی چند متر بر ثانیه از شیر خارج می‌شود؟



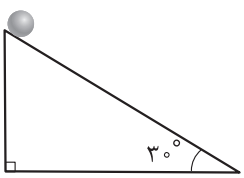
۱) ۸
۲) ۱۶
۳) ۳۲
۴) ۶۴

۳۷- در شکل زیر، به جسمی به جرم $8\ kg$ که روی دیوار قائم قرار دارد، نیروی $F = 80\ N$ که با سطح افق زاویهٔ 37° می‌سازد، وارد می‌شود. اگر جسم به سمت پایین در حال حرکت باشد، در مدتی که جسم $50\ cm$ جابه‌جا می‌شود، کار انجام‌شده توسط نیروی F، برابر چند ژول است؟ $(\sin 37^\circ = 0/6)$



۱) ۲۴
۲) ۳۲
۳) -24
۴) -32

۳۸- در شکل زیر، جسمی از بالای یک سطح شیبدار بدون اصطکاک به طول $4\ m$ رها می‌شود. تندی جسم هنگام رسیدن به پایین سطح شیبدار چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10\ N/kg)$



۱) $\sqrt{10}$
۲) $2\sqrt{10}$
۳) $2\sqrt{5}$
۴) $4\sqrt{5}$

۳۹- گلوله‌ای به جرم $25\ g$ با تندی اولیهٔ $80\ m/s$ از سطح زمین پرتاب می‌شود و در ارتفاع ۲۳۶ متری از سطح زمین با تندی $20\ m/s$ به صخره‌ای برخورد می‌کند، از لحظهٔ پرتاب گلوله تا لحظهٔ برخورد آن به صخره، به ترتیب از راست به چپ کار کل انجام‌شده روی گلوله و کار نیروی مقاومت هوای وارد بر آن چند ژول است؟ $(g = 10\ N/kg)$

۱) -75 ، -16
۲) -75 ، -134
۳) -750 ، -16
۴) -750 ، -134

۴۰- یک پمپ با توان $8\ kW$ در هر دقیقه $1200\ L$ نفت را با تندی ثابت، به اندازهٔ $25\ m$ بالا می‌برد. بازده این پمپ چند درصد است؟ ($g = 10\ N/kg$ و چگالی نفت $0/8\ g/cm^3$ است.)

۱) ۲۵
۲) ۳۷/۵
۳) ۵۰
۴) ۶۲/۵

۴۱- طول یک پل معلق در دمای $-80^\circ F$ برابر $1200\ m$ است. این پل از نوعی فولاد با ضریب انبساط طولی $1/25\times10^{-5}\ \frac{1}{K}$ ساخته شده است، اگر دمای پل به $100^\circ F$ برسد، تغییر طول پل تقریباً چند متر است؟

۱) ۰/۱۵
۲) ۰/۲۷
۳) ۱/۵
۴) ۲/۷

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۲- ظرفیت گرمایی کرهٔ مسی A، ۴ برابر ظرفیت گرمایی کرهٔ مسی B و شعاع کرهٔ A، ۲ برابر شعاع کرهٔ B است. اگر دو کره گرمای یکسانی دریافت کنند، افزایش حجم کرهٔ A چند برابر افزایش حجم کرهٔ B است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۴

۴۳- مقداری یخ با دمای $-۱۰\,^{\circ}C$ با دریافت گرما به آب با دمای $۱۵\,^{\circ}C$ تبدیل می‌شود. چند درصد از گرمای دریافتی یخ، صرف ذوب آن شده است؟ $(L_F = ۳۳۶\,J/g ،\ c_{آب} = ۲c_{یخ} = ۴/۲\,J/g.K)$

۱) ۱۵ ۲) ۲۰

۳) ۸۰ ۴) ۸۵

۴۴- درون ظرفی مقداری آب به جرم m و دمای $۱۰\,^{\circ}C$ ریخته شده است. اگر داخل این ظرف قطعهٔ یخی به جرم ۶۰۰ g و دمای $-۱۰\,^{\circ}C$ قرار دهیم، تا رسیدن مجموعه به تعادل گرمایی، نیمی از آب منجمد می‌شود. m برابر چند گرم است؟ $(c_{آب} = ۲c_{یخ} = ۴۲۰۰\,\frac{J}{kg.^{\circ}C} ،\ L_F = ۳/۳۶\times۱۰^{۵}\,J/kg$ و اتلاف گرما ناچیز است.)

۱) ۳۰۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۷۵ ۴) ۶۰

۴۵- در چه تعداد از موارد زیر همرفت طبیعی رخ می‌دهد؟

الف) انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن

ب) سیستم گرم‌کنندهٔ مرکزی در ساختمان‌ها

پ) گرم و سرد شدن بخش‌های مختلف بدن بر اثر گردش خون در بدن جانوران خونگرم

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۴۶- دمای گاز درون یک کپسول، صفر درجهٔ سلسیوس و فشار پیمانه‌ای آن ۵ cmHg است. چه کسری از جرم گاز درون این کپسول از آن خارج شود تا دمای گاز درون کپسول به $۳۹\,^{\circ}C$ و فشار پیمانه‌ای آن به -۵ cmHg برسد؟ $(P_{\circ} = ۶۵\,cmHg)$

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۷}{۸}$

۴۷- در چرخهٔ ماشین درون‌سوز بنزینی، نوع فرایند طی‌شده در مراحل آتش‌گرفتن و ضربهٔ تراکم، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) هم‌حجم، هم‌حجم ۲) هم‌حجم، بی‌دررو

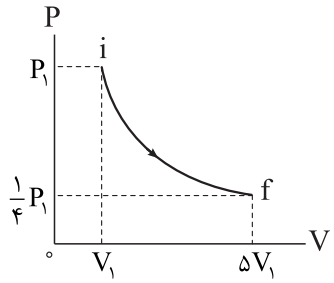
۳) هم‌فشار، هم‌حجم ۴) هم‌فشار، بی‌دررو

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۸- در نمودار شکل زیر، مقداری گاز آرمانی طی فرایندی ایستاوار از حالت **i** به حالت **f** می‌رسد. اگر در این فرایند، تغییر انرژی درونی گاز برابر ΔU و گرمای داده‌شده به گاز برابر Q باشد، کدام رابطهٔ زیر درست است؟



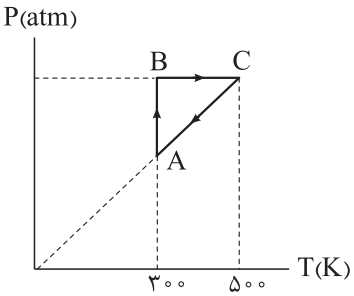
۱) $\Delta U > ۰ > Q$

۲) $Q > ۰ > \Delta U$

۳) $Q > \Delta U > ۰$

۴) $\Delta U > Q > ۰$

۴۹- نمودار فشار $۰/۵$ **mol** گاز کامل برحسب دمای آن در طی چرخه‌ای به شکل زیر است. اگر اندازهٔ گرمای مبادله‌شده بین گاز و محیط در فرایند **AB** برابر ۶۰۰ **J** باشد، کار انجام‌شده روی گاز در هر چرخه چند ژول است؟ $(R = ۸ \frac{J}{mol.K})$



۱) ۲۰۰

۲) −۲۰۰

۳) ۱۴۰۰

۴) −۱۴۰۰

۵۰- اندازهٔ گرماهایی که یک ماشین گرمایی در هر چرخه، با منبع دمابالا و منبع دماپایین مبادله می‌کند، به ترتیب **۳ kJ** و **۱/۸ kJ** است. اگر این ماشین در هر دقیقه ۲۰ چرخه را طی کند، توان مفید آن چند وات و بازده آن چند درصد است؟

۱) ۴۰۰، ۶۰

۲) ۴۰۰، ۴۰

۳) ۲۴۰۰، ۶۰

۴) ۲۴۰۰، ۴۰

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی دهم

۵۱- چگالی کدام گاز در دمای $273\,K$ و فشار $1\,atm$، به تقریب برابر $1/79\,g.L^{-1}$ است؟
$(H=1, He=4, C=12, N=14, Ar=40 : g.mol^{-1})$

۱) هلیم
۲) نیتروژن
۳) آرگون
۴) متان

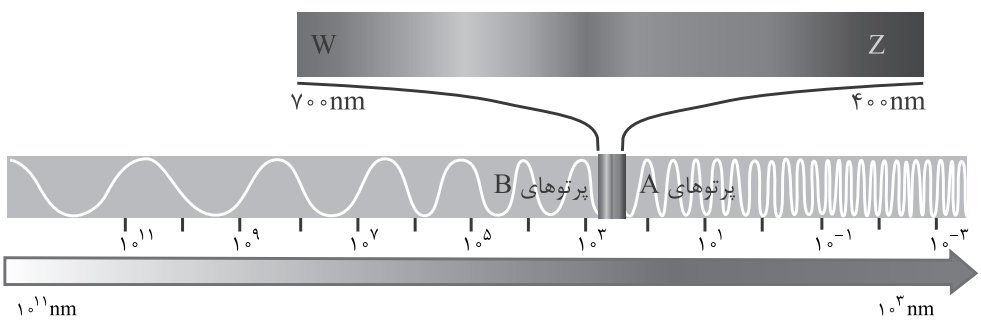
۵۲- اگر در اتم یک عنصر، زیرلایه‌ای با عددهای کوانتومی $l=1$ و $n=5$ در حال پرشدن از الکترون باشد، مطابق قاعدهٔ آفبا، زیرلایه با کدام مشخصات، به یقین از الکترون پر است؟

۱) $n=4, l=3$
۲) $n=6, l=2$
۳) $n=7, l=0$
۴) $n=4, l=2$

۵۳- $\frac{7}{13}$ جرم هستهٔ یون پایدار X^{2+} مربوط به نوترون‌های آن است. اگر اختلاف شمار ذرات زیراتمی در هستهٔ این اتم برابر ۵ باشد، X با عنصر ..... هم‌گروه و با عنصر ..... هم‌دوره است. $(m_p = m_n = 1\,amu)$

۱) $_{14}Si$ - $_{48}Cd$
۲) $_{27}Co$ - $_{80}Hg$
۳) $_{18}Ar$ - $_{47}Ag$
۴) $_{24}Cr$ - $_{82}Pb$

۵۴- با توجه به شکل زیر «گسترهٔ پرتوهای الکترومغناطیسی»، کدام گزینه نادرست است؟



۱) پرتوهای B، انرژی بیشتری نسبت به ریزموج‌ها دارند.
۲) در عبور از منشور، انحراف پرتوهای W کم‌تر از پرتوهای Z است.
۳) مولکول‌های اوزون موجود در استراتوسفر، بخش قابل توجهی از پرتوهای A را جذب می‌کنند.
۴) تفاوت طول موج پرتوهای B و پرتوهای گاما، کم‌تر از تفاوت طول موج پرتوهای A و پرتوهای ایکس است.

۵۵- در اتم عنصری، ۴ لایهٔ الکترونی اشغال شده است. اگر بیرونی‌ترین زیرلایهٔ این اتم دارای ۱ الکترون باشد، تفاوت حداقل و حداکثر عدد اتمی که می‌توان برای این عنصر در نظر گرفت، کدام است؟

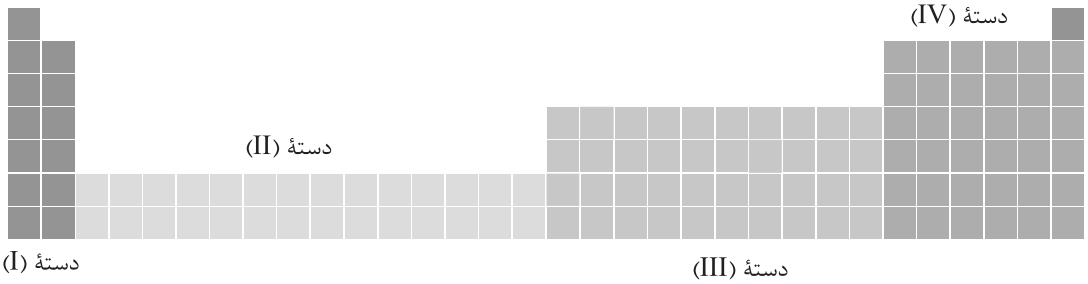
۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۱۱
۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۶- عنصرهای جدول دوره‌ای را می‌توان در چهار دسته (s، p، d و f) به صورت زیر جای داد. بر این اساس، کدام مورد نادرست است؟



۱) نخستین عنصر ساخت بشر در دستهٔ (III) قرار دارد.
۲) گازهای نجیب در دسته‌های (I) و (IV) قرار دارند.
۳) تفاوت عدد اتمی اولین و آخرین عنصر دستهٔ (II)، برابر ۲۸ است.
۴) عدد کوانتومی فرعی در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ اتم عنصرهای دستهٔ (III)، برابر صفر است.

۵۷- کدام گزینه درست است؟

۱) بررسی‌های دانشمندان نشان می‌دهد که درصد گازهای سازندهٔ هواکره در حال حاضر نسبت به ۲۰۰ میلیون سال پیش، تغییر محسوسی داشته است.
۲) حدود ۷۵ درصد از حجم هواکره در نزدیک‌ترین لایه به زمین، یعنی تروپوسفر قرار دارد.
۳) در لایه‌های بالایی هواکره، اکسیژن به شکل‌های O، O^+، O^- و O_2^+ وجود دارد.
۴) از کاربردهای فراوان‌ترین گاز هواکره، می‌توان به بسته‌بندی خوراکی‌ها، پرکردن تایر خودروها و نگه‌داری نمونه‌های بیولوژیکی در پزشکی اشاره کرد.

۵۸- کدام مطلب زیر نادرست است؟

۱) در ساختار لوویس یون NO_2^- و مولکول $NOCl$، اتم مرکزی دارای یک جفت‌الکترون ناپیوندی است.
۲) در ساختار لوویس مولکول هیدروژن سیانید همانند مولکول CH_2O، تعداد پیوندهای یگانه و جفت‌الکترون‌های ناپیوندی با هم برابر است.
۳) شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار لوویس مولکول‌های $NOBr$ و کربن مونوکسید، برابر است.
۴) در ساختار لوویس یون‌های PO_4^{3-} و ICl_2^+، اتم مرکزی فاقد جفت‌الکترون ناپیوندی است.

۵۹- بر اثر تجزیهٔ برخی مواد، می‌توان گاز اکسیژن تولید کرد. برای تولید جرم معینی گاز اکسیژن، در کدام واکنش به جرم کم‌تری از واکنش‌دهنده نیاز است؟ ($SO_3 = 80$, $KNO_3 = 101$, $KClO_3 = 122/5$, $KClO_4 = 138/5 : g.mol^{-1}$)

I) $2KClO_3(s) \rightarrow 2KCl(s) + 3O_2(g)$

II) $2SO_3(g) \rightarrow 2SO_2(g) + O_2(g)$

III) $2KNO_3(s) \rightarrow 2KNO_2(s) + O_2(g)$

IV) $KClO_4(s) \rightarrow KCl(s) + 2O_2(g)$

۱) I ۲) II ۳) III ۴) IV

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۰- در جدول زیر کاربرد برخی از گونه‌های شیمیایی مطرح شده است. داده‌های چه تعداد از ردیف‌های این جدول درست است؟

ردیف	گونهٔ شیمیایی	کاربرد
۱	F^-	جلوگیری از پوسیدگی دندان
۲	$(NH_4)_2SO_4$	کود شیمیایی برای تأمین عنصرهای نیتروژن و گوگرد
۳	PCl_3	مادهٔ اولیهٔ تولید حشره‌کش‌ها
۴	O_3	از بین بردن جانداران ذره‌بینی موجود در آب

۱) یک
۲) دو
۳) سه
۴) چهار

۶۱- واکنش‌های داده‌شده در دو ظرف جداگانه انجام می‌شوند. اگر مجموع جرم کلسیم کربنات و آمونیاک مصرف‌شده برابر ۲۵/۱ گرم و مجموع جرم گازهای تولیدی برابری ۱۳/۹ گرم باشد، اختلاف حجم گازهای تولیدی در واکنش (II) در شرایط STP، برابر چند لیتر است؟ $(H=1, N=14, O=16, Ca=40 : g.mol^{-1})$

I) $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$

II) $2NH_3(g) \rightarrow N_2(g) + 3H_2(g)$

۱) ۴/۴۸
۲) ۵/۶
۳) ۶/۷۲
۴) ۸/۹۶

۶۲- با در نظر گرفتن واکنش‌های زیر، کدام موارد درست است؟

I) واکنش محلول‌های باریم کلرید و سدیم سولفات

II) واکنش محلول‌های سدیم فسفات و کلسیم کلرید

الف) در معادلهٔ مربوط به هر دو واکنش، ترکیبی یونی با نسبت شمار کاتیون به آنیون برابر ۲ وجود دارد.

ب) در هر دو واکنش، رسوبی سفیدرنگ تشکیل می‌شود.

پ) یکی از فراورده‌های دو واکنش، یک ترکیب یونی دوتایی است.

ت) در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ هر دو واکنش، مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها، ۱ واحد بیشتر از مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها است.

۱) الف ـ ت
۲) ب ـ پ
۳) الف ـ ب
۴) پ ـ ت

۶۳- اگر در ۴ کیلوگرم از یک محلول که دارای باریم هیدروکسید و سدیم هیدروکسید است، اختلاف غلظت یون‌های سدیم و هیدروکسید برابر ۷۰۰ ppm باشد، غلظت مولی یون باریم در محلول کدام است؟ (چگالی محلول $1/2\ g.mL^{-1}$ و شمار یون‌های سدیم و باریم در محلول یکسان است، $(Na=23, O=16, H=1 : g.mol^{-1})$

۱) ۰/۰۳
۲) ۰/۰۶
۳) ۰/۰۲۵
۴) ۰/۰۵

محل انجام محاسبات

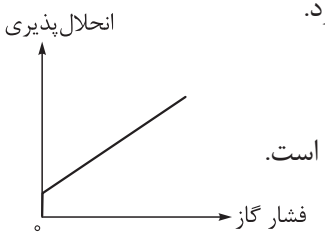
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۴- به ۶۰۰ گرم محلول فراسیرشده از نمک A در دمای $50\ ^\circ C$، به مقدار $10\ g$ از نمک A اضافه کرده و در اثر آن ۵۰ گرم نمک A ته‌نشین می‌شود. با حرارت‌دادن محلول باقی‌مانده و تبخیر کامل حلال، مجموع جرم نمک برجای‌مانده به ۲۱۰ گرم می‌رسد. چند کیلوگرم آب باید برای حل‌کردن این مقدار نمک استفاده شود تا محلولی سیرشده در دمای $50\ ^\circ C$ تهیه کرد؟

۱) ۵/۲۵
۲) ۰/۵۲۵
۳) ۳/۵۰
۴) ۰/۳۵۰

۶۵- کدام مورد درست است؟



۱) در بین دو مادهٔ استون و اتانول، ماده‌ای با جرم مولی بیشتر، نقطهٔ جوش بالاتری دارد.
۲) آب با ایجاد پیوند هیدروژنی با NaF ، باعث حل‌شدن این ماده در خود می‌شود.
۳) طبق قانون هنری، می‌توان نمودار مقابل را برای گاز O_2 رسم کرد.
۴) اگر گشتاور دوقطبی مولکول A کم‌تر از B باشد، انحلال‌پذیری A در هگزان بیشتر است.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

آزمون آزمایشی خیلی سبز ـ رشته ریاضی

پایه دوازدهم ـ مرحله چهارم ـ ۳ مهر ۱۴۰۵

پایه یازدهم

چنان‌چه پایهٔ یازدهم را در پنل کاربری خود انتخاب کرده‌اید، به سؤالات این دفترچه مطابق جدول زیر در زمان مقرر پاسخ دهید.

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	بودجه‌بندی دروس
حسابان و ریاضیات پایه	۱۰	۶۶	۷۵	۱۵ دقیقه	حسابان (۱) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۵۱
هندسه	۱۰	۷۶	۸۵	۲۰ دقیقه	هندسه (۲) کل کتاب صفحهٔ ۹ تا ۷۵
آمار و احتمال	۱۰	۸۶	۹۵	۲۰ دقیقه	ریاضی (۱) فصل ۶ و ۷ صفحهٔ ۱۱۸ تا ۱۷۰ آمار و احتمال کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۱
فیزیک	۲۰	۹۶	۱۱۵	۳۰ دقیقه	فیزیک (۲) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۳۰
شیمی	۱۵	۱۱۶	۱۳۰	۲۰ دقیقه	شیمی (۲) کل کتاب صفحهٔ ۱ تا ۱۲۳
مجموع	۶۵ سؤال			۱۰۵ دقیقه	ـ

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

حسابان یازدهم

۶۶- مجموع ۲۰ جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی a_n : $-۱, ۲, \ldots$ کدام است؟

۱) ۵۴۵ ۲) ۵۵۰ ۳) ۵۵۵ ۴) ۵۶۰

۶۷- اگر α و β جواب‌های معادلهٔ $x^۲ - ۴x + ۱ = ۰$ باشند، حاصل $\alpha^۳ + \beta^۳$ کدام است؟

۱) ۵۲ ۲) ۶۶ ۳) ۶۱ ۴) ۴۷

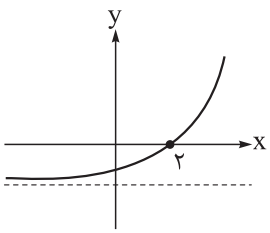
۶۸- اگر $f(x) = \frac{۳x-۲}{x+۱}$ باشد، حاصل $f^{-۱}(f(۵)) + f(f^{-۱}(۲))$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۸

۶۹- توابع f و g با ضابطه‌های $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \sqrt{۵-x}$ مفروض‌اند. دامنهٔ تابع $fo(f-g)$ شامل چند عدد طبیعی است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۷۰- نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x) = a \times ۲^{ax-۱} - a$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f^{-۱}(a)$ کدام است؟



۱) ۶
۲) ۴
۳) ۲
۴) ۱

۷۱- کم‌ترین مقدار تابع f با ضابطهٔ $f(x) = \log_۲(۲^x + ۲^{-x})$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۷۲- اگر $\frac{\pi}{۲} < x < \pi$ و $\cot(\frac{۵\pi}{۲} + x) = \frac{۵}{۱۲}$ باشند، حاصل $\sin(x - \frac{۳\pi}{۲})$ کدام است؟

۱) $-\frac{۱۲}{۱۳}$ ۲) $\frac{۱۲}{۱۳}$ ۳) $-\frac{۵}{۱۳}$ ۴) $\frac{۵}{۱۳}$

۷۳- اگر $x + y = \frac{\pi}{۶}$ باشد، بیشترین مقدار عبارت $A = \frac{\sin^۲ x}{۲} + \cos^۲ y$ کدام است؟

۱) $\frac{۲+\sqrt{۲}}{۴}$ ۲) $\frac{۲-\sqrt{۲}}{۴}$
۳) $\frac{۳-\sqrt{۳}}{۴}$ ۴) $\frac{۳+\sqrt{۳}}{۴}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۴- حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۴}} \frac{\sqrt{۲}\sin x - \cos(x-\frac{\pi}{۴})}{\sin x - \cos x}$ کدام است؟

۱) $-\sqrt{۲}$ ۲) $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\sqrt{۲}$

۷۵- اگر $f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{x+۱}-۱}{x} & ; x\neq ۰\\ a & ; x=۰\end{cases}$ در $x=۰$ پیوسته باشد، مقدار a کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) ۳

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

هندسه یازدهم

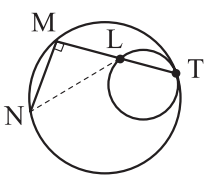
۷۶- شعاع دایرهٔ محاطی داخلی مثلث قائم‌الزاویه‌ای که طول دو ضلع بزرگ‌تر آن ۱۲ و ۱۳ است، کدام است؟

۱) ۲/۵
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۳/۵

۷۷- طول مماس‌مشترک داخلی و خارجی دو دایرهٔ متخارج به ترتیب ۱۲ و $۶\sqrt{۶}$ است. اگر طول خط‌المرکزین دو دایره برابر ۱۵ باشد، نسبت اندازهٔ شعاع‌های دو دایره کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۳}{۴}$
۴) $\frac{۴}{۵}$

۷۸- مطابق شکل، دو دایرهٔ مماس‌داخل که شعاع یکی دو برابر دیگری است، رسم شده‌اند. اگر طول TL، ۱/۵ برابر شعاع دایرهٔ کوچک‌تر باشد، طول LN چند برابر شعاع دایرهٔ کوچک است؟



۱) ۲/۵
۲) $\sqrt{۸/۷۵}$
۳) ۲/۷۵
۴) $\sqrt{۹/۲۵}$

۷۹- اگر پاره‌خط $A'B'$ دوران‌یافتهٔ پاره‌خط AB به مرکز نقطه‌ای غیرواقع بر AB (و یا امتداد آن) باشد، مرکز دوران کدام است؟ (A' و B' به ترتیب دوران‌یافتهٔ A و B هستند.)

۱) محل تلاقی پاره‌خط‌های AB و $A'B'$
۲) محل تلاقی پاره‌خط‌های AA' و BB'
۳) محل تلاقی عمودمنصف‌های AB و $A'B'$
۴) محل تلاقی عمودمنصف‌های AA' و BB'

۸۰- در تجانس به مرکز O و نسبت $-\frac{۱}{۲}$، نقطهٔ A روی نقطهٔ A' تصویر شده است. نسبت تجانسی به مرکز A' که O را روی وسط AA' تصویر می‌کند، کدام است؟

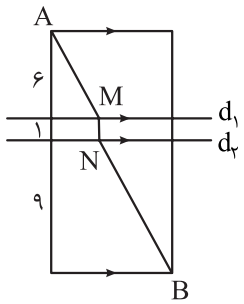
۱) $\frac{۳}{۲}$
۲) $\frac{۴}{۳}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

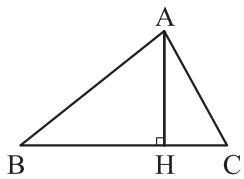
www.konkur.in

۸۱- در شکل زیر، A و B دو رأس از مستطیلی هستند که طول آن دو برابر عرض آن است. در حرکت از A به B می‌خواهیم مسیر بین دو خط موازی d_1 و d_2، عمود بر این دو خط باشد. اگر AMNB کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد، طول AM کدام است؟



۱) ۶/۸
۲) ۶/۷
۳) ۶/۶
۴) ۶/۵

۸۲- در شکل زیر، اگر $B\hat{A}C = 2\hat{B}$ و $BC = \frac{\sqrt{10}}{2}AC$، آن‌گاه طول AH، چند برابر طول AB است؟



۱) $\frac{\sqrt{6}}{4}$
۲) $\frac{\sqrt{10}}{5}$
۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
۴) $\frac{\sqrt{5}}{4}$

۸۳- نسبت طول اضلاع یک متوازی‌الاضلاع با زاویهٔ 135° برابر با $\sqrt{2}$ است. نسبت طول قطر بزرگ این متوازی‌الاضلاع به طول قطر کوچک آن کدام است؟

۱) $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$
۲) ۲
۳) $\frac{5}{2}$
۴) $\sqrt{5}$

۸۴- در مثلث ABC به اضلاع $AB = AC = 6$ و $BC = 4\sqrt{2}$، نقطهٔ M وسط ضلع AC است و نیمسازهای دو زاویهٔ AMB و BMC به ترتیب AB و BC را در نقاط E و D قطع می‌کنند. مساحت مثلث ABC، چند برابر مساحت مثلث BDE است؟

۱) ۲/۵۶
۲) ۲/۵
۳) ۲/۲۵
۴) ۲/۴

۸۵- مساحت دایرهٔ محیطی هشت‌ضلعی منتظمی به مساحت ۱۰، چند برابر π است؟

۱) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
۲) $5\sqrt{2}$
۳) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$
۴) ۵

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

آمار و احتمال

۸۶- در پرتاب دو تاس، با کدام احتمال حداقل یکی از اعداد روشده مضرب ۳ و مجموع آن‌ها مضرب ۴ است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۵}{۳۶}$ ۳) $\frac{۷}{۳۶}$ ۴) $\frac{۲}{۹}$

۸۷- می‌خواهیم ۷ کتاب که دوتای آن‌ها ریاضی و فیزیک هستند را روی هم قرار دهیم. در چند حالت بین ریاضی و فیزیک حداکثر ۲ کتاب قرار دارد و کتاب ریاضی بالاتر از فیزیک است؟

۱) ۷۲۰ ۲) ۱۲۰۰ ۳) ۱۴۴۰ ۴) ۱۸۰۰

۸۸- چندتا از جملات زیر درست است؟

الف) رتبهٔ کنکور و نمرهٔ امتحان نهایی، یک نوع متغیر هستند.

ب) در نمونه‌گیری طبقه‌ای، تعداد انتخاب از هر طبقه با هم برابر است.

پ) در نمونه‌گیری سیستماتیک (سامانمند) شانس انتخاب به عنوان اولین عضو نمونه، بیشتر از بقیه است.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۸۹- گزارهٔ $p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q)$ با کدام گزاره هم‌ارز منطقی است؟

۱) $r \vee (p \wedge q)$ ۲) $r \vee \sim (p \wedge q)$

۳) $r \vee (\sim p \wedge q)$ ۴) $r \vee (p \wedge \sim q)$

۹۰- علی پاسخ $\frac{۲}{۳}$ سؤالات را بلد است و در سایر سؤالات، از بین ۴ گزینه یکی را شانسی می‌زند. اگر علی به ۴ سؤال جواب دهد، با کدام احتمال نیمی از آن‌ها را درست می‌زند؟

۱) $\frac{۹}{۱۲۸}$ ۲) $\frac{۲۷}{۱۲۸}$ ۳) $\frac{۹}{۲۵۶}$ ۴) $\frac{۲۷}{۲۵۶}$

۹۱- ساده‌شدهٔ عبارت $[(B' - A') \cup (A' \cup B')'] - (A' \cap B)$ کدام است؟

۱) $A - B$ ۲) A

۳) $B - A$ ۴) B

۹۲- با ارقام ۱، ۲، ۳ و ۴ اعداد دورقمی می‌سازیم. اگر عدد انتخابی بیشتر از ۲۲ باشد، با کدام احتمال مضرب ۳ است؟

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

۹۳- در n دادهٔ آماری، میانگین ۱۲ است. اگر ۳ دادهٔ جدید با مقدار a را اضافه کنیم، میانگین ثابت مانده و واریانس ۰/۹۶ برابر می‌شود. مجموع داده‌های اولیه چه‌قدر است؟

۱) ۷۲۰ ۲) ۷۹۲ ۳) ۸۶۴ ۴) ۹۰۰

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۴- در ۱۷ دادهٔ آماری، چارک سوم ۲۰ و میانگین داده‌های بیشتر و کم‌تر از چارک سوم به ترتیب ۲۸ و ۱۱ است. میانگین کل داده‌ها کدام است؟

۱) ۱۴/۸ ۲) ۱۵ ۳) ۱۵/۲ ۴) ۱۵/۴

۹۵- تعداد اعضای نمونهٔ اولیه ۶۵ تا بوده، اگر تعداد اعضا را ۱۹۵ تا افزایش دهیم، انحراف معیار برآورد میانگین چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

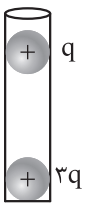
www.konkur.in

فیزیک یازدهم

۹۶- ذره‌ای به جرم ۵ میلی‌گرم و بار الکتریکی $q = -۴\ \mu C$ در میدان الکتریکی $\vec{E} = (۶\times ۱۰^{۳}\ N/C)\vec{i}$ قرار دارد. اگر تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی الکتریکی باشد، شتاب ذره در SI کدام است؟

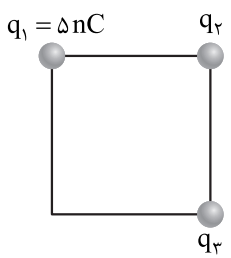
۱) $۴۸۰۰\vec{i}$
۲) $-۴۸۰۰\vec{i}$
۳) $۴/۸\vec{i}$
۴) $-۴/۸\vec{i}$

۹۷- در شکل زیر، دو گوی باردار مثبت که جرم هر یک $۳۰\ \mu g$ است، در فاصلهٔ $۱/۵\ cm$ از هم قرار دارند، به طوری که گوی بالایی معلق مانده است. تعداد الکترون‌های کنده‌شده از گوی پایینی کدام است؟ $(g = ۱۰\ m/s^{۲}\ ,\ k = ۹\times ۱۰^{۹}\ \frac{N.m^{۲}}{C^{۲}})$



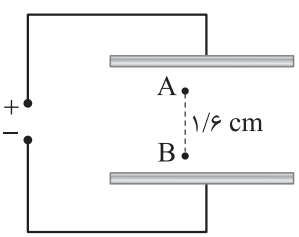
۱) $۳/۱۲۵\times ۱۰^{۱۰}$
۲) $۹/۳۷۵\times ۱۰^{۸}$
۳) $۳/۱۲۵\times ۱۰^{۸}$
۴) $۹/۳۷۵\times ۱۰^{۱۰}$

۹۸- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی سه رأس یک مربع به ضلع $۱۵\ cm$ قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص در رأس چهارم مربع برابر صفر باشد، اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در مرکز مربع چند نیوتون بر کولن است؟ $(k = ۹\times ۱۰^{۹}\ \frac{N.m^{۲}}{C^{۲}})$



۱) ۴×۱۰^{۳}
۲) ۸×۱۰^{۳}
۳) $۴\sqrt{۲}\times ۱۰^{۳}$
۴) $۸\sqrt{۲}\times ۱۰^{۳}$

۹۹- در شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو صفحهٔ رسانا که در فاصلهٔ ۲سانتی‌متری از هم قرار دارند، برابر $۶۰۰\ V$ است. اگر ذره‌ای به بار الکتریکی $q = -۵\ \mu C$ از نقطهٔ A تا نقطهٔ B جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن، چند میلی‌ژول و چگونه تغییر می‌کند؟



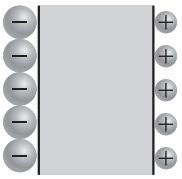
۱) ۲/۴، کاهش می‌یابد.
۲) ۲/۴، افزایش می‌یابد.
۳) ۳، کاهش می‌یابد.
۴) ۳، افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۰- غشای یاختهٔ عصبی شکل زیر، دارای ثابت دی‌الکتریک ۳، ضخامت $9\ nm$ و مساحت سطح $10^{-10}\ m^2$ است. اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر غشا برابر $80\ mV$ باشد، انرژی ذخیره‌شده در آن چند ژول است؟ $(\varepsilon_0 = 9\times10^{-12}\ F/m)$



۱) $4/8\times10^{-15}$
۲) $4/8\times10^{-16}$
۳) $9/6\times10^{-15}$
۴) $9/6\times10^{-16}$

۱۰۱- شعاع کرهٔ فلزی A دو برابر شعاع کرهٔ فلزی B است. اگر بار الکتریکی کرهٔ B، ۲۰ درصد کم‌تر از بار الکتریکی کرهٔ A باشد، چگالی سطحی بار الکتریکی کرهٔ A، چند برابر چگالی سطحی بار الکتریکی کرهٔ B است؟

۱) $\frac{1}{5}$
۲) ۵
۳) $\frac{16}{5}$
۴) $\frac{5}{16}$

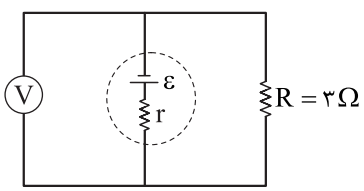
۱۰۲- کدام‌یک از موارد زیر، درست است؟

۱) مقاومت‌های ترکیبی معمولاً از برخی نارساناها و لایه‌های نازک کربنی ساخته می‌شوند.
۲) با افزایش شدت نور تابیده به مقاومت نوری، مقاومت آن افزایش می‌یابد.
۳) رنگ نور گسیل‌شده از دیودهای نورگسیل، بسته به نوع نیم‌رسانای به‌کاررفته در آن‌ها، می‌تواند از فروسرخ تا فرابنفش باشد.
۴) مقاومت‌های پیچه‌ای برای به دست آوردن مقاومت‌های پایین بسیار دقیق و هم‌چنین توان‌های پایین ساخته می‌شوند.

۱۰۳- دو میلهٔ فلزی A و B، سطح مقطع و مقاومت الکتریکی یکسانی دارند. اگر مقاومت ویژهٔ میلهٔ A، دو برابر مقاومت ویژهٔ میلهٔ B و چگالی آن، ۳ برابر چگالی میلهٔ B باشد، جرم میلهٔ A چند برابر جرم میلهٔ B است؟

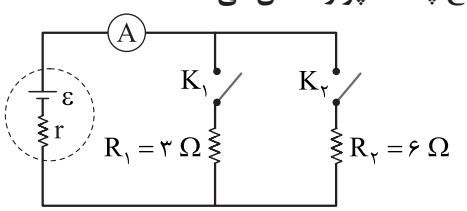
۱) $\frac{1}{6}$
۲) $\frac{2}{3}$
۳) $\frac{3}{2}$
۴) ۶

۱۰۴- در مدار شکل زیر، اگر مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، برابر $6\ V$ باشد، توان خروجی باتری چند وات است؟



۱) ۶
۲) ۹
۳) ۱۲
۴) ۱۸

۱۰۵- در مدار شکل زیر، وقتی فقط کلید K_1 بسته است، آمپرسنج آرمانی $3\ A$ و وقتی فقط کلید K_2 بسته است، آمپرسنج آرمانی $2\ A$ را نشان می‌دهد. در حالتی که هر دو کلید بسته باشند، آمپرسنج چند آمپر را نشان می‌دهد؟



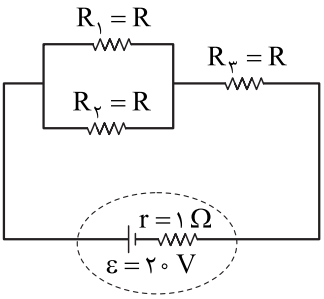
۱) ۲/۵
۲) ۳/۲
۳) ۳/۶
۴) ۴/۵

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۶- در مدار زیر، مقاومت معادل $R_{eq} = ۹\ \Omega$ است. اگر جای مقاومت $R_۱$ و باتری عوض شود، توان مصرفی در مقاومت $R_۱$ چند وات تغییر می‌کند؟



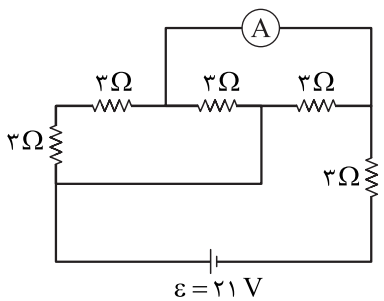
۱) ۱۸

۲) ۶

۳) $\frac{۱۴}{۳}$

۴) صفر

۱۰۷- در مدار شکل زیر، مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، برابر چند آمپر است؟



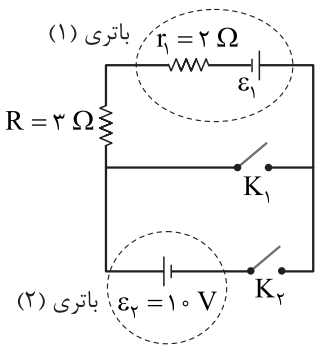
۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۰۸- در مدار شکل زیر، ابتدا کلید $K_۱$، بسته و کلید $K_۲$، باز است. اگر کلید $K_۱$ را باز کرده و کلید $K_۲$ را ببندیم، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری (۱) چند ولت و چگونه تغییر می‌کند؟



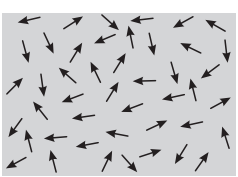
۱) ۲، کاهش می‌یابد.

۲) ۲، افزایش می‌یابد.

۳) ۴، کاهش می‌یابد.

۴) ۴، افزایش می‌یابد.

۱۰۹- سمت‌گیری دوقطبی‌های مغناطیسی در یک ماده، در نبودِ میدان مغناطیسی خارجی به شکل زیر است. این ماده از نظر مغناطیسی در کدام دسته قرار می‌گیرد؟



۱) مواد دیامغناطیسی

۲) مواد پارامغناطیسی

۳) مواد فرومغناطیسی نرم

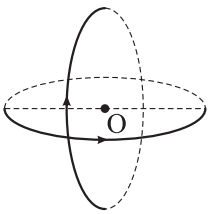
۴) مواد فرومغناطیسی سخت

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

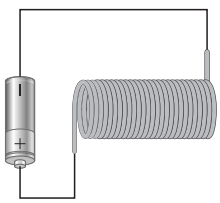
www.konkur.in

۱۱۰- مطابق شکل دو حلقه با جریان یکسان A ۵ که شعاع هر یک cm ۱۵ است، قرار دارند. سطح هر حلقه بر حلقهٔ دیگر عمود است. میدان مغناطیسی در نقطهٔ O (مرکز حلقه‌ها) چند گاوس و در چه جهتی است؟ $(\mu_{\circ} = ۱۲\times ۱۰^{-۷}\ \frac{T.m}{A})$



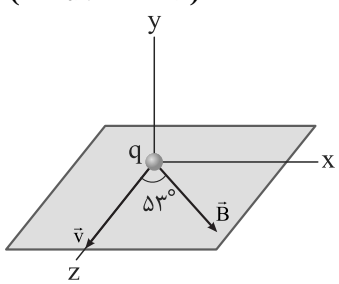
۱) $\nearrow, \frac{\sqrt{۲}}{۵}$
۲) $\nwarrow, \frac{\sqrt{۲}}{۵}$
۳) $\nearrow, \frac{۲\sqrt{۲}}{۵}$
۴) $\nwarrow, \frac{۲\sqrt{۲}}{۵}$

۱۱۱- در شکل زیر، طول سیملولهٔ آرمانی cm ۵ و تعداد حلقه‌های آن برابر ۳۰ است. اگر جریان الکتریکی عبوری از سیملوله برابر A ۲/۵ باشد، میدان مغناطیسی در نقطه‌ای روی محور سیملوله چند گاوس و در چه جهتی است؟ $(\mu_{\circ} = ۱۲\times ۱۰^{-۷}\ \frac{T\cdot m}{A})$



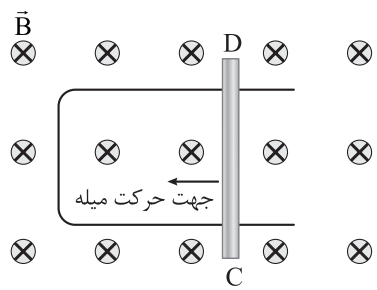
۱) ۱۸، $\longrightarrow$
۲) ۱۸، $\longleftarrow$
۳) ۱۸۰، $\longrightarrow$
۴) ۱۸۰، $\longleftarrow$

۱۱۲- در شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -۴\ \mu C$ با تندی $v = ۵۰۰\ m/s$ در جهتی حرکت می‌کند که با میدان مغناطیسی یکنواخت $B = ۱۲۵\ G$ زاویهٔ ۵۳° می‌سازد. نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره برحسب نیوتون کدام است؟ $(\cos ۵۳^{\circ} = ۰/۶)$



۱) $-۲\times ۱۰^{-۵}\vec{j}$
۲) $۱/۵\times ۱۰^{-۵}\vec{j}$
۳) $۲\times ۱۰^{-۵}\vec{j}$
۴) $-۱/۵\times ۱۰^{-۵}\vec{j}$

۱۱۳- شکل زیر، رسانای U‌شکلی را درون میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ که عمود بر صفحه و رو به داخل صفحه است، نشان می‌دهد. اگر سطح رسانا با آهنگ ثابت $۲۵\ cm^{۲}/s$ تغییر کند و بزرگی میدان مغناطیسی G ۴۰۰ باشد، جهت جریان القایی در میله کدام است و بزرگی نیروی محرکهٔ متوسط القایی چند میلی‌ولت است؟



۱) از C به D ـ ۰/۱
۲) از D به C ـ ۰/۱
۳) از D به C ـ ۱
۴) از C به D ـ ۱

محل انجام محاسبات

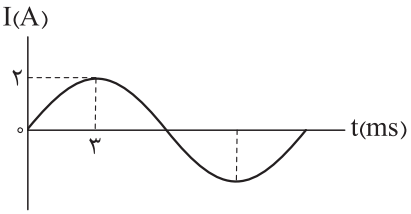
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۴- طول سیملولهٔ A، ۲ برابر طول سیملولهٔ B، تعداد حلقه‌های سیملولهٔ A، ۳ برابر تعداد حلقه‌های سیملولهٔ B و سطح مقطع سیملولهٔ A، ۴ برابر سطح مقطع سیملولهٔ B است. اگر جریان عبوری از سیملولهٔ A، نصف جریان عبوری از سیملولهٔ B باشد، انرژی ذخیره‌شده در سیملولهٔ A چند برابر انرژی ذخیره‌شده در سیملولهٔ B است؟ (هر دو سیملوله آرمانی‌اند.)

۱) $\frac{۹}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۹}$ ۳) $\frac{۹}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۹}$

۱۱۵- نمودار جریان متناوب سینوسی که یک مولد جریان متناوب تولید کرده، برحسب زمان به شکل زیر است. اندازهٔ جریان تولیدی مولد در لحظهٔ $t = ۰/۰۱s$ برابر چند آمپر است؟



۱) ۱
۲) $\sqrt{۲}$
۳) $\sqrt{۳}$
۴) ۲

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی یازدهم

۱۱۶- اگر اتم‌های داده‌شده در جدول زیر جزء عنصرهای اصلی دورهٔ چهارم جدول تناوبی باشند، مقایسهٔ شعاع اتمی آن‌ها به کدام صورت است؟

اتم	A	B	X	D
نسبت شمار الکترون‌ها با $n=3$ به $n=4$	۸	۶	۴	۳

۱) $A > B > X > D$
۲) $A > X > B > D$
۳) $D > X > B > A$
۴) $X > D > B > A$

۱۱۷- کدام مورد دربارهٔ دومین عنصر گروه ۱۷ جدول تناوبی درست است؟

۱) در بین عنصرهای هم‌گروه و هم‌دورهٔ خود، بیشترین واکنش‌پذیری را دارد.

۲) فقط در دماهای بالاتر از ۴۷۳ کلوین، می‌تواند با گاز هیدروژن واکنش دهد.

۳) انرژی نور ایجادشده در واکنش آن با سدیم، بیشتر از انرژی نور ایجادشده در واکنش آن با لیتیم است.

۴) حالت فیزیکی آن در دما و فشار اتاق، مانند واکنش‌پذیرترین نافلز دورهٔ چهارم است.

۱۱۸- ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۸ مولار نیتریک اسید با مقدار کافی هیدروژن سولفید مطابق معادلهٔ زیر واکنش داده و ۹/۲۱۶ گرم گوگرد تولید می‌شود. بازده درصدی واکنش کدام است؟ ($S = 32\ g.mol^{-1}$)

$HNO_3(aq) + H_2S(g) \rightarrow S(s) + NO(g) + H_2O(l)$ (معادله موازنه شود.)

۱) ۴۰
۲) ۶۰
۳) ۸۰
۴) ۹۰

۱۱۹- فرمول مولکولی سبک‌ترین آلکانی که در ساختار آن، شاخهٔ فرعی اتیل وجود دارد، کدام است؟

۱) C_5H_{12}
۲) C_6H_{14}
۳) C_7H_{16}
۴) C_8H_{18}

۱۲۰- در مخلوطی از اتان و پروپین، درصد جرمی کربن برابر ۸۴ درصد می‌باشد. برای سوختن ۲۵۰ گرم از این مخلوط، چند لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP لازم است؟ ($H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}$)

۱) ۶۱۶
۲) ۵۰۴
۳) ۷۲۸
۴) ۸۴۰

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۱- کدام مورد درست است؟

۱) یکای رایج اندازه‌گیری گرما، ژول (J) است، در حالی که در (SI)، از یکای کالری (cal) برای بیان مقدار گرما استفاده می‌شود.

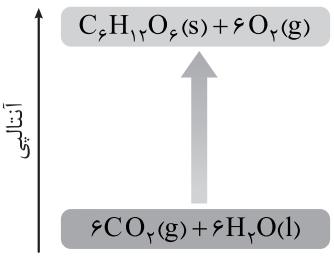
۲) به مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای ۱ گرم از یک ماده به میزان $1\ ^\circ C$، ظرفیت گرمایی آن ماده می‌گویند.

۳) انرژی گرمایی ۴۰۰ میلی‌لیتر آب با دمای $39\ ^\circ C$، از انرژی گرمایی ۴۰۰ میلی‌لیتر آب با دمای $321\ K$، کم‌تر است.

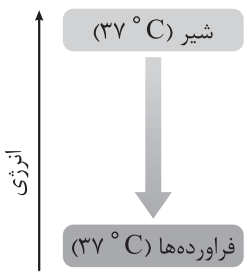
۴) انرژی گرمایی همواره از جسمی با انرژی گرمایی بالاتر به جسمی با انرژی گرمایی پایین‌تر، جاری می‌شود.

۱۲۲- نمودار انرژی یا آنتالپی در کدام مورد، با فرایند اشاره‌شده، مطابقت ندارد؟

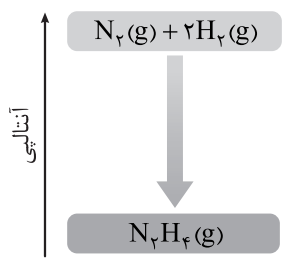
۱) فرایند فتوسنتز:



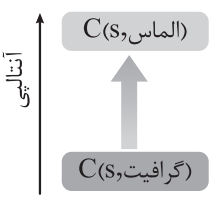
۲) فرایند گوارش و سوخت‌وساز شیر در بدن:



۳) تولید هیدرازین از عنصرهای سازنده:



۴) تبدیل گرافیت به الماس:



۱۲۳- شمار کل پیوندهای اشتراکی در ساختار کدام ترکیب، با مجموع شمار اتم‌ها در فرمول مولکولی آن برابر است؟

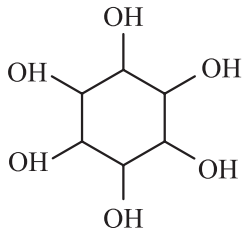
۱) تری‌متیل آمین ۲) اتیل استات ۳) ۱ـ اوکتانول ۴) سیانو اتن

محل انجام محاسبات

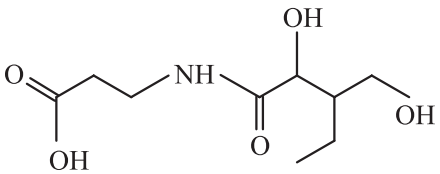
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۴- با توجه به ساختارهای داده‌شده، کدام موارد درست است؟



ویتامین B_8



ویتامین B_5

الف) ویتامین B_5 در آب محلول و دارای دو گروه عاملی کربوکسیل است.

ب) شمار پیوندهای $O-H$، $C-O$، $C-C$ و $C-H$ در مولکول ویتامین B_8 برابر است.

پ) ویتامین B_5 همانند بنزوئیک اسید، توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را دارد.

ت) درصد جرمی کربن در ویتامین B_8، با درصد جرمی کربن در آشناترین اسید آلی برابر است.

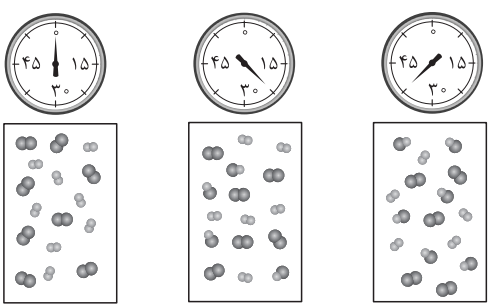
۱) «ب» ـ «پ» ـ «ت»
۲) «الف» ـ «ب» ـ «پ»
۳) «ب» ـ «ت»
۴) «الف» ـ «پ»

۱۲۵- با توجه به واکنش‌های زیر،آنتالپی سوختن استیک اسید، چند کیلوژول بر مول است؟

$$I)\ C_6H_{12}O_6\ (s) \rightarrow 2C_2H_5OH\ (l) + 2CO_2(g) \qquad \Delta H = -71\ kJ$$
$$II)\ C_2H_5OH\ (l) + O_2(g) \rightarrow CH_3COOH\ (l) + H_2O(l) \qquad \Delta H = -493\ kJ$$
$$III)\ C_6H_{12}O_6(s) + 6O_2(g) \rightarrow 6CO_2(g) + 6H_2O(l) \qquad \Delta H = -2805\ kJ$$

۱) -847
۲) -1391
۳) -874
۴) -1931

۱۲۶- با توجه به شکل زیر که واکنش ید با هیدروژن را در دمای معین در یک ظرف دربستهٔ ۲/۵ لیتری نشان می‌دهد، اگر هر ذره ارزش ۰/۰۵ مول از هر ماده را نشان دهد، سرعت متوسط واکنش در ۲۰ دقیقهٔ آغازی واکنش برابر ..... مولار بر دقیقه و ..... برابر سرعت متوسط واکنش در ۲۰ دقیقهٔ دوم است.



۱) $1/2 - 5\times10^{-3}$
۲) $2 - 5\times10^{-3}$
۳) $2 - 2\times10^{-3}$
۴) $1/2 - 2\times10^{-3}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۷- اگر شمار پیوندهای دوگانه در ساختار یک مولکول پلی‌استیرن، ۵ برابر شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در هر مولکول پلی‌وینیل کلرید با ۱۲۰۰ واحد تکرارشونده باشد، برای سوختن کامل یک میلی‌مول از این پلی‌استیرن به چند لیتر گاز اکسیژن در شرایطی که حجم مولی گازها برابر ۲۴ لیتر بر مول است، نیاز می‌باشد؟

۱) ۴۳۲
۲) ۱۴۴۰
۳) ۲۸۸
۴) ۸۶۴۰

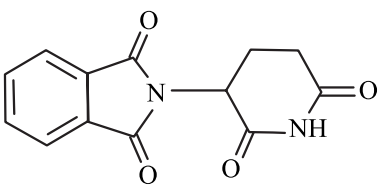
۱۲۸- اگر الکل سازندهٔ استری با فرمول $C_5H_{10}O_2$ به هر نسبتی در آب حل نشود، کدام مورد دربارهٔ اسید سازندهٔ این استر درست است؟

۱) با متیل فورمات ایزومر است.
۲) پرکاربردترین کربوکسیلیک اسید است.
۳) خاصیت چربی‌گریزی آن از $CH_3(CH_2)_3COOH$، بیشتر است.
۴) به صورت مصنوعی تهیه می‌شود و در طبیعت یافت نمی‌شود.

۱۲۹- برای فرمول مولکولی C_3H_9N، چند ساختار آمینی می‌توان در نظر گرفت و چه تعداد از آن‌ها می‌توانند به همراه یک اسید آلی، در واکنش تولید آمید شرکت کنند؟

۱) ۴ ـ ۳
۲) ۳ ـ ۱
۳) ۳ ـ ۲
۴) ۴ ـ ۴

۱۳۰- در مولکول سازندهٔ ترکیب زیر، شمار اتم‌های هیدروژن چند برابر شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی است و در اثر آبکافت کامل آن، چند نوع ترکیب به دست می‌آید؟



۱) ۱، ۳
۲) ۱، ۲
۳) ۸ / ۰، ۴
۴) ۸ / ۰، ۳

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی **Kheilisabz_edit@** در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

Telegram: @konkur_in

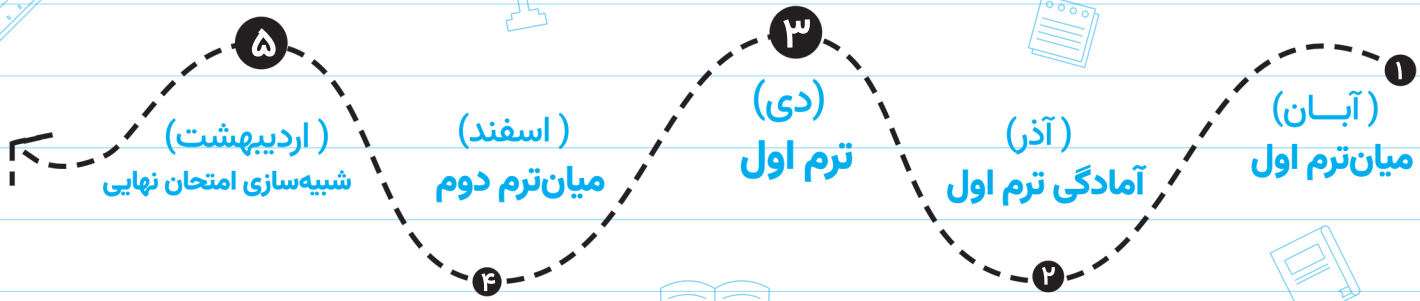
www.konkur.in

آزمون‌های تشریحی خیلی‌سبز

۵ مرحله در طول سال

شبیه‌سازی کامل امتحان نهایی

- منطبق بر بارم‌بندی آموزش و پرورش
- تشابه کامل فرم برگه سوال، پاسخبرگ، کلید، پاسخنامه و حتی فونت سوال‌ها با امتحان نهایی
- پوشش همه مطالب و انواع سوالات
- ارائه یک یا دو تست عینا مشابه امتحان نهایی
- هم‌سطح با دشواری سوالات امتحان نهایی



پاسخنامه‌های خیلی تشریحی

- ارائه پاسخ کامل و مرحله به مرحله
- محتوای یاددهنده شامل درسنامه
- ارائه نکات کلیدی هر سوال

تصحیح کاملا مکانیزه

- تصحیح کاملا حرفه‌ای توسط دو مصحّح
- تصحیح سوم در صورت اختلاف نظر دو مصحّح قبل
- تصحیح به صورت بررسی یک سوال برای گروهی از دانش‌آموزان
- امکان کامنت‌گذاری مصحّح در فرایند تصحیح
- امکان درخواست تصحیح مجدد در پنل ثبت اعتراض

کارنامه‌های بسیار کاربردی

- کارنامه تحلیلی و مقایسه‌ای
- نمره به تفکیک سوال
- کارنامه مبحثی

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله چهارم
۰۶ - ۱۴۰۵	۰۳/مهر/۱۴۰۵

ویژگی‌های برنامه راهبردی آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز در تابستان ۰۶-۱۴۰۵

۱- دوره دروس پایه دهم
۲- دوره دروس پایه یازدهم
۳- مطالعه بخشی از دروس پایه دوازدهم
۴- امکان فرایند ترکیبی هر کدام از موارد فوق

پایه / مرحله	اول ۲۳ مرداد	دوم ۶ شهریور	سوم ۲۰ شهریور	چهارم ۳ مهر
دهم	-	✓	✓	✓
یازدهم	✓	✓	✓	✓
دوازدهم	-	✓	✓	-

- با توجه به موارد فوق دفترچه آزمون خیلی سبز در این آزمون از ۲ قسمت تشکیل شده است.
- هر داوطلب باید در جلسه آزمون به یک یا دو قسمت (که قبلاً در پنل کاربری انتخاب کرده است) پاسخ دهد.
- آزمون مرحله چهارم (همین دفترچه‌ای که در دست دارید) آزمون جمع‌بندی دروس پایه است.
- تمامی سرفصل‌های دوازدهم، مجدد از مهر، در برنامه راهبردی دیده شده است.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۶

Azmoonkheilisabz.com

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

آزمون آزمایشی خیلی سبز

تیم اجرایی و تألیف آزمون	بیتا ابراهیمی ـ عادل حسینی ـ مینا کریم‌زاده

سرپرست تولید	الناز علی‌یاری‌زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی ـ نیوشا پیمان ـ زهرا صفری الهه صفری ـ فاطمه علی‌اکبری ـ محیا غنی‌فرد ساناز فلاحی ـ نادره نازآوری ـ ساعده نمازی
رسام	ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه‌آرایی	مریم حسین‌زاده ـ سپیده سخائی ـ الهام سهرابی طاهره صادق‌نژاد ـ مائده صبری ـ نیلوفر فرخجسته فاطمه قیاسوند ـ مهدیه گل‌پور ـ دریا لطفی

Azmoonkheilisabz.com

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

پایه دوازدهم ـ مرحله چهارم ـ ۳ مهر ۱۴۰۵

پایه دهم

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
ریاضی (۱)	کوروش اسلامی ـ فرشاد حسن‌زاده ـ عادل حسینی ـ بابک سادات ـ علی شهرابی ـ مصطفی کرمی محمد گودرزی ـ سروش موئینی ـ حسین نادری ـ محمدسجاد نقیه
هندسه (۱)	امیرحسین ابومحبوب ـ حمید گلزاری
فیزیک (۱)	علیرضا جباری ـ رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی
شیمی (۱)	مهدی براتی ـ سلیم بهرامی ـ سروش عبادی ـ یاسر عبداللهی ـ محمد قهرمانی‌نژاد ـ امیرحسین مسلمی محمد مرادی ـ محسن مجنونی ـ مرتضی نصیرزاده

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
ریاضی (۱)	محمدسجاد نقیه	محمدسجاد نقیه	محمدرضا راسخ	علی افضل‌زاده سروش موئینی مازیار احمدی‌ناو	عاطفه خانمحمدی منصور زرکش اصفهانی ابوالفضل ناصری
هندسه (۱)	حمید گلزاری	حمید گلزاری	حمید گلزاری	امیرحسین ابومحبوب سید عباس حسینی	زهرا جالینوسی ماهان فنی‌فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
فیزیک (۱)	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	علیرضا جعفری آثار علی محمدی	علیرضا جباری هادی نجفی	مدیا عیدی امیر محمودی‌انزابی ادریس محمدی
شیمی (۱)	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	مرتضی نصیرزاده پارسا فراهانی محمدمهدی کریمیان	عماد ربیعی عرشیا شفیعی علیرضا فرضعلی هادی عبادی

مدیر تألیف آزمون: دکتر فاطمه آقاجانپور

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

ریاضی دهم

۱ دو مجموعهٔ A و B در مجموعهٔ مرجع U تعریف‌شده‌اند. اگر $n(U)=۲n(A)=۳n(B)=\frac{۳}{۲}n(A\cup B)=۲۴$ باشد، حاصل $\frac{n(A-B)}{n(B-A)}$ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint برای محاسبهٔ نسبت خواسته‌شده، ابتدا تعداد اعضای اشتراک دو مجموعه را از فرمول اجتماع به دست آورید و سپس آن را در روابط تفاضل مجموعه‌ها جای‌گذاری کنید.

درس Box

تعداد عضوهای یک مجموعه:

فرض کنید A مجموعه‌ای متناهی باشد؛ تعداد اعضای آن با نماد $n(A)$ نمایش داده می‌شود.

فرض کنید U مجموعهٔ مرجع متناهی و A زیرمجموعه‌ای از U باشد؛ در این صورت رابطهٔ زیر برقرار است:

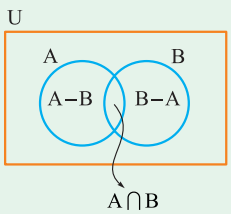
$$n(A)+n(A')=n(U)$$

تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه:

راهبرد اصلی محاسبهٔ تعداد اعضای اجتماع دو مجموعهٔ متناهی A و B به صورت زیر است:

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

نکته **روابط تفاضل و اجتماع براساس نمودار ون:**



با توجه به نمودار ون، نتایج زیر استنتاج می‌گردد:

$$n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)$$

$$n(B-A)=n(B)-n(A\cap B)$$

$$n(A\cup B)=n(A-B)+n(A\cap B)+n(B-A)$$

$$n(A-B)+n(B-A)=n(A)+n(B)-۲n(A\cap B)$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا با توجه به تساوی‌های داده‌شده می‌توان نوشت:

$$n(U)=۲۴\ ,\ n(A)=۱۲\ ,\ n(B)=۸\ ,\ n(A\cup B)=۱۶$$

گام دوم: حال با توجه به رابطهٔ تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه داریم:

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)\Rightarrow ۱۶=۱۲+۸-n(A\cap B)\Rightarrow n(A\cap B)=۴$$

گام سوم: خواستهٔ سؤال برابر است با:

$$\frac{n(A-B)}{n(B-A)}=\frac{n(A)-n(A\cap B)}{n(B)-n(A\cap B)}=\frac{۱۲-۴}{۸-۴}=\frac{۸}{۴}=۲$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲ چنـد دنبالـهٔ صعـودی مختلـف از اعـداد طبیعـی a_1، a_2، a_3 و a_4 وجـود دارد کـه $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$، $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 20$ و اختلاف هر دو جملهٔ متوالی حداقل ۲ باشد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا توجه کنید که:

$$a_1 \geq 1 \ , \ a_{i+1} - a_i \geq 2 \qquad (i = 1,2,3,4)$$

گام دوم: حال با تعریف متغیرهای جدید زیر، شرط اختلاف حداقل ۲ را به یک حالت ساده‌تر تبدیل می‌کنیم:

$$t_1 = a_1 \ , \ t_2 = a_2 - 2 \ , \ t_3 = a_3 - 4 \ , \ t_4 = a_4 - 6$$

چون اختلاف هر جمله با جملهٔ قبلی در دنبالهٔ اصلی حداقل ۲ است، دنبالهٔ جدید دیگر لزوماً اکیداً صعودی نیست، بلکه یک دنبالهٔ غیرنزولی خواهد بود:

$$1 \leq t_1 \leq t_2 \leq t_3 \leq t_4$$

گام سوم: مجموع متغیرهای جدید برابر است با:

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) - (2+4+6) = 20 - 12 = 8$$

گام چهارم: حال سؤال به یافتن تعداد راه‌هایی تبدیل می‌شود که بتوان عدد ۸ را به عنوان مجموع ۴ عدد طبیعی نوشت:

۱) $1+1+1+5=8$

۲) $1+1+2+4=8$

۳) $1+1+3+3=8$

۴) $1+2+2+3=8$

۵) $2+2+2+2=8$

گام پنجم: با توجه به گام قبلی دنباله‌های مورد نظر برابرند با:

۱) $1,3,5,11$

۲) $1,3,6,10$

۳) $1,3,7,9$

۴) $1,4,6,9$

۵) $2,4,6,8$

بنابراین ۵ دنبالهٔ مختلف وجود دارد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳ طول اضلاع یک مستطیل x و y هستند و z طول قطر آن است. اگر اعداد x، y و z با همین ترتیب، تشکیل دنبالهٔ حسابی و اعداد ۱۲، $3x$ و y نیز با همین ترتیب تشکیل دنبالهٔ هندسی دهند، مقدار z کدام است؟

۱) $\frac{16}{27}$ ۲) $\frac{24}{27}$ ۳) $\frac{64}{27}$ ۴) $\frac{80}{27}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint از ویژگی واسطهٔ حسابی و قضیهٔ فیثاغورس استفاده کنید تا رابطهٔ بین طول و عرض و قطر دربیاد؛ بعدش با واسطهٔ هندسی کار رو تموم کنید!

درس Box

واسطهٔ حسابی:

در یک دنبالهٔ حسابی، اگر سه عدد a، c و b به طور متوالی (پشت سر هم) قرار گرفته باشند، به جملهٔ میانی یعنی c، «واسطهٔ حسابی» بین دو عدد a و b گفته می‌شود.

از آن‌جایی که در دنبالهٔ حسابی فاصلهٔ (قدرنسبت) جملات متوالی با هم برابر است، جملهٔ وسط همواره دقیقاً میانگینِ حسابی دو جملهٔ کناریِ خود است، بنابراین رابطهٔ زیر همواره برقرار خواهد بود:

$$c = \frac{a+b}{2}$$

واسطهٔ هندسی:

در یک دنبالهٔ هندسی، اگر سه عدد a، c و b به صورت متوالی قرار داشته باشند، به جملهٔ وسطی یعنی c، «واسطهٔ هندسی» بین دو عدد a و b می‌گویند.

در دنبالهٔ هندسی، چون نسبت هر جمله به جملهٔ قبلی‌اش مقداری ثابت است، مربع (توان دوم) جملهٔ وسط، همیشه با حاصل‌ضرب دو جملهٔ کناری‌اش برابر می‌شود، پس می‌توانیم این رابطهٔ مهم را بنویسیم:

$$c^2 = a \times b$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا با توجه به رابطهٔ واسطهٔ حسابی، می‌توان نوشت:

$$2y = x + z \quad (1)$$

گام دوم: هم‌چنین بین اضلاع مستطیل و قطر آن، رابطهٔ فیثاغورس برقرار است، پس:

$$x^2 + y^2 = z^2 \Rightarrow y^2 = z^2 - x^2 \Rightarrow y^2 = (z-x)(z+x)$$

$$\xrightarrow{(1)} y^2 = 2y(z-x) \xrightarrow{y \neq 0} \frac{y}{2} = z - x \quad (2)$$

گام سوم: حال به کمک رابطه‌های (۱) و (۲)، مقدار y و x را برحسب z می‌نویسیم:

$$\begin{cases} 2y = z + x \\ \frac{y}{2} = z - x \end{cases} \Rightarrow 2z = \frac{5}{2}y \Rightarrow y = \frac{4}{5}z \Rightarrow x = \frac{3}{5}z \quad (3)$$

گام چهارم: حال در دنبالهٔ هندسی، با توجه به رابطهٔ واسطهٔ هندسی داریم:

$$(3x)^2 = 12y \Rightarrow 9x^2 = 12y \xrightarrow{(3)} 9(\frac{3}{5}z)^2 = 12(\frac{4}{5}z) \Rightarrow \frac{81}{25}z^2 = \frac{48}{5}z$$

$$\xrightarrow{z \neq 0} z = \frac{48}{5} \times \frac{25}{81} = \frac{48 \times 5}{81} = \frac{80}{27}$$

تیزبازی تنها مثلثی که اضلاع آن دنبالهٔ حسابی می‌سازند، مثلث معروف ۵ ـ ۴ ـ ۳ و مضارب آن است، پس:

$$x = 3k \ , \ y = 4k \ , \ z = 5k \Rightarrow 9x^2 = 12y \Rightarrow 9(3k)^2 = 12(4k) \Rightarrow 81k^2 = 48k$$

$$\Rightarrow 81k^2 - 48k = 0 \xrightarrow{k \neq 0} k = \frac{48}{81} \Rightarrow z = \frac{5 \times 48}{81} = \frac{80}{27}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴ اگر $a=\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$ باشد، مقدار $a+\frac{۱}{a}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $\sqrt{۶}$ ۳) $\sqrt{۵}$ ۴) $۲\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

مجذور عبارت خواسته‌شده رو حساب کن.

درس Box

روش‌های گویاکردن مخرج‌های گنگ (از بین بردن ریشه):

- فرض کنید مخرج کسر شامل عبارت رادیکالی به فرم $\sqrt[n]{a^m}$ باشد.
- شرط لازم برای استفاده از این روش آن است که $m<n$ باشد.
- راهبرد اصلی حل: برای از بین بردن ریشه در مخرج، صورت و مخرج کسر را در عامل زیر ضرب می‌کنیم:

$\sqrt[n]{a^{n-m}}$

روش‌های گویاکردن مخرج‌های گنگ (استفاده از اتحاد مزدوج):

- فرض کنید در مخرج کسری، یکی از عبارت‌های گنگ $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ و یا $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ قرار داشته باشد.
- راهبرد اصلی حل: برای گویاکردن مخرج، صورت و مخرج کسر را در عبارت مزدوج مخرج (عبارت دیگر) ضرب می‌کنیم تا ریشه‌های دوم حذف گردند.

روش‌های گویاکردن مخرج‌های گنگ (استفاده از اتحاد چاق و لاغر):

- فرض کنید در مخرج کسری، یکی از عبارت‌های $\sqrt[۳]{a}-\sqrt[۳]{b}$ و یا $\sqrt[۳]{a^۲}+\sqrt[۳]{ab}+\sqrt[۳]{b^۲}$ وجود داشته باشد.
- راهبرد اصلی حل: صورت و مخرج کسر را در عبارت دیگر ضرب می‌کنیم تا مخرج گویا شود.
- فرض کنید در مخرج کسری، یکی از عبارت‌های $\sqrt[۳]{a}+\sqrt[۳]{b}$ و یا $\sqrt[۳]{a^۲}-\sqrt[۳]{ab}+\sqrt[۳]{b^۲}$ وجود داشته باشد.
- راهبرد اصلی حل: در این حالت نیز صورت و مخرج کسر را در عبارت دیگر ضرب می‌کنیم تا ریشه‌های سوم از بین بروند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا توجه کنید که:

$$(a+\frac{۱}{a})^۲=a^۲+\frac{۱}{a^۲}+۲$$

گام دوم: حال با محاسبهٔ $a^۲$ و $\frac{۱}{a^۲}$ داریم:

$$a^۲=۲+\sqrt{۳} \Rightarrow \frac{۱}{a^۲}=\frac{۱}{۲+\sqrt{۳}}\times\frac{۲-\sqrt{۳}}{۲-\sqrt{۳}}=۲-\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow (a+\frac{۱}{a})^۲=۲+\sqrt{۳}+۲-\sqrt{۳}+۲=۶ \Rightarrow a+\frac{۱}{a}=\sqrt{۶}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵ اگر $a=\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}$ باشد، حاصل a^3-6 چند برابر a است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint از اتحاد مکعب مجموع هر دوجمله‌ای کمک بگیر و سعی کن فرم عبارتی که ازت خواسته‌شده رو شبیه‌سازی کنی!

درس Box

اتحاد مکعب مجموع و تفاضل دوجمله:

- فرض کنید a و b دو عدد حقیقی باشند.
- اتحاد مکعب مجموع دو جمله به صورت زیر بیان می‌شود:

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

- براساس این اتحاد، مکعب مجموع دو جمله برابر است با: مجموع مکعب‌های این دو جمله، بعلاوهٔ سه برابر مربع جملهٔ اول در جملهٔ دوم و بعلاوهٔ سه برابر مربع جملهٔ دوم در جملهٔ اول.
- به همین ترتیب، اتحاد مکعب تفاضل دو جمله به صورت رابطهٔ زیر استخراج می‌گردد:

$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** به کمک اتحاد مکعب دوجمله‌ای می‌توان نوشت:

$$a^3=(\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4})^3=(\sqrt[3]{2})^3+(\sqrt[3]{4})^3+3(\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{4})\underbrace{(\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4})}_{a}$$

$$\Rightarrow a^3=2+4+6a \Rightarrow a^3-6=6a$$

گام دوم: نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{a^3-6}{a}=6$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶ **اگر نمودار تابع $y = f(x)$ همواره پایین‌تر از نمودار تابع $y = x^۲ - ۴x + ۴$ باشد، بزرگ‌ترین مقدار صحیح ممکن برای $f(۱)$ کدام است؟**

۱) ۲ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) -۱

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint نامعادلاتی که در صورت سؤال به زبان فارسی گفته شده رو به زبان ریاضی بنویس!

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول**: با توجه به فرض مسئله، نامعادلهٔ زیر همواره برقرار است:

$$f(x) < x^۲ - ۴x + ۴$$

گام دوم: حال با جای‌گذاری $x = ۱$ داریم:

$$f(۱) < ۱ - ۴ + ۴ \Rightarrow f(۱) < ۱$$

بنابراین بزرگ‌ترین مقدار صحیح ممکن برای $f(۱)$ برابر صفر است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷ اگر معادلهٔ $x^۲ - ۲(a+۱)x + a^۲ - ۱ = ۰$ دو جواب برای x داشته باشد، کدام گزینه در مورد a درست است؟

۱) $a > -۱$ ۲) $a < -۱$ ۳) $a \in \mathbb{R}$ ۴) $a = -۱$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint شرط داشتن دو ریشهٔ حقیقی $\Delta > ۰$ هستش!

درس Box

وضعیت جواب‌های معادلهٔ درجه‌دوم:

فرض کنید معادلهٔ درجه‌دوم به فرم $ax^۲ + bx + c = ۰$ داده شده باشد.

راهبرد اصلی برای تعیین وضعیت جواب‌های این معادله، محاسبهٔ مقدار مبین یا دلتا (Δ) است:

$$\Delta = b^۲ - ۴ac$$

با توجه به علامت Δ، وضعیت جواب‌های معادله به یکی از سه حالت زیر تفکیک می‌گردد:

اگر $\Delta > ۰$ باشد: معادله دارای دو جواب حقیقی متمایز است که از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شوند:

$$x_۱ , x_۲ = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a}$$

اگر $\Delta = ۰$ باشد: معادله دارای یک جواب حقیقی (ریشهٔ مضاعف) است که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$x_۰ = -\frac{b}{۲a}$$

اگر $\Delta < ۰$ باشد: معادله فاقد جواب حقیقی است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ شرط داشتن دو جواب برای معادلهٔ درجه‌دوم این است که $\Delta > ۰$ باشد:

$$\Delta > ۰ \Rightarrow (-۲(a+۱))^۲ - ۴(a^۲ - ۱) > ۰ \Rightarrow ۴(a^۲ + ۲a + ۱) - ۴a^۲ + ۴ > ۰ \Rightarrow ۸a + ۸ > ۰ \Rightarrow a > -۱$$

تیزپاری با استفاده از گزینه‌ها و با جای‌گذاری $a = ۰$ داریم:

$$x^۲ - ۲x - ۱ = ۰ \Rightarrow \Delta > ۰$$

پس گزینه‌های (۲) و (۴) رد می‌شوند.

حال با جای‌گذاری $a = -۲$ داریم:

$$x^۲ + ۲x + ۳ = ۰ \Rightarrow \Delta < ۰$$

پس گزینهٔ (۳) نیز رد و پاسخ گزینهٔ (۱) است.

کنکور به ازای چند مقدار از a، معادلهٔ درجه دوم $(x-۲)^۲ + ۲a(x+۱)^۲ = a$ دارای یک ریشهٔ مضاعف است؟

(سؤال ۳ کنکور ریاضی ۱۴۰۵)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸ به ازای چند مقدار صحیح k، نامعادلهٔ $x^۲ - ۲kx + k^۲ - ۴ \leq ۰$ حداقل یک جواب برای x در بازهٔ $[-۵, ۵]$ دارد؟

۱) ۹ ۲) ۱۱ ۳) ۱۳ ۴) ۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint جواب‌های نامعادله رو بر حسب k بنویس و بررسی کن چه‌طوری می‌تونه با بازهٔ داده‌شده اشتراک داشته باشه!

درس Box

تعیین علامت چندجمله‌ای درجه‌دوم:

- فرض کنید چندجمله‌ای درجه‌دوم به فرم $ax^۲ + bx + c$ مفروض باشد $(a \neq ۰)$.

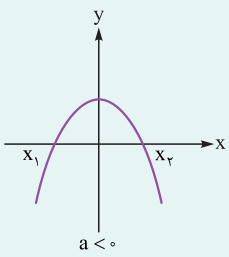
برای تعیین علامت این چندجمله‌ای، ابتدا دلتای معادلهٔ متناظر آن $(\Delta = b^۲ - ۴ac)$ را محاسبه می‌کنیم. براساس علامت دلتا، سه حالت مجزا بررسی می‌گردد.

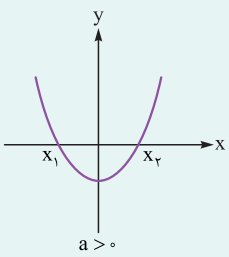
حالت اول: $\Delta > ۰$

- فرض کنید $\Delta > ۰$ باشد؛ در این حالت معادله دو جواب حقیقی متمایز دارد، این جواب‌ها را $x_۱$ و $x_۲$ بنامید و فرض کنید $x_۱ < x_۲$.
- جدول تعیین علامت در این حالت به صورت زیر است:

x	$-\infty$		$x_۱$		$x_۲$		$+\infty$
$ax^۲ + bx + c$	موافق علامت a	۰	مخالف علامت a	۰	موافق علامت a		

- نمودارهای متناظر با این حالت (تقاطع منحنی با محور x در دو نقطه):



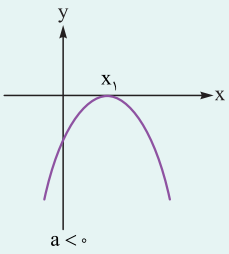


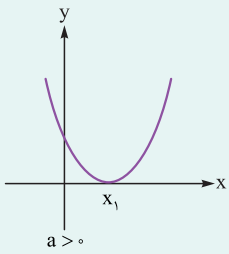
حالت دوم: $\Delta = ۰$

- فرض کنید $\Delta = ۰$ باشد؛ در این حالت معادله یک جواب حقیقی (ریشهٔ مضاعف) دارد. این جواب را $x_۱$ بنامید.
- جدول تعیین علامت در این حالت به صورت زیر است:

x	$-\infty$		$x_۱$		$+\infty$
$ax^۲ + bx + c$	موافق علامت a	۰	موافق علامت a		

- نمودارهای متناظر با این حالت (مماس‌بودن منحنی بر محور x در یک نقطه) :





حالت سوم: $\Delta < ۰$

- فرض کنید $\Delta < ۰$ باشد؛ در این حالت معادله فاقد جواب حقیقی است.

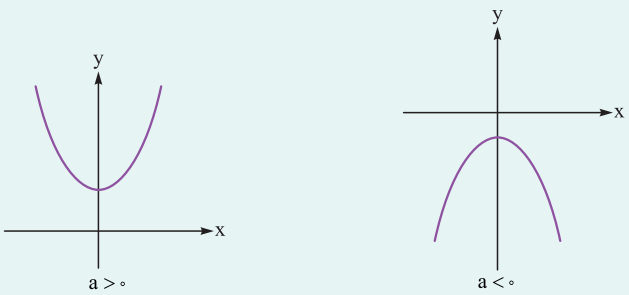
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

- جدول تعیین علامت در این حالت به صورت زیر است:

x	$-\infty$		$+\infty$
ax^2+bx+c	موافق علامت a		

- نمودارهای متناظر با این حالت (عدم برخورد منحنی با محور x):



پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا نامساوی داده‌شده را به صورت زیر بازنویسی کرده و جواب‌های آن را برحسب k مشخص می‌کنیم:

$$x^2-2kx+k^2-4\le 0 \Rightarrow (x-k)^2-4\le 0 \Rightarrow (x-k)^2\le 4 \Rightarrow -2\le x-k\le 2$$

$$\Rightarrow k-2\le x\le k+2$$

گام دوم: اشتراک بازهٔ $[k-2,k+2]$ با بازهٔ $[-5,5]$ نباید تهی باشد، بنابراین:

$$\begin{cases} k-2\le 5 \Rightarrow k\le 7 \\ k+2\ge -5 \Rightarrow k\ge -7 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -7\le k\le 7$$

گام سوم: مقادیر صحیح k عبارتند از:

$$k\in\{-7,-6,\cdots,6,7\} \Rightarrow \text{تعداد}=7-(-7)+1=15$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹ مجموعهٔ S شامل تمام اعداد حقیقی x است که در نامعادلهٔ $|x+۴|<|x-۲|$ صدق می‌کند. اگر مجموعهٔ T بازه‌ای به صورت $(m,+\infty)$ باشد، بزرگ‌ترین مقدار m برای آن‌که $S \subseteq T$ باشد، کدام است؟

۱) -۱ ۲) -۲ ۳) صفر ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

حل نامعادلات قدرمطلقی دوطرفه:

- فرض کنید نامعادله‌ای شامل دو عبارت قدرمطلقی به فرم $|ax+b|<|cx+d|$ مفروض باشد.
- راهبرد اصلی حل: از آن‌جا که مقادیر هر دو طرف نامساوی همواره نامنفی هستند، شرط لازم و کافی برای حل، به توان دو رساندن طرفین نامعادله است تا نمادهای قدرمطلق حذف گردند:

$$(ax+b)^۲<(cx+d)^۲$$

- با انتقال عبارات به یک سمت نامساوی و تجزیه براساس اتحاد مزدوج، ساختار نامعادله به فرم استاندارد زیر تغییر می‌یابد:

$$((ax+b)-(cx+d))((ax+b)+(cx+d))<۰$$

- در گام نهایی، با محاسبهٔ ریشه‌های هر یک از عوامل ضرب (پرانتزها) و تشکیل جدول تعیین علامت چندجمله‌ای درجه‌دوم حاصل، بازه‌های متناظر با مجموعه‌جواب استخراج می‌گردد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا مجموعهٔ S، یعنی مجموعهٔ جواب‌های نامعادله را مشخص می‌کنیم:

$$|x-۲|<|x+۴| \Rightarrow (|x-۲|)^۲<(|x+۴|)^۲ \Rightarrow (x-۲)^۲-(x+۴)^۲<۰ \Rightarrow (x-۲+x+۴)(x-۲-x-۴)<۰$$

$$\Rightarrow ۲(x+۱)(-۶)<۰ \Rightarrow (x+۱)>۰ \Rightarrow x>-۱ \Rightarrow S=(-۱,+\infty)$$

گام دوم: حال برای آن‌که $(-۱,+\infty) \subseteq (m,+\infty)$ باشد، داریم:

$$m \le -۱ \Rightarrow m \text{ بزرگ‌ترین مقدار} = -۱$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰ تابع خطی f و تابع ثابت g مفروض‌اند به طوری که $g(x)=f(-۲)$ است. اگر تابع h با ضابطهٔ $h(x)=f(۲x-۱)+g(x-۲)$ همانی باشد، حاصل $f(g(۲))$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۸}$ ۲) $-\frac{۵}{۸}$ ۳) $-\frac{۷}{۴}$ ۴) $\frac{۷}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

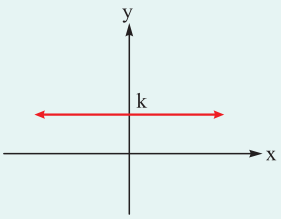
تابع خطی:

- فرض کنید ضابطهٔ تابعی به فرم زیر بیان شده باشد؛ در این صورت، این تابع را یک تابع خطی می‌نامند:

$$f(x)=ax+b$$

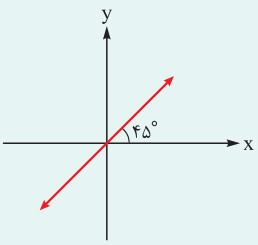
تابع ثابت:

- در تابع ثابت، مجموعهٔ برد تنها شامل یک عضو است.
- فرض کنید f یک تابع ثابت باشد؛ در این صورت ضابطهٔ آن به شکل $f(x)=k$ بیان می‌شود که در آن k یک عدد حقیقی ثابت است.
- شرط لازم برای آن‌که نمودار این تابع یک خط موازی محور x باشد، این است که دامنهٔ تابع f برابر با مجموعهٔ اعداد حقیقی $(\mathbb{R})$ باشد.



تابع همانی:

- در تابع همانی، دامنه و برد تابع با یکدیگر برابر هستند و هر عضو از دامنه دقیقاً به همان عضو در برد نظیر می‌گردد.
- فرض کنید دامنهٔ تابع همانی، مجموعهٔ اعداد حقیقی باشند؛ در این صورت ضابطه و نمودار آن به صورت خط $y=x$ است.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا فرض می‌کنیم $f(x)=ax+b$، در نتیجه:

$$g(x)=f(-۲) \Rightarrow g(x)=-۲a+b$$

گام دوم: حال با توجه به ضابطهٔ تابع h و همانی‌بودن آن داریم:

$$h(x)=f(۲x-۱)+g(x-۲)=x \Rightarrow a(۲x-۱)+b+(-۲a+b)=۲ax-۳a+۲b=x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲a=۱ \Rightarrow a=\frac{۱}{۲} \\ -۳a+۲b=۰ \xrightarrow{a=\frac{۱}{۲}} -\frac{۳}{۲}+۲b=۰ \Rightarrow b=\frac{۳}{۴} \end{cases}$$

گام سوم: با جای‌گذاری مقادیر a و b می‌توان نوشت:

$$f(x)=\frac{۱}{۲}x+\frac{۳}{۴} \ , \ g(x)=-\frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow f(g(۲))=f(-\frac{۱}{۴})=\frac{۱}{۲}(-\frac{۱}{۴})+\frac{۳}{۴}=-\frac{۱}{۸}+\frac{۳}{۴}=\frac{۵}{۸}$$

Telegram: @konkur_in

کنکور

اگر f تابع همانی و g تابع ثابت بوده و $g(3x)+2f(3+x)=3+2x$ باشد، مقدار $\frac{f(-1)}{g(4)}$ کدام است؟

(سؤال ۱۱۶ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت دوم)

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $-\frac{1}{4}$ ۴) $-\frac{1}{3}$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱ توابع $f(x)=|x-۴|$ و $g(x)=x^۲$ مفروض‌اند. تعداد نقاط مشترک نمودار تابع $h(x)=f(g(x))$ و محور x کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

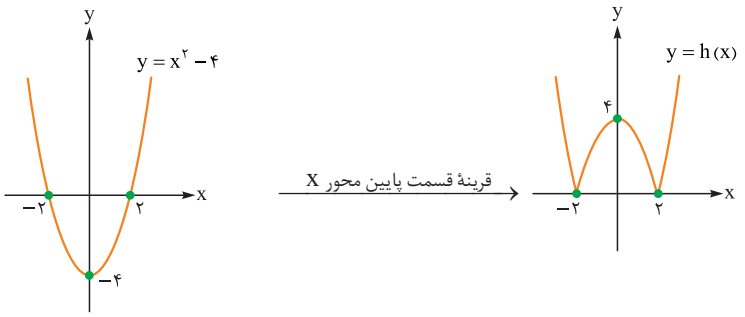
پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا ضابطه و دامنهٔ تابع h را مشخص می‌کنیم:

$$h(x)=|x^۲-۴|\ ,\ D_h=\mathbb{R}$$

گام دوم: حال نمودار تابع h را در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار، تعداد نقاط مشترک نمودار تابع h و محور x برابر ۲ است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲ برد تابع $f(x)=\frac{x^۲-۴}{|x-۲|}$ کدام است؟

۱) $(-\infty, ۴)$

۲) $\mathbb{R}-[-۴,۴]$

۳) $\mathbb{R}-\{۴\}$

۴) $(-۴,+\infty)$

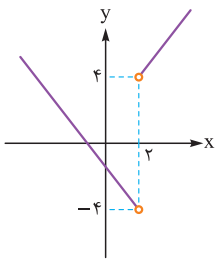
پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ضابطهٔ تابع رو به کمک قدرمطلق به صورت چندضابطه‌ای بنویس و نمودارش رو رسم کن!

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: ابتدا به کمک ریشهٔ قدرمطلق، ضابطهٔ تابع را به صورت چندضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{(x-۲)(x+۲)}{(x-۲)} & ; \ x>۲\\ \frac{(x-۲)(x+۲)}{-(x-۲)} & ; \ x<۲\end{cases} \Rightarrow f(x)=\begin{cases}x+۲ & ; \ x>۲\\ -(x+۲) & ; \ x<۲\end{cases}$$

گام دوم: حال نمودار تابع را در دستگاه مختصات رسم کرده و برد آن را مشخص می‌کنیم:



$$R_f=(-۴,+\infty)$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۳ نمودار تابع $y=f(x)$، با انتقال ۲ واحد به راست و ۲ واحد به پایین، بر نمودار تابع $g(x)=x^2-4x+1$ منطبق می‌شود. کم‌ترین مقدار تابع f کدام است؟

۱) -3 ۲) -2 ۳) -1 ۴) 3

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint انتقال‌ها رو برعکس انجام بده تا تابع f به دست بیاد!

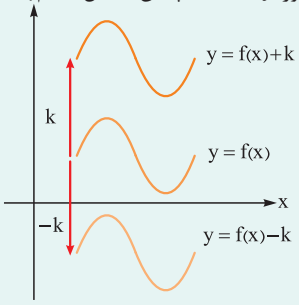
درس Box

انتقال عمودی توابع:

- فرض کنید نمودار تابع f مفروض است و k یک عدد حقیقی مثبت $(k>0)$ باشد.

برای رسم تابع $y=f(x)+k$، کافی است نمودار تابع f را به اندازهٔ k واحد در امتداد محور y به سمت بالا منتقل کنیم.

برای رسم تابع $y=f(x)-k$، کافی است نمودار تابع f را به اندازهٔ k واحد در امتداد محور y به سمت پایین منتقل کنیم.

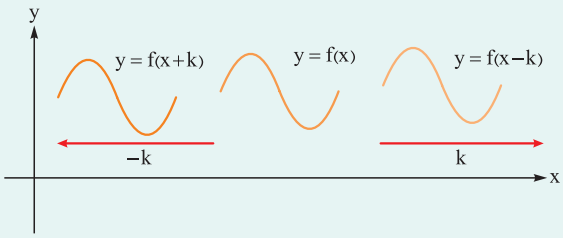


انتقال افقی توابع:

- فرض کنید نمودار تابع f مفروض است و k یک عدد حقیقی مثبت $(k>0)$ باشد.

برای رسم تابع $y=f(x+k)$، کافی است نمودار تابع f را به اندازهٔ k واحد در امتداد محور x به سمت چپ منتقل کنیم.

برای رسم تابع $y=f(x-k)$، کافی است نمودار تابع f را به اندازهٔ k واحد در امتداد محور x به سمت راست منتقل کنیم.



پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا ضابطهٔ تابع g را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$g(x)=x^2-4x+4-3 \Rightarrow g(x)=(x-2)^2-3$$

گام دوم: حال انتقال‌های انجام‌شده را به صورت برعکس انجام می‌دهیم تا ضابطهٔ تابع f را به دست آوریم:

$$y=(x-2)^2-3 \xrightarrow[\text{۲ واحد به چپ}]{\text{۲ واحد به بالا}} y=(x+2-2)^2-3+2 \Rightarrow f(x)=x^2-1$$

گام سوم: کم‌ترین مقدار تابع f برابر است با:

$$x_S=-\frac{b}{2a}=0 \Rightarrow f(0)=-1$$

تیزپاری انتقال افقی روی کم‌ترین مقدار تأثیری نداره، کافیه اول کم‌ترین مقدار تابع g رو مشخص کنیم و به آن ۲ واحد اضافه کنیم:

$$g(x)=(x-2)^2-3 \Rightarrow y_{S_g}=-3 \Rightarrow y_{S_f}=-3+2=-1$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

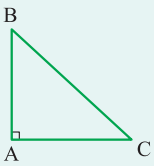
۱۴ در یک مثلث قائم‌الزاویه، ضلع مقابل به زاویهٔ ۳۰° برابر ۶ است. مساحت این مثلث کدام است؟

۱) $۱۸\sqrt{۳}$ ۲) $۲۴\sqrt{۳}$ ۳) $۳۶\sqrt{۳}$ ۴) $۵۴\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه:



- فرض کنید مثلثی قائم‌الزاویه مفروض باشد.
- نسبت طول ضلع مقابل به هر زاویهٔ حاده به طول وتر مثلث را **سینوس** (sin) آن زاویه می‌نامند:

$$\sin\hat{B}=\frac{AC}{BC}\ ,\ \sin\hat{C}=\frac{AB}{BC}$$

- نسبت طول ضلع مجاور به هر زاویهٔ حاده به طول وتر مثلث را **کسینوس** (cos) آن زاویه می‌نامند:

$$\cos\hat{B}=\frac{AB}{BC}\ ,\ \cos\hat{C}=\frac{AC}{BC}$$

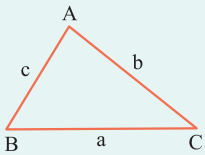
- نسبت طول ضلع مقابل به هر زاویهٔ حاده به طول ضلع مجاور به آن زاویه را **تانژانت** (tan) آن زاویه می‌نامند:

$$\tan\hat{B}=\frac{AC}{AB}\ ,\ \tan\hat{C}=\frac{AB}{AC}$$

- عکس نسبت تانژانت را **کتانژانت** (cot) آن زاویه می‌نامند:

$$\cot\hat{B}=\frac{AB}{AC}\ ,\ \cot\hat{C}=\frac{AC}{AB}$$

محاسبهٔ مساحت مثلث با استفاده از سینوس:



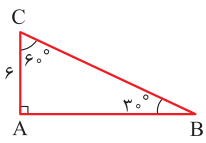
- فرض کنید مثلث ABC با طول اضلاع a، b و c مفروض باشد.
- راهبرد اصلی محاسبهٔ مساحت مثلث: مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل‌ضرب طول‌های دو ضلع آن در سینوس زاویهٔ میان این دو ضلع.

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}bc\sin\hat{A}=\frac{۱}{۲}ac\sin\hat{B}=\frac{۱}{۲}ab\sin\hat{C}$$

نکته مقادیر نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های پرکاربرد ۳۰°، ۴۵° و ۶۰° در جدول زیر آمده است:

مقدار نسبت مثلثاتی	۳۰°	۴۵°	۶۰°
$\sin\hat{A}$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
$\cos\hat{A}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$
$\tan\hat{A}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	۱	$\sqrt{۳}$
$\cot\hat{A}$	$\sqrt{۳}$	۱	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا شکل مقابل را در نظر بگیرید:



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام دوم: حال با توجه به نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه می‌توان نوشت:

$$\tan ۳۰^\circ = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{۶}{AB} \Rightarrow AB = \frac{۱۸}{\sqrt{۳}} = ۶\sqrt{۳}$$

گام سوم: مساحت مثلث برابر است با:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \times AC}{۲} = \frac{۶ \times ۶\sqrt{۳}}{۲} = ۱۸\sqrt{۳}$$

یه‌جور دیگه

ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° نصف وتر است، پس:

$$BC = ۱۲ \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{۱}{۲} \times AC \times BC \times \sin ۶۰^\circ = \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۱۲ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۱۸\sqrt{۳}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۵ اگر $-\frac{\pi}{۴} < x < \frac{\pi}{۴}$ و $\cos ۳x = ۱ - ۲m$ باشد، مقدار m کدام می‌تواند باشد؟

۱) -۱ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) ۱ ۴) $-\frac{۱}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

اول، محدودهٔ زاویهٔ $۳x$ رو مشخص کنید و روی دایرهٔ مثلثاتی ببینید کسینوس تو این بازه بین چه اعدادی نوسان می‌کنه؛ بعدش عبارت $۱ - ۲m$ رو تو همون محدوده گیر بندازید!

درس Box

دایرهٔ مثلثاتی: دایرهٔ مثلثاتی، یک دایرهٔ استاندارد در صفحهٔ مختصات است که دو ویژگی اساسی دارد: ۱) مرکز آن دقیقاً روی مبدأ مختصات $O(۰,۰)$ قرار دارد. ۲) شعاع آن دقیقاً برابر با ۱ واحد است $(R = ۱)$.

برای اندازه‌گیری زاویه‌ها روی این دایره، یک قرارداد جهانی داریم: همیشه نقطهٔ $A(۱,۰)$ (محل تقاطع دایره با بخش مثبت محور طول‌ها) را به عنوان نقطهٔ شروع در نظر می‌گیریم. پاره‌خط OA، «ضلع ابتدایی» تمام زاویه‌هاست. حالا اگر این پاره‌خط را به اندازهٔ زاویهٔ α حول مبدأ دوران دهیم، به نقطهٔ جدیدی مثل P روی محیط دایره می‌رسیم. زاویهٔ α، همان زاویهٔ مثلثاتی متناظر با نقطهٔ P است. جهت چرخش پادساعتگرد (خلاف عقربه‌های ساعت) به عنوان جهت مثبت و چرخش ساعت‌گرد به عنوان جهت منفی در نظر گرفته می‌شود.

محورهای سینوس و کسینوس روی دایرهٔ مثلثاتی: زیبایی و قدرت دایرهٔ مثلثاتی در این است که نسبت‌های مثلثاتی یک زاویه را مستقیماً به مختصات یک نقطه روی دایره تبدیل می‌کند! فرض کنید نقطهٔ $P(x,y)$ روی دایرهٔ مثلثاتی قرار دارد و زاویهٔ α را می‌سازد. اگر از نقطهٔ P به محورهای مختصات عمود کنیم، یک مثلث قائم‌الزاویه ساخته می‌شود که وتر آن همان شعاع دایره (یعنی ۱) است. طبق تعریف نسبت‌های مثلثاتی در این مثلث:

$\sin\alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{y}{۱} = y$ $\quad$ $\cos\alpha = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{x}{۱} = x$

بنابراین:

- محور طول‌ها (محور xها) همان محور کسینوس‌ها است. طولِ نقطهٔ P دقیقاً مقدار $\cos\alpha$ را نشان می‌دهد.
- محور عرض‌ها (محور yها) همان محور سینوس‌ها است. عرضِ نقطهٔ P دقیقاً مقدار $\sin\alpha$ را نشان می‌دهد.
- حدود سینوس و کسینوس: چون نقطهٔ P همیشه روی محیط دایره‌ای به شعاع ۱ حرکت می‌کند، مختصات طول (x) و عرض (y) آن هرگز نمی‌تواند از ۱ بیشتر یا از -۱ کم‌تر شود. به همین دلیل، برای هر زاویهٔ دلخواه α، همواره داریم:

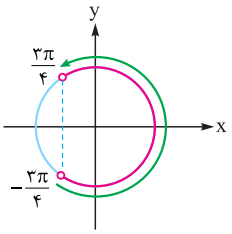
$-۱ \le \cos\alpha \le ۱$ $\quad$ $-۱ \le \sin\alpha \le ۱$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا توجه کنید که:

$$-\frac{\pi}{۴} < x < \frac{\pi}{۴} \Rightarrow -\frac{۳\pi}{۴} < ۳x < \frac{۳\pi}{۴}$$

گام دوم: حال با مشخص‌کردن محدودهٔ x روی دایرهٔ مثلثاتی، بیشترین و کم‌ترین مقدار $\cos ۳x$ را به دست می‌آوریم:



$$-\frac{\sqrt{۲}}{۲} < \cos ۳x \le ۱$$

گام سوم: با جای‌گذاری مقدار $\cos ۳x$ برحسب m داریم:

$$-\frac{\sqrt{۲}}{۲} < ۱ - ۲m \le ۱ \Rightarrow \frac{-\sqrt{۲}-۲}{۲} < -۲m \le ۰ \Rightarrow ۰ \le m < \frac{۲+\sqrt{۲}}{۴} \simeq ۰/۸۵$$

در نتیجه مقدار m می‌تواند برابر صفر باشد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۶ به ازای چند مقدار θ در بازهٔ $[0,2\pi]$، تساوی $|\sin\theta|+|\cos\theta|=1$ برقرار است؟

یک دور دایرهٔ مثلثاتی

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۲ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

روابط بین نسبت‌های مثلثاتی:

- فرض کنید α زاویه‌ای دلخواه باشد؛ شرط لازم برای صحت و برقراری روابط زیر آن است که مخرج کسرها در هیچ‌یک از عبارات برابر با صفر نباشد.
- راهبرد اصلی در ساده‌سازی عبارات مثلثاتی، استفاده از روابط شش‌گانه زیر است:

۱) $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

۲) $\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

۳) $\cot\alpha=\dfrac{1}{\tan\alpha}$

۴) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

۵) $1+\tan^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$

۶) $1+\cot^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}$

نتایج و روابط فرعی:

- براساس تساوی (۳)، می‌توان نتیجه گرفت:

$$\tan\alpha\cot\alpha=1$$

- هم‌چنین از تساوی (۴) که به اتحاد اصلی مثلثات معروف است، تساوی‌های کاربردی زیر استنتاج می‌گردد:

$$\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha\ ,\ \cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(|\sin\theta|+|\cos\theta|)^2=1^2\Rightarrow \underbrace{\sin^2\theta+\cos^2\theta}_{1}+2|\sin\theta\cos\theta|=1\Rightarrow 2|\sin\theta\cos\theta|=0$$

$$\Rightarrow \sin\theta\cos\theta=0\Rightarrow\begin{cases}\sin\theta=0\\ \cos\theta=0\end{cases}$$

گام دوم: حال با توجه به دایرهٔ مثلثاتی در بازهٔ $[0,2\pi]$ مقادیری از θ که به ازای آن‌ها مقدار $\sin\theta$ یا $\cos\theta$ برابر صفر می‌شود، عبارت است از:

$$\theta\in\{0,\frac{\pi}{2},\pi,\frac{3\pi}{2},2\pi\}\Rightarrow \text{۵ مقدار}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۷ اگر $\tan x + \cot x = ۵$ باشد، حاصل عبارت $A = \sqrt{\sin^۳ x + \cos^۳ x}$ چند برابر $\sqrt[۴]{۳۵}$ است؟

۱) $\frac{۱}{۵}$

۲) $\frac{۲}{۵}$

۳) $\frac{۳}{۵}$

۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۵}$

مشاوره فرض کنید در برخی مسائل مثلثات، مقدار یک عبارت مشخص است و هدف، محاسبهٔ مقدار عبارت دیگری است.

در این دسته از مسائل، با بهره‌گیری از اتحادهای جبری و روابط مثلثاتی، سعی می‌کنیم ساختار یکی از عبارت‌ها را تغییر داده و آن را به عبارت دیگر تبدیل کنیم.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا با توجه به تساوی داده‌شده می‌توان نوشت:

$$\tan x + \cot x = ۵ \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = ۵ \Rightarrow \frac{\sin^۲ x + \cos^۲ x}{\sin x \cos x} = ۵ \Rightarrow \frac{۱}{\sin x \cos x} = ۵ \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{۱}{۵}$$

گام دوم: حال به کمک اتحاد چاق و لاغر عبارت خواسته‌شده را بازنویسی می‌کنیم:

$$A = \sqrt{\sin^۳ x + \cos^۳ x} = \sqrt{(\sin x + \cos x)(\sin^۲ x - \sin x \cos x + \cos^۲ x)}$$

$$A = \sqrt{(\sin x + \cos x)(۱ - \frac{۱}{۵})} = \sqrt{(\sin x + \cos x)(\frac{۴}{۵})}$$

گام سوم: حال برای محاسبهٔ مقدار $\sin x + \cos x$ می‌توان نوشت:

$$(\sin x + \cos x)^۲ = \sin^۲ x + \cos^۲ x + ۲\sin x \cos x = ۱ + \frac{۲}{۵} = \frac{۷}{۵}$$

برای این‌که عبارت زیر رادیکال تعریف‌شده باشد:

$$\sin x + \cos x = \sqrt{\frac{۷}{۵}}$$

گام چهارم: حاصل عبارت خواسته‌شده برابر است با:

$$A = \sqrt{\frac{۴\sqrt{۷}}{۵\sqrt{۵}}} = \sqrt{\frac{۴\sqrt{۳۵}}{۲۵}} = \frac{۲}{۵}\sqrt[۴]{۳۵}$$

کنکور اگر $\tan x + \cot x = -۳$ و $۳\pi < ۴x < ۴\pi$ باشد، حاصل $\frac{۱}{\cos^۳ x + \sin^۳ x}$ کدام است؟

(سؤال ۱۱۹ کنکور تجربی ۱۴۰۲ ـ نوبت دوم)

۱) $-۰/۵\sqrt{۶}$

۲) $۰/۷۵\sqrt{۳}$

۳) $-۰/۷۵\sqrt{۳}$

۴) $۰/۵\sqrt{۶}$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۸ ۶ نفر می‌خواهند در کنار یکدیگر قرار بگیرند. تعداد حالت‌هایی که دو فرد A و B کنار هم قرار نگیرند، کدام است؟

۱) ۲۴۰ ۲) ۳۶۰ ۳) ۴۸۰ ۴) ۵۴۰

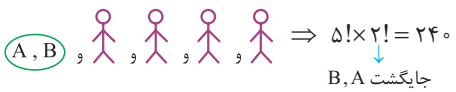
پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint حالت‌هایی که A و B کنار هم هستن رو حساب کن و از کل حالت‌های ممکن کم کن!

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا تعداد راه‌هایی که هر ۶ نفر بدون محدودیت می‌توانند کنار هم قرار بگیرند را به دست می‌آوریم:

$$۶! = ۷۲۰$$

گام دوم: حال تعداد حالت‌هایی که دو فرد A و B همیشه در کنار هم هستند را محاسبه کرده و از کل حالت‌های ممکن کم می‌کنیم:



$$\Rightarrow \underbrace{۵!}_{\text{A,B جایگشت}} \times ۲! = ۲۴۰$$

دقت کنید که A و B کنار هم هستند، پس آن‌ها را در یک بسته قرار می‌دهیم.

$$\text{حالت‌هایی که A و B کنار هم قرار نگیرند} = ۷۲۰ - ۲۴۰ = ۴۸۰$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۹ **از میان ۵ پسر و ۲ دختر، یک گروه سه‌نفره به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که در بین نفرات انتخاب‌شده، حداقل یک دختر باشد، کدام است؟**

۱) $\frac{۵}{۷}$ ۲) $\frac{۳۷}{۵۶}$ ۳) $\frac{۴۱}{۵۶}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

تعاریف اولیهٔ آزمایش تصادفی و پیشامد:

- فرض کنید آزمایشی انجام می‌شود که تمامی حالت‌های ممکن برای نتیجهٔ آن مشخص است، اما نتیجهٔ قطعی پیش از انجام آن نامعلوم باشد؛ چنین فرایندی را «آزمایش تصادفی» می‌نامند.
- مجموعهٔ دربرگیرندهٔ تمامی نتایج ممکن برای یک آزمایش تصادفی، «فضای نمونه‌ای» نامیده می‌شود.
- هر زیرمجموعهٔ دلخواه از فضای نمونه‌ای، یک «پیشامد تصادفی» نام دارد.

احتمال رخداد یک پیشامد:

- فرض کنید S یک فضای نمونه‌ای متناهی و ناتهی بوده و A پیشامدی از آن باشد.
- محاسبهٔ احتمال وقوع پیشامد A (با نماد $P(A)$)، از طریق نسبت تعداد اعضای پیشامد به تعداد کل اعضای فضای نمونه‌ای انجام می‌پذیرد:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$$

نکته

ویژگی‌های احتمال:

- فرض کنید S یک فضای نمونه‌ای متناهی و ناتهی است و A و B پیشامدهایی در این فضا هستند.
- احتمال هر پیشامد همواره عددی در بازهٔ $[۰,۱]$ است؛ هم‌چنین احتمال پیشامد قطعی برابر ۱ و پیشامد غیرممکن برابر صفر است:

$$P(S)=۱\ ,\ P(\varnothing)=۰\ ,\ ۰\le P(A)\le ۱$$

- احتمال اجتماع دو پیشامد از بسط رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

- در صورتی که دو پیشامد A و B ناسازگار باشند، رابطهٔ اجتماع به فرم زیر ساده می‌شود:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

- در صورتی که سه پیشامد A، B و C دوبه‌دو ناسازگار باشند، رابطهٔ اجتماع برای آن‌ها چنین تعمیم می‌یابد:

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)$$

- احتمال متمم یک پیشامد براساس رابطهٔ تفاضل از مقدار کل (یک) تعیین می‌شود:

$$P(A')=۱-P(A)$$

- احتمال تفاضل دو پیشامد به کمک رابطهٔ زیر محاسبه می‌گردد:

$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)$$

- هرگاه $A\subseteq B$ باشد، نتیجه می‌شود $P(A)\le P(B)$؛ بر همین اساس و با توجه به این‌که $A\cap B\subseteq A\subseteq A\cup B$، نابرابری زیر استنتاج می‌گردد:

$$P(A\cap B)\le P(A)\le P(A\cup B)$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا فضای نمونه، یعنی تعداد حالت‌های انتخاب ۳ نفر از بین ۷ نفر را محاسبه می‌کنیم:

$$n(S)=\binom{۷}{۳}=\frac{۷\times۶\times۵}{۳\times۲\times۱}=۳۵$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام دوم: حال به کمک اصل متمم، تعداد حالت‌هایی که هیچ دختری انتخاب نشود را حساب می‌کنیم:

$$n(A') = \binom{۵}{۳} = \frac{۵\times۴\times۳}{۳\times۲\times۱} = ۱۰ \Rightarrow \underset{\text{حداقل یک دختر}}{n(A)} = ۳۵ - ۱۰ = ۲۵$$

گام سوم: احتمال این‌که حداقل یک دختر انتخاب شود، برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲۵}{۳۵} = \frac{۵}{۷}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۰ **از بین اعداد $\{۱,۲,...,۲۰\}$ یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که عدد انتخاب‌شده زوج یا مضرب ۳ باشد، کدام است؟**

۱) $\frac{۱۱}{۲۰}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۱۳}{۲۰}$ ۴) $\frac{۷}{۱۰}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

اعمال روی پیشامدها:

فرض کنید A و B دو پیشامد تعریف‌شده در فضای نمونه‌ای S باشند.

- **اجتماع دو پیشامد $(A \cup B)$**: این پیشامد زمانی به وقوع می‌پیوندد که حداقل یکی از پیشامدهای A یا B رخ دهد.
- **اشتراک دو پیشامد $(A \cap B)$**: وقوع این پیشامد منوط به رخ‌دادن هم‌زمان هر دو پیشامد A و B است.
- **تفاضل دو پیشامد $(A - B)$**: این پیشامد در شرایطی رخ می‌دهد که پیشامد A به وقوع بپیوندد، اما پیشامد B رخ ندهد.
- **متمم یک پیشامد (A')**: این پیشامد معادل با عدم وقوع پیشامد A است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا فضای نمونه و پیشامدهای مورد نظر را مشخص می‌کنیم:

$S = \{۱,۲,۳,...,۲۰\} \Rightarrow n(S) = ۲۰$

پیشامد A (زوج‌بودن): $A = \{۲,۴,۶,...,۲۰\} \Rightarrow n(A) = ۱۰$

پیشامد B (مضارب ۳): $B = \{۳,۶,۹,...,۱۸\} \Rightarrow n(B) = ۶$

پیشامد زوج‌بودن و مضرب ۳: $A \cap B = \{۶,۱۲,۱۸\} \Rightarrow n(A \cap B) = ۳$

گام دوم: حال احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{۱۰}{۲۰} + \frac{۶}{۲۰} - \frac{۳}{۲۰} = \frac{۱۳}{۲۰}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

هندسه دهم

۲۱ **ارزش نقیض کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟**

۱) کوچک‌ترین زاویهٔ داخلی یک مثلث مختلف‌الاضلاع از ۶۰° کم‌تر است.

۲) درون هر مثلث نقطه‌ای وجود دارد که از سه ضلع آن به یک فاصله است.

۳) هر زاویهٔ خارجی یک مثلث، از زاویه‌های داخلی آن بزرگ‌تر است.

۴) مثلثی وجود دارد که طول یک ضلع آن، واسطهٔ هندسی طول‌های دو ضلع دیگر آن باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

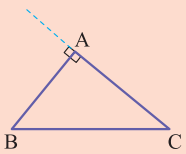
پاسخ خیلی تشریحی ✔ باید از میان گزینه‌ها، گزارهٔ نادرست را انتخاب کنید، چون در این صورت، نقیض آن یک گزارهٔ درست خواهد بود. گزینه‌ها را تک‌تک بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ (۱): این گزاره درست است؛ فرض کنید در مثلث مختلف‌الاضلاع ABC، زاویهٔ A کوچک‌ترین زاویه باشد، داریم:

$$\begin{array}{l}\hat{A}<\hat{B}\\ +\ \hat{A}<\hat{C}\\ \hline \hat{A}+\hat{A}<\hat{B}+\hat{C}\end{array} \xrightarrow{+\hat{A}} \hat{A}+\hat{A}+\hat{A}<\underbrace{\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}}_{۱۸۰^\circ} \Rightarrow ۳\hat{A}<۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A}<۶۰^\circ$$

گزینهٔ (۲): این گزاره درست است. نقطه‌ای درون یک مثلث که از سه ضلع آن به یک فاصله باشد. نقطهٔ همرسی نیمسازهای داخلی آن مثلث است و می‌دانیم نیمسازهای داخلی هر مثلث همواره در نقطه‌ای درون آن مثلث، همرس‌اند.

گزینهٔ (۳): این گزاره درست نیست، زیرا مثال نقض دارد. در مثلث قائم‌الزاویهٔ شکل زیر، اندازهٔ زاویهٔ خارجی A با اندازهٔ زاویهٔ داخلی A برابر است.



پس این گزینه نادرست و نقیض آن درست است.

گزینهٔ (۴): این گزاره درست است. مثلاً مثلثی به طول اضلاع ۴، ۶ و ۹ را در نظر بگیرید: اولاً ۶، واسطهٔ هندسی ۴ و ۹ است $(۶^۲ = ۴\times ۹)$، ثانیاً این سه عدد می‌توانند اضلاع یک مثلث باشند، زیرا بزرگ‌ترین آن‌ها، از مجموع دوتای دیگر کوچک‌تر است $(۶ < ۴+۹)$.

نکته اگر سه عدد مثبت به گونه‌ای باشند که بزرگ‌ترین آن‌ها از مجموع دوتای دیگر کم‌تر باشد، می‌توان مثلثی رسم کرد که آن سه عدد، طول اضلاع آن باشند.

کنکور **برای کدام گزاره، می‌توان مثال نقض ارائه کرد؟** *(سؤال ۲۵ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ ـ نوبت دوم)*

۱) هر چهارضلعی که قطرها یکدیگر را نصف کنند، متوازی‌الاضلاع است.

۲) اندازهٔ میانه‌های وارد بر اضلاع مساوی در هر مثلث، با هم برابرند.

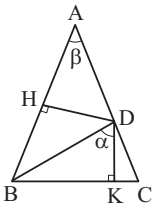
۳) هر چهارضلعی با قطرهای برابر و عمود بر هم، مربع است.

۴) نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مثلث همرس‌اند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۲ در شکل زیر، اگر $AB = AC$، $AH = BH$ و $HD = KD$، آن‌گاه حاصل $\frac{\alpha}{\beta}$ کدام است؟



۱) ۱/۶

۲) ۱/۲

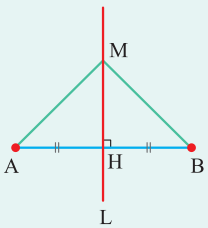
۳) ۱/۲۵

۴) ۱/۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

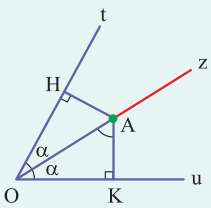
درس Box

۱) هر نقطه واقع بر عمودمنصف یک پاره‌خط، از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است و بالعکس، یعنی در شکل زیر:



$M \in L$ (عمودمنصف پاره‌خط AB) $\Leftrightarrow MA = MB$

۲) هر نقطه واقع بر نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است و بالعکس، یعنی در شکل زیر:

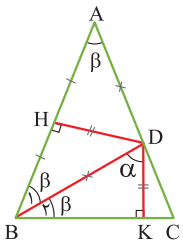


$A \in Oz$ ($t\hat{O}u$ نیمساز) $\Leftrightarrow AH = AK$

۳) مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث، 180° است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به شکل و فرض سؤال $(AH = BH)$، نقطهٔ D روی عمودمنصف پاره‌خط AB واقع است، پس $DA = DB$، یعنی مثلث ABD متساوی‌الساقین است، پس $\hat{B}_1 = \hat{A} = \beta$



گام دوم: طبق فرض سؤال $HD = KD$، بنابراین BD نیمساز زاویهٔ ABC است، پس: $\hat{B}_2 = \hat{B}_1 = \beta$

گام سوم: طبق فرض $AB = AC$، پس مثلث ABC متساوی‌الساقین است، در نتیجه $\hat{C} = 2\beta$ و داریم:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \beta + 2\beta + 2\beta = 180^\circ \Rightarrow \beta = 36^\circ$$

گام چهارم: در مثلث BDK، داریم:

$$\hat{B} + \hat{D} + \hat{K} = 180^\circ \Rightarrow \beta + \alpha + 90^\circ = 180^\circ \xrightarrow{\beta = 36^\circ} \alpha = 54^\circ$$

پس:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{54^\circ}{36^\circ} = \frac{3 \times 18^\circ}{2 \times 18^\circ} = 1/5$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۳ اگر x و y دو عدد حقیقی مثبت و $\frac{x^۲}{x^۲+۸}=\frac{y^۲}{y^۲+۲}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{x-y}{x+y}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

الف) ترکیب نسبت در صورت یا مخرج: اگر a، b، c و d اعدادی حقیقی و $d\neq ۰$ و b باشند، آن‌گاه داریم:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}\quad\text{یا}\quad\frac{a}{a+b}=\frac{c}{c+d}$$

ب) تفضیل نسبت در صورت و مخرج: اگر a، b، c و d اعدادی حقیقی و $d\neq ۰$ و b باشند، آن‌گاه داریم:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}\quad\text{یا}\quad\frac{a}{a-b}=\frac{c}{c-d}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا به کمک تفضیل نسبت در مخرج، نسبت $\frac{x}{y}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{x^۲}{x^۲+۸}=\frac{y^۲}{y^۲+۲}\Rightarrow\frac{x^۲}{(x^۲+۸)-x^۲}=\frac{y^۲}{(y^۲+۲)-y^۲}\Rightarrow\frac{x^۲}{۸}=\frac{y^۲}{۲}\Rightarrow\frac{x^۲}{y^۲}=\frac{۸}{۲}=۴\xrightarrow{x,y>۰}\frac{x}{y}=۲$$

گام دوم: صورت و مخرج کسر $\frac{x-y}{x+y}$ را بر y تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{x-y}{x+y}=\frac{\frac{x}{y}-۱}{\frac{x}{y}+۱}=\frac{۲-۱}{۲+۱}=\frac{۱}{۳}$$

یه جور دیگه

$$\frac{x^۲}{x^۲+۸}=\frac{y^۲}{y^۲+۲}\xrightarrow{\text{طرفین‌وسطین}}x^۲y^۲+۲x^۲=x^۲y^۲+۸y^۲$$

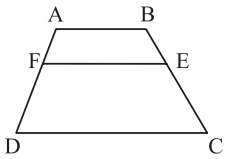
$$\Rightarrow ۲x^۲=۸y^۲\Rightarrow x^۲=۴y^۲\Rightarrow x=۲y$$

$$\frac{x-y}{x+y}=\frac{۲y-y}{۲y+y}=\frac{y}{۳y}=\frac{۱}{۳}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۴ در شکل زیر اگر $CD = ۲AB$ و $FD = ۲AF$، آن‌گاه نسبت مساحت ذوزنقهٔ ABEF به مساحت ذوزنقهٔ CDFE کدام است؟



۱) ۰/۲

۲) ۰/۲۵

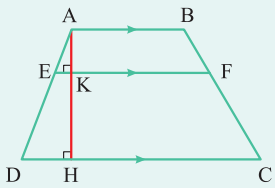
۳) ۰/۳

۴) ۰/۳۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

در شکل زیر، EF با قاعده‌های ذوزنقهٔ ABCD موازی است، داریم:



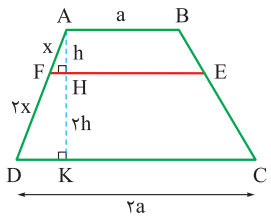
۱) $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$

۲) $\frac{AE}{ED} = \frac{AK}{KH}$

۳) $\frac{AE}{ED} = \frac{EF - AB}{CD - EF}$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: صورت سؤال چهارضلعی‌های ABEF و CDFE را ذوزنقه معرفی کرده پس می‌توان گفت: $AB \parallel FE \parallel CD$. حالا با توجه به درس‌باکس داریم:



$$\frac{AH}{HK} = \frac{AF}{FD} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow AH = h \ , \ HK = ۲h$$

گام دوم: بنا به درس‌باکس، داریم:

$$\frac{EF - AB}{CD - EF} = \frac{AF}{FD} \Rightarrow \frac{EF - a}{۲a - EF} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲EF - ۲a = ۲a - EF \Rightarrow EF = \frac{۴a}{۳}$$

گام سوم: در نهایت، داریم:

$$\frac{S_{ABEF}}{S_{CDFE}} = \frac{\frac{۱}{۲}AH \times (AB + EF)}{\frac{۱}{۲}HK \times (EF + CD)} = \frac{h(a + \frac{۴a}{۳})}{۲h(\frac{۴a}{۳} + ۲a)} = \frac{\frac{۷}{۳}}{\frac{۲۰}{۳}} = \frac{۷}{۲۰} = ۰/۳۵$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۵ در یک مثلث قائم‌الزاویه، با رسم ارتفاع وارد بر وتر، وتر به دو پاره‌خط به طول‌های $2x$ و $x+2$ تقسیم می‌شود. اگر نسبت بزرگ‌ترین ضلع به کوچک‌ترین ضلع این مثلث $\sqrt{2/8}$ باشد، نسبت مقادیر قابل قبول x کدام است؟

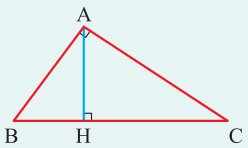
۱) ۲۳/۴ ۲) ۲۳/۲

۳) ۲۲/۸ ۴) ۲۲/۶

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه، مربع اندازهٔ هر ضلع قائم را به دست آورید.

درس Box مطابق شکل، در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، AH ارتفاع وارد بر وتر است، داریم:

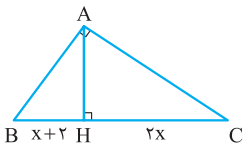


۱) $AB^2 = BH \times BC$

۲) $AC^2 = CH \times BC$

۳) $AB^2 + AC^2 = BC^2$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:



$$\left.\begin{matrix} AB^2 = BH \times BC \\ AC^2 = CH \times BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH}{CH} \quad (*)$$

گام دوم: فرض کنید $AB < AC$ باشد، در این صورت طبق فرض، $\frac{BC}{AB} = \sqrt{2/8} = \sqrt{\frac{14}{5}} = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{5}}$ است و در نتیجه می‌توانیم فرض کنیم $BC = \sqrt{14}\,k$ و $AB = \sqrt{5}\,k$ که در این صورت بنا به قضیهٔ فیثاغورس:

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 3k$$

گام سوم: بنا به تساوی $(*)$ داریم:

$$\left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = \frac{BH}{CH} \Rightarrow \frac{5}{9} = \frac{x+2}{2x} \Rightarrow 10x = 9x + 18 \Rightarrow x = 18$$

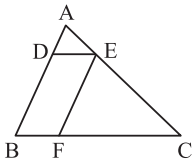
و در صورتی که $AC < AB$ باشد، $x = \frac{10}{13}$ به دست می‌آید که در این صورت، نسبت مقادیر قابل قبول x، برابر است با:

$$\frac{18}{\frac{10}{13}} = \frac{18 \times 13}{10} = 23/4$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۶ در شکل زیر، مساحت متوازی‌الاضلاع BDEF، ثلث مساحت مثلث ABC است. اگر $AD < BD$، آن‌گاه حاصل $\frac{EF}{AB}$ کدام است؟



۱) $\frac{۳+\sqrt{۳}}{۶}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

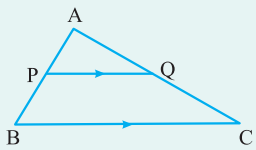
۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۴) $\frac{۳}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) در شکل زیر دو نقطهٔ P و Q را به ترتیب روی اضلاع AB و AC از مثلث ABC طوری انتخاب کرده‌ایم که $PQ \parallel BC$، در این صورت:



$$\frac{AP}{PB}=\frac{AQ}{QC} \quad \text{(قضیهٔ تالس)}$$

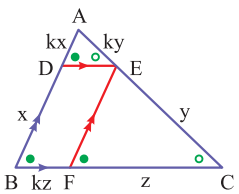
$$\frac{AP}{AB}=\frac{AQ}{AC}=\frac{PQ}{BC} \quad \text{(تعمیم قضیهٔ تالس)}$$

۲) اگر دو زاویه از مثلثی، با دو زاویه از مثلثی دیگر برابر باشد، آن دو مثلث متشابه‌اند.

۳) نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، برابر است با مجذور نسبت تشابه (نسبت اضلاع متناظر) آن‌ها.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به قضیهٔ موازی مورب، زاویه‌های برابر، روی شکل نشان داده شده‌اند؛ بنابراین دو مثلث ADE و EFC با مثلث ABC متشابه‌اند.



گام دوم: فرض می‌کنیم $\frac{AD}{BD}=k<۱$ و این طور در نظر می‌گیریم که $BD=x$ و $AD=kx$. بنا به قضیهٔ تالس می‌توان در نظر گرفت $AE=Ky$ و $CE=y$ و $BF=kz$ و $CF=z$.

گام سوم: از تشابه مثلث‌ها که در گام اول گفتیم، نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}}=\left(\frac{AD}{AB}\right)^{۲}=\left(\frac{k}{k+۱}\right)^{۲} \quad \text{و} \quad \frac{S_{CEF}}{S_{ABC}}=\left(\frac{CE}{AC}\right)^{۲}=\left(\frac{۱}{k+۱}\right)^{۲}$$

گام چهارم: طبق فرض، داریم:

$$S_{BDEF}=\frac{۱}{۳}S_{ABC} \Rightarrow S_{ABC}-S_{ADE}-S_{CEF}=\frac{۱}{۳}S_{ABC} \Rightarrow ۱-\left(\frac{k}{k+۱}\right)^{۲}-\left(\frac{۱}{k+۱}\right)^{۲}=\frac{۱}{۳}$$

$$\xrightarrow{\times ۳(k+۱)^{۲}} ۳(k+۱)^{۲}-۳k^{۲}-۳=(k+۱)^{۲} \Rightarrow ۲(k+۱)^{۲}-۳k^{۲}-۳=۰$$

$$\Rightarrow ۲(k^{۲}+۲k+۱)-۳k^{۲}-۳=۰ \Rightarrow k^{۲}-۴k+۱=۰ \Rightarrow k=\frac{۴\pm\sqrt{۱۲}}{۲}=۲\pm\sqrt{۳} \xrightarrow{k<۱} k=۲-\sqrt{۳}$$

گام پنجم: بنا به قضیهٔ تالس، داریم:

$$\overset{\Delta}{ABC}: EF \parallel BA \Rightarrow \frac{EF}{AB}=\frac{CE}{AC}=\frac{۱}{k+۱}=\frac{۱}{۳-\sqrt{۳}}\times\frac{۳+\sqrt{۳}}{۳+\sqrt{۳}}=\frac{۳+\sqrt{۳}}{۶}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

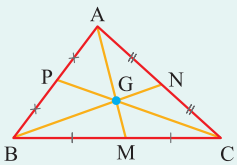
۲۷ در مثلثی به طول اضلاع ۵، ۵ و ۸، نسبت فاصلهٔ نقطهٔ همرسی میانه‌ها از دورترین رأس، به فاصلهٔ آن از نزدیک‌ترین رأس، کدام است؟

۱) ۲
۲) $\sqrt{۴/۲۵}$
۳) $\sqrt{۴/۵}$
۴) $\sqrt{۴/۷۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

میانه‌های هر مثلث همرس‌اند و نقطهٔ همرسی آن‌ها، هر میانه را به نسبت ۱ و ۲ تقسیم می‌کند، مثلاً در شکل زیر داریم:

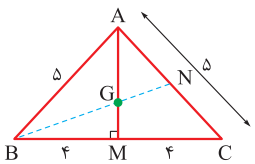


$$\frac{AG}{AM}=\frac{BG}{BN}=\frac{CG}{CP}=\frac{۲}{۳}$$

$$\frac{GM}{AM}=\frac{GN}{BN}=\frac{GP}{CP}=\frac{۱}{۳}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: شکل مناسب را رسم می‌کنیم، از آن‌جا که مثلث مفروض سؤال متساوی‌الساقین است، میانهٔ وارد بر ضلع به طول ۸، بر آن عمود است و خواستهٔ سؤال، مقدار $\frac{BG}{AG}$ است.



گام دوم: بنا به قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ABM، داریم $AM=۳$ و بنا به خاصیت نقطهٔ همرسی میانه‌ها، داریم:

$$GM=\frac{۱}{۳}AM=۱ \quad \text{و} \quad AG=\frac{۲}{۳}AM=۲$$

گام سوم: بنا به قضیهٔ فیثاغورس در مثلث BGM، داریم:

$$BG=\sqrt{BM^۲+GM^۲}=\sqrt{۱۶+۱}=\sqrt{۱۷}$$

پس خواستهٔ سؤال، برابر است با:

$$\frac{BG}{AG}=\frac{\sqrt{۱۷}}{۲}=\sqrt{\frac{۱۷}{۴}}=\sqrt{۴/۲۵}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۸ مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای برابر ۹/۵ است. حداکثر تعداد نقاط مرزی این چندضلعی کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۷ ۳) ۱۹ ۴) ۲۱

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

در یک چندضلعی شبکه‌ای، اگر تعداد نقاط مرزی را b، تعداد نقاط درونی را i و مساحت را با S نمایش دهیم، آن‌گاه:

۱) حداقل مقدار b، برابر با ۳ است.

۲) حداقل مقدار i، برابر با صفر است.

۳) $S=\frac{b}{2}+i-1$

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به این‌که $S=\frac{b}{2}+i-1$، اگر S معلوم باشد، حداکثر مقدار b زمانی به دست می‌آید که i حداقل باشد. حداقل تعداد نقاط درونی چندضلعی شبکه‌ای برابر با صفر است، یعنی در این چندضلعی شبکه‌ای $i=0$ می‌باشد. اگر تعداد نقاط مرزی را b در نظر بگیریم، آن‌گاه:

$$S=\frac{b}{2}+i-1 \Rightarrow 9/5=\frac{b}{2}+0-1 \Rightarrow b=21$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

مشابه کتاب درسی

۲۹ دو صفحه، در کدام حالت زیر حتماً موازی یکدیگرند؟

۱) هر دو بر یک صفحه عمود باشند.

۲) هر دو بر یک خط عمود باشند.

۳) هر دو موازی یک خط باشند.

۴) هر کدام شامل خطی موازی دیگری باشند.

مشاوره این سؤال بر اساس دو مفهوم خط‌ها و صفحه‌های موازی و متعامد (خط‌ها و صفحه‌های عمود بر هم) و مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۸۳ طراحی شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

۱) دو خط عمود بر یک صفحه با هم موازی‌اند.

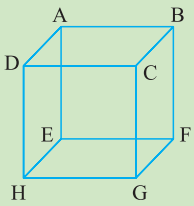
۲) دو صفحهٔ عمود بر یک خط با هم موازی‌اند.

۳) اگر خطی بر یکی از دو صفحهٔ موازی عمود باشد، بر دیگری نیز عمود است.

۴) اگر صفحه‌ای بر یکی از دو خط موازی عمود باشد، بر دیگری نیز عمود است.

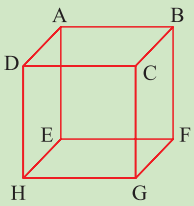
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: دو صفحه که بر صفحهٔ سومی عمود باشند، لزوماً موازی یکدیگر نیستند. به عنوان مثال در شکل مقابل دو صفحهٔ متقاطع ABFE و ADHE هر دو بر صفحهٔ ABCD عمودند ولی با هم موازی نیستند؛ بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

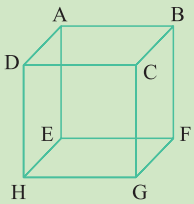


گام دوم: طبق مورد (۲) درس‌باکس، دو صفحه که بر یک خط عمود باشند، موازی یکدیگرند، پس گزینهٔ (۲) درست است.

گام سوم: دو صفحه که موازی یک خط باشند، لزوماً موازی یکدیگر نیستند. به عنوان مثال در شکل مقابل خط AB با هر دو صفحهٔ EFGH و DCGH موازی است، ولی این دو صفحه متقاطع‌اند؛ بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.



گام چهارم: دو صفحه که هر کدام شامل خطی موازی دیگری باشند، لزوماً موازی یکدیگر نیستند. به عنوان مثال در شکل زیر، خط AB از صفحهٔ ABCD موازی صفحهٔ DCGH و خط GH از صفحهٔ DCGH موازی صفحهٔ ABCD است، ولی این دو صفحه متقاطع‌اند.



کتاب درسی

می‌دانیم که در صفحه، دو خط عمود بر یک خط با هم موازی‌اند. (هندسه (۱) ـ کار در کلاس صفحهٔ ۸۳ کتاب درسی)





الف) آیا دو خط عمود بر یک صفحه همیشه با هم موازی‌اند؟

ب) آیا دو صفحهٔ عمود بر یک صفحه همیشه با هم موازی‌اند؟

ج) دو صفحهٔ عمود بر یک خط نسبت به هم چه وضعی دارند؟

د) اگر خطی بر یکی از دو صفحهٔ موازی عمود باشد، نسبت به دیگری چه وضعیتی دارد؟

ه) اگر یکی از دو خط موازی بر صفحه‌ای عمود باشد، وضعیت خط دوم یا صفحه را بررسی کنید.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۰ یکی از زاویه‌های یک مثلث قائم‌الزاویه، دو برابر زاویهٔ دیگر آن است. اگر طول وتر این مثلث برابر با واحد باشد، کم‌ترین مقدار ممکن برای حجم شکل حاصل از دوران آن، حول ضلع کوچک‌تر، چند برابر π است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۱۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲۴}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

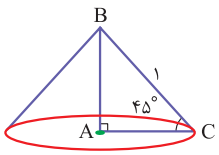
۱) شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم‌الزاویه به طول اضلاع قائم b و c، حول ضلع به طول b، مخروط قائمی به ارتفاع b و شعاع قاعدهٔ c است.

۲) حجم مخروط قائمی به شعاع قاعدهٔ r و ارتفاع h برابر است با: $\frac{۱}{۳}\pi r^۲ h$.

پاسخ خیلی تشریحی

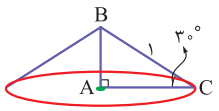
گام اول: دو حالت امکان‌پذیر است: ۱) زاویه‌های مثلث (۴۵°، ۴۵° و ۹۰°) باشد یا ۲) زاویه‌های آن (۳۰°، ۶۰° و ۹۰°) باشد.

گام دوم: در مثلث ABC طبق فرض صورت سؤال $BC = ۱$ است. در حالت (۱)، شعاع قاعدهٔ مخروط قائم حاصل از دوران $AC = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$ و ارتفاع آن $AB = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$ است که حجم آن می‌شود:



$$\begin{cases} AB = BC \times \sin ۴۵^\circ = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \\ AC = BC \times \cos ۴۵^\circ = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \end{cases} \Rightarrow V_۱ = \frac{۱}{۳}\pi(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲(\frac{\sqrt{۲}}{۲}) = \frac{\sqrt{۲}}{۱۲}\pi$$

گام سوم: در حالت (۲)، شعاع قاعدهٔ مخروط قائم حاصل از دوران $AC = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ و ارتفاع آن $AB = \frac{۱}{۲}$ است که حجم آن می‌شود:



$$\begin{cases} AB = BC \times \sin ۳۰^\circ = \frac{۱}{۲} \\ AC = BC \times \cos ۳۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \end{cases} \Rightarrow V_۲ = \frac{۱}{۳}\pi(\frac{\sqrt{۳}}{۲})^۲(\frac{۱}{۲}) = \frac{۱}{۸}\pi$$

گام چهارم: خواستهٔ سوال، برابر است با $\frac{\sqrt{۲}}{۱۲}$، زیرا:

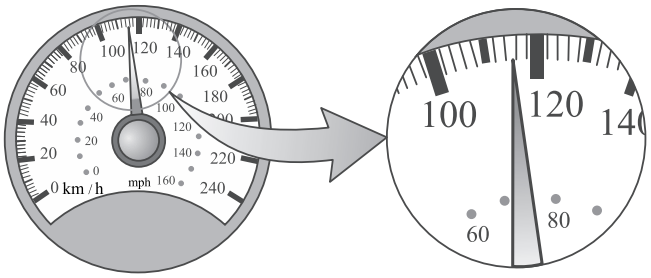
$$\frac{\sqrt{۲}}{۱۲} = \sqrt{\frac{۲}{۱۴۴}} = \sqrt{\frac{۱}{۷۲}} < \frac{۱}{۸} = \sqrt{\frac{۱}{۶۴}}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

فیزیک دهم

۳۱ شکل زیر، صفحهٔ تندی‌سنج یک خودرو را نشان می‌دهد. دقت اندازه‌گیری این تندی‌سنج چند کیلومتر بر ساعت است؟



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۵ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

دقت اندازه‌گیری یک ابزار مدرج برابر با کم‌ترین مقدار درجه‌بندی آن ابزار است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: اختلاف دو مقدار متوالی داده‌شده برای تندی را به دست می‌آوریم.

$$\Delta v = v_2 - v_1 = 120 - 100 = 20 \text{ km/h}$$

گام دوم: حالا می‌بینیم که فاصله بین این دو تندی، به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده است و با تقسیم اختلاف تندی به تعداد فاصله‌ها، دقت اندازه‌گیری را به دست می‌آوریم:

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = \frac{\text{اختلاف دو عدد}}{\text{تعداد فاصله‌ها}} = \frac{20}{10} = 2 \text{ km/h}$$

بنابراین با توجه به تصویر بزرگ‌شدهٔ تندی‌سنج، کم‌ترین مقدار درجه‌بندی‌شده، یعنی دقت اندازه‌گیری آن، 2 km/h است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۲ چگالی قطعه جواهری که ۷۵ درصد جرم آن از طلا و بقیهٔ جرم آن از نقره تشکیل شده، تقریباً برابر چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ (چگالی طلا و نقره به ترتیب $19\ g/cm^3$ و $10\ g/cm^3$ است.)

۱) ۱۱/۵ ۲) ۱۲/۲۵

۳) ۱۵/۵ ۴) ۱۶/۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

- **چگالی مخلوط**: اگر دو یا چند ماده را با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط حاصل، از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود (اگر در تشکیل مخلوط، تغییر حجم صورت نگیرد):

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + \cdots}{V_1 + V_2 + \cdots}$$

- اگر جرم و چگالی، جزء داده‌ها یا خواسته‌های سؤال باشد:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + \cdots}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \cdots}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با توجه به درس‌باکس، ابتدا رابطهٔ چگالی مخلوط را برحسب جرم و چگالی می‌نویسیم: (جرم کل قطعه جواهر را m در نظر بگیرید.)

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{طلا}} + m_{\text{نقره}}}{\frac{m_{\text{طلا}}}{\rho_{\text{طلا}}} + \frac{m_{\text{نقره}}}{\rho_{\text{نقره}}}} \xrightarrow[m_{\text{نقره}} = \frac{1}{4}m\ ,\ \rho_{\text{نقره}} = 10\ g/cm^3]{m_{\text{طلا}} = \frac{3}{4}m\ ,\ \rho_{\text{طلا}} = 19\ g/cm^3} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m}{\frac{\frac{3}{4}m}{19} + \frac{\frac{1}{4}m}{10}} =$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m}{\frac{3m}{76} + \frac{m}{40}} = \frac{1}{\frac{3}{76} + \frac{1}{40}} = \frac{1}{\frac{3\times40+76}{76\times40}} = \frac{76\times40}{3\times40+76} = \frac{3040}{196} \simeq 15/5\ g/cm^3$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۳ ارتفاع برجی برابر $480\ m$ است. اگر فشار هوا در پایین برج برابر $72\ cmHg$ باشد، فشار هوا در بالای برج چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($g = 10\ N/kg$ و چگالی جیوه $13/6\ g/cm^3$ و چگالی متوسط هوا $1/275\ kg/m^3$ است.)

۱) $67/5$ ۲) $71/55$

۳) $72/45$ ۴) $76/5$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

فشار ناشی از شاره، به چگالی و عمق آن وابسته است و از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$P = \rho gh$$

P : فشار ناشی از شاره (Pa)

ρ : چگالی (kg/m^3)

g : شتاب گرانش (N/kg)

h : ارتفاع (m)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: وقتی از پایین برج به بالای آن می‌رویم، به اندازه ارتفاع برج از ضخامت ستون هوای بالای سر ما کم می‌شود، کاهش فشار، برابر است با فشار ناشی از وزن همین ستون هوا:

$$\Delta P = \rho_{هوا} g h_{برج}$$

گام دوم: از طرفی می‌خواهیم این افت فشار را برحسب سانتی‌متر جیوه بیان کنیم، پس باید ببینیم این مقدار فشار هوا، معادل چه ارتفاعی از ستون جیوه است.

$$\Delta P = \rho_{جیوه} g h_{جیوه}$$

گام سوم: با مساوی قراردادن دو رابطهٔ بالا خواهیم داشت:

$$\rho_{هوا} h_{برج} = \rho_{جیوه} h_{جیوه} \xrightarrow[\rho_{جیوه}=13/6\ g/cm^3=13600\ kg/m^3]{\rho_{هوا}=1/275\ kg/m^3,\ h_{برج}=480\ m} 1/275 \times 480 = 13600 h_{جیوه}$$

$$\Rightarrow h_{جیوه} = 0/045\ m \times \frac{100\ cm}{1\ m} = 4/5\ cm$$

رفتن به بالای برج، فشاری معادل $4/5$ سانتی‌متر از ستون جیوه را از فشار هوا کم می‌کند.

گام چهارم: فشار هوا در بالای برج، برابر است با اختلاف فشار بین پایین برج و افت فشار محاسبه‌شده:

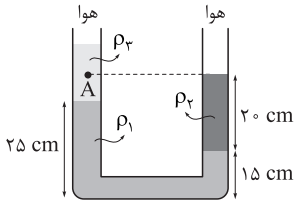
$$P_{بالا} = P_{پایین} - \Delta h_{جیوه}$$

$$\Rightarrow P_{بالا} = 72 - 4/5 = 67/5\ cmHg$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۴ در شکل زیر، سه مایع مخلوط‌نشدنی به چگالی‌های $\rho_1 = 4\ g/cm^3$، $\rho_2 = 3\ g/cm^3$ و $\rho_3 = 1\ g/cm^3$ در لولهٔ U‌شکلی در تعادل هستند. فشار پیمانه‌ای نقطهٔ A چند پاسکال است؟ $(g = 10\ N/kg)$



۱) 10^3

۲) $1/5\times10^3$

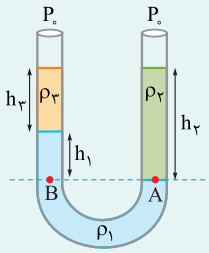
۳) 5×10^2

۴) 2×10^3

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) اگر دو نقطه، در یک نوع مایع قرار داشته و هم‌تراز باشند، فشار آن‌ها با هم برابر است، به عنوان مثال در شکل زیر، نقاط A و B در یک مایع و هم‌تراز هستند، پس هم‌فشار هستند؛ یعنی:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_2 g h_2 + P_0 = \rho_1 g h_1 + \rho_3 g h_3 + P_0$$

$$\Rightarrow \rho_2 h_2 = \rho_1 h_1 + \rho_3 h_3$$

۲) **فشار پیمانه‌ای**: به اختلاف میان فشار کل و فشار هوا، فشار پیمانه‌ای گفته می‌شود.

$$P_g = P - P_0$$

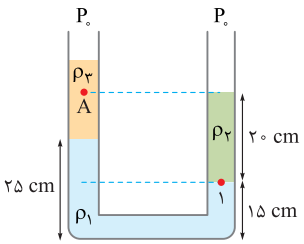
P_g: فشار پیمانه‌ای (Pa)

P: فشار کل (Pa)

P_0: فشار هوا (Pa)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

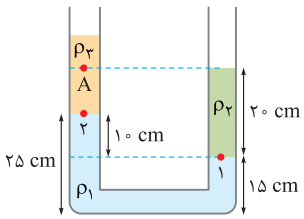
گام اول: ابتدا پایین‌ترین سطح تماس بین مایعات را به عنوان خط هم‌فشار در نظر می‌گیریم. نقطهٔ (۱) در شاخهٔ سمت راست و در ارتفاع ۱۵سانتی‌متری از کف قرار دارد، فشار در این نقطه برابر است با:



$$P_1 = P_0 + \rho_2 g h_2$$

$$\xrightarrow[h_2 = 20\,cm = 0/2\,m]{\rho_2 = 3\,g/cm^3 = 3000\,kg/m^3,\ g = 10\,N/kg} P_1 = P_0 + 3000\times10\times0/2 = P_0 + 6000\,Pa$$

گام دوم: نقطهٔ (۲) در مرز مشترک مایع‌های (۱) و (۳) در ارتفاع ۲۵سانتی‌متری از کف لوله قرار دارد. این نقطه نسبت به نقطهٔ (۱) ۱۰ سانتی‌متر بالاتر است. با حرکت به سمت بالا درون مایع (۱) فشار کاهش می‌یابد:



$$P_2 = P_1 - \rho_1 g \Delta h \xrightarrow[\Delta h = 10\,cm = 0/1\,m,\ \rho_1 = 4\,g/cm^3 = 4000\,kg/m^3]{P_1 = P_0 + 6000\,Pa,\ g = 10\,N/kg}$$

$$P_2 = P_0 + 6000 - (4000\times10\times0/1) \Rightarrow P_2 = P_0 + 2000\,Pa$$

گام سوم: مطابق شکل، نقطهٔ A، دقیقاً با سطح آزاد مایع ۲ در شاخهٔ i سمت راست هم‌تراز است، پس نقطهٔ A در ارتفاع ۳۵سانتی‌متری از کف قرار دارد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

فاصلهٔ نقطهٔ A تا مرز مایع‌های (۱) و (۳) برابر ۱۰ سانتی‌متر است، پس برای رسیدن به نقطهٔ A، باید ۱۰ سانتی‌متر در مایع (۳) بالا برویم.

$$P_A = P_2 - \rho_3 g h_A$$

$$\xrightarrow[h_A = ۱۰\,cm = ۰/۱\,m\ ,\ \rho_3 = ۱\,g/cm^3 = ۱۰۰۰\,kg/m^3]{P_2 = P_0 + ۲۰۰۰\,Pa\ ,\ g = ۱۰\,N/kg} P_A = P_0 + ۲۰۰۰ - (۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۱) \Rightarrow P_A = P_0 + ۱۰۰۰\,Pa$$

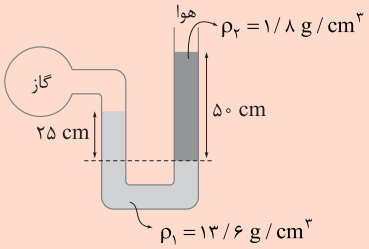
گام چهارم: حالا فشار پیمانه‌ای نقطهٔ A را محاسبه می‌کنیم:

$$P_g = P_A - P_0 \Rightarrow P_g = P_0 + ۱۰۰۰ - P_0 = ۱۰۰۰\,Pa = ۱۰^3\,Pa$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۵ در شکل زیر، فشار پیمانه‌ای گاز چند کیلوپاسکال است؟ $(g = ۱۰\ m/s^۲)$



۱) ۴۳

۲) −۴۳

۳) ۲۵

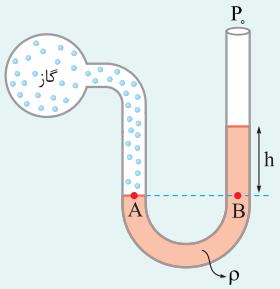
۴) −۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

وسیلهٔ اندازه‌گیری فشار گاز (مانومتر): عبارت است از یک لولهٔ U‌شکل محتوی مایع که یک سر آن باز بوده و با هوای آزاد در تماس است و طرف دیگر آن به یک مخزن گاز یا هر جایی که باید فشار آن اندازه‌گیری شود، وصل می‌شود.

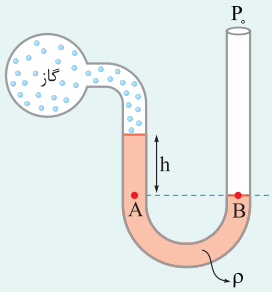
الف) فشار گاز، بیشتر از فشار جو است.



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{گاز} = \rho gh + P_۰$$

$$(P_{گاز} - P_۰ = \rho gh : \text{فشار پیمانه‌ای})$$

ب) فشار گاز، کم‌تر از فشار جو است.

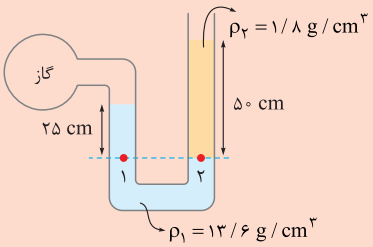


$$P_A = P_B \Rightarrow P_{گاز} + \rho gh = P_۰ \Rightarrow P_{گاز} = P_۰ - \rho gh$$

$$(P_{گاز} - P_۰ = -\rho gh : \text{فشار پیمانه‌ای})$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: سطح تماس بین دو مایع مختلف را به عنوان سطح هم‌فشار در نظر می‌گیریم:



$$P_۱ = P_۲$$

$$\Rightarrow P_{گاز} + \rho_۱ gh_۱ = \rho_۲ gh_۲ + P_۰$$

گام دوم: حالا داده‌ها را جای‌گذاری می‌کنیم و فشار پیمانه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$P_{گاز} - P_۰ = \rho_۲ gh_۲ - \rho_۱ gh_۱$$

$$\xrightarrow[g=۱۰\ N/kg,\ h_۱=۲۵\ cm=۰/۲۵\ m,\ h_۲=۵۰\ cm=۰/۵\ m]{\rho_۱=۱۳/۶\ g/cm^۳=۱۳۶۰۰\ kg/m^۳,\ \rho_۲=۱/۸\ g/cm^۳=۱۸۰۰\ kg/m^۳} P_g = P_{گاز} - P_۰ = ۱۸۰۰\times۱۰\times\frac{۵}{۱۰} - (۱۳۶۰۰\times۱۰\times۰/۲۵)$$

$$= -۲۵۰۰۰\ Pa = -۲۵\ kPa$$

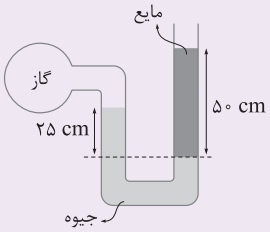
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

کنکور

در شکل زیر، فشار پیمانه ای گاز $-۲۵\ kPa$ است. چگالی مایع، چند $kg/m^۳$ است؟ ($\rho_{جیوه} = ۱۳/۶\ g/cm^۳$ و $g = ۱۰\ m/s^۲$)

(سؤال ۶۶ کنکور تجربی ۱۴۰۲ ـ نوبت اول)



۱) ۳۶۰۰

۲) ۲۵۰۰

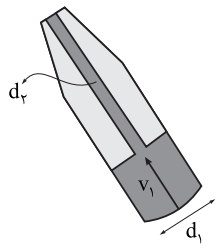
۳) ۱۸۰۰

۴) ۹۰۰

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۶ در شیر آتش‌نشانی شکل زیر، قطر مقطع قسمت‌های ورودی و خروجی به ترتیب $d_1 = 8\ cm$ و $d_2 = 2\ cm$ است، اگر آب با تندی $4\ m/s$ وارد شیر شود، با تندی چند متر بر ثانیه از شیر خارج می‌شود؟



۱) ۸

۲) ۱۶

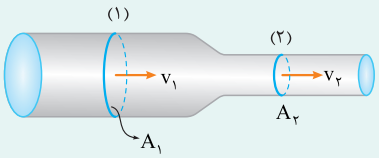
۳) ۳۲

۴) ۶۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

معادلهٔ پیوستگی: اگر مطابق شکل زیر، شارهٔ تراکم‌ناپذیر، همه جای لوله را پر کرده و درون لوله با جریان لایه‌ای در حال حرکت باشد، در حالت پایا، آهنگ شارش حجمی شاره از همهٔ مقاطع لوله یکسان است:



$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

A_1: مساحت مقطع (۱) (m^2)

A_2: مساحت مقطع (۲) (m^2)

v_1: تندی شاره در مقطع (۱) (m/s)

v_2: تندی شاره در مقطع (۲) (m/s)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

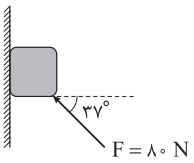
معادلهٔ پیوستگی را می‌نویسیم و داده‌ها را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \xrightarrow[A_2=\frac{\pi d_2^2}{4}=\pi\ cm^2]{A_1=\frac{\pi d_1^2}{4}=16\pi\ cm^2,\ v_1=4\ m/s} (16\pi)4 = \pi v_2 \Rightarrow v_2 = 64\ m/s$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۷ در شکل زیر، به جسمی به جرم $8\ kg$ که روی دیوار قائم قرار دارد، نیروی $F = 80\ N$ که با سطح افق زاویهٔ 37° می‌سازد، وارد می‌شود. اگر جسم به سمت پایین در حال حرکت باشد، در مدتی که جسم $50\ cm$ جابه‌جا می‌شود، کار انجام‌شده توسط نیروی F، برابر چند ژول است؟ $(\sin 37^\circ = 0/6)$



۱) ۲۴

۲) ۳۲

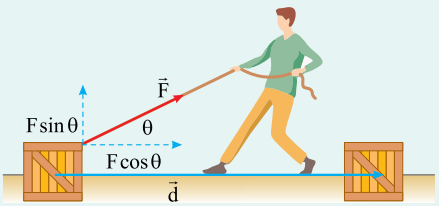
۳) −۲۴

۴) −۳۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

کار نیروی ثابت $\vec{F}$ در جابه‌جایی $\vec{d}$، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$W_F = Fd\cos\theta$$

W_F: کار نیروی $\vec{F}$ (J)

F: اندازهٔ نیرو (N)

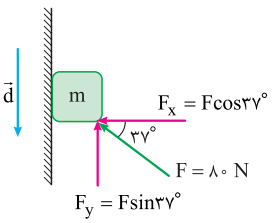
d: اندازهٔ جابه‌جایی (m)

θ: زاویهٔ بین بردارهای نیرو و جابه‌جایی

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق صورت سؤال، جسم به سمت پایین حرکت می‌کند، پس بردار جابه‌جایی در راستای قائم و رو به پایین است؛ همان طور که در شکل مشخص است، نیروی F، به طور مایل به دیوار وارد می‌شود و پس از تجزیهٔ آن می‌بینیم که فقط مؤلفهٔ قائم $\vec{F}_y$ کار انجام می‌دهد.

با توجه به شکل داریم:



$$F_y = F\times\sin 37^\circ$$

$$\xrightarrow[\sin 37^\circ = 0/6]{F=80\ N} F_y = 80\times\frac{6}{10} = 48\ N \Rightarrow$$ این مؤلفه رو به بالا است.

گام دوم: زاویهٔ بین مؤلفه نیروی F_y و بردار جابه‌جایی، برابر 180° است، پس داریم:

$$W_F = F_y\times d\times\cos 180^\circ$$

$$\Rightarrow W_F = 48\times 0/5\times(-1) \Rightarrow W_F = -24\ J$$

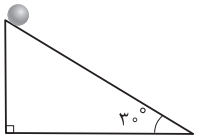
نکته

چون بردارهای نیرو و جابه‌جایی در خلاف جهت هم بودند، کار با علامت منفی به دست آمده است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۸ در شکل زیر، جسمی از بالای یک سطح شیبدار بدون اصطکاک به طول ۴ m رها می‌شود. تندی جسم هنگام رسیدن به پایین سطح شیبدار چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$



۱) $\sqrt{۱۰}$

۲) $۲\sqrt{۱۰}$

۳) $۲\sqrt{۵}$

۴) $۴\sqrt{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

۱) انرژی مکانیکی جسم برابر با مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل آن است:

$$E = K + U$$

E : انرژی مکانیکی (J)

K : انرژی جنبشی (J)

U : انرژی پتانسیل گرانشی (J)

۲) **اصل پایستگی انرژی مکانیکی:** در غیاب نیروهای اتلافی مانند مقاومت هوا، اصطکاک و ... انرژی مکانیکی جسم در تمام نقاط مسیر حرکت آن مقدار یکسانی دارد:

$$E_۱ = E_۲ \xrightarrow{\Delta E = ۰} \Delta K + \Delta U = ۰$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: برای محاسبهٔ انرژی پتانسیل گرانشی، به ارتفاع قائم جسم نیاز داریم، نه طول سطح شیبدار. با استفاده از رابطهٔ مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویهٔ شکل می‌توان نوشت:

$$\sin\theta = \frac{\text{ضلع مقابل (ارتفاع)}}{\text{وتر (طول سطح)}} = \frac{h_۱}{L} \Rightarrow h_۱ = L\sin\theta$$

$$\Rightarrow h_۱ = ۴ \times \sin ۳۰^\circ = ۴ \times ۰/۵ = ۲\ m$$

گام دوم: حالا با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی، تندی نهایی جسم را به دست می‌آوریم:

$$E_۱ = E_۲$$

$$\Rightarrow U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲ \xrightarrow[U_۲ = ۰]{K_۱ = ۰} U_۱ = K_۲$$

$$\Rightarrow mgh_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ \xrightarrow[g = ۱۰\ m/s^۲]{h_۱ = ۲\ m} ۱۰ \times ۲ = \frac{v_۲^۲}{۲} \Rightarrow v_۲^۲ = ۴۰ \Rightarrow v_۲ = ۲\sqrt{۱۰}\ m/s$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۹ گلوله‌ای به جرم ۲۵ g با تندی اولیهٔ ۸۰ m / s از سطح زمین پرتاب می‌شود و در ارتفاع ۲۳۶ متری از سطح زمین با تندی ۲۰ m / s به صخره‌ای برخورد می‌کند، از لحظهٔ پرتاب گلوله تا لحظهٔ برخورد آن به صخره، به ترتیب از راست به چپ کار کل انجام‌شده روی گلوله و کار نیروی مقاومت هوای وارد بر آن چند ژول است؟ $(g = ۱۰\ N / kg)$

۱) $-۷۵ ،-۱۶$
۲) $-۷۵ ،-۱۳۴$
۳) $-۷۵۰ ،-۱۶$
۴) $-۷۵۰ ،-۱۳۴$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) **قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی:** کار انجام‌شده روی یک جسم در یک جابه‌جایی معین، با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است.

$$W_t = K_۲ - K_۱$$

W_t : کار کل (کار برایند نیروها) (J)

$K_۲$: انرژی جنبشی در وضعیت ۲ (J)

$K_۱$: انرژی جنبشی در وضعیت ۱ (J)

۲) **رابطهٔ تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم:**

$$\Delta U = mg\Delta h$$

ΔU : تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم (J)

m : جرم جسم (kg)

g : شتاب گرانشی (N / kg)

Δh : تغییر ارتفاع (m)

نکته

کار نیروی وزن برابر قرینهٔ تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است.

$$W_{mg} = -\Delta U$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، کار کل به تغییرات انرژی جنبشی وابسته است:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \xrightarrow{v_۱=۸۰\,m/s,\ v_۲=۲۰\,m/s,\ m=۲۵\,g=۲۵\times۱۰^{-۳}\,kg} W_t = \frac{۱}{۲}\times۲۵\times۱۰^{-۳}(۴۰۰-۶۴۰۰)$$

$$W_t = -۷۵\ J$$

گام دوم: کار کل، جمع جبری تمام کارها است. در این‌جا فقط کار نیروی وزن و کار نیروی مقاومت هوا بر جسم اثر گذاشته‌اند.

$$W_t = W_{mg} + W_{f_k}$$

$$W_{mg} = -\Delta U = -mg(h_۲ - h_۱) \Rightarrow W_{mg} = -۲۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰\times(۲۳۶-۰) \Rightarrow W_{mg} = -۵۹\ J$$

گام سوم: حالا کار نیروی مقاومت هوا را به دست می‌آوریم:

$$W_t = W_{mg} + W_{f_k}$$

$$\Rightarrow -۷۵ = -۵۹ + W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -۱۶\ J$$

یه جور دیگه

قسمت دوم سؤال، یعنی محاسبهٔ کار نیروی مقاومت هوا را می‌توان از قانون پایستگی انرژی نیز به دست آورد.

$$W_f = E_۲ - E_۱ \Rightarrow W_{f_k} = U_۲ + K_۲ - (U_۱ + K_۱) \xrightarrow{U_۱=۰} W_f = mgh_۲ + K_۲ - K_۱$$

$$\xrightarrow[v_۱=۸۰\,m/s,\ v_۲=۲۰\,m/s]{m=۲۵\,g=۲۵\times۱۰^{-۳}\,kg,\ g=۱۰\,m/s^۲,\ h_۲=۲۳۶\,m} W_f = ۲۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰\times۲۳۶ + \frac{۱}{۲}\times۲۵\times۱۰^{-۳}\times۴۰۰ - \frac{۱}{۲}\times۲۵\times۱۰^{-۳}\times۶۴۰۰$$

$$\Rightarrow W_f = ۵۹ + ۵ - ۸۰ \Rightarrow W_f = -۱۶\ J$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

کنکور

گلوله‌ای با تندی اولیهٔ $80\ m/s$ از سطح زمین پرتاب می‌شود و در ارتفاع ۲۳۶ متری از سطح زمین با تندی $20\ m/s$ به صخره‌ای برخورد می‌کند. چند درصد انرژی جنبشی اولیهٔ گلوله در اثر مقاومت هوا تلف شده است؟ $(g = 10\ m/s^2)$

(سؤال ۶۸ کنکور تجربی ۱۴۰۲ـ نوبت اول)

۱) ۲۵ ۲) ۲۰ ۳) ۱۰ ۴) ۵

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۰ یک پمپ با توان $8\ kW$ در هر دقیقه $1200\ L$ نفت را با تندی ثابت، به اندازهٔ $25\ m$ بالا می‌برد. بازده این پمپ چند درصد است؟ ($g = 10\ N/kg$ و چگالی نفت $0/8\ g/cm^3$ است.)

۱) ۲۵
۲) ۳۷/۵
۳) ۵۰
۴) ۶۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

۱) **توان**: کار انجام‌شده در واحد زمان (آهنگ انجام کار) را توان متوسط می‌گوییم:

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$$

P_{av} : توان متوسط (W)

W : کار (J)

Δt : بازهٔ زمانی (s)

۲) **رابطهٔ بازده**:

$$Ra = \frac{P_2}{P_1} \times 100$$

Ra : بازده برحسب درصد

P_2 : توان مفید (خروجی) (W)

P_1 : توان مصرفی (ورودی) (W)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: نفت با تندی ثابت بالا می‌رود، پس تغییرات انرژی جنبشی آن صفر است و تمام کار مفید پمپ، صرف افزایش انرژی پتانسیل گرانشی نفت می‌شود:

$$W_t = K_2 - K_1 = 0 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} + W_{mg} = 0 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = -W_{mg} = \Delta U$$

$$\Rightarrow W_{\text{مفید}} = \Delta U = mg\Delta h = \rho V g \Delta h$$

$$\xrightarrow[g=10\ N/kg\ ,\ \Delta h=25\ m]{\rho=0/8\ g/cm^3=800\ kg/m^3\ ,\ V=1200\ L=1/2\ m^3} W_{\text{مفید}} = 800 \times 1/2 \times 10 \times 25 = 240000\ J$$

گام دوم: حالا توان مفید (خروجی) را محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{\Delta t} \Rightarrow P_{\text{مفید}} = \frac{240000}{60} = 4000\ W$$

گام سوم: در پایان، بازده را به دست می‌آوریم:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{مصرفی}}} \times 100 = \frac{4000}{8000} \times 100 = \%50$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۱ طول یک پل معلق در دمای $-80\ ^\circ F$ برابر $1200\ m$ است. این پل از نوعی فولاد با ضریب انبساط طولی $1/25\times10^{-5}\ \frac{1}{K}$ ساخته شده است، اگر دمای پل به $100\ ^\circ F$ برسد، تغییر طول پل تقریباً چند متر است؟

۱) ۰/۱۵ ۲) ۰/۲۷
۳) ۱/۵ ۴) ۲/۷

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

۱) **رابطهٔ انبساط طولی:**

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T$$

ΔL: تغییرات طول (m)

L_1: طول اولیه (m)

α: ضریب انبساط طولی $(\frac{1}{K})$

ΔT: تغییرات دما (K)

۲) **رابطهٔ تبدیل تغییرات دما از مقیاس کلوین به فارنهایت**

ΔF: تغییر دما برحسب فارنهایت

ΔT: تغییر دما برحسب کلوین

$$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta T$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا یکای تغییرات دما را از فارنهایت به کلوین تبدیل می‌کنیم:

$$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta T \xrightarrow{F_2=100\,^\circ F,\ F_1=-80\,^\circ F} 100-(-80)=\frac{9}{5}\Delta T \Rightarrow 180=\frac{9}{5}\Delta T \Rightarrow \Delta T=\frac{180\times5}{9}=100\ K$$

گام دوم: حالا تغییرات طول پل را به دست می‌آوریم:

$$\Delta L = L_1\alpha\Delta T \xrightarrow[\Delta T=100\ K]{L_1=1200\ m,\ \alpha=1/25\times10^{-5}\ \frac{1}{K}} \Delta L = 1200\times1/25\times10^{-5}\times100 = 1/5\ m$$

کنکور

طول یک پل معلق در دمای $-58\ ^\circ F$ برابر $1158\ m$ است. این پل از نوعی فولاد با $\alpha = 1/3\times10^{-5}\ \frac{1}{K}$ ساخته شده است. اگر دمای پل به $122\ ^\circ F$ برسد، تغییر طول پل تقریباً چند متر است؟ *(سؤال ۷۰ کنکور تجربی ۱۴۰۲ ـ نوبت اول)*

۱) ۱/۵ ۲) ۱/۲
۳) ۰/۹۶ ۴) ۰/۹۸

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۲ ظرفیت گرمایی کرهٔ مسی A، ۴ برابر ظرفیت گرمایی کرهٔ مسی B و شعاع کرهٔ A، ۲ برابر شعاع کرهٔ B است. اگر دو کره گرمای یکسانی دریافت کنند، افزایش حجم کرهٔ A چند برابر افزایش حجم کرهٔ B است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

رابطهٔ محاسبهٔ انبساط حجمی در اثر تغییر دمای ΔT برای جامدات:

جامدات: $\Delta V = V_۱ ۳\alpha \Delta T$

ΔV: تغییر حجم $(m^۳)$

$V_۱$: حجم اولیه $(m^۳)$

ΔT: تغییر دما (K)

۳α: ضریب انبساط حجمی جامد $(K^{-۱})$

نکته با توجه به رابطهٔ $Q = mc\Delta T$، ظرفیت گرمایی برابر است با $C = mc$.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق رابطهٔ $Q = C\Delta\theta$ نسبت تغییرات دمای دو کره را به دست می‌آوریم:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow C_A\Delta\theta_A = C_B\Delta\theta_B \xrightarrow{C_A = ۴C_B} ۴C_B\Delta\theta_A = C_B\Delta\theta_B \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{۱}{۴}$$

گام دوم: حالا از رابطهٔ $\Delta V = V_۱(۳\alpha)\Delta\theta$ نسبت تغییرات حجم دو کره را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_{۱A}}{V_{۱B}} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{\frac{۴}{۳}\pi r_A^{۳}}{\frac{۴}{۳}\pi r_B^{۳}} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = (\frac{r_A}{r_B})^{۳} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \xrightarrow{r_A = ۲r_B} \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = (۲)^{۳} \times \frac{۱}{۴} = ۲$$

پرسش: آیا کره‌ها توپر هستند؟

پاسخ: خیر. حداقل یکی از آن‌ها توپر نیست، چون اگر توپر بودند، می‌باید نسبت ظرفیت گرمایی و نسبت حجم اولیهٔ آن‌ها برابر می‌شد.

$$\begin{cases} \frac{C_A}{C_B} = \frac{m_{AC}}{m_{BC}} = \frac{m_A}{m_B} = ۴ \\ \frac{V_A}{V_B} = (\frac{r_A}{r_B})^{۳} = (۲)^{۳} = ۸ \end{cases} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} \neq \frac{V_A}{V_B} \Rightarrow$$ حداقل یکی از کره‌ها تو خالی است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۳ مقداری یخ با دمای $-۱۰\ ^\circ C$ با دریافت گرما به آب با دمای $۱۵\ ^\circ C$ تبدیل می‌شود. چند درصد از گرمای دریافتی یخ، صرف ذوب آن شده است؟ $(L_F = ۳۳۶\ J/g ،\ c_{آب} = ۲c_{یخ} = ۴/۲\ J/g.^\circ K)$

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۸۰ ۴) ۸۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

۱) برای جسمی که بدون تغییر حالت، در اثر تبادل گرمایی، فقط دمای آن تغییر می‌کند، می‌توان نوشت:

$$Q = mc\Delta T$$

Q: گرما (J)

m: جرم (kg)

c: گرمای ویژه $(\frac{J}{kg \cdot K})$

$C = mc$: ظرفیت گرمایی $(J/^\circ C)$ یا (J/K)

$\Delta\theta = \Delta T$: تغییر دما (K) یا $(^\circ C)$

۲) وقتی جسم جامدی در دمای ذوب خود، از حالت جامد به مایع تبدیل شود و یا مایعی در همین دما به جامد تبدیل شود، روابط زیر را داریم:

$$Q = \pm mL_F \quad \begin{matrix} \uparrow \text{ذوب} \\ \downarrow \text{انجماد} \end{matrix}$$

Q: گرما (J)

m: جرم (kg)

L_F: گرمای نهان ذوب (J/kg)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا گرمای مورد نیاز هر مرحله را برحسب جرم m می‌نویسیم:

$$Q_۱ = mc\Delta\theta \text{ (افزایش دمای یخ)} \xrightarrow{c_{یخ}=۲/۱\ J/g.k\ ,\ \Delta\theta=۰-(-۱۰)=۱۰^\circ C} Q_۱ = m \times ۲/۱ \times ۱۰ = ۲۱m\ J$$

$$Q_۲ = mL_F \text{ (ذوب یخ)} \xrightarrow{L_F=۳۳۶\ J/g} Q_۲ = ۳۳۶m\ J$$

$$Q_۳ = mc\Delta\theta \text{ (افزایش دمای آب)} \xrightarrow[\Delta\theta=۱۵-۰=۱۵\ ^\circ C]{c_{آب}=۴/۲\ J/g} Q_۳ = m \times ۴/۲ \times ۱۵ = ۶۳m\ J$$

گام دوم: کل گرمای دریافتی را به دست می‌آوریم:

$$Q_t = Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ \Rightarrow Q_t = ۲۱m + ۳۳۶m + ۶۳m \Rightarrow Q_t = ۴۲۰m\ J$$

گام سوم: حالا نسبت $Q_۲$ (گرمای لازم برای ذوب‌شدن) به گرمای کل را به صورت درصدی محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{Q_۲}{Q_t} \times ۱۰۰ \Rightarrow \frac{۳۳۶\ m}{۴۲۰\ m} \times ۱۰۰ = ٪۸۰$$

تیزبازی می‌توانستیم جرم جسم را $۱\ kg$ فرض کنیم و به کمک رابطه‌های $c_{آب} = ۲c_{یخ}$ و $L_F = ۸۰c_{آب}$ محاسبات را ساده‌تر کنیم.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۴ درون ظرفی مقداری آب به جرم m و دمای $10\ ^\circ C$ ریخته شده است. اگر داخل این ظرف قطعهٔ یخی به جرم $600\ g$ و دمای $-10\ ^\circ C$ قرار دهیم، تا رسیدن مجموعه به تعادل گرمایی، نیمی از آب منجمد می‌شود. m برابر چند گرم است؟

($c_{\text{یخ}} = 2c_{\text{آب}} = 4200\ \frac{J}{kg.^\circ C}$ ، $L_F = 3/36 \times 10^5\ J/kg$ و اتلاف گرما ناچیز است.)

۱) ۳۰۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۷۵ ۴) ۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به متن سؤال و عبارت «نیمی از آب منجمد شده است، می‌فهمیم که پس از تعادل گرمایی، در ظرف، هم آب وجود دارد و هم یخ و این یعنی دمای تعادل مجموعه برابر با $0\ ^\circ C$ است.

ابتدا گرمای دریافت‌شده توسط یخ تا رسیدن به دمای ذوب خود را محاسبه می‌کنیم:

$$Q_{\text{دریافت‌شده توسط یخ}} = mc\Delta\theta$$

$$\xrightarrow[\Delta\theta=(0-(-10))=10\ ^\circ C]{c_{\text{یخ}}=2100\ \frac{J}{kg.^\circ C},\ m=600\ g=0/6\ kg} Q_{\text{دریافت‌شده توسط یخ}} = 0/6 \times 2100 \times 10 = 12600\ J$$

گام دوم: حالا گرمایی را که آب از دست داده، محاسبه می‌کنیم:

$$1)\ Q_1 = mc_{\text{آب}}\Delta\theta \xrightarrow[|\Delta\theta|=|0-(+10)|=10\ ^\circ C]{c_{\text{آب}}=4200\ \frac{J}{kg.^\circ C}} Q_1 = m \times 4200 \times 10 = 42000m\ J$$

$$2)\ Q_2 = \frac{m}{2}L_F \xrightarrow{L_F=336000\ J/kg} Q_2 = \frac{m}{2} \times 336000 = 168000m\ J$$

$$Q_{\text{از دست دادهٔ آب}} = 42000m + 168000m = 210000m\ J$$

گام سوم: حالا گرمایی را که آب از دست داده با گرمایی که یخ دریافت کرده، مساوی یکدیگر قرار می‌دهیم و m را به دست می‌آوریم:

$$Q_{\text{دریافت‌شدهٔ یخ}} = Q_{\text{از دست‌دادهٔ آب}}$$

$$12600 = 210000m \Rightarrow m = 0/06\ kg = 60\ g$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۵ در چه تعداد از موارد زیر همرفت طبیعی رخ می‌دهد؟

الف) انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن

ب) سیستم گرم‌کنندهٔ مرکزی در ساختمان‌ها

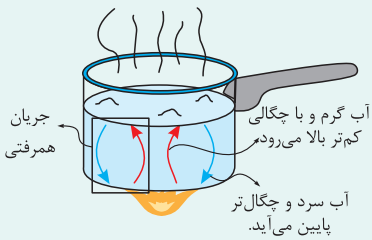
پ) گرم و سرد شدن بخش‌های مختلف بدن بر اثر گردش خون در بدن جانوران خونگرم

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

الف) همرفت طبیعی: با گرم‌شدن قسمتی از شاره، حجم شاره در آن قسمت زیاد شده و چگالی آن قسمت کم می‌شود، بنابراین شاره در آن قسمت به سمت بالا حرکت می‌کند و شارهٔ با دمای کم‌تر که چگالی‌اش بیشتر است، به سمت پایین حرکت می‌کند. شکل مقابل چنین جریان همرفتی را نشان می‌دهد:



ب) همرفت واداشته: در این حالت، به کمک یک تلمبه، شاره را وادار به چرخش و انتقال گرما می‌کنیم؛ به عنوان مثال دستگاه گردش خون در بدن که توسط یک تلمبهٔ طبیعی (قلب)، جریان خون را در بدن به حرکت وامی‌دارد، نمونه‌ای از همرفت واداشته است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

تک‌تک عبارات را بررسی می‌کنیم:

الف) خورشید دارای لایه‌ای به نام «ناحیهٔ همرفتی» است. در این ناحیه، پلاسمای بسیار داغ از لایه‌های زیرین به دلیل دمای بالاتر و چگالی کم‌تر، به سمت سطح خورشید صعود می‌کند، پس از رسیدن به سطح خورشید و تابش انرژی به فضا، پلاسما خنک‌تر و چگال‌تر شده و مجدداً به اعماق سقوط می‌کند. از آن‌جا که این چرخه کاملاً براساس اختلاف چگالی و بدون هیچ عامل خارجی رخ می‌دهد، نوعی همرفت طبیعی است.

(وضعیت: همرفت طبیعی ✓)

ب) در سیستم‌های گرمایش مرکزی (مانند شوفاژ و موتورخانه)، آب گرم‌شده در دیگ بخار، باید مسیر طولانی لوله‌ها را طی کند تا به رادیاتورها برسد. برای غلبه بر اصطکاک داخل لوله‌ها و تسریع جریان، از یک پمپ (تلمبهٔ) آب استفاده می‌شود؛ چون یک عامل مکانیکی (پمپ) شاره را به حرکت درمی‌آورد، این پدیده از نوع همرفت واداشته است.

(وضعیت: همرفت واداشته ✗)

پ) خون که حامل گرمای بدن است، خودبه‌خود و بر اثر اختلاف چگالی در رگ‌ها حرکت نمی‌کند؛ بلکه قلب (به عنوان یک پمپ بیولوژیکی) خون را با فشار در سراسر بدن به جریان می‌اندازد، بنابراین انتقال گرمای ناشی از گردش خون، یک نمونه از همرفت واداشته است.

(وضعیت: همرفت واداشته ✗)

بنابراین فقط عبارت «الف» مربوط به همرفت طبیعی است و گزینهٔ (۱) صحیح می‌باشد.

کنکور

کدام مورد همرفت طبیعی است؟ *(سؤال ۷۳ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)*

۱) سیستم خنک‌کنندهٔ موتور اتومبیل

۲) انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن

۳) سیستم گرم‌کنندهٔ مرکزی در ساختمان‌ها

۴) گرم و سرد شدن بخش‌های مختلف بدن بر اثر گردش خون در بدن جانوران خونگرم

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۶ دمای گاز درون یک کپسول، صفر درجهٔ سلسیوس و فشار پیمانه‌ای آن $5\ cmHg$ است. چه کسری از جرم گاز درون این کپسول از آن خارج شود تا دمای گاز درون کپسول به $39\ ^\circ C$ و فشار پیمانه‌ای آن به $-5\ cmHg$ برسد؟ $(P_\circ = 65\ cmHg)$

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{1}{8}$ ۴) $\frac{7}{8}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) رابطهٔ تبدیل یکای سلسیوس (درجهٔ سلسیوس) به یکای کلوین:

$$\text{دما } (K) \leftarrow T = \underset{\downarrow}{\theta} + 273 \quad (\theta: \text{دما } (^\circ C))$$

۲) رابطهٔ قانون گازهای آرمانی (کامل):

$$PV = nRT$$

P : فشار مطلق (Pa)

V : حجم (m^3)

n : تعداد مول (mol)

R : ثابت جهانی گازها $(8/314\ \frac{J}{mol.K})$

T : دما (K)

۳) تعداد مول‌های گاز از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\text{تعداد مول } (mol) \leftarrow n = \frac{\text{جرم } (g) \rightarrow m}{\text{جرم مولی } (g/mol) \rightarrow M}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا دماها را برحسب کلوین و فشارها را برحسب فشار مطلق به دست می‌آوریم:

$$T = \theta + 273$$

$$T_1 = 0 + 273 = 273\ K$$

$$T_2 = 39 + 273 = 312\ K$$

$$P = P_\circ + P_g$$

$$P_1 = P_\circ + P_{g_1} = 65 + 5 = 70\ cmHg$$

$$P_2 = P_\circ + P_{g_2} = 65 + (-5) = 60\ cmHg$$

گام دوم: با توجه به رابطهٔ گازهای آرمانی و $n = \frac{m}{M}$ داریم:

$$PV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow m = \frac{PVM}{RT}$$

حالا این رابطه را به صورت نسبتی می‌نویسیم و چون V، M و R ثابت هستند، داریم:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{T_1}{T_2} \xrightarrow[P_1=70\ cmHg\ ,\ T_2=312\ K]{P_2=60\ cmHg\ ,\ T_1=273\ K} \frac{m_2}{m_1} = (\frac{60}{70})(\frac{273}{312}) \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = (\frac{6}{7})(\frac{7}{8}) = \frac{3}{4}$$

بنابراین، $\frac{3}{4}$ از جرم گاز، درون کپسول باقی مانده است. سؤال از ما «کسر خارج‌شده» را می‌خواهد:

$$\text{کسر جرم خارج‌شده} = 1 - \frac{m_2}{m_1} = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۷ **در چرخهٔ ماشین درون‌سوز بنزینی، نوع فرایند طی‌شده در مراحل آتش‌گرفتن و ضربهٔ تراکم، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟**

۱) هم‌حجم، هم‌حجم
۲) هم‌حجم، بی‌دررو
۳) هم‌فشار، هم‌حجم
۴) هم‌فشار، بی‌دررو

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

۱) **مرحلهٔ آتش گرفتن**: زمانی که پیستون به بالاترین نقطهٔ مسیر خود می‌رسد، مخلوط متراکم‌شدهٔ بنزین و هوا آتش می‌گیرد. از آن‌جا که این انفجار در کسری از ثانیه و بسیار سریع رخ می‌دهد، پیستون در این بازهٔ زمانی بسیار کوتاه فرصت حرکت و تغییردادن حجم داخل سیلندر را ندارد، بنابراین گرما وارد سیستم شده و دما و فشار به شدت بالا می‌روند؛ در حالی که حجم ثابت مانده است، پس این فرایند ، هم‌حجم است.

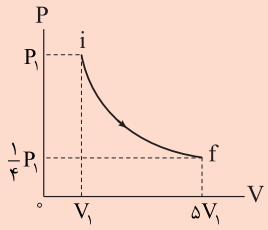
۲) **ضربهٔ تراکم**: پیستون بالا می‌آید، مخلوط را متراکم می‌کند و آن را به حجم V_1 می‌رساند. این تراکم به سرعت رخ می‌دهد. بنابراین، می‌توان آن را بی‌دررو در نظر گرفت. در نتیجه، در پایان این مرحله، دما و فشار مخلوط بسیار بالا رفته است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با توجه به درس‌باکس، مرحلهٔ آتش گرفتن، هم حجم و مرحلهٔ ضربه تراکم، بی‌دررو است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۸ در نمودار شکل زیر، مقداری گاز آرمانی طی فرایندی ایستاوار از حالت i به حالت f می‌رسد. اگر در این فرایند، تغییر انرژی درونی گاز برابر ΔU و گرمای داده‌شده به گاز برابر Q باشد، کدام رابطهٔ زیر درست است؟



۱) $\Delta U > 0 > Q$

۲) $Q > 0 > \Delta U$

۳) $Q > \Delta U > 0$

۴) $\Delta U > Q > 0$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

قانون اول ترمودینامیک: در یک فرایند ایستاوار، تغییر انرژی درونی دستگاه، برابر است با مجموع کار انجام‌شده توسط محیط روی دستگاه (گاز) و گرمای داده‌شده به دستگاه (گاز):

$$\Delta U = Q + W$$

$\Delta U = U_2 - U_1$: تغییر انرژی درونی (J)

U_1 : انرژی درونی اولیه (J)

U_2 : انرژی درونی نهایی (J)

اگر دستگاه گرما بگیرد، $Q > 0$ و اگر دستگاه گرما از دست بدهد، $Q < 0$.

هنگام تراکم $W > 0$ و هنگام انبساط $W < 0$.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: انرژی درونی مقدار معینی از یک گاز آرمانی فقط به دمای آن بستگی دارد، پس برای یافتن علامت ΔU، باید ببینیم دما چه تغییری کرده است. مطابق معادلهٔ گازهای آرمانی، دما با PV نسبت مستقیم دارد، پس این حاصل‌ضرب را برای دو حالت i و f به دست می‌آوریم:

$$\frac{T_f}{T_i} = \frac{P_f V_f}{P_i V_i} = \frac{\frac{1}{4}P_1 \times 5V_1}{P_1 V_1} = \frac{5}{4}$$

پس $T_f > T_i$ و در نتیجه $\Delta U > 0$ است.

گام دوم: با توجه به نمودار، می‌فهمیم که حجم گاز از V_1 به $5V_1$ رسیده است، پس گاز منبسط شده است $(\Delta V > 0)$، در نتیجه کار انجام‌شده توسط محیط روی گاز، منفی است $(W < 0)$.

گام سوم: از قانون اول ترمودینامیک استفاده می‌کنیم و آن را برحسب Q می‌نویسیم:

$$Q = \Delta U - W$$

از گام دوم می‌دانیم W منفی است، پس $-W$ یک عدد مثبت است و این یعنی، Q از ΔU بزرگ‌تر است: $Q > \Delta U$ و چون $\Delta U > 0$ است، پس داریم:

$$Q > \Delta U > 0$$

یه جور دیگه

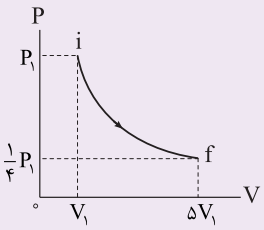
یه جور دیگه در گام سوم:

$$\overset{+}{\Delta U} = \overset{+}{Q} + \overset{-}{W} \xrightarrow{\Delta U>0\ ,\ W<0} Q > \Delta U > 0$$

Telegram: @konkur_in

کنکور

مقداری گاز آرمانی طی فرایندی ایستاوار از حالت **i** به حالت **f** می‌رسد. اگر **W** کار انجام‌شده روی گاز و **Q** گرمای داده‌شده به گاز باشد، کدام رابطه درست است؟ *(سوال ۷۴ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ ـ نوبت دوم)*



۱) $|W| > |Q|$

۲) $|W| = |Q|$

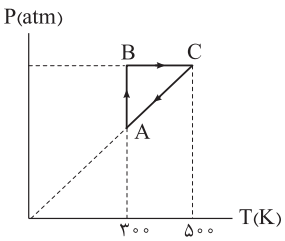
۳) $W + Q > 0$

۴) $W + Q < 0$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۹ نمودار فشار $۰/۵\ mol$ گاز کامل برحسب دمای آن در طی چرخه‌ای به شکل زیر است. اگر اندازهٔ گرمای مبادله‌شده بین گاز و محیط در فرایند AB برابر $۶۰۰\ J$ باشد، کار انجام‌شده روی گاز در هر چرخه چند ژول است؟ $(R = ۸\frac{J}{mol.K})$



۱) ۲۰۰

۲) −۲۰۰

۳) ۱۴۰۰

۴) −۱۴۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

رابطهٔ کار در فرایند هم‌فشار:

$$W = -nR\Delta T$$

W: کار محیط روی دستگاه یا کار انجام‌شده روی گاز (J)

n: تعداد مول (mol)

R: ثابت جهانی گازها $(\frac{J}{mol \cdot K})$

ΔT: تغییر دما (K)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا نوع هر فرایند را مشخص می‌کنیم:

- **فرایند $C \to A$:** امتداد این خط از مبدأ مختصات نمودار P ـ T می‌گذرد. در گازهای کامل، رابطه‌ای که در آن، فشار با دمای مطلق نسبت مستقیم دارد $(P \propto T)$، نشان‌دهندهٔ ثابت‌بودن حجم است، پس این فرایند هم‌حجم است.
- **فرایند $B \to C$:** نمودار P ـ T به صورت یک خط افقی است، یعنی فشار گاز تغییر نکرده است؛ پس این فرایند هم‌فشار است.
- **فرایند $A \to B$:** نمودار P ـ T به صورت یک خط عمودی روی دمای $۳۰۰\ K$ است، پس این فرایند هم‌دما است.

گام دوم: برای یافتن کار کل چرخه، کار انجام‌شده روی گاز در هر سه مسیر را محاسبه می‌کنیم و با هم جمع می‌کنیم.

- **کار در مسیر $C \to A$:** چون فرایند هم‌حجم است، تغییری در حجم گاز نداریم $(\Delta V = ۰)$، در نتیجه کاری انجام نمی‌شود:

$$W_{CA} = ۰$$

- **کار در مسیر $B \to C$:** در فرایند هم‌فشار، کار انجام‌شده روی گاز از رابطهٔ $W = -P\Delta V$ به دست می‌آید، اما چون حجم را نداریم، با استفاده از معادلهٔ حالت گاز کامل $(P\Delta V = nR\Delta T)$، رابطه را برحسب دما می‌نویسیم:

$$W_{BC} = -nR\Delta T_{BC} = -nR(T_C - T_B)$$

$$\xrightarrow[R=۸\frac{J}{mol.K},\ n=۰/۵\ mol]{T_B=۳۰۰\ K,\ T_C=۵۰۰\ K} W_{BC} = -۰/۵ \times ۸ \times ۲۰۰ = -۸۰۰\ J$$

- **کار در مسیر $A \to B$:** در فرایند هم‌دما، تغییرات انرژی درونی صفر است $(\Delta U = ۰)$. طبق قانون اول ترمودینامیک:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow ۰ = Q_{AB} + W_{AB} \Rightarrow W_{AB} = -Q_{AB}$$

صورت سؤال، اندازهٔ گرمای مبادله‌شده در این مسیر را $۶۰۰\ J$ داده است $(|Q| = ۶۰۰\ J)$. برای تعیین علامت کار، به نمودار نگاه می‌کنیم. در مسیر A به B، در دمای ثابت، فشار در حال افزایش است. افزایش فشار در فرایند هم‌دما به معنای کاهش حجم (تراکم) است. در فرایند تراکمی، کار انجام‌شده روی گاز مثبت است:

$$W_{AB} = +۶۰۰\ J$$

حالا هر سه کار را با هم جمع می‌کنیم:

$$W_{چرخه} = W_{CA} + W_{BC} + W_{AB} \Rightarrow W_{چرخه} = ۰ + (-۸۰۰) + ۶۰۰ = -۲۰۰\ J$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

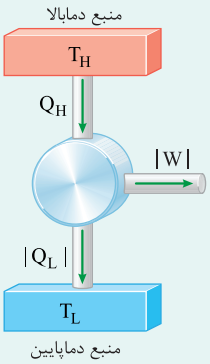
۵۰ **اندازهٔ گرماهایی که یک ماشین گرمایی در هر چرخه، با منبع دمابالا و منبع دماپایین مبادله می‌کند، به ترتیب ۳ kJ و ۱/۸ kJ است. اگر این ماشین در هر دقیقه ۲۰ چرخه را طی کند، توان مفید آن چند وات و بازده آن چند درصد است؟**

۱) ۴۰۰، ۶۰
۲) ۴۰۰، ۴۰
۳) ۲۴۰۰، ۶۰
۴) ۲۴۰۰، ۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

بازدهٔ ماشین گرمایی: هر ماشین گرمایی، گرمای Q_H را به عنوان گرمای دریافتی از یک منبع با دمای بالا گرفته و مقداری از آن را به صورت کار $|W|$ روی محیط انجام می‌دهد که به عنوان کار مفید خروجی است. باقی‌ماندهٔ آن را نیز که گرمای $|Q_L|$ است، به یک منبع با دمای پایین می‌دهد که همان انرژی تلفشده است.



$$Q_H = |W| + |Q_L|$$

$$\text{بازده: } \eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H}$$

توان خروجی یک ماشین گرمایی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$P = \frac{|W|}{\Delta t} \quad \begin{matrix} \rightarrow \text{کار مفید خروجی (J)} \\ \rightarrow \text{بازهٔ زمانی (s)} \end{matrix} \quad \leftarrow \text{توان خروجی (W)}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در هر ماشین گرمایی، کار انجام‌شده در یک چرخه برابر است با تفاضل گرمای دریافتی از منبع گرم و گرمای انتقال‌یافته به منبع سرد:

$$|W| = Q_H - |Q_L| \xrightarrow[|Q_L| = 1800\,J]{Q_H = 3000\,J} |W| = 3000 - 1800 = 1200\,J$$

گام دوم: بازده نشان می‌دهد چه کسری از گرمای دریافتی به کار مفید تبدیل شده است. برای بیان آن، به صورت درصد داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \times 100$$

$$\eta = \frac{1200}{3000} \times 100 = 0/4 \times 100 = \%40$$

(تا این‌جا دیدیم که بازده ۴۰٪ است، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) که بازده را ۶۰٪ داده‌اند، رد می‌شوند.)

گام سوم: چون ماشین گرمایی در هر دقیقه، ۲۰ چرخه را طی می‌کند، باید کار یک چرخه را در تعداد چرخه‌ها ضرب می‌کنیم:

$$W_{total} = n \times |W|$$

$$W_{total} = 20 \times 1200\,J = 24000\,J$$

گام چهارم: حالا توان ماشین گرمایی را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{W_{total}}{t}$$

$$P = \frac{24000\,J}{60\,s} = 400\,W$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی دهم

۵۱ چگالی کدام گاز در دمای ۲۷۳ K و فشار ۱ atm، به تقریب برابر $1/79\ g.L^{-1}$ است؟ (شرایط STP)

$(H=1, He=4, C=12, N=14, Ar=40 : g.mol^{-1})$

۱) هلیم
۲) نیتروژن
۳) آرگون
۴) متان

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته برای محاسبهٔ چگالی یک گاز در شرایط STP (دمای $0\ ^\circ C$ (۲۷۳ K) و فشار ۱ atm)، می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} = \frac{\text{جرم مولی}}{\text{حجم مولی}} \xrightarrow{\text{شرایط STP}} \text{چگالی} = \frac{\text{جرم مولی}}{22/4}\ (g.L^{-1})$$

پاسخ خیلی تشریحی ابتدا به کمک چگالی، جرم مولی گاز را حساب می‌کنیم:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم مولی}}{\text{حجم مولی}} \Rightarrow \text{جرم مولی} = 1/79 \times 22/4 \simeq 40\ g.mol^{-1}$$

در بین گازهای داده‌شده، فقط جرم مولی آرگون (Ar)، ۴۰ گرم بر مول است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۲ اگر در اتم یک عنصر، زیرلایه‌ای با عددهای کوانتومی $l = ۱$ و $n = ۵$ در حال پرشدن از الکترون باشد، مطابق قاعدهٔ آفبا، زیرلایه با کدام مشخصات، به یقین از الکترون پر است؟

۱) $n = ۴ , l = ۳$
۲) $n = ۶ , l = ۲$
۳) $n = ۷ , l = ۰$
۴) $n = ۴ , l = ۲$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها طبق قاعدهٔ آفبا را می‌توان با فرمول زیر بیان کرد:

$$\underset{n\geq ۱}{ns} \rightarrow (\underset{n\geq ۶}{n} - ۲)f \rightarrow (\underset{n\geq ۴}{n} - ۱)d \rightarrow \underset{n\geq ۲}{np}$$

در سؤال‌هایی که از شما پرسیده می‌شود که قبل یا بعد از فلان زیرلایه، چه زیرلایه‌ای از الکترون اشغال می‌شود، این فرمول *کولاک می‌کنه!*

مثال بعد از زیرلایهٔ $۵s$، چه زیرلایه‌ای از الکترون اشغال می‌شود؟

پاسخ: $۴d$ ـ مطابق فرمول بالا، بعد از ns، زیرلایهٔ $(n-۲)f$ اشغال می‌شود، اما چون در این‌جا، n کوچک‌تر از ۶ است، *می‌ریم سراغ* $(n-۱)d$!

$$\underset{n\geq ۱}{n\,s} \rightarrow (\underset{n\geq ۶}{n} - ۲)f \rightarrow (\underset{n\geq ۴}{n} - ۱)d \rightarrow \underset{n\geq ۲}{n\,p}$$

$$۵s \rightarrow \times \rightarrow ۴d$$

مثال قبل از زیرلایهٔ $۵d$، چه زیرلایه‌ای از الکترون اشغال می‌شود؟

پاسخ: $۴f$

$$(n-۱)d = ۵d \Rightarrow n = ۶$$

$$ns \rightarrow (n-۲)f \rightarrow (n-۱)d \rightarrow np$$

$$(۶-۲)f = ۴f \leftarrow ۵d$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ زیرلایه با عددهای کوانتومی $l = ۱$ و $n = ۵$، زیرلایهٔ $۵p$ است. قبل از زیرلایهٔ $۵p$، زیرلایهٔ $۴d$ ($l = ۲$ و $n = ۴$) از الکترون اشغال شده است.

$$۵s \rightarrow ۴d \rightarrow ۵p \rightarrow ۶s \rightarrow ۴f \rightarrow ۵d \rightarrow ۶p \rightarrow ۷s$$

در گزینه‌های (۱) تا (۳)، به زیرلایه‌های $۴f$، $۶d$ و $۷s$ اشاره شده است که همگی بعد از $۵p$ از الکترون اشغال می‌شوند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۳ $\frac{۷}{۱۳}$ جرم هستهٔ یون پایدار $X^{۲+}$ مربوط به نوترون‌های آن است. اگر اختلاف شمار ذرات زیراتمی در هستهٔ این اتم برابر ۵ باشد، X با عنصر ..... هم‌گروه و با عنصر ..... هم‌دوره است. $(m_p = m_n = ۱\ amu)$

۱) $_{۱۴}Si$ - $_{۴۸}Cd$

۲) $_{۲۷}Co$ - $_{۸۰}Hg$

۳) $_{۱۸}Ar$ - $_{۴۷}Ag$

۴) $_{۲۴}Cr$ - $_{۸۲}Pb$

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ ابتدا باید به کمک اطلاعات داده‌شده، عدد اتمی عنصر X را پیدا کنیم:

$$^{A}_{Z}X^{۲+} \Rightarrow \frac{\text{جرم نوترون}}{\text{جرم هسته}} = \frac{۷}{۱۳} \Rightarrow \frac{A-Z}{A} = \frac{۷}{۱۳} \Rightarrow ۱۳A - ۱۳Z = ۷A \Rightarrow ۶A = ۱۳Z \Rightarrow A = \frac{۱۳}{۶}Z$$

$$\text{اختلاف شمار نوترون و پروتون} = ۵ \Rightarrow (A-Z) - Z = ۵ \Rightarrow A - ۲Z = ۵ \xrightarrow{A=\frac{۱۳}{۶}Z} \frac{۱۳}{۶}Z - ۲Z = ۵$$

$$\Rightarrow \frac{Z}{۶} = ۵ \Rightarrow Z = ۳۰$$

یه جور دیگه

$$\frac{۷}{۱۳}A = n \Rightarrow \frac{۶}{۱۳}A = p \Rightarrow \frac{n}{p} = \frac{۷}{۶}$$

$$n - p = ۵ \Rightarrow \frac{۷}{۶}p - p = ۵ \Rightarrow p = ۳۰$$

عنصر X همان فلز روی $(_{۳۰}Zn)$ است که متعلق به دورهٔ چهارم و گروه ۱۲ است.

عدد اتمی $_{۳۰}Zn$ نسبت به گاز نجیب هم‌دوره‌اش $(_{۳۶}Kr)$، ۶ واحد کم‌تر است؛ پس عنصری با Zn هم‌گروه است که عدد اتمی‌اش نسبت به گاز نجیب هم‌دوره‌اش، ۶ واحد کم‌تر باشد.

در قسمت اول گزینه‌ها، $_{۴۸}Cd$ و $_{۸۰}Hg$، این ویژگی را دارند:

$$۴۸ = ۵۴ - ۶ \Rightarrow \text{گروه } ۱۲ \quad , \quad ۸۰ = ۸۶ - ۶ \Rightarrow \text{گروه } ۱۲$$

عنصرهایی با عدد اتمی ۱۹ تا ۳۶ در دورهٔ چهارم قرار دارند: $_{۲۷}Co$ و $_{۲۴}Cr$

توجه! در محدودهٔ کنکور، برای پیداکردن گروه عنصرهایی به غیر از گروه ۱، ۲ و عنصرهای دسته f، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

شمارهٔ گروه = ۱۸ − (عدد اتمی عنصر مورد نظر − عدد اتمی گاز نجیب هم‌دوره)

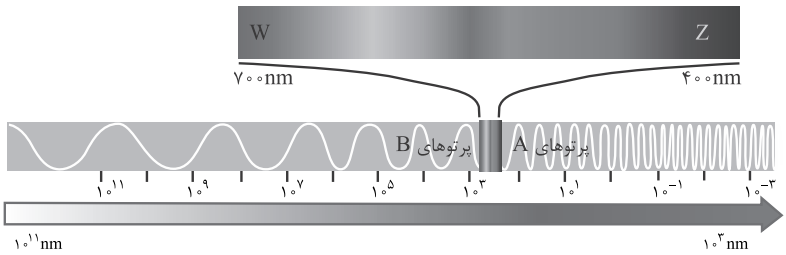
مثلاً برای $_{۴۸}Cd$ داریم:

$$\text{شمارهٔ گروه} = ۱۸ - (۵۴ - ۶) = ۱۲$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۴ با توجه به شکل زیر «گسترهٔ پرتوهای الکترومغناطیسی»، کدام گزینه نادرست است؟



۱) پرتوهای B، انرژی بیشتری نسبت به ریزموج‌ها دارند.

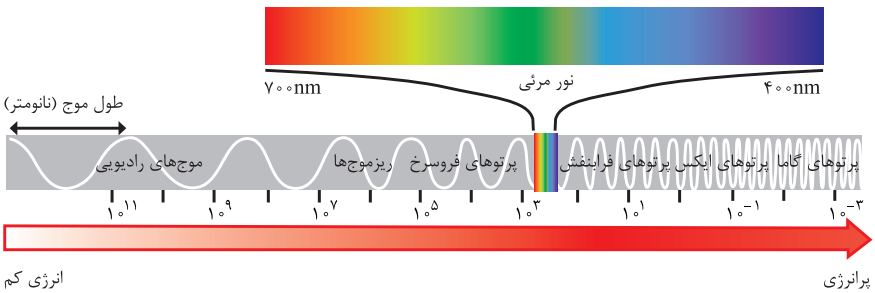
۲) در عبور از منشور، انحراف پرتوهای W کم‌تر از پرتوهای Z است.

۳) مولکول‌های اوزون موجود در استراتوسفر، بخش قابل توجهی از پرتوهای A را جذب می‌کنند.

۴) تفاوت طول موج پرتوهای B و پرتوهای گاما، کم‌تر از تفاوت طول موج پرتوهای A و پرتوهای ایکس است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

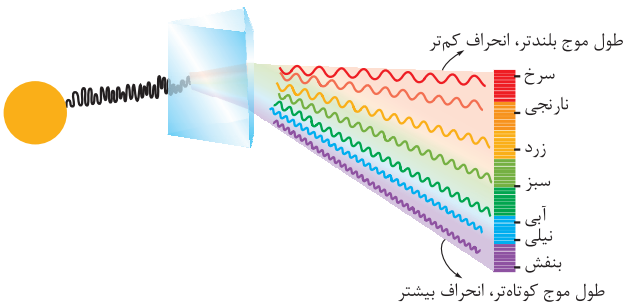
پاسخ خیلی تشریحی ✔ شکل کامل گسترهٔ پرتوهای الکترومغناطیسی به صورت زیر است:



بررسی گزینه‌ها:

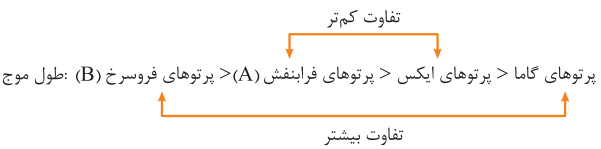
گزینهٔ (۱): پرتوهای B همان پرتوهای فروسرخ هستند که طول موج بلندتر و انرژی کم‌تری نسبت به ریزموج‌ها دارند.

گزینهٔ (۲): هر چه طول موج یک پرتو کوتاه‌تر باشد (انرژی آن بیشتر باشد)، میزان انحراف آن در عبور از منشور بیشتر است.



گزینهٔ (۳): پرتوهای A، پرتوهای فرابنفش هستند. در لایهٔ استراتوسفر، مولکول‌های اوزون مانع ورود بخش عمده‌ای از این پرتوها به زمین می‌شوند.

گزینهٔ (۴): با توجه به مقایسهٔ طول موج پرتوها خواهیم داشت:



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۵ در اتم عنصری، ۴ لایهٔ الکترونی اشغال شده است. اگر بیرونی‌ترین زیرلایهٔ این اتم دارای ۱ الکترون باشد، تفاوت حداقل و حداکثر عدد اتمی که می‌توان برای این عنصر در نظر گرفت، کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

($4p^1$ یا $4s^1$)

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با توجه به این‌که در اتم مورد نظر، ۴ لایهٔ الکترونی اشغال شده است، آرایش الکترونی آن به ۴s یا ۴p ختم می‌شود. همهٔ حالت‌هایی که این زیرلایه‌ها دارای یک الکترون می‌باشد را می‌نویسیم:

۱) $_{19}K : [Ar]\,4s^1$

۲) $_{24}Cr : [Ar]\,3d^5\,4s^1$

۳) $_{29}Cu : [Ar]3d^{10}\,4s^1$

۴) $_{31}Ga : [Ar]\,3d^{10}\,4s^2\,4p^1$

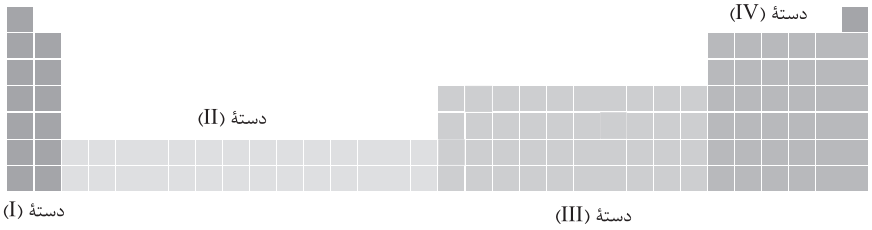
حداقل و حداکثر عدد اتمی ممکن برای A به ترتیب برابر ۱۹ و ۳۱ است:

$31 - 19 = 12$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۶ **عنصرهای جدول دوره‌ای را می‌توان در چهار دسته (s، p، d و f) به صورت زیر جای داد. بر این اساس، کدام مورد نادرست است؟**



۱) نخستین عنصر ساخت بشر در دستهٔ (III) قرار دارد. ← $_{43}Tc$

۲) گازهای نجیب در دسته‌های (I) و (IV) قرار دارند.

۳) تفاوت عدد اتمی اولین و آخرین عنصر دستهٔ (II)، برابر ۲۸ است.

۴) عدد کوانتومی فرعی در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ اتم عنصرهای دستهٔ (III)، برابر صفر است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

دستهٔ I ← دستهٔ s (۱۴ عنصر)

دستهٔ II ← دستهٔ f (۲۸ عنصر)

دستهٔ III ← دستهٔ d (۴۰ عنصر)

دستهٔ IV ← دستهٔ p (۳۶ عنصر)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): نخستین عنصر ساخت بشر، تکنسیم با عدد اتمی ۴۳ است. عدد اتمی این عنصر، ۷ واحد بیشتر از گاز نجیب دورهٔ چهارم ($_{36}Kr$) است؛ پس در گروه ۷ و دورهٔ پنجم قرار دارد و جزء عنصرهای دستهٔ d محسوب می‌شود.

شمارهٔ دوره	عددهای اتمی عنصرهای دستهٔ d	عددهای اتمی عنصرهای دستهٔ p
۲		۵ ـ ۱۰
۳		۱۳ ـ ۱۸
۴	۲۱ ـ ۳۰	۳۱ ـ ۳۶
۵	۳۹ ـ ۴۸	۴۹ ـ ۵۴
۶	۷۱ ـ ۸۰	۸۱ ـ ۸۶
۷	۱۰۳ ـ ۱۱۲	۱۱۳ ـ ۱۱۸

گزینهٔ (۲): گاز نجیب هلیم متعلق به دستهٔ s و سایر گازهای نجیب، متعلق به دستهٔ p هستند.

گزینهٔ (۳): عنصرهایی با عددهای اتمی ۵۷ تا ۷۰ و ۸۹ تا ۱۰۲ در دو ردیف پایین جدول قرار گرفته‌اند و جزء عنصرهای دستهٔ f محسوب می‌شوند؛ بنابراین تفاوت عدد اتمی اولین و آخرین عنصر دستهٔ f جدول برابر با $۱۰۲ - ۵۷ = ۴۵$ است.

گزینهٔ (۴): دستهٔ (III)، همان عنصرهای دستهٔ d هستند. آرایش الکترونی اتم این عنصرها به $(n-۱)d^{x}ns^{y}$ ختم می‌شود، یعنی بیرونی‌ترین زیرلایهٔ آن‌ها، ns با عدد کوانتومی فرعی $l = ۰$ است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۷ کدام گزینه درست است؟

۱) بررسی‌های دانشمندان نشان می‌دهد که درصد گازهای سازندهٔ هواکره در حال حاضر نسبت به ۲۰۰ میلیون سال پیش، تغییر محسوسی داشته است.

۲) حدود ۷۵ درصد از حجم هواکره در نزدیک‌ترین لایه به زمین، یعنی تروپوسفر قرار دارد.

۳) در لایه‌های بالایی هواکره، اکسیژن به شکل‌های O، O^+، O^- و O_2^+ وجود دارد.

۴) از کاربردهای فراوان‌ترین گاز هواکره، می‌توان به بسته‌بندی خوراکی‌ها، پرکردن تایر خودروها و نگه‌داری نمونه‌های بیولوژیکی در پزشکی اشاره کرد. ← N_2

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): بررسی دانشمندان برای هوای به دام‌افتاده درون بلورهای یخ در یخچال‌های قطبی و نیز سنگ‌های آتشفشانی نشان می‌دهد که از حدود ۲۰۰ میلیون سال پیش تاکنون، نسبت گازهای سازندهٔ هواکره تقریباً ثابت مانده است.

گزینهٔ (۲): حدود ۷۵ درصد از **جرم** هواکره در نزدیک‌ترین لایه به زمین (تروپوسفر) قرار دارد.

گزینهٔ (۳): در لایه‌های بالایی هواکره، آنیون (مانند O^-) وجود ندارد.

گزینهٔ (۴): از گاز نیتروژن، برای بسته‌بندی برخی مواد خوراکی، پرکردن تایر اتومبیل‌ها، انجماد مواد غذایی و نگه‌داری نمونه‌های بیولوژیکی در پزشکی استفاده می‌شود.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۸ کدام مطلب زیر نادرست است؟

۱) در ساختار لوویس یون NO_2^- و مولکول $NOCl$، اتم مرکزی دارای یک جفت‌الکترون ناپیوندی است.

۲) در ساختار لوویس مولکول هیدروژن سیانید همانند مولکول CH_2O، تعداد پیوندهای یگانه و جفت‌الکترون‌های ناپیوندی با هم برابر است.

۳) شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار لوویس مولکول‌های $NOBr$ و کربن مونوکسید، برابر است.

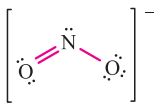
۴) در ساختار لوویس یون‌های PO_4^{3-} و ICl_2^+، اتم مرکزی فاقد جفت‌الکترون ناپیوندی است.

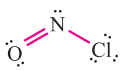
پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی گزینه‌ها:

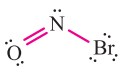
گزینهٔ (۱): در ساختار لوویس هر دو گونه، اتم مرکزی (نیتروژن) یک جفت‌الکترون ناپیوندی دارد:

$NO_2^- \Rightarrow 5+2(6)+1=18 \Rightarrow$ 

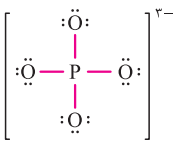
$NOCl \Rightarrow 5+6+7=18 \Rightarrow$ 

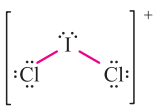
گزینهٔ (۲): در ساختار لوویس هیدروژن سیانید ($H-C\equiv N:$)، ۱ پیوند یگانه و ۱ جفت‌الکترون ناپیوندی و در ساختار لوویس CH_2O ($H-\overset{\overset{:O:}{\|}}{C}-H$)، ۲ پیوند یگانه و ۲ جفت‌الکترون ناپیوندی وجود دارد.

گزینهٔ (۳): در ساختار لوویس هر دو مولکول، ۳ پیوند اشتراکی وجود دارد:

 و $:C\equiv O:$

گزینهٔ (۴): فقط در PO_4^{3-}، اتم مرکزی الکترون ناپیوندی ندارد:

$PO_4^{3-} \Rightarrow 5+4(6)+3=32 \Rightarrow$ 

$ICl_2^+ \Rightarrow 3(7)-1=20 \Rightarrow$ 

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۹ بر اثر تجزیهٔ برخی مواد، می‌توان گاز اکسیژن تولید کرد. برای تولید جرم معینی گاز اکسیژن، در کدام واکنش به جرم کم‌تری از واکنش‌دهنده نیاز است؟ $(SO_3 = 80 , KNO_3 = 101 , KClO_3 = 122/5 , KClO_4 = 138/5 : g.mol^{-1})$

I) $2\,KClO_3(s) \rightarrow 2KCl(s) + 3O_2(g)$

II) $2SO_3(g) \rightarrow 2SO_2(g) + O_2(g)$

III) $2KNO_3(s) \rightarrow 2KNO_2(s) + O_2(g)$

IV) $KClO_4(s) \rightarrow KCl(s) + 2O_2(g)$

۱) I ۲) II ۳) III ۴) IV

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ فرض می‌کنیم در هر واکنش، ۱ مول O_2 تولید شده و به کمک آن، جرم هر واکنش‌دهنده را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{\text{واکنش‌دهنده}}} = \frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{O_2}}$$

I) $\frac{x}{2\times 122/5} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{245}{3} \simeq 81/67\ g\ KClO_3$

II) $\frac{x}{2\times 80} = \frac{1}{1} \Rightarrow x = 160\ g\ SO_3$

III) $\frac{x}{2\times 101} = \frac{1}{1} \Rightarrow x = 202\ g\ KNO_3$

IV) $\frac{x}{1\times 138/5} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 69/25\ g\ KClO_4$

در واکنش (IV) به جرم کم‌تری از واکنش‌دهنده نیاز است.

کنکور

شمار مول‌های گاز اکسیژن تولیدشده به ازای تجزیهٔ ۵گرم از کدام ترکیب(های) داده‌شده، بیشتر از ترکیب(های) دیگر است؟ (معادلهٔ واکنش‌ها موازنه شود.) (سؤال ۲۲۰ کنکور مجد تجربی ۱۴۰۱)

a) $NaNO_3(s) \rightarrow NaNO_2(s) + O_2(g)$ $(NaNO_3 = 85\ g.mol^{-1})$

b) $KClO_3(s) \rightarrow KCl(s) + O_2(g)$ $(KClO_3 = 122/5\ g.mol^{-1})$

c) $N_2O_5(s) \rightarrow NO_2(s) + O_2(g)$ $(N_2O_5 = 108\ g.mol^{-1})$

۱) a ۲) b ۳) a ،c ۴) b ،c

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۰ در جدول زیر کاربرد برخی از گونه‌های شیمیایی مطرح شده است. داده‌های چه تعداد از ردیف‌های این جدول درست است؟

ردیف	گونهٔ شیمیایی	کاربرد
۱	F^-	جلوگیری از پوسیدگی دندان
۲	$(NH_4)_2SO_4$	کود شیمیایی برای تأمین عنصرهای نیتروژن و گوگرد
۳	PCl_3	مادهٔ اولیهٔ تولید حشره‌کش‌ها
۴	O_3	از بین بردن جانداران ذره‌بینی موجود در آب

۱) یک
۲) دو
۳) سه
۴) چهار

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

همهٔ ردیف‌های جدول درست‌اند.

به ردیف‌های (۱) و (۲) در فصل ۳ و به ردیف‌های (۳) و (۴) در فصل ۲ شیمی دهم اشاره شده است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۱ واکنش‌های داده‌شده در دو ظرف جداگانه انجام می‌شوند. اگر مجموع جرم کلسیم کربنات و آمونیاک مصرف‌شده برابر ۲۵/۱ گرم و مجموع جرم گازهای تولیدی برابری ۱۳/۹ گرم باشد، اختلاف حجم گازهای تولیدی در واکنش (II) در شرایط STP، برابر چند لیتر است؟ $(H=1, N=14, O=16, Ca=40 : g.mol^{-1})$

I) $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$

II) $2NH_3(g) \rightarrow N_2(g) + 3H_2(g)$

۱) ۴/۴۸ ۲) ۵/۶

۳) ۶/۷۲ ۴) ۸/۹۶

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

مول اولیهٔ هر دو واکنش‌دهنده را x و y در نظر می‌گیریم و با توجه به مجموع جرم گازهای تولیدشده و مجموع جرم واکنش‌دهنده‌های اولیه، x و y را محاسبه و با توجه به مول آمونیاک مصرف‌شده، اختلاف حجم گازهای تولیدی واکنش (II) را محاسبه می‌کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: فرض می‌کنیم x مول کلسیم کربنات و y مول آمونیاک در واکنش‌ها، مصرف می‌شود:

$$100x + 17y = 25/1 \quad (*)$$

طبق قانون پایستگی جرم، در واکنش (II) مجموع جرم گازهای تولیدشده با جرم آمونیاک مصرفی (17y) برابر است؛ حالا جرم CO_2 واکنش (I) را محاسبه می‌کنیم:

$$x \text{ mol } CaCO_3 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CaCO_3} \times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 44x \text{ g } CO_2$$

مجموع جرم گازهای تولیدی:

$$17y + 44x = 13/9 \quad (**)$$

با توجه به دو معادلهٔ (*) و (**) داریم:

$$\begin{cases} 17y + 44x = 13/9 \\ 17y + 100x = 25/1 \end{cases} \Rightarrow 56x = 11/2 \Rightarrow x = 0/2 \text{ mol} \Rightarrow y = 0/3 \text{ mol}$$

گام دوم: با توجه به تعداد مول اولیهٔ آمونیاک، اختلاف حجم گازهای تولیدی در واکنش (II) را محاسبه می‌کنیم. به ازای مصرف هر دو مول آمونیاک، ۳ مول هیدروژن و یک مول نیتروژن تولید می‌شود که اختلاف آن‌ها برابر ۲ مول است:

$$0/3 \text{ mol } NH_3 \times \frac{\text{اختلاف گازها } 2 \text{ mol}}{2 \text{ mol } NH_3} \times \frac{22/4 \text{ L}}{\text{گاز } 1 \text{ mol}} = 0/3 \times 22/4 = 6/72 \text{ L}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۲ با در نظر گرفتن واکنش‌های زیر، کدام موارد درست است؟

I) واکنش محلول‌های باریم کلرید و سدیم سولفات **II**) واکنش محلول‌های سدیم فسفات و کلسیم کلرید

الف) در معادلهٔ مربوط به هر دو واکنش، ترکیبی یونی با نسبت شمار کاتیون به آنیون برابر ۲ وجود دارد.

ب) در هر دو واکنش، رسوبی سفیدرنگ تشکیل می‌شود.

پ) یکی از فراورده‌های دو واکنش، یک ترکیب یونی دوتایی است.

ت) در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ هر دو واکنش، مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها، ۱ واحد بیشتر از مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها است.

۱) الف ـ ت ۲) ب ـ پ

۳) الف ـ ب ۴) پ ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

عبارت‌های «ب» و «پ» درست‌اند.

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش‌ها به صورت زیر است:

$$I)\ BaCl_2(aq) + Na_2SO_4(aq) \rightarrow BaSO_4(s) + 2NaCl(aq)$$

$$II)\ 2Na_3PO_4(aq) + 3CaCl_2(aq) \rightarrow Ca_3(PO_4)_2(s) + 6NaCl(aq)$$

بررسی عبارت‌ها:

الف) در واکنش (I)، نسبت شمار کاتیون به آنیون در Na_2SO_4 برابر ۲ است، اما در واکنش (II) ترکیبی با این نسبت وجود ندارد.

ب) در واکنش (I)، رسوب سفیدرنگ باریم سولفات ($BaSO_4$) و در واکنش (II)، رسوب سفیدرنگ کلسیم فسفات ($Ca_3(PO_4)_2$) تشکیل می‌شود.

پ) در هر دو واکنش، ترکیب دوتایی NaCl تولید می‌شود.

ت)

$$\text{واکنش I} \begin{cases} \text{مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها} = 1+1 = 2 \\ \text{مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها} = 1+2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \text{اختلاف} = 3-2 = 1$$

$$\text{واکنش II} \begin{cases} \text{مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها} = 2+3 = 5 \\ \text{مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها} = 1+6 = 7 \end{cases} \Rightarrow \text{اختلاف} = 7-5 = 2$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۳ اگر در ۴ کیلوگرم از یک محلول که دارای باریم هیدروکسید و سدیم هیدروکسید است، اختلاف غلظت یون‌های سدیم و هیدروکسید برابر ۷۰۰ ppm باشد، غلظت مولی یون باریم در محلول کدام است؟ (چگالی محلول $1/2\ g.mL^{-1}$ و شمار یون‌های سدیم و باریم در محلول یکسان است، $(Na=23, O=16, H=1: g.mol^{-1})$

۱) ۰/۰۳ ۲) ۰/۰۶

۳) ۰/۰۲۵ ۴) ۰/۰۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با توجه به اطلاعات سؤال، مول یون‌های Na^+ و Ba^{2+} در محلول برابر است، هر دو را برابر x در نظر می‌گیریم:

$$\left.\begin{array}{l} Ba(OH)_2 \rightarrow \underset{x\ mol}{Ba^{2+}} + \underset{2x\ mol}{2OH^-} \\ NaOH \rightarrow \underset{x mol}{Na^+} + \underset{x mol}{OH^-} \end{array}\right\} \text{مول کلی } OH^- = 2x + x = 3x\ mol$$

حالا رابطهٔ اختلاف غلظت یون‌های Na^+ و OH^- را برحسب ppm می‌نویسیم تا x به دست آید:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \xrightarrow{\text{جرم مولی} \times \text{مول} = \text{جرم}} \underbrace{\frac{3x \times 17}{4000} \times 10^6}_{OH^-} - \underbrace{\frac{x \times 23}{4000} \times 10^6}_{Na^+} = 700$$

$$\Rightarrow \frac{28x}{4000} \times 10^6 = 700 \Rightarrow x = 0/1$$

پس تعداد مول یون باریم در محلول، ۰/۱ است:

$$\text{حجم محلول} = 4000\ g \times \frac{1\ mL}{1/2\ g} \times \frac{1\ L}{1000\ mL} = \frac{40}{12} = \frac{10}{3}\ L$$

$$\text{غلظت مولی } Ba^{2+} = \frac{\text{مول } Ba^{2+}}{\text{حجم محلول (L)}} = \frac{0/1}{\frac{10}{3}} = 0/03\ mol.L^{-1}$$

کنکور در ۵۰۰ گرم از یک نمونه محلول دارای نمک‌های سدیم سولفید و سدیم فلوئورید، در مجموع ۶ گرم نمک حل شده است. اگر غلظت مولی دو نمک در محلول برابر باشد، غلظت یون سولفید، برابر چند ppm است؟
$(F=19, Na=23, S=32: g.mol^{-1})$

(سؤال ۸۵ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)

۱) ۱۶۰۰ ۲) ۳۲۰۰

۳) ۴۸۰۰ ۴) ۶۴۰۰

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۴ به ۶۰۰ گرم محلول فراسیرشده از نمک A در دمای $50\ ^\circ C$، به مقدار ۱۰ g از نمک A اضافه کرده و در اثر آن ۵۰ گرم نمک A ته‌نشین می‌شود. با حرارت‌دادن محلول باقی‌مانده و تبخیر کامل حلال، مجموع جرم نمک برجای‌مانده به ۲۱۰ گرم می‌رسد. چند کیلوگرم آب باید برای حل‌کردن این مقدار نمک استفاده شود تا محلولی سیرشده در دمای $50\ ^\circ C$ تهیه کرد؟

۱) ۵/۲۵ ۲) ۰/۵۲۵

۳) ۳/۵۰ ۴) ۰/۳۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ باید به کمک اطلاعات داده‌شده، انحلال‌پذیری نمک را در دمای $50\ ^\circ C$ به دست آوریم.

گام اول: محاسبهٔ جرم محلول سیرشده:

$$\text{جرم محلول سیرشده} = \text{جرم محلول فراسیرشده} + \text{جرم نمک اضافه‌شده} - \text{جرم کل نمک ته‌نشین‌شده} = 600 + 10 - 50 = 560\ g$$

گام دوم: محاسبهٔ جرم نمک و آب در محلول سیرشده: با تبخیر آب، جرم نمک بر جای مانده از ۵۰ به ۲۱۰ گرم رسیده است، یعنی در ۵۶۰ گرم از محلول، $210 - 50 = 160$ گرم نمک وجود داشته است:

$$560\ g \text{ محلول سیرشدهٔ } \begin{cases} 160\ g \text{ نمک} \\ 560 - 160 = 400\ g \text{ آب} \end{cases}$$

گام سوم: محاسبهٔ انحلال‌پذیری نمک: انحلال‌پذیری، حداکثر مقدار نمک حل‌شده به ازای ۱۰۰ گرم آب است:

$$100\ g \text{ آب} \times \frac{160\ g \text{ نمک}}{400\ g \text{ آب}} = 40\ g \text{ نمک} \Rightarrow S = 40$$

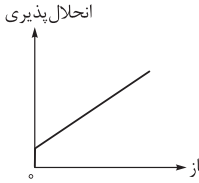
گام چهارم: محاسبهٔ مقدار آب برای حل‌کردن ۲۱۰ گرم نمک:

$$210\ g \text{ نمک} \times \frac{100\ g \text{ آب}}{40\ g \text{ نمک}} \times \frac{1\ kg \text{ آب}}{1000\ g \text{ آب}} = 0/525\ kg \text{ آب}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۵ کدام مورد درست است؟



۱) در بین دو مادهٔ استون و اتانول، ماده‌ای با جرم مولی بیشتر، نقطهٔ جوش بالاتری دارد.

۲) آب با ایجاد پیوند هیدروژنی با NaF، باعث حل‌شدن این ماده در خود می‌شود.

۳) طبق قانون هنری، می‌توان نمودار مقابل را برای گاز O_2 رسم کرد.

۴) اگر گشتاور دوقطبی مولکول A کم‌تر از B باشد، انحلال‌پذیری A در هگزان بیشتر است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

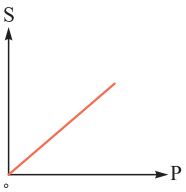
هگزان (C_6H_{14})، مولکولی ناقطبی ($\mu = 0$) است؛ بنابراین هر چه گشتاور دوقطبی مولکولی کم‌تر باشد، بیشتر در هگزان حل می‌شود. (شبیه، شبیه را حل می‌کند.)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): با این که جرم مولی استون (CH_3COCH_3) از اتانول (C_2H_5OH) بیشتر است، اما نقطهٔ جوش استون پایین‌تر است، زیرا اتانول به دلیل پیوند $O-H$، توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را داشته و نقطهٔ جوش بالاتری دارد.

گزینهٔ (۲): نیروی جاذبهٔ بین آب و ترکیب‌های یونی، از نوع یون ـ دوقطبی است و نه پیوند هیدروژنی!

گزینهٔ (۳): با افزایش فشار، انحلال‌پذیری گازها در آب به صورت خطی افزایش می‌یابد، اما دقت کنید که عرض از مبدأ این نمودار برابر صفر است. ($P = 0$، *یعنی مولکول گازی اصلاً وجود ندارد!*)



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

پایه دوازدهم ـ مرحله چهارم ـ ۳ مهر ۱۴۰۵

پایه یازدهم

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان (۱)	کوروش اسلامی ـ فرشاد حسن‌زاده ـ عادل حسینی ـ بابک سادات ـ علی شهرابی ـ مصطفی کرمی محمد گودرزی ـ سروش موئینی ـ حسین نادری ـ محمدسجاد نقیه
هندسه (۲)	امیرحسین ابومحبوب ـ حمید گلزاری
آمار و احتمال	سروش موینی
فیزیک (۲)	علیرضا جباری ـ رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی
شیمی (۲)	مهدی براتی ـ سلیم بهرامی ـ سروش عبادی ـ یاسر عبداللهی ـ محمد قهرمانی‌نژاد ـ امیرحسین مسلمی محمد مرادی ـ محسن مجنونی ـ مرتضی نصیرزاده

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان (۱)	محمدسجاد نقیه	محمدسجاد نقیه	محمدرضا راسخ	علی افضل‌زاده سروش موئینی مازیار احمدی‌ناو	عاطفه خانمحمدی منصور زرکش اصفهانی ابوالفضل ناصری
هندسه (۲)	حمید گلزاری	حمید گلزاری	حمید گلزاری	امیرحسین ابومحبوب سید عباس حسینی	زهرا جالینوسی ماهان فنی‌فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
آمار و احتمال	سعید قندچی	سروش موینی	سروش موینی	عباس حسینی	آرمان علیزاده مریم نظری منصور زرکش اصفهانی ابولفضل ناصری ماهان فنی‌فر
فیزیک (۲)	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	علیرضا جعفری آثار علی محمدی	علیرضا جباری هادی نجفی	مدیا عیدی امیر محمودی‌انزابی ادریس محمدی
شیمی (۲)	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	مرتضی نصیرزاده پارسا فراهانی محمدمهدی کریمیان	عماد ربیعی عرشیا شفیعی علیرضا فرضعلی هادی عبادی

مدیر تألیف آزمون: دکتر فاطمه آقاجانپور

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

حسابان یازدهم

۶۶ مجموع ۲۰ جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی $\ldots, 2, -1$: a_n کدام است؟

۱) ۵۴۵ ۲) ۵۵۰ ۳) ۵۵۵ ۴) ۵۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

دنبالهٔ حسابی و مجموع جملات آن:

- فرض کنید در یک دنبالهٔ حسابی، جملهٔ نخست برابر با a_1 و قدرنسبت دنباله برابر با d باشد.
- برای محاسبهٔ هر جملهٔ دلخواه، فرمول جملهٔ عمومی (جملهٔ nاُم) این دنباله به صورت زیر بیان می‌شود:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

- برای محاسبهٔ مجموع n جملهٔ نخست این دنباله (که با نماد S_n نشان داده می‌شود)، در صورتی که جملهٔ اول و جملهٔ آخر در دسترس باشند، از رابطهٔ زیر استفاده می‌شود:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

- با جای‌گذاری فرمول جملهٔ عمومی (a_n) در رابطهٔ فوق، فرمول دوم برای محاسبهٔ مجموع n جملهٔ اول، صرفاً برحسب جملهٔ اول و قدرنسبت، به دست می‌آید:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

پاسخ خیلی تشریحی

قدرنسبت دنباله برابر $d = 2 - (-1) = 3$ است. حال با استفاده از رابطهٔ مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی داریم:

$$S_{20} = \frac{20}{2}[2(-1) + (20-1)3] = 10(55) = 550$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۷ اگر α و β جواب‌های معادلهٔ $x^۲ - ۴x + ۱ = ۰$ باشند، حاصل $\alpha^۳ + \beta^۳$ کدام است؟

۱) ۵۲ ۲) ۶۶ ۳) ۶۱ ۴) ۴۷

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint عبارت خواسته‌شده را به کمک اتحادها برحسب مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌ها بازنویسی کن!

درس Box

روابط بین ضرایب و جواب‌های معادلهٔ درجه‌دوم:

- فرض کنید معادلهٔ درجه‌دومی به فرم $ax^۲ + bx + c = ۰$ با شرط $\Delta = b^۲ - ۴ac > ۰$ مفروض باشد.
- جواب‌های این معادله با استفاده از روابط زیر تعیین می‌گردند:

$$x_۱ = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{۲a} \quad , \quad x_۲ = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{۲a}$$

- برای محاسبهٔ مستقیم مجموع (S) و حاصل‌ضرب (P) این جواب‌ها، روابط زیر برقرار است:

$$S = x_۱ + x_۲ = -\frac{b}{a} \quad , \quad P = x_۱ x_۲ = \frac{c}{a}$$

- هم‌چنین، قدرمطلق تفاضل جواب‌های معادله از طریق رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$|x_۱ - x_۲| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

نکته **بازنویسی عبارت‌های متقارن برحسب S و P:**

فرض کنید α و β جواب‌های یک معادلهٔ درجه‌دوم باشند؛ در این صورت می‌توان برخی عبارت‌های جبری را برحسب مجموع (S) و حاصل‌ضرب (P) جواب‌ها، ساده‌سازی و بازنویسی کرد.

- مجموع معکوس‌های جواب‌ها:

$$\frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{S}{P}$$

- مجموع مربع‌های جواب‌ها:

$$\alpha^۲ + \beta^۲ = (\alpha + \beta)^۲ - ۲\alpha\beta = S^۲ - ۲P$$

- مجموع مکعب‌های جواب‌ها:

$$\alpha^۳ + \beta^۳ = (\alpha + \beta)^۳ - ۳\alpha\beta(\alpha + \beta) = S^۳ - ۳PS$$

- محاسبهٔ قدرمطلق تفاضل جواب‌ها با استفاده از مقادیر S و P:

$$|\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha - \beta)^۲} = \sqrt{(\alpha + \beta)^۲ - ۴\alpha\beta} = \sqrt{S^۲ - ۴P}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با توجه به روابط بین جواب‌ها و ضرایب در معادلهٔ درجه‌دوم می‌توان نوشت:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = ۴ \quad , \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} = ۱$$

گام دوم: حال با کمک اتحادهای جبری، عبارت خواسته‌شده را بازنویسی می‌کنیم:

$$\alpha^۳ + \beta^۳ = S^۳ - ۳SP = ۴^۳ - ۳(۴)(۱) = ۶۴ - ۱۲ = ۵۲$$

کنکور اگر α و β دو عدد حقیقی و متمایز باشند به طوری که $\alpha^۲ = \alpha + ۳$ و $\beta^۲ = \beta + ۳$ باشد، مقدار $\alpha^۵ + \beta^۵$ کدام است؟

(سؤال ۶ کنکور ریاضی ۱۴۰۵)

۱) ۶۱ ۲) ۶۷ ۳) ۷۳ ۴) ۷۹

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۸ اگر $f(x)=\frac{۳x-۲}{x+۱}$ باشد، حاصل $f^{-۱}(f(۵))+f(f^{-۱}(۲))$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

نکته

ترکیب تابع با وارون خود:

- فرض کنید f یک تابع وارون‌پذیر باشد. در این صورت، ترکیب تابع f و تابع وارون آن $(f^{-۱})$، به شرط رعایت دامنه‌های مربوطه، خروجی معادل با تابع همانی (تطابق ورودی و خروجی) تولید می‌کند.
- به ازای هر x متعلق به دامنهٔ تابع f ، ترکیب زیر برقرار است:

$$(f^{-۱}of)(x)=x$$

- به طور مشابه، به ازای هر x متعلق به دامنهٔ تابع $f^{-۱}$ (که در واقع همان برد تابع f است)، ترکیب زیر برقرار است:

$$(fof^{-۱})(x)=x$$

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به نکته داریم:

$$f^{-۱}(f(۵))+f(f^{-۱}(۲))=۵+۲=۷$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۹ توابع f و g با ضابطه‌های $f(x)=\sqrt{x}$ و $g(x)=\sqrt{5-x}$ مفروض‌اند. دامنهٔ تابع $fo(f-g)$ شامل چند عدد طبیعی است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

تعریف ترکیب دو تابع:

- فرض کنید f و g دو تابع مفروض باشند. ترکیب تابع f با تابع g را با نماد fog نشان می‌دهیم.
- دامنهٔ این تابع جدید (تابع مرکب)، شامل آن دسته از مقادیر x در دامنهٔ تابع g است که مقدار خروجی آن‌ها یعنی $g(x)$، در دامنهٔ تابع f قرار داشته باشد:

$$D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}$$

- ضابطهٔ تابع مرکب fog به ازای هر x متعلق به دامنهٔ آن، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(fog)(x)=f(g(x))$$

اعمال جبری روی توابع:

- فرض کنید f و g دو تابع با دامنه‌های D_f و D_g باشند. عملیات جبری روی این دو تابع براساس ضوابط زیر تعریف می‌گردد:
- **حاصل‌جمع**: تابعی است با نماد $f+g$ که دامنهٔ آن برابر با $D_f\cap D_g$ بوده و ضابطهٔ آن به صورت زیر است:

$$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$$

- **تفاضل**: تابعی است با نماد $f-g$ که دامنهٔ آن برابر با $D_f\cap D_g$ بوده و ضابطهٔ آن به صورت زیر است:

$$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$$

- **حاصل‌ضرب**: تابعی است با نماد $f\times g$ که دامنهٔ آن برابر با $D_f\cap D_g$ بوده و ضابطهٔ آن به صورت زیر است:

$$(f\times g)(x)=f(x)\times g(x)$$

- **تقسیم**: تابعی است با نماد $\frac{f}{g}$ که برای تعیین دامنهٔ آن، علاوه بر اشتراک دامنه‌ها، باید ریشه‌های مخرج حذف شوند $(D_f\cap D_g-\{x\mid g(x)=0\})$، ضابطهٔ آن به شکل زیر است:

$$(\frac{f}{g})(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا دامنهٔ توابع f، g و $f-g$ را مشخص می‌کنیم:

$$D_f=[0,+\infty)\ ,\ D_g=(-\infty,5]\Rightarrow D_{f-g}=D_f\cap D_g=[0,5]\quad (I)$$

گام دوم: حال با کمک تعریف دامنهٔ تابع مرکب داریم:

$$D_{fo(f-g)}=\{x\in D_{f-g}\mid (f-g)(x)\in D_f\}\Rightarrow (f-g)(x)\geq 0\Rightarrow \sqrt{x}-\sqrt{5-x}\geq 0\Rightarrow \sqrt{x}\geq\sqrt{5-x}$$

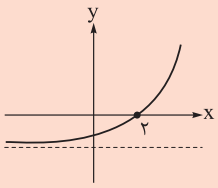
$$\Rightarrow x\geq 5-x\Rightarrow x\geq\frac{5}{2}\quad (II)$$

گام سوم: حال از اشتراک (II) و (I)، دامنهٔ تابع $fo(f-g)$ مشخص می‌شود.

$$I\cap II=[\frac{5}{2},5]\Rightarrow$$ شامل ۳ عدد طبیعی $\{3,4,5\}$ است.

Telegram: @konkur_in

۷۰ نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=a\times ۲^{ax-۱}-a$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f^{-۱}(a)$ کدام است؟



۱) ۶
۲) ۴
۳) ۲
۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

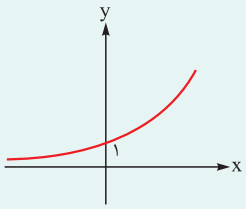
تابع نمایی:

- فرض کنید a یک عدد حقیقی مثبت و مخالف یک باشد $(a>۰, a\neq ۱)$.
- تابعی با دامنهٔ مجموعهٔ اعداد حقیقی $(\mathbb{R})$ و ضابطهٔ زیر را یک تابع نمایی می‌نامند:

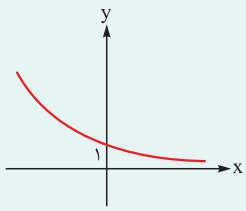
$$f(x)=a^x$$

نمودار تابع نمایی:

- نمودار تابع نمایی $f(x)=a^x$ براساس مقدار پایهٔ a، همواره به یکی از دو صورت زیر است:



$a>۱$



$۰<a<۱$

- **حالت اول $(a>۱)$**: در این نمودار، هر چه مقدار x کوچک و کوچک‌تر می‌شود و به سمت $-\infty$ میل می‌کند، نمودار تابع به محور x نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود، ولی هیچ‌گاه به این محور برخورد نمی‌کند.
- **حالت دوم $(۰<a<۱)$**: در این نمودار، هر چه مقدار x بزرگ و بزرگ‌تر می‌شود و به سمت $+\infty$ میل می‌کند، نمودار تابع به محور x نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود، ولی هیچ‌گاه به این محور برخورد نمی‌کند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: با توجه به شکل، نقطهٔ $(۲,۰)$ روی نمودار تابع f قرار دارد، بنابراین:

$$f(۲)=۰ \Rightarrow a.۲^{۲a-۱}-a=۰ \Rightarrow a(۲^{۲a-۱}-۱)=۰ \xrightarrow{a\neq ۰} ۲^{۲a-۱}-۱=۰ \Rightarrow ۲^{۲a-۱}=۱$$

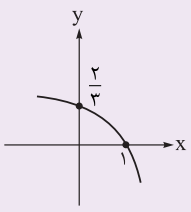
$$\Rightarrow ۲a-۱=۰ \Rightarrow a=\frac{۱}{۲}$$

گام دوم: حال با جای‌گذاری مقدار $a=\frac{۱}{۲}$، ضابطهٔ تابع f را می‌نویسیم و مقدار $f^{-۱}(a)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{۱}{۲}\times ۲^{\frac{۱}{۲}x-۱}-\frac{۱}{۲}$$

$$\xrightarrow{f^{-۱}(\frac{۱}{۲})=t} f(t)=\frac{۱}{۲}\times ۲^{\frac{۱}{۲}t-۱}-\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲^{\frac{۱}{۲}t-۱}=۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}t-۱=۱ \Rightarrow t=۴$$

کنکور شکل زیر نمودار تابع $f(x)=۱+c\times ۳^{a+bx}$ است. مقدار $f(-۱)$ کدام است؟ (سؤال ۱۱۶ کنکور تجربی ۱۴۰۳ ـ نوبت اول)



۱) $\frac{۱۰}{۹}$
۲) $\frac{۸}{۹}$
۳) $\frac{۵}{۳}$
۴) $\frac{۷}{۸}$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۱ کم‌ترین مقدار تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\log_{۲}(۲^{x}+۲^{-x})$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته

مجموع هر عدد با معکوس آن:

- فرض کنید x یک عدد حقیقی و غیرصفر مفروض باشد.
- مجموع هر عدد حقیقی مثبت با معکوس آن، همواره بزرگ‌تر یا مساوی ۲ است. حالت تساوی تنها به ازای $x=۱$ برقرار می‌شود:

$$x>۰ \Rightarrow x+\frac{۱}{x}\geq ۲$$

- مجموع هر عدد حقیقی منفی با معکوس آن، همواره کوچک‌تر یا مساوی -۲ است. حالت تساوی تنها به ازای $x=-۱$ برقرار می‌شود:

$$x<۰ \Rightarrow x+\frac{۱}{x}\leq -۲$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا با توجه به نکته توجه کنید که:

$$۲^{x}+\frac{۱}{۲^{x}}=۲^{x}+۲^{-x}\geq ۲$$

گام دوم: حال به کمک رابطهٔ بالا داریم:

$$\log_{۲}(۲^{x}+۲^{-x})\geq \log_{۲}۲ \Rightarrow f(x)\geq ۱$$

در نتیجه کم‌ترین مقدار تابع f ، برابر ۱ است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۲ اگر $\frac{\pi}{۲} < x < \pi$ و $\cot(\frac{۵\pi}{۲} + x) = \frac{۵}{۱۲}$ باشند، حاصل $\sin(x - \frac{۳\pi}{۲})$ کدام است؟

۱) $-\frac{۱۲}{۱۳}$ ۲) $\frac{۱۲}{۱۳}$ ۳) $-\frac{۵}{۱۳}$ ۴) $\frac{۵}{۱۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

نسبت‌های مثلثاتی همهٔ زاویه‌ها:

- برای محاسبهٔ نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های مختلف برحسب زوایای حاده، مراحل پنج‌گانهٔ زیر به ترتیب اجرا می‌شود.
- ابتدا زاویهٔ مورد نظر به یکی از دو فرم $k\pi \pm \alpha$ (با شرط صحیح‌بودن k) و یا $\frac{k\pi}{۲} \pm \alpha$ (با شرط صحیح و فرد بودن k) تفکیک و بازنویسی می‌گردد.

با فرض حاده‌بودن زاویهٔ α، ناحیه‌ای از دایرهٔ مثلثاتی که انتهای کمان نظیر زاویهٔ اصلی در آن قرار دارد، مشخص می‌شود.

علامت نسبت مثلثاتی (مثبت یا منفی بودن) براساس ناحیهٔ به‌دست‌آمده تعیین و یادداشت می‌گردد.

عبارات $k\pi \pm$ و یا $\frac{k\pi}{۲} \pm$ از درون آرگومان تابع مثلثاتی حذف می‌شوند.

چنان‌چه در مرحلهٔ پیشین عبارت $\frac{k\pi}{۲} \pm$ (مضارب فرد $\frac{\pi}{۲}$) حذف شده باشد، نسبت مثلثاتی با توجه به الگوهای زیر تغییر می‌یابد:

تابع سینوس به تابع کسینوس

تابع کسینوس به تابع سینوس

تابع تانژانت به تابع کتانژانت

تابع کتانژانت به تابع تانژانت

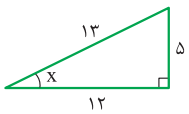
پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا توجه کنید که طبق درس‌باکس داریم:

$$\cot(\frac{۵\pi}{۲} + x) = \frac{۵}{۱۲} \Rightarrow -\tan(x) = \frac{۵}{۱۲} \Rightarrow \tan(x) = -\frac{۵}{۱۲}$$

$$\sin(x - \frac{۳\pi}{۲}) = -\sin(\frac{۳\pi}{۲} - x) = \cos x$$

گام دوم: حال برای محاسبهٔ مقدار خواسته‌شده به کمک مثلث قائم‌الزاویه داریم:



$$\xrightarrow[\cos x < ۰]{\frac{\pi}{۲} < x < \pi} \cos x = -\frac{۱۲}{۱۳}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۳ اگر $x+y=\frac{\pi}{۶}$ باشد، بیشترین مقدار عبارت $A=\frac{\sin^۲ x}{۲}+\cos^۲ y$ کدام است؟

۱) $\frac{۲+\sqrt{۲}}{۴}$

۲) $\frac{۲-\sqrt{۲}}{۴}$

۳) $\frac{۳-\sqrt{۳}}{۴}$

۴) $\frac{۳+\sqrt{۳}}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

نسبت‌های مثلثاتی مجموع و تفاضل دو زاویه:

فرض کنید α و β دو زاویهٔ دلخواه باشند. در این صورت، برای بسط نسبت‌های مثلثاتیِ سینوس و کسینوسِ مجموع و تفاضل این زوایا، روابط زیر همواره برقرار است:

بسط مجموع دو زاویه:

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

بسط تفاضل دو زاویه:

$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا با توجه به شرط داده‌شده، مقدار y را برحسب x نوشته و در عبارت خواسته‌شده جای‌گذاری می‌کنیم:

$$x+y=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow y=\frac{\pi}{۶}-x\Rightarrow A=\frac{\sin^۲ x}{۲}+\cos^۲(\frac{\pi}{۶}-x)$$

گام دوم: به کمک بسط کسینوس تفاضل دو زاویه داریم:

$$\cos^۲(\frac{\pi}{۶}-x)=(\cos\frac{\pi}{۶}\cos x+\sin\frac{\pi}{۶}\sin x)^۲=(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\cos x+\frac{۱}{۲}\sin x)^۲=\frac{۳}{۴}\cos^۲ x+\frac{۱}{۴}\sin^۲ x+\frac{\sqrt{۳}}{۲}\sin x\cos x$$

گام سوم: حال با جای‌گذاری عبارت به‌دست‌آمده و با کمک اتحاد $\sin ۲x=۲\sin x\cos x$ داریم:

$$A=\frac{۱}{۲}\sin^۲ x+\frac{۳}{۴}\cos^۲ x+\frac{۱}{۴}\sin^۲ x+\frac{\sqrt{۳}}{۲}\sin x\cos x\Rightarrow A=\frac{۳}{۴}(\sin^۲ x+\cos^۲ x)+\frac{\sqrt{۳}}{۴}(۲\sin x\cos x)$$

$$\Rightarrow A=\frac{۳}{۴}+\frac{\sqrt{۳}}{۴}\sin ۲x$$

گام چهارم: بیشترین مقدار عبارت A برابر است با:

$$-۱\le\sin ۲x\le ۱\Rightarrow -\frac{\sqrt{۳}}{۴}\le\frac{\sqrt{۳}}{۴}\sin ۲x\le\frac{\sqrt{۳}}{۴}\Rightarrow\frac{۳-\sqrt{۳}}{۴}\le\frac{۳}{۴}+\frac{\sqrt{۳}}{۴}\sin ۲x\le\frac{۳+\sqrt{۳}}{۴}$$

$$\Rightarrow \max\{A\}=\frac{۳+\sqrt{۳}}{۴}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۴ حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2}\sin x - \cos(x-\frac{\pi}{4})}{\sin x - \cos x}$ کدام است؟

۱) $-\sqrt{2}$ ۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۴) $\sqrt{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

حالت مبهم $\frac{0}{0}$ و رفع ابهام آن:

فرض کنید تابع‌های f و g در نقطهٔ $x=a$ دارای حد باشند و حد تابع مخرج (g) در این نقطه برابر با صفر نباشد؛ در این شرایط، حد حاصل تقسیم این توابع برابر با حاصل تقسیم حدهای آن‌ها است:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$$

- چنان‌چه حد هر دو تابع f و g در نقطهٔ $x=a$ برابر با صفر باشد (و این توابع در اطراف نقطهٔ a، تابع ثابت صفر نباشند)، محاسبهٔ حد به شیوهٔ پیشین امکان‌پذیر نیست.
- این وضعیت، «حالت مبهم $\frac{0}{0}$» نامیده می‌شود و در این حالت ممکن است حد وجود داشته باشد یا نداشته باشد.
- یافتن تابعی معادل با $\frac{f}{g}$ در همسایگی نقطهٔ $x=a$ که حد آن در این نقطه قابل محاسبه باشد را فرایند «رفع ابهام حالت مبهم $\frac{0}{0}$» می‌گویند.

ابهام در تابع‌های گویا:

- برای رفع ابهام $\frac{0}{0}$ در توابع گویا، از روش تجزیه برای حذف عامل صفرکننده (یعنی عبارت $x-a$) استفاده می‌شود.
- اگر $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$ باشد، در نتیجه $f(a)=g(a)=0$ خواهد بود.
- بر این اساس، چند جمله‌ای‌های $f(x)$ و $g(x)$ دارای عامل مشترک $(x-a)$ هستند و می‌توان آن‌ها را به فرم $f(x)=(x-a)F(x)$ و $g(x)=(x-a)G(x)$ بازنویسی کرد.
- در نهایت، محاسبهٔ حد با ساده‌سازی و حذف عامل صفرکننده از صورت و مخرج به صورت زیر انجام می‌پذیرد:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{(x-a)F(x)}{(x-a)G(x)}=\lim_{x\to a}\frac{F(x)}{G(x)}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

وقتی $x\to\frac{\pi}{4}$، حاصل حد صورت و مخرج برابر صفر است. برای رفع ابهام با کمک اتحادهای مثلثاتی داریم:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\sqrt{2}\sin x-(\cos x\cos\frac{\pi}{4}+\sin x\sin\frac{\pi}{4})}{\sin x-\cos x}=\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\sqrt{2}\sin x-(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x)}{\sin x-\cos x}=\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x}{\sin x-\cos x}$$

$$=\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x-\cos x)}{\sin x-\cos x}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۵ اگر $f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & ; x\neq 0\\ a & ; x=0\end{cases}$ در $x=0$ پیوسته باشد، مقدار a کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

پیوستگی در نقطه:

- تابع f در نقطهٔ $x=a$، به شرطی پیوسته نامیده می‌شود که تساوی حد تابع در آن نقطه با مقدار تابع در همان نقطه برقرار باشد:

$$\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$$

شروط لازم برای پیوستگی در نقطه:

- با استناد به تعریف پیوستگی، تابع f در نقطهٔ $x=a$ پیوسته است اگر و تنها اگر هر سه شرط زیر به طور هم‌زمان برقرار باشند:

۱) تابع f در نقطهٔ $x=a$ تعریف‌شده باشد (نقطهٔ a متعلق به دامنهٔ تابع باشد).

۲) تابع f در نقطهٔ $x=a$ دارای حد متناهی باشد.

۳) مقدار حد تابع در نقطهٔ $x=a$، دقیقاً با مقدار تابع در آن نقطه، یعنی $f(a)$ برابر باشد.

- در صورت نقض هر یک از شروط سه‌گانهٔ فوق، تابع f در نقطهٔ $x=a$ ناپیوسته خواهد بود.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به تعریف پیوستگی در نقطه باید:

$$\lim_{x\to 0} f(x)=f(0)$$

گام دوم: با توجه به ضابطهٔ تابع f می‌توان نوشت:

$$\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}\times\frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}+1}=\lim_{x\to 0}\frac{(x+1)-1}{x(\sqrt{x+1}+1)}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{x(\sqrt{x+1}+1)}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+1}+1}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(0)=\frac{1}{2}\Rightarrow a=\frac{1}{2}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

هندسه یازدهم

۷۶ **شعاع دایرهٔ محاطی داخلی مثلث قائم‌الزاویه‌ای که طول دو ضلع بزرگ‌تر آن ۱۲ و ۱۳ است، کدام است؟**

۱) ۲/۵
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۳/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

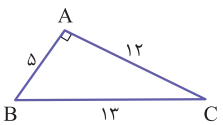
درس Box اگر مساحت و محیط یک چندضلعی محیطی به ترتیب S و ۲P باشد، شعاع دایرهٔ محاطی آن برابر است با $r = \frac{S}{P}$.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طول ضلع کوچک‌تر این مثلث، بنا به قضیهٔ فیثاغورس می‌شود:

$$\sqrt{۱۳^۲ - ۱۲^۲} = ۵$$

گام دوم: محیط این مثلث، برابر است با:



$$۲P = ۵ + ۱۲ + ۱۳ = ۳۰$$

و مساحت آن برابر است با:

$$S = \frac{۵ \times ۱۲}{۲} = ۳۰$$

گام سوم: پس شعاع دایرهٔ محاطی داخلی آن می‌شود:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{۳۰}{۱۵} = ۲$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۷ طول مماس‌مشترک داخلی و خارجی دو دایرهٔ متخارج به ترتیب ۱۲ و $۶\sqrt{۶}$ است. اگر طول خط‌المرکزین دو دایره برابر ۱۵ باشد، نسبت اندازهٔ شعاع‌های دو دایره کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۳}{۴}$

۴) $\frac{۴}{۵}$

مشاوره این سؤال از مبحث مماس‌مشترک دو دایره و مشابه تمرین ۵ صفحهٔ ۲۳ کتاب درسی هندسه (۲) طراحی شده است. فرمول‌های طول مماس‌مشترک داخلی و خارجی دو دایره از روابط پرکاربرد در کنکور هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

دو دایرهٔ $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ با طول خط‌المرکزین $OO'=d$ را در نظر بگیرید. طول مماس‌مشترک داخلی و خارجی دو دایره در صورت وجود از روابط زیر به دست می‌آید:

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{d^۲-(R+R')^۲}$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^۲-(R-R')^۲}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: فرض کنید شعاع‌های دو دایره برابر R و R' باشند $(R>R')$. در این صورت با توجه به فرمول‌های طول مماس‌مشترک داخلی و خارجی دو دایره می‌توان نوشت:

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{d^۲-(R+R')^۲} \Rightarrow ۱۲=\sqrt{۱۵^۲-(R+R')^۲} \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۱۴۴=۲۲۵-(R+R')^۲$$

$$\Rightarrow (R+R')^۲=۸۱ \Rightarrow R+R'=۹$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^۲-(R-R')^۲} \Rightarrow ۶\sqrt{۶}=\sqrt{۱۵^۲-(R-R')^۲} \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۲۱۶=۲۲۵-(R-R')^۲$$

$$\Rightarrow (R-R')^۲=۹ \Rightarrow R-R'=۳$$

گام دوم: با توجه به نتایج گام اول و با حل دستگاه دو معادله و دو مجهول داریم:

$$\begin{cases} R+R'=۹ \\ R-R'=۳ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R=۶ \\ R'=۳ \end{cases} \Rightarrow \frac{R'}{R}=\frac{۳}{۶}=\frac{۱}{۲}$$

کتاب درسی

طول شعاع‌های دو دایرهٔ متخارج را به دست آورید که طول مماس‌مشترک خارجی آن‌ها مساوی $۳\sqrt{۷}$ و طول مماس‌مشترک داخلی آن‌ها $\sqrt{۱۵}$ و طول خط‌المرکزین آن‌ها مساوی ۸ واحد است.

(هندسه (۲) ـ تمرین ۵ صفحهٔ ۲۳ کتاب درسی)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

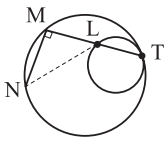
۷۸ **مطابق شکل، دو دایرهٔ مماس‌داخل که شعاع یکی دو برابر دیگری است، رسم شده‌اند. اگر طول TL، ۱/۵ برابر شعاع دایرهٔ کوچک‌تر باشد، طول LN چند برابر شعاع دایرهٔ کوچک است؟**

۱) ۲/۵

۲) $\sqrt{۸/۷۵}$

۳) ۲/۷۵

۴) $\sqrt{۹/۲۵}$



مشاوره سؤال ترکیبی از «قضیهٔ فیثاغورس»، «تالس» و «دایره» که با ایده‌گرفتن از سؤال‌های کنکورهای قبل طرح شده است. سؤال بسیار مهمی است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

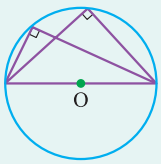
Hint

نقطهٔ تقاطع وتر MT با دایرهٔ کوچک، وسط MT است.

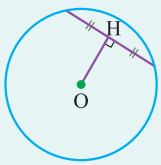
درس Box

۱) اگر دو دایرهٔ مماس‌داخل داشته باشیم که شعاع یکی نصف دیگری باشد، دایرهٔ کوچک از مرکز دایرهٔ بزرگ می‌گذرد.

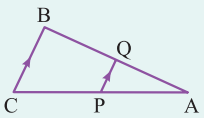
۲) زاویهٔ محاطی روبه‌روی قطر، در هر دایره، قائمه است.



۳) اگر از مرکز هر دایره به یک وتر آن عمود کنیم، پای عمود، وتر را نصف می‌کند.



۴) **قضیهٔ تالس**: در شکل رسم‌شده که PQ با BC موازی است، داریم:

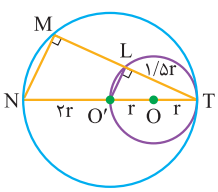


$$\frac{AP}{AC}=\frac{PQ}{BC}=\frac{AQ}{AB}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول (تحلیل سؤال): چون شعاع دایرهٔ بزرگ، دو برابر شعاع دایرهٔ کوچک است؛ بنابراین دایرهٔ کوچک، از مرکز دایرهٔ بزرگ می‌گذرد.

گام دوم (افزودن پاره‌خط مناسب به شکل): اگر از O' (مرکز دایرهٔ بزرگ‌تر) به L وصل کنیم، زاویهٔ TLO' در دایرهٔ کوچک‌تر، زاویهٔ محاطی روبه‌روی قطر است؛ پس $T\hat{L}O'=۹۰^\circ$.



گام سوم (محاسبهٔ طول LO' برحسب r): در مثلث قائم‌الزاویهٔ LTO' داریم:

$$LO'=\sqrt{O'T^۲-LT^۲}=\sqrt{۴r^۲-\frac{۹}{۴}r^۲}=\frac{\sqrt{۷}}{۲}r$$

گام چهارم (محاسبهٔ MN برحسب r): با استفاده از قضیهٔ تالس در مثلث قائم‌الزاویهٔ MNT داریم:

$$MN\|LO'\Rightarrow\frac{LT}{MT}=\frac{LO'}{MN}=\frac{TO'}{TN}=\frac{۲r}{۴r}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{LO'}{MN}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}MN=۲LO'=\sqrt{۷}r\\MT=۲LT\Rightarrow ML=LT=۱/۵r=\frac{۳}{۲}r\end{cases}$$

گام پنجم: در نهایت بنا به قضیهٔ فیثاغورس در مثلث LMN داریم:

$$NL=\sqrt{MN^۲+ML^۲}=\sqrt{۷r^۲+\frac{۹}{۴}r^۲}=\sqrt{\frac{۳۷}{۴}}r=\sqrt{۹/۲۵}\,r$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۹ **اگر پاره‌خط $A'B'$ دوران‌یافتهٔ پاره‌خط AB به مرکز نقطه‌ای غیرواقع بر AB (و یا امتداد آن) باشد، مرکز دوران کدام است؟ (A' و B' به ترتیب دوران‌یافتهٔ A و B هستند.)**

۱) محل تلاقی پاره‌خط‌های AB و $A'B'$

۲) محل تلاقی پاره‌خط‌های AA' و BB'

۳) محل تلاقی عمودمنصف‌های AB و $A'B'$

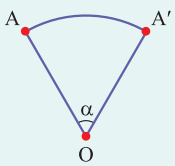
۴) محل تلاقی عمودمنصف‌های AA' و BB'

مشاوره این سؤال براساس تمرین ۳ صفحهٔ ۴۲ کتاب درسی هندسه (۲) طراحی شده است که هدف آن، روش یافتن مرکز دوران در صورتی است که یک شکل و تصویر آن تحت دوران را در اختیار داشته باشیم.

پاسخ: گزینهٔ ۴

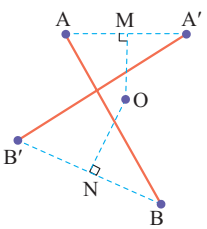
Hint هر نقطه و تصویر آن تحت دوران، از مرکز دوران به یک فاصله قرار دارند.

درس Box **دوران**: دوران به مرکز O و زاویهٔ α تبدیلی است که در آن نقطهٔ A بر نقطهٔ A' تصویر می‌شود به طوری که: $A\hat{O}A' = \alpha$ و $OA = OA'$ با توجه به تعریف فوق، بدیهی است نقطهٔ O (مرکز دوران) روی عمودمنصف پاره‌خط AA' قرار دارد.



پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: فرض کنید نقطهٔ O مرکز دوران باشد. اگر A' و B' به ترتیب تصاویر نقاط A و B تحت این دوران باشند، آن‌گاه طبق تعریف دوران، $OA = OA'$ و $OB = OB'$ است، یعنی A و A' از O به یک فاصله و به طور مشابه B و B' از O به فاصلهٔ برابر هستند.

گام دوم: می‌دانیم هر نقطه که از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف آن پاره‌خط قرار دارد؛ بنابراین با توجه به توضیحات گام اول، O روی عمودمنصف پاره‌خط AA' و به طور مشابه روی عمودمنصف پاره‌خط BB' قرار دارد. به عبارت دیگر نقطهٔ O (مرکز دوران) محل تلاقی عمودمنصف‌های دو پاره‌خط AA' و BB' است.



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۰ در تجانس به مرکز O و نسبت $-\frac{۱}{۲}$، نقطهٔ A روی نقطهٔ A' تصویر شده است. نسبت تجانسی به مرکز A' که O را روی وسط AA' تصویر می‌کند، کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint کافی است پاره‌خط‌های OA و OA' را با دقت به معکوس‌بودن تجانس رسم کنید.

درس Box **تجانس:** اگر O نقطه‌ای ثابت در صفحه و $k \neq ۰$ عددی حقیقی باشد، نقطهٔ M' را مجانس نقطهٔ M در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس k گوییم، هرگاه سه شرط زیر برقرار باشد:

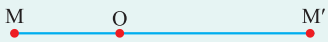
الف) سه نقطهٔ M، O و M' روی یک خط راست باشند.

ب) $OM' = |k|\,OM$

پ) اگر k مثبت باشد، M و M' در یک طرف نقطهٔ O قرار دارند.

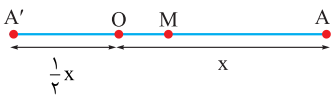


اگر k منفی باشد، M و M' در دو طرف نقطهٔ O قرار دارند.



نکته اگر $k > ۰$، تجانس را مستقیم و در صورتی که $k < ۰$، تجانس را معکوس می‌نامند.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** فرض کنید، طول پاره‌خط OA برابر x باشد. مجانس نقطهٔ A به مرکز O و نسبت $-\frac{۱}{۲}$ را A' می‌نامیم. مطابق شکل $OA' = \frac{۱}{۲}x$ است:



گام دوم: M وسط پاره‌خط AA' است؛ بنابراین داریم:

$$AM = A'M = \frac{AA'}{۲} = \frac{x + \frac{۱}{۲}x}{۲} = \frac{۳}{۴}x$$

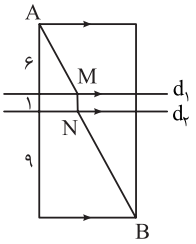
گام سوم: دو نقطهٔ O و M در یک طرف نقطهٔ A' قرار دارند، پس تجانس مستقیم بوده و نسبت تجانس مورد نظر، برابر است با:

$$k = \frac{A'M}{A'O} = \frac{\frac{۳}{۴}x}{\frac{۱}{۲}x} = \frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۱ در شکل زیر، A و B دو رأس از مستطیلی هستند که طول آن دو برابر عرض آن است. در حرکت از A به B می‌خواهیم مسیر بین دو خط موازی d_1 و d_2، عمود بر این دو خط باشد. اگر AMNB کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد، طول AM کدام است؟



۱) ۶/۸

۲) ۶/۷

۳) ۶/۶

۴) ۶/۵

مشاوره این سؤال مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۵۳ کتاب درسی هندسه (۲) طرح شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint برای پیداکردن کوتاه‌ترین مسیر، کافی است نقطهٔ A یا B را به اندازهٔ فاصلهٔ دو خط d_1 و d_2 در جهت عمود بر آن‌ها انتقال دهید.

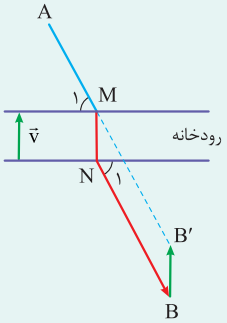
درس Box

مسئلهٔ احداث پل:

دو شهر A و B در دو طرف رودخانه‌ای واقع هستند و می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم، به طوری که پل MN عمود بر راستای رودخانه باشد. برای این‌که مسیر AMNB کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد، کافی است نقطهٔ B را با بردار $\vec{v}$ (به اندازهٔ عرض رودخانه) به سمت بالا انتقال دهیم تا نقطهٔ B' حاصل شود. محل برخورد AB' با ساحل بالای رودخانه را M می‌نامیم و سپس از نقطهٔ M، پل MN را عمود بر راستای رودخانه می‌سازیم. در این صورت به دلیل آن‌که چهارضلعی $MNBB'$ متوازی‌الاضلاع است، پس $MN = BB'$ است و داریم:

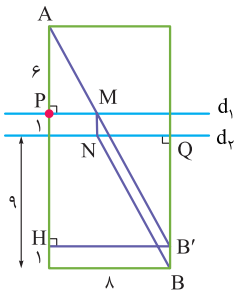
$$\text{طول مسیر AMNB} = AM + MN + NB = AM + MB' + BB' = AB' + BB'$$

نکته در شکل مقابل، داریم $\hat{M}_1 = \hat{N}_1$:



پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: طول مستطیل، برابر ۱۶ است و چون طول مستطیل، دو برابر عرض آن است، پس عرض مستطیل برابر ۸ است.



گام دوم: نقطهٔ B را با برداری به طول ۱ واحد و در راستای عمودی به طرف بالا انتقال می‌دهیم تا نقطهٔ B' به دست آید و B' را به A وصل می‌کنیم. محل برخورد AB' با خط d_1 را M می‌نامیم و از M، عمود MN را بر d_2 وارد می‌کنیم، مسیر AMNB کوتاه‌ترین مسیر ممکن است.

گام سوم: طول AH برابر ۱۵ و طول $B'H$ برابر ۸ است. طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث AHB' داریم:

$$AB'^2 = AH^2 + B'H^2 = ۱۵^2 + ۸^2 = ۲۸۹ \Rightarrow AB' = ۱۷$$

گام چهارم: طبق توضیحات ارائه‌شده در درس‌باکس، داریم $\hat{AMP} = \hat{BNQ}$، پس دو مثلث APM و BQN، بنا به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند و داریم:

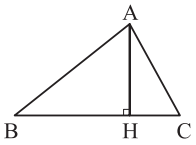
$$\frac{AM}{BN} = \frac{AP}{BQ} \Rightarrow \frac{AM}{BN} = \frac{۶}{۹} = \frac{۲}{۳} \xrightarrow[AM+BN=AB']{AM+BN=۱۷} \frac{AM}{۱۷ - AM} = \frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow ۳AM = ۳۴ - ۲AM \Rightarrow ۵AM = ۳۴ \Rightarrow AM = \frac{۳۴}{۵} = ۶/۸$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۲ در شکل زیر، اگر $B\hat{A}C = ۲\hat{B}$ و $AC = \frac{\sqrt{۱۰}}{۲}BC$، آن‌گاه طول AH، چند برابر طول AB است؟



۱) $\frac{\sqrt{۶}}{۴}$
۲) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۵}$
۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$
۴) $\frac{\sqrt{۵}}{۴}$

مشاوره بسیاری از مباحث فصل سوم هندسه (۲)، قابلیت ترکیب‌شدن با مبحث مثلثات را دارند. در این‌جا، با ترکیبی از قضیهٔ سینوس‌ها و روابط مثلثاتی ۲x مواجهیم، یادتان باشد که سؤال‌های ترکیبی، سؤال‌های مهمی هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint از $\hat{A} = ۲\hat{B}$ نتیجه می‌گیریم $\sin\hat{A} = ۲\sin\hat{B}\cos\hat{B}$.

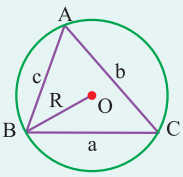
درس Box

۱) **یادآوری دو اتحاد مثلثاتی:**

$$\begin{cases}\sin^۲\alpha + \cos^۲\alpha = ۱\\ \sin ۲\alpha = ۲\sin\alpha\cos\alpha\end{cases}$$

۲) **قضیهٔ سینوس‌ها**

در مثلث ABC رابطهٔ زیر برقرار است. در این رابطه که به قضیهٔ سینوس‌ها معروف است، R شعاع دایرهٔ محیطی مثلث ABC است.



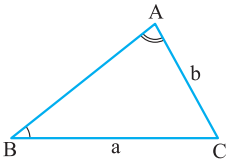
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = ۲R$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول (نوشتن رابطهٔ مثلثاتی زوایا): طبق آن‌چه در مثلثات آموختیم داریم:

$$\hat{A} = ۲\hat{B} \Rightarrow \sin\hat{A} = \sin ۲\hat{B} \Rightarrow \sin\hat{A} = ۲\sin\hat{B}\cos\hat{B} \Rightarrow \cos\hat{B} = \frac{\sin\hat{A}}{۲\sin\hat{B}} \quad (I)$$

گام دوم (نوشتن قضیهٔ سینوس‌ها): از طرفی طبق قضیهٔ سینوس‌ها در مثلث داریم:

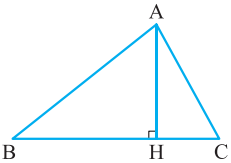


$$\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} \Rightarrow \frac{\sin\hat{A}}{\sin\hat{B}} = \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{۱۰}}{۲} \quad (II)$$

گام سوم (محاسبهٔ $\cos\hat{B}$): رابطهٔ (II) را در رابطهٔ (I) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\cos\hat{B} = \frac{۱}{۲}\left(\frac{\sqrt{۱۰}}{۲}\right) = \frac{\sqrt{۱۰}}{۴} \quad (III)$$

گام چهارم: با توجه به شکل، در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABH، داریم $\frac{AH}{AB} = \sin\hat{B}$، پس:



$$\sin\hat{B} = \sqrt{۱-\cos^۲\hat{B}} \xrightarrow{(III)} \sin\hat{B} = \sqrt{۱-\frac{۱۰}{۱۶}} = \sqrt{\frac{۶}{۱۶}} = \frac{\sqrt{۶}}{۴}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۳ نسبت طول اضلاع یک متوازی‌الاضلاع با زاویهٔ 135° برابر با $\sqrt{2}$ است. نسبت طول قطر بزرگ این متوازی‌الاضلاع به طول قطر کوچک آن کدام است؟

۱) $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ۲) ۲

۳) $\frac{5}{2}$ ۴) $\sqrt{5}$

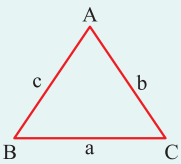
پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint به کمک قضیهٔ کسینوس‌ها، طول قطرهای متوازی‌الاضلاع را برحسب ضلع‌های آن به دست آورید.

درس Box

قضیهٔ کسینوس‌ها

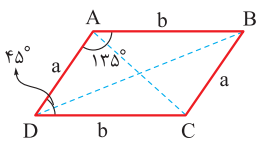
در هر مثلث، مربع اندازهٔ هر ضلع برابر است با مجموع مربع‌های اندازه‌های دو ضلع دیگر منهای دو برابر حاصل‌ضرب اندازهٔ دو ضلع در کسینوس زاویهٔ بین آن‌ها:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\times\cos\hat{A}$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\times\cos\hat{B}$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\times\cos\hat{C}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: مطابق شکل، طول اضلاع متوازی‌الاضلاع را a و b در نظر گرفته، طول قطر کوچک را با استفادهٔ از قضیهٔ کسینوس‌ها برحسب a به دست می‌آوریم: (توجه کنید که اگر زاویهٔ بزرگ‌تر متوازی‌الاضلاع 135° باشد، زاویهٔ کوچک آن 45° در مثلث ACD است):



$$\overset{\Delta}{ACD}: AC^2 = a^2 + b^2 - 2ab\times\cos 45^\circ \Rightarrow AC^2 = a^2 + b^2 - \sqrt{2}ab$$
$$\xrightarrow{b=\sqrt{2}a} AC^2 = a^2 + 2a^2 - 2a^2 \Rightarrow AC = a$$

گام دوم: با استفاده از قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث ABD، طول قطر بزرگ را برحسب a به دست می‌آوریم:

$$\overset{\Delta}{ABD}: BD^2 = a^2 + b^2 - 2ab\times\cos 135^\circ \Rightarrow BD^2 = a^2 + b^2 + \sqrt{2}ab \xrightarrow{b=\sqrt{2}a} BD^2 = a^2 + 2a^2 + 2a^2 = 5a^2$$
$$\Rightarrow BD = \sqrt{5}a$$

گام سوم: خواستهٔ سوال، برابر است با:

$$\frac{BD}{AC} = \frac{\sqrt{5}a}{a} = \sqrt{5}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۴ در مثلث ABC به اضلاع $AB = AC = ۶$ و $BC = ۴\sqrt{۲}$، نقطهٔ M وسط ضلع AC است و نیمسازهای دو زاویهٔ AMB و BMC به ترتیب AB و BC را در نقاط E و D قطع می‌کنند. مساحت مثلث ABC، چند برابر مساحت مثلث BDE است؟

۱) ۲/۵۶

۲) ۲/۵

۳) ۲/۲۵

۴) ۲/۴

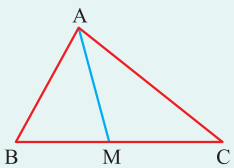
مشاوره این سؤال براساس تمرین ۱ صفحهٔ ۷۰ کتاب درسی هندسه (۲) و مشابه سؤال ۳۰ از کنکور ریاضی۱۴۰۳ نوبت دوم طراحی شده است. در واقع این سؤال ترکیبی از دو مبحث قضیهٔ میانه‌ها و قضیهٔ نیمسازهای زوایای داخلی مثلث است.

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint مطابق تمرین کتاب درسی، پاره‌خط DE با AC موازی است.

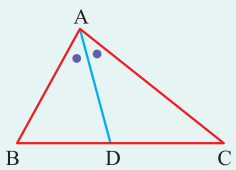
درس Box

۱) اگر AM میانهٔ نظیر ضلع BC در مثلث ABC باشد، آن‌گاه طبق قضیهٔ میانه‌ها داریم:



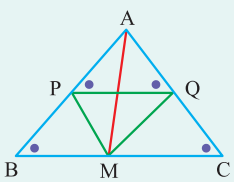
$$AB^۲ + AC^۲ = ۲AM^۲ + \frac{BC^۲}{۲}$$

۲) در شکل زیر، AD نیمساز زاویهٔ داخلی A است، داریم:



$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$$

۳) در شکل زیر، اگر AM میانهٔ نظیر ضلع BC و پاره‌خط‌های MP و MQ به ترتیب نیمسازهای زوایای AMB و AMC باشند، آن‌گاه $PQ \parallel BC$، پس بنا به قضیهٔ موازی ـ مورب $A\hat{Q}P = \hat{C}$ و $A\hat{P}Q = \hat{B}$.

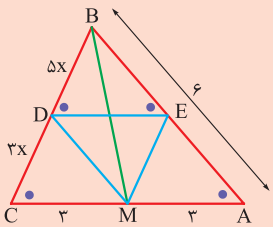


۴) اگر دو زاویه از یک مثلث، با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشد، آن دو مثلث متشابه‌اند.

۵) نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، برابر است با مجذور نسبت تشابه آن‌ها.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: طبق قضیهٔ میانه‌ها در مثلث ABC داریم:



$$AB^۲ + BC^۲ = ۲BM^۲ + \frac{AC^۲}{۲} \Rightarrow ۶^۲ + (۴\sqrt{۲})^۲ = ۲BM^۲ + \frac{۶^۲}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲BM^۲ = ۵۰ \Rightarrow BM^۲ = ۲۵ \Rightarrow BM = ۵$$

گام دوم: با توجه به قضیهٔ نیمسازها در مثلث BMC داریم:

$$\frac{BD}{CD} = \frac{BM}{CM} = \frac{۵}{۳} \Rightarrow \begin{cases} BD = ۵x \\ CD = ۳x \end{cases}$$

گام سوم: طبق مورد (۳) درس‌باکس، $DE \parallel AC$، پس:

$$\overset{\Delta}{BDE} \sim \overset{\Delta}{ABC} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{BDE}} = (\frac{BC}{BD})^۲ = (\frac{۸x}{۵x})^۲ = \frac{۶۴}{۲۵} = ۲/۵۶$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

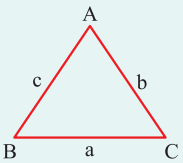
۸۵ مساحت دایرهٔ محیطی هشت‌ضلعی منتظمی به مساحت ۱۰، چند برابر π است؟

۱) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ۲) $5\sqrt{2}$ ۳) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

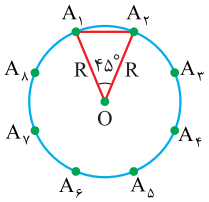
Hint هشت‌ضلعی منتظم را به ۸ مثلث هم‌نهشت تقسیم کنید.

درس Box مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل‌ضرب اندازه‌های دو ضلع مثلث در سینوس زاویهٔ بین آن‌ها.



$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}ab\times\sin\hat{C} = \frac{1}{2}ac\times\sin\hat{B} = \frac{1}{2}bc\times\sin\hat{A}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: اگر از مرکز دایرهٔ محیطی این هشت‌ضلعی منتظم به رئوس آن وصل کنیم، هشت مثلث هم‌نهشت و در نتیجه هم‌مساحت پدید می‌آید:



$$\hat{O} = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

گام دوم: مساحت هر یک از این هشت مثلث برابر است با $\frac{5}{4} = \frac{10}{8}$، از طرفی:

$$S_{\Delta OA_1A_2} = \frac{1}{2}OA_1\times OA_2\times\sin 45^\circ = \frac{1}{2}\times R\times R\times\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}R^2$$

گام سوم: با توجه به گام دوم، باید:

$$\frac{\sqrt{2}}{4}R^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow R^2 = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

پس مساحت دایرهٔ محیطی، برابر است با:

$$S = \pi R^2 = \frac{5\sqrt{2}}{2}\pi$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

آمار و احتمال

۸۶ در پرتاب دو تاس، با کدام احتمال حداقل یکی از اعداد روشده مضرب ۳ و مجموع آن‌ها مضرب ۴ است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۵}{۳۶}$ ۳) $\frac{۷}{۳۶}$ ۴) $\frac{۲}{۹}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

احتمال پیشامد A از فضای نمونه‌ای یکنواخت S برابر است با:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$$

مجموع ارقام ۲ تاس از ۲ تا ۱۲ می‌تواند باشد و برای هر مجموع، حالت‌های مختلف داریم:

مجموع دو تاس	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد حالات	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: مجموع‌های ۴، ۸ و ۱۲ را می‌خواهیم و باید حداقل یکی از اعداد رو شده مضرب ۳ باشد.

گام دوم: در مجموع ۴، حالت‌های (۱,۳) و (۳,۱)، در مجموع ۸، حالت‌های (۲,۶) و (۶,۲) و (۳,۵) و (۵,۳) و در مجموع ۱۲ حالت (۶,۶) مورد نظر ما است (روی هم ۷تا).

گام سوم: پس احتمال می‌شود:

$$\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۷}{۳۶}$$

کنکور

دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال عدد ظاهرشدهٔ یکی از تاس‌ها، اول بوده و مجموع آن‌ها حداقل ۶ است؟

(سؤال ۲۳ کنکور ۱۴۰۳ ـ نوبت اول)

۱) $\frac{۲}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۹}$ ۳) $\frac{۱۱}{۱۸}$ ۴) $\frac{۱۳}{۱۸}$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۷ می‌خواهیم ۷ کتاب که دوتای آن‌ها ریاضی و فیزیک هستند را روی هم قرار دهیم. در چند حالت بین ریاضی و فیزیک حداکثر ۲ کتاب قرار دارد و کتاب ریاضی بالاتر از فیزیک است؟

۱) ۷۲۰ ۲) ۱۲۰۰ ۳) ۱۴۴۰ ۴) ۱۸۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

جایگشت: برای کنار هم قرارگرفتن n شیء متمایز، $n!$ حالت داریم.

۱) اگر kتا از اشیاء کنار هم باشند، آن‌ها را در دسته می‌گذاریم:

$$\underbrace{\text{k تا}}_{\text{تا } n-k}\ ,\circ,\circ,\circ,\dots,\circ$$

تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$(n-k+1)!\underbrace{k!}_{\text{توی دسته}}$$

۲) اگر گروه‌های nتایی و $n+1$ تایی یک‌درمیان باشند:

$$n!(n+1)!$$

۳) اگر دو گروه nتایی یک‌درمیان باشند:

$$2\times n!n!$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: بین ریاضی و فیزیک باید ۰، ۱ یا ۲ کتاب باشد:

ف ر ××××× یا ف × ر ×××× یا ف ×× ر ×××

گام دوم: باید کتاب‌های بین «ر» و «ف» را انتخاب کنیم، درون دسته را مرتب کنیم (*ریاضی قبل از فیزیک باشه*) و دسته را کنار بقیه قرار دهیم:

الف) ف | ر ××××× $\Rightarrow \binom{5}{0}\times 6! = 720$

ب) ف | × | ر ×××× $\Rightarrow \binom{5}{1}\times 1\times 5! = 600$

ج) ف | ×× | ر ××× $\Rightarrow \binom{5}{2}\times 2!\times 4! = 480$

گام سوم: طبق اصل جمع، روی هم ۱۸۰۰ حالت داریم.

کنکور

رضا می‌خواهد کتاب ریاضی و ۵ کتاب درسی دیگرش را روی هم بچیند. در چند حالت مختلف هنگام چیدن کتاب‌ها، کتاب‌های بیشتری بالای کتاب ریاضی قرار می‌گیرد؟ (سؤال ۲۱ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ ـ نوبت دوم)

۱) ۳۶۰ ۲) ۳۰۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۲۰۰

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۸ چندتا از جملات زیر درست است؟

الف) رتبهٔ کنکور و نمرهٔ امتحان نهایی، یک نوع متغیر هستند.

ب) در نمونه‌گیری طبقه‌ای، تعداد انتخاب از هر طبقه با هم برابر است.

پ) در نمونه‌گیری سیستماتیک (سامانمند) شانس انتخاب به عنوان اولین عضو نمونه، بیشتر از بقیه است.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

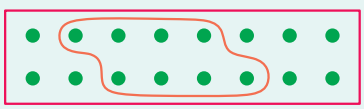
پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

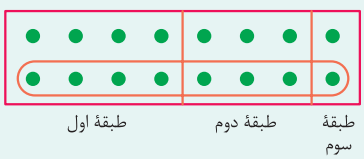
روش‌های نمونه‌گیری احتمالی:

کمی	گسسته: قابل شمارش، بین هر دو مقدارش را ممکن است نپذیرد.	تعداد، نمرهٔ نهایی، درصد کنکور
	پیوسته: قابل اندازه‌گیری، بین هر دو مقدارش باید هر عددی را بپذیرد.	طول، جرم، زمان، شدت جریان و مصرف بنزین
کیفی	اسمی: فقط نوع یا حالت آن معلوم می‌شود.	رنگ، گروه خون و نوع شغل
	ترتیبی: قابل مرتب کردن است یا در آن ترتیب طبیعی هست.	مراحل تحصیل، مراحل رشد و مقام ورزشکار در مسابقه

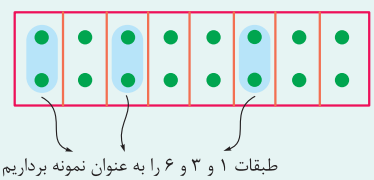
ساده: مثل قرعه‌کشی، nتا از N عضو را انتخاب کنیم:



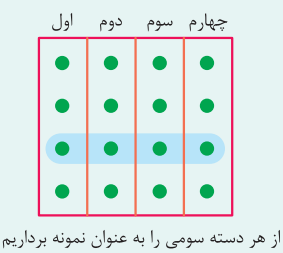
طبقه‌ای: از هر طبقه، متناسب با مقدارش نمونه برداریم:



خوشه‌ای: از بین طبقات جامعه، چندتا برابر داریم:



سیستماتیک: طبقات با تعداد مساوی داریم، از طبقهٔ اول نمونه می‌گیریم و در طبقات بعدی با همان نظم می‌رویم.



پاسخ خیلی تشریحی

الف) نادرست؛ رتبهٔ کنکور، کیفی ترتیبی و نمرهٔ امتحان نهایی، کمی گسسته است.

ب) نادرست؛ در نمونه‌گیری طبقه‌ای، تعداد انتخاب از هر طبقه متناسب با تعداد اعضای آن است.

ج) نادرست؛ در نمونه‌گیری سیستماتیک هم مثل سایر روش‌های احتمالی، شانس انتخاب در نمونه برای همهٔ اعضا برابر است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۹ گزارهٔ $p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q)$ با کدام گزاره هم‌ارز منطقی است؟

۱) $r \vee (p \wedge q)$
۲) $r \vee \sim (p \wedge q)$
۳) $r \vee (\sim p \wedge q)$
۴) $r \vee (p \wedge \sim q)$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

قواعد مهم در جبر گزاره‌ها:

تبدیل $\Rightarrow$ به $\vee$	دمورگان	شرکت‌پذیری	پخش و فاکتورگیری
$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$	$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$	$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: کار با گزاره‌های شرطی معمولاً از تبدیل $\Rightarrow$ به $\vee$ شروع می‌شود:

$$(X \Rightarrow Y \equiv \sim X \vee Y)$$

$$p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q) \equiv p \Rightarrow (r \vee \sim q) \equiv \sim p \vee (r \vee \sim q)$$

گام دوم: حال، شرکت‌پذیری و دمورگان:

$$r \vee (\sim p \vee \sim q) \equiv r \vee \sim (p \wedge q)$$

کنکور

گزارهٔ $(p \wedge q) \Rightarrow r$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟ (سؤال ۴ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت دوم)

۱) $p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q)$
۲) $r \Rightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q)$
۳) $\sim p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q)$
۴) $\sim r \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

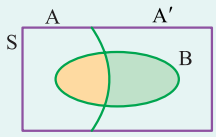
۹۰ علی پاسخ $\frac{۲}{۳}$ سؤالات را بلد است و در سایر سؤالات، از بین ۴ گزینه یکی را شانسی می‌زند. اگر علی به ۴ سؤال جواب دهد، با کدام احتمال نیمی از آن‌ها را درست می‌زند؟

۱) $\frac{۹}{۱۲۸}$ ۲) $\frac{۲۷}{۱۲۸}$ ۳) $\frac{۹}{۲۵۶}$ ۴) $\frac{۲۷}{۲۵۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

فرمول احتمال کل:



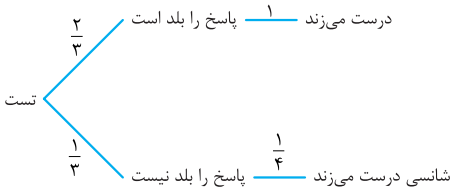
$$P(B) = P(A)P(B \mid A) + P(A')P(B \mid A')$$

اگر احتمال پیروزی در هر بار آزمایش p باشد، احتمال این‌که در n بار تکرار آزمایش، kتا پیروزی داشته باشیم، برابر است با $\binom{n}{k} p^k (۱-p)^{n-k}$. مثال را ببینید:

آزمایش	پرتاب تاس	شانس تست‌زدن	پرتاب سکه
تعداد تکرار	۴ بار	۵ تست	۷ بار
پیروزی	۶ بیاید	درست‌زدن	روآمدن
تعداد پیروزی	۱ بار	۳ بار	۴ بار
احتمال	$\binom{۴}{۱}(\frac{۱}{۶})^۱(\frac{۵}{۶})^۳$	$\binom{۵}{۳}(\frac{۱}{۴})^۳(\frac{۳}{۴})^۲$	$\binom{۷}{۴}(\frac{۱}{۲})^۴(\frac{۱}{۲})^۳$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: اول ببینیم چه‌قدر احتمال دارد تست را درست بزند:



فرمول احتمال کل ← $P = \frac{۲}{۳} \times ۱ + \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۹}{۱۲} = \frac{۳}{۴}$

گام دوم: حالا از ۴ تست، دو درست و دو نادرست دارد:

$$P(\text{دو درست}) = \underbrace{\binom{۴}{۲}}_{\text{انتخاب سؤال}} \overbrace{(\frac{۳}{۴})^۲}^{\text{دو درست}} \underbrace{(\frac{۱}{۴})^۲}_{\text{دو نادرست}} = ۶ \times \frac{۹}{۱۶} \times \frac{۱}{۱۶} = \frac{۲۷}{۱۲۸}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۱ ساده‌شدهٔ عبارت $[(B'-A')\cup(A'\cup B')']-(A'\cap B)$ کدام است؟

۱) $A-B$ ۲) A ۳) $B-A$ ۴) B

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

روابط مجموعه‌ها:

	$\cup$	$\cap$	$-$
با تهی	$A\cup\varnothing=A$	$A\cap\varnothing=\varnothing$	$A-\varnothing=A\ ,\ \varnothing-A=\varnothing$
با مرجع	$A\cup U=U$	$A\cap U=A$	$U-A=A'\ ,\ A-U=\varnothing$
با متمم	$A\cup A'=U$	$A\cap A'=\varnothing$	$A-A'=A\ ,\ A'-A=A'$
با زیرمجموعه $B\subseteq A$	$A\cup B=A$	$A\cap B=B$	$B-A=\varnothing$

قوانین جبر مجموع:

تبدیل $-$ به $\cap$	دمورگان	پخشی
$A-B=A\cap B'$	$(A\cup B)'=A'\cap B'$ $(A\cap B)'=A'\cup B'$	$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: برای پرانتز وسط، دمورگان بزنیم:

$$[(B'-A')\cup(A\cap B)]-(A'\cap B)$$

گام دوم: $B'-A'$ همان $A-B$ است، $A'\cap B$ هم همان $B-A$ است:

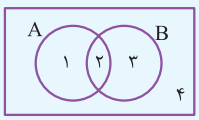
$$[(A-B)\cup(A\cap B)]-(B-A)$$

گام سوم: جواب قسمت اول می‌شود A و داریم:

$$A-(B-A)=A$$

یه‌جور دیگه

روش شماره‌گذاری نواحی:



$$[(B'-A')\cup(A'\cup B')']-(A'\cap B)=\{1,2\}-\{3\}=\{1,2\}=A$$

(۱ ۳) (۴ ۴) (۱) ; (۳ ۱) (۴ ۴) (۲) ; (۳ ۳) (۴ ۲) (۳)

کنکور ساده‌شدهٔ عبارت $[(B\cup A)-B')\cap((B\cap A)\cup(A'\cap B)]$ کدام است؟ (سؤال ۳ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت دوم)

۱) $A-B$ ۲) $B-A$ ۳) B ۴) A

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۲ **با ارقام ۱، ۲، ۳ و ۴ اعداد دورقمی می‌سازیم. اگر عدد انتخابی بیشتر از ۲۲ باشد، با کدام احتمال مضرب ۳ است؟**

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

احتمال ساده:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$$

احتمال شرطی با فرض رخ‌دادن B:

$$P(A\mid B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}$$

در صورت سؤال عباراتی از قبیل «می‌بینیم که، می‌دانیم که، به فرض آن‌که، مشروط بر آن‌که» نشان می‌دهند احتمال شرطی داریم.

چه تغییراتی نسبت به احتمال ساده داریم:

۱) کل حالت‌ها دیگر S نیست، بلکه فقط B است.

۲) حالت‌های مورد نظر تمام A نیست، بلکه فقط $(A\cap B)$ است.

۳) احتمال را با $P(A\mid B)$ نشان می‌دهیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: فضای نمونه‌ای محدودشده شامل اعداد ۲۳، ۲۴، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۴۱، ۴۲، ۴۳ و ۴۴ است؛ یعنی ۱۰ عضو دارد.

گام دوم: در این فضا، مضارب ۳ عبارت‌اند از: $\{۴۲,۳۳,۲۴\}$

گام سوم: پس داریم:

$$P(\text{مضرب ۳}\mid\text{بیشتر از ۲۲})=\frac{۳}{۱۰}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۳ در n دادهٔ آماری، میانگین ۱۲ است. اگر ۳ دادهٔ جدید با مقدار a را اضافه کنیم، میانگین ثابت مانده و واریانس ۰/۹۶ برابر می‌شود. مجموع داده‌های اولیه چه‌قدر است؟

۱) ۷۲۰ ۲) ۷۹۲ ۳) ۸۶۴ ۴) ۹۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

اگر به n دادهٔ آماری چند دادهٔ جدید اضافه کنیم و $\bar{x}$ تغییر نکند، میانگین داده‌های اضافه‌شده با میانگین اولیه برابر بوده است.

در این مسائل، عبارت صورت واریانس برای n دادهٔ اولیه، در واریانس جدید هم عیناً ظاهر می‌شود. اگر k دادهٔ مساوی با میانگین اضافه شوند، داریم:

$$\sigma^2_{\text{اولیه}} = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma^2_{\text{جدید}} = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n+k}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: حتماً a با میانگین داده‌ها یعنی ۱۲ برابر بوده است (*چون $\bar{x}$ فرقی نکرده*).

گام دوم: نسبت واریانس‌ها را ببینید:

$$\begin{cases} \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - 12)^2}{n} = \sigma^2_{\text{اولیه}} \\ \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - 12)^2 + 0^2 + 0^2 + 0^2}{n+3} = \sigma^2_{\text{جدید}} \end{cases} \xrightarrow{\div} \frac{n}{n+3} = \frac{\sigma^2_{\text{جدید}}}{\sigma^2_{\text{اولیه}}} = \frac{96}{100} = \frac{24}{25}$$

پس: $n = 72$.

گام سوم: جمع داده‌های اولیه برابر است با:

$$\sum_{i=1}^{72} x_i = 72\bar{x} = 72 \times 12 = 864$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۴ در ۱۷ دادهٔ آماری، چارک سوم ۲۰ و میانگین داده‌های بیشتر و کم‌تر از چارک سوم به ترتیب ۲۸ و ۱۱ است. میانگین کل داده‌ها کدام است؟

۱) ۱۴ / ۸ ۲) ۱۵ ۳) ۱۵ / ۲ ۴) ۱۵ / ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

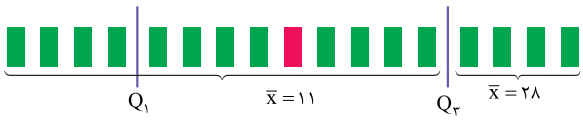
میانه عددی است که در وسط داده‌های مرتب‌شده قرار دارد.

الف) اگر تعداد داده‌ها (n) فرد باشد، شمارهٔ میانه $\frac{n+1}{2}$ است (مثلاً در ۱۱ داده، ششمی است).

ب) اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، معدل دوتای وسطی یعنی $\frac{n}{2}$ و بعدی‌اش میانه است (مثلاً در ۲۰ داده، $\bar{x}$ می‌شود معدل دادهٔ دهمی و یازدهمی).

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ۱۷تا داده داریم:



گام دوم: پس میانگین ۴تای بزرگ‌تر برابر ۲۸ و میانگین ۱۳تای دیگر برابر ۱۱ است، جمع آن‌ها می‌شود:

$$\sum x_i = 11\times 13 + 4\times 28 = 143 + 112 = 255$$

گام سوم: پس میانگین کل داده‌ها برابر است با:

$$\frac{\text{جمع}}{\text{تعداد}} = \frac{255}{17} = 15$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۵ تعداد اعضای نمونهٔ اولیه ۶۵ تا بوده، اگر تعداد اعضا را ۱۹۵ تا افزایش دهیم، انحراف معیار برآورد میانگین چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

اگر برای برآورد میانگین از نمونه‌های n عضوی استفاده شود، انحراف معیار برآورد میانگین $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ است، پس با توجه به ثابت‌بودن σ جامعه داریم:

$$\frac{\sigma_{\bar{x}_۲}}{\sigma_{\bar{x}_۱}} = \sqrt{\frac{n_۱}{n_۲}}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: فرمول انحراف معیار برآورد $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ است، پس:

$$\frac{\sigma_۲}{\sigma_۱} = \frac{\sqrt{n_۱}}{\sqrt{n_۲}}$$

گام دوم: نسبت انحراف معیارها برابر است با:

$$\frac{\sigma_۲}{\sigma_۱} = \frac{\sqrt{۶۵}}{\sqrt{۱۹۵+۶۵}} = \sqrt{\frac{۶۵}{۲۶۰}} = \frac{۱}{۲}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

فیزیک یازدهم

۹۶ ذره‌ای به جرم ۵ میلی‌گرم و بار الکتریکی $q = -۴\ \mu C$ در میدان الکتریکی $\vec{E} = (۶\times۱۰^{۳}\ N/C)\vec{i}$ قرار دارد. اگر تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی الکتریکی باشد، شتاب ذره در SI کدام است؟

۱) $۴۸۰۰\vec{i}$ ۲) $-۴۸۰۰\vec{i}$

۳) $۴/۸\vec{i}$ ۴) $-۴/۸\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

نیروی وارد بر بار الکتریکی در میدان الکتریکی: اگر بار الکتریکی q در میدان الکتریکی ناشی از اجسام باردار دیگری قرار گیرد، بر آن نیرویی وارد می‌شود که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

F: اندازهٔ نیرو (N)

q: بار الکتریکی (C)

E: اندازهٔ میدان الکتریکی (N/C)

مطابق رابطهٔ فوق به دو نتیجهٔ زیر می‌رسیم:

۱) اندازهٔ نیروی الکتریکی از رابطهٔ $|F| = |q||E|$ محاسبه می‌شود.

۲) نیروی وارد بر بار مثبت در جهت میدان الکتریکی و نیروی وارد بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق قانون دوم نیوتون می‌دانیم اگر برایند نیروهای وارد بر جسم صفر نباشد، جسم در جهت برایند نیروها شتاب خواهد گرفت. در این‌جا تنها نیرویی که بر بار الکتریکی اثر می‌کند، نیروی ناشی از میدان الکتریکی است:

$$F_{net} = \vec{F}_E = q\vec{E} \Rightarrow \vec{F}_{net} = (-۴\times۱۰^{-۶})(۶\times۱۰^{۳}\vec{i}) = (-۲۴\times۱۰^{-۳}\ N)\vec{i}$$

گام دوم: طبق قانون دوم نیوتون، نیرو و شتاب هم‌جهت هستند، داریم:

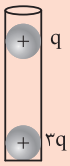
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m} \xrightarrow[m=۵\ mg=۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰^{-۳}=۵\times۱۰^{-۶}\ kg]{\vec{F}_{net}=(-۲۴\times۱۰^{-۳}\ N)\vec{i}} \vec{a} = \frac{-۲۴\times۱۰^{-۳}\vec{i}}{۵\times۱۰^{-۶}} = (-۴۸۰۰\ m/s^{۲})\vec{i}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۷ در شکل زیر، دو گوی باردار مثبت که جرم هر یک $۳۰\ \mu g$ است، در فاصلهٔ $۱/۵\ cm$ از هم قرار دارند، به طوری که گوی بالایی معلق مانده است. تعداد الکترون‌های کنده‌شده از گوی پایینی کدام است؟

$(g = ۱۰\ m/s^۲\ ,\ k = ۹\times۱۰^۹\ \frac{N.m^۲}{C^۲})$



۱) $۳/۱۲۵\times۱۰^{۱۰}$

۲) $۹/۳۷۵\times۱۰^{۸}$

۳) $۳/۱۲۵\times۱۰^{۸}$

۴) $۹/۳۷۵\times۱۰^{۱۰}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

بار الکتریکی:

۱) بار الکتریکی، کمیتی گسسته (کوانتیده) است که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$q = \pm ne \quad , \quad n = ۰, ۱, ۲, ...$$

در رابطهٔ فوق، e بار بنیادی و برابر $e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\ C$ است.

۲) اگر تعداد الکترون‌های یک جسم، بیشتر از تعداد پروتون‌های آن باشد، علامت بار آن جسم منفی خواهد بود و اگر تعداد الکترون‌های آن کم‌تر از تعداد پروتون‌هایش باشد، علامت بار آن جسم مثبت خواهد بود.

قانون کولن:

اگر دو بار ذره‌ای $q_۱$ و $q_۲$ در فاصلهٔ r از یکدیگر باشند، نیروی الکتریکی F را به یکدیگر وارد می‌کنند که بزرگی آن از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$$

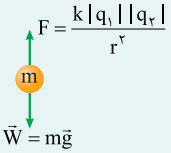
$|q_۱|, |q_۲|$: اندازهٔ بارهای الکتریکی برحسب کولن (C)

r : فاصلهٔ بین دو بار برحسب متر (m)

k : ثابت کولن که تقریباً برابر با $۹\times۱۰^۹\ \frac{N.m^۲}{C^۲}$ است.

تعادل بین نیروی الکتریکی و وزن: وقتی جسم بارداری تحت تأثیر نیروی الکتریکی و نیروی وزن در حال تعادل قرار دارد، نیروی خالص وارد بر آن صفر است.

شکل مقابل، نیروهای وارد بر این جسم را نشان می‌دهد:

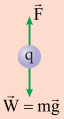


با توجه به این‌که جسم در تعادل قرار دارد، نیروی وزن و نیروی الکتریکی، هم‌اندازه هستند و می‌توان نوشت:

شرط تعادل: $F_E = W \Rightarrow |qE| = mg$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا با اعمال شرط تعادل، مقدار بار q را به دست می‌آوریم. طبق شکل، شرط تعادل برای جسم بالایی (معلق) این‌گونه است:



$$F = W$$

$\vec{F}$: نیروی الکتریکی (N)

$\vec{W}$: وزن (N)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

$$\Rightarrow \frac{k|q||3q|}{r^2}=mg \Rightarrow \frac{9\times10^9\times q\times3q}{(1/5\times10^{-2})^2}=\frac{9\times10^9\times3q^2}{2/25\times10^{-4}}=30\times10^{-6}\times10^{-3}\times10$$

$$\Rightarrow q^2=\frac{3\times2/25\times10^{-11}}{9\times3\times10^9}=0/25\times10^{-20} \xrightarrow{\text{جذر}} q=0/5\times10^{-10}\,C$$

گام دوم: برای بار پایینی $(3q)$، تعداد الکترون‌های کنده شده را به دست می‌آوریم:

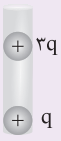
$$3q=ne$$

$$\Rightarrow 3\times0/5\times10^{-10}=n\times1/6\times10^{-19} \Rightarrow n=\frac{15}{16}\times10^9=9/375\times10^8$$

کنکور

در شکل زیر، دو گوی باردار که جرم هر یک $7/5\ \mu g$ است در فاصلهٔ $3\ cm$ از هم قرار دارند؛ به طوری که گوی بالایی معلق مانده است. تعداد الکترون‌های کنده‌شده از گوی بالایی چه‌قدر است؟ $(g=10\ m/s^2\ ,\ k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$

(سؤال ۶۳ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت دوم)



۱) $3/125\times10^{10}$

۲) $9/375\times10^8$

۳) $3/125\times10^8$

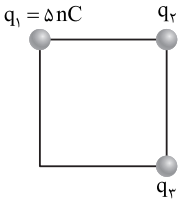
۴) $9/375\times10^{10}$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۸ در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی سه رأس یک مربع به ضلع ۱۵ cm قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص در رأس چهارم مربع برابر صفر باشد، اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در مرکز مربع چند نیوتون بر کولن است؟

$(k = ۹\times۱۰^{۹}\ \frac{N.m^{۲}}{C^{۲}})$



۱) ۴×۱۰^{۳}

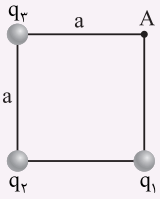
۲) ۸×۱۰^{۳}

۳) $۴\sqrt{۲}\times۱۰^{۳}$

۴) $۸\sqrt{۲}\times۱۰^{۳}$

مشاوره چون این حالت در کنکورهای اخیر به شدت تکرار شده است، بهتر است نتیجه را به صورتی که در زیر آمده است، فرا بگیرید:

صفرشدن میدان خالص در یک رأس مربع: هنگامی که سه بار الکتریکی مطابق شکل، روی رأس‌های یک مربع قرار دارند، برای آن‌که میدان خالص در رأس چهارم صفر شود، باید روابط زیر برقرار باشد:



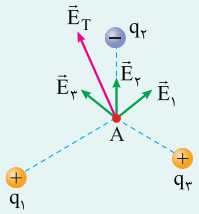
$q_۱ = q_۳$

$q_۲ = -۲\sqrt{۲}q_۱$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

اصل برهم‌نهی میدان‌های الکتریکی: میدان الکتریکی ناشی از چند بار نقطه‌ای در نقطه‌ای از فضا، برابر با جمع برداری میدان‌های الکتریکی‌ای است که هر یک از بارها به طور مستقل در آن نقطه ایجاد می‌کنند.

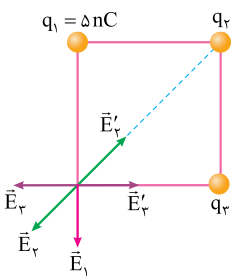


$$\vec{E}_T = \vec{E}_۱ + \vec{E}_۲ + \vec{E}_۳ + \cdots$$

میدان الکتریکی $\vec{E}_T$ در محل بار آزمون، جمع برداری میدان‌های $\vec{E}_۱$، $\vec{E}_۲$ و $\vec{E}_۳$ در محل این بار است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: میدان‌ها براساس تمامی حالات ممکن به صورت شکل زیر است:



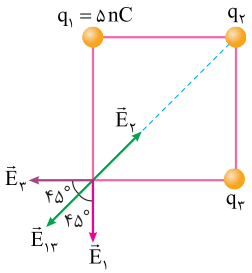
با توجه به این‌که میدان در رأس چهارم باید صفر شود، فقط حالاتی مورد قبول است که بتواند میدان برایند را صفر کند، یعنی $\vec{E}_۳$ و $\vec{E}'_۲$.

- اگر $q_۳$ منفی باشد. ← $E'_۳$
- اگر $q_۳$ مثبت باشد. ← $E_۳$
- اگر $q_۲$ مثبت باشد. ← $E_۲$
- اگر $q_۲$ منفی باشد. ← $E'_۲$

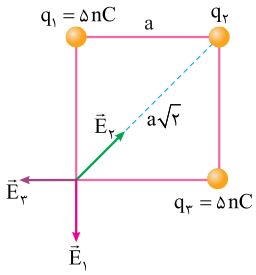
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

از طرفی برای صفرشدن میدان در رأس چهارم، باید برایند میدان‌های $\vec{E}_۳$ و $\vec{E}_۱$ دقیقاً هم‌راستا با میدان ناشی از $q_۲$ که روی قطر مربع است، باشد و نتیجه می‌شود که برایند، باید با بردارهای $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۳$ زاویهٔ ۴۵° بسازد که یعنی $E_۱ = E_۳$.



گام دوم: $q_۲$ حتماً باید منفی باشد و $q_۱ = q_۳ = ۵\ nC$.



$$\vec{E}_{۱,۳} = \vec{E}_۱ + \vec{E}_۳ = -\vec{E}_۲$$

دو بردار $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۳$ هم‌اندازه هستند: $E_۱ = \frac{kq_۱}{a^۲}$ ، $E_۳ = \frac{kq_۳}{a^۲} \Rightarrow E_۱ = E_۳ = E$ از طرفی بر هم عمودند، پس اندازهٔ برایند آن‌ها برابر است با:

$$E_{۱,۳} = E\sqrt{۲} = \frac{۹\times۱۰^۹\times۵\times۱۰^{-۹}}{۲۲۵\times۱۰^{-۴}}\sqrt{۲} = ۲\sqrt{۲}\times۱۰^۳\ N/C$$

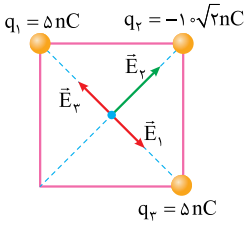
گام سوم: برای این‌که میدان برایند صفر شود، باید مقدار $\vec{E}_۲$ با اندازهٔ برایند $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۳$ برابر باشد:

$$E_۲ = \frac{k|q_۲|}{(a\sqrt{۲})^۲} = \frac{۹\times۱۰^۹\times|q_۲|}{۴۵۰\times۱۰^{-۴}} = ۲\sqrt{۲}\times۱۰^۳ \Rightarrow |q_۲| = ۱۰\sqrt{۲}\times۱۰^{-۹}\ C = ۱۰\sqrt{۲}\ nC$$

با توجه به گام اول، $q_۲ = -۱۰\sqrt{۲}\ nC$ خواهد بود.

تیزپاری وقتی چنین حالت خاصی، پیش می‌آید، طبق مطالب مشاوره، می‌توانستید بگویید: $q_۲ = -۲\sqrt{۲}q_۱$ *(که می‌شد همین $-۱۰\sqrt{۲}$ نانوکولن خودمون!)*

گام چهارم: محاسبهٔ میدان برایند در مرکز مربع:



همون طور که مشخصه، اندازهٔ بارهای $q_۱$ و $q_۳$ برابره؛ فاصله‌ها هم از مرکز مربع تا رأس برابر با $\frac{۱۵}{۲}\sqrt{۲}\ cm$ هست که اونا هم برابره، پس می‌تونیم نتیجه بگیریم:

$$|E_۱| = |E_۳|$$

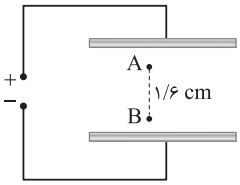
چون $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۳$ خلاف جهت هم هستند، همدیگر را خنثی می‌کنند و تنها باری که میدان آن باقی می‌ماند، بار $q_۲$ هست که باید اندازهٔ میدان آن را حساب کنیم:

$$|E_۲| = \frac{k|q_۲|}{(\frac{a\sqrt{۲}}{۲})^۲} = \frac{۹\times۱۰^۹\times۱۰\sqrt{۲}\times۱۰^{-۹}}{۱۱۲/۵\times۱۰^{-۴}} = ۸\sqrt{۲}\times۱۰^۳\ N/C$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۹ در شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو صفحهٔ رسانا که در فاصلهٔ ۲سانتی‌متری از هم قرار دارند، برابر ۶۰۰ V است. اگر ذره‌ای به بار الکتریکی $q = -5\ \mu C$ از نقطهٔ A تا نقطهٔ B جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن، چند میلی‌ژول و چگونه تغییر می‌کند؟



۱) ۴ / ۲، کاهش می‌یابد.

۲) ۴ / ۲، افزایش می‌یابد.

۳) ۳، کاهش می‌یابد.

۴) ۳، افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

کار میدان الکتریکی و تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی: تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی، برابر قرینهٔ کار نیروی میدان الکتریکی است و می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} W = Fd\cos\theta \\ \Delta U = -W \end{cases} \Rightarrow \Delta U = -Fd\cos\theta \xrightarrow{F=E|q|} \Delta U = -E|q|d\cos\theta \Rightarrow |\Delta U| = |Eqd\cos\theta|$$

دقت کنید که کار نیروی الکتریکی فقط به مبدأ و مقصد حرکت بار ربط دارد و مستقل از مسیر حرکت است، بنابراین تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی هم فقط به مبدأ و مقصد حرکت ربط دارد.

از رابطهٔ فوق، برای محاسبهٔ تغییرات انرژی پتانسیل در یک میدان الکتریکی استفاده می‌کنیم. دقت کنید در حالتی که عمود بر خطوط میدان حرکت کنیم $(\cos\theta = 0)$، پتانسیل الکتریکی و انرژی پتانسیل الکتریکی ثابت می‌مانند.

نکته نوع بار ذره در نحوهٔ تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی (ΔU) مؤثر است، ولی در نحوهٔ تغییرات پتانسیل الکتریکی (ΔV) تأثیری ندارد.

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی و اختلاف پتانسیل الکتریکی:

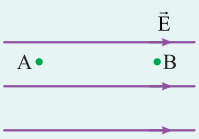
۱) هنگامی که بار q بین دو نقطه که اختلاف پتانسیل آن‌ها برابر ΔV است، جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن تغییر می‌کند. تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار، یعنی ΔU به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta U = q\Delta V$$

۲) مطابق رابطهٔ بالا، بار مثبت با حرکت به سمت پتانسیل‌های بیشتر، انرژی پتانسیل الکتریکی‌اش زیاد می‌شود و انرژی پتانسیل الکتریکی بار منفی با حرکت به سمت پتانسیل‌های کم‌تر، بیشتر می‌شود.

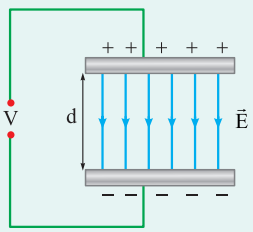
۳) اگر یک بار الکتریکی در جهت خودبه‌خودی حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن حتماً کم می‌شود. جهت حرکت خودبه‌خودی بار مثبت در جهت خطوط میدان الکتریکی است، در حالی که جهت حرکت خودبه‌خودی بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی است.

۴) مانند شکل زیر، با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی (V) کاهش می‌یابد:



$$V_B < V_A$$

میدان الکتریکی یکنواخت: اگر دو صفحهٔ بزرگ فلزی را با بارهای $+q$ و $-q$ باردار کنیم و در مقابل هم در فاصلهٔ d قرار دهیم، میدان الکتریکی یکنواختی بین آن‌ها ایجاد می‌شود (دور از لبه‌ها) که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$E = \frac{V}{d}$$

مطابق رابطهٔ $E = \frac{V}{d}$، یکای میدان الکتریکی علاوه بر $\frac{\text{نیوتون}}{\text{کولن}}$ که در گذشته خواندیم، می‌تواند $\frac{\text{ولت}}{\text{متر}}$ هم باشد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ خیلی تشریحی ✔ بار منفی به سمت صفحهٔ منفی جابه‌جا شده است و حرکت آن اجباری است؛ در نتیجه، انرژی پتانسیل الکتریکی بار افزایش می‌یابد:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{۶۰۰}{۲\times۱۰^{-۲}} = ۳\times۱۰^{۴}\ N/C$$

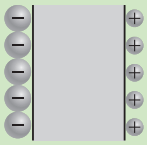
$$\Delta U = -E|q|d\cos\theta$$

$$\Rightarrow\ \Delta U = -۳\times۱۰^{۴}\times۵\times۱۰^{-۶}\times۱/۶\times۱۰^{-۲}\times(-۱) = ۲۴\times۱۰^{-۴}\ J = ۲/۴\times۱۰^{-۳}\ J = ۲/۴\ mJ$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۰ غشای یاختهٔ عصبی شکل زیر، دارای ثابت دی‌الکتریک ۳، ضخامت ۹ nm و مساحت سطح $۱۰^{-۱۰}\ m^۲$ است. اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر غشا برابر ۸۰ mV باشد، انرژی ذخیره‌شده در آن چند ژول است؟ $(\varepsilon_۰ = ۹\times۱۰^{-۱۲}\ F/m)$



۱) $۴/۸\times۱۰^{-۱۵}$

۲) $۴/۸\times۱۰^{-۱۶}$

۳) $۹/۶\times۱۰^{-۱۵}$

۴) $۹/۶\times۱۰^{-۱۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

ظرفیت خازن: هر چه اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ خازن بیشتر باشد، بار ذخیره‌شده در آن بیشتر می‌شود. نسبت بار ذخیره‌شده به اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ آن را ظرفیت خازن می‌نامند. ظرفیت خازن را با C نشان می‌دهند و یکای آن فاراد یا کولن بر ولت است.

$$C = \frac{Q}{V} \leftarrow \text{ظرفیت خازن (F)} \quad \begin{matrix} \rightarrow \text{بار الکتریکی (C)} \\ \rightarrow \text{اختلاف پتانسیل (V)} \end{matrix}$$

هنگامی که یک خازن به ظرفیت C توسط یک باتری با ولتاژ V باردار می‌شود، بار ذخیره‌شده در آن، از رابطهٔ $Q = CV$ به دست می‌آید.

عوامل مؤثر بر ظرفیت خازن تخت: تنها ویژگی‌های ساختمانی، می‌توانند بر روی ظرفیت خازن مؤثر باشند.

$$C = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}$$

κ : ثابت دی‌الکتریک

$\varepsilon_۰$: گذردهی الکتریکی خلأ (F/m)

A : مساحت صفحه‌های خازن $(m^۲)$

d : فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن (m)

انرژی ذخیره‌شده در خازن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$U = \frac{۱}{۲}CV^۲$$

U: انرژی (J)

C: ظرفیت (F)

V: اختلاف پتانسیل (V)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا ظرفیت خازن را به دست می‌آوریم:

$$C = \frac{\kappa\varepsilon_۰A}{d} = \frac{۳\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times۱۰^{-۱۰}}{۹\times۱۰^{-۹}} = ۳\times۱۰^{-۱۳}\ F$$

گام دوم: انرژی ذخیره شده در خازن را محاسبه می‌کنیم:

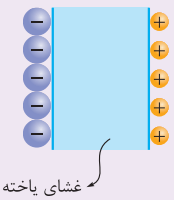
$$U = \frac{۱}{۲}CV^۲ = \frac{۱}{۲}\times۳\times۱۰^{-۱۳}\times۶۴۰۰\times۱۰^{-۶} = ۹/۶\times۱۰^{-۱۶}\ J$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

کتاب درسی

یک یاختهٔ عصبی (نورون) را می‌توان با یک خازن تخت مدل‌سازی کرد؛ به طوری که غشای سلول به عنوان دی‌الکتریک و یون‌های باردار با علامت مخالف که در دو طرف غشا هستند، به عنوان بارهای روی صفحه‌های خازن عمل کنند (شکل زیر). ظرفیت یک سلول عصبی و تعداد یون‌های لازم (با فرض آن‌که هر یون یک بار یونیده باشد)، برای آن‌که یک اختلاف پتانسیل $85\ mV$ ایجاد شود، چه‌قدر است؟ فرض کنید غشا دارای ثابت دی‌الکتریک $\kappa = 3/0$، ضخامت $10/0\ nm$ و مساحت سطح $1/0\times10^{-10}\ m^2$ است. (فیزیک (۲) ـ تمرین ۱ ـ ۱۲ صفحهٔ ۳۸ کتاب درسی)



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۱ شعاع کرهٔ فلزی A دو برابر شعاع کرهٔ فلزی B است. اگر بار الکتریکی کرهٔ B، ۲۰ درصد کم‌تر از بار الکتریکی کرهٔ A باشد، چگالی سطحی بار الکتریکی کرهٔ A، چند برابر چگالی سطحی بار الکتریکی کرهٔ B است؟

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) ۵ ۳) $\frac{۱۶}{۵}$ ۴) $\frac{۵}{۱۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint کافی است فرمول نسبتی چگالی سطحی بار الکتریکی رو بنویسین و داده‌های مسئله را جای‌گذاری کنین.

درس Box

پخش بار در سطح خارجی اجسام رسانا چگونه است؟

بار الکتریکی در سطح خارجی جسم رسانا، با توجه به شکل جسم توزیع می‌شود. به این صورت که در نقاط نوک‌تیز، تجمع بار بیشتر است و برای جسمی مانند کره، بار به شکل یکنواخت در همهٔ نقاط آن توزیع می‌شود.

در یک جسم رسانا توزیع بار به گونه‌ای انجام می‌شود که تعادل الکتروستاتیکی برقرار شود. برای فهم این مسئله برای اجسام رسانا، کمیتی به نام چگالی سطحی بار الکتریکی تعریف می‌شود و برابر با نسبت بار الکتریکی به مساحت سطح جسم است:

$\sigma = \frac{Q}{A} \xrightarrow{A=۴\pi r^۲} \frac{\sigma_۲}{\sigma_۱} = \frac{Q_۲}{Q_۱} \times (\frac{r_۱}{r_۲})^۲$

Q: بار الکتریکی (C)

r: شعاع کره (m)

σ: چگالی سطحی بار الکتریکی $(C/m^۲)$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

$r_A = ۲r_B$

$Q_B = Q_A - ۰/۲Q_A = ۰/۸Q_A$

$\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{Q_A}{Q_B} \times (\frac{r_B}{r_A})^۲ = \frac{Q_A}{۰/۸Q_A} \times (\frac{r_B}{۲r_B})^۲ = \frac{۱۰}{۸} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۱۰}{۳۲} = \frac{۵}{۱۶}$

کنکور

شعاع کرهٔ فلزی A دو برابر شعاع کرهٔ فلزی B است. اگر بار الکتریکی کرهٔ B، ۵۰ درصد بار الکتریکی کرهٔ A باشد، چگالی سطحی بار الکتریکی کرهٔ A، چند برابر چگالی سطحی بار کرهٔ B است؟ *(سؤال ۶۲ کنکور ریاضی ۱۴۰۲ ـ نوبت اول)*

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۲ **کدام‌یک از موارد زیر، درست است؟**

۱) مقاومت‌های ترکیبی معمولاً از برخی نارساناها و لایه‌های نازک کربنی ساخته می‌شوند.

۲) با افزایش شدت نور تابیده به مقاومت نوری، مقاومت آن افزایش می‌یابد.

۳) رنگ نور گسیل‌شده از دیودهای نورگسیل، بسته به نوع نیم‌رسانای به‌کاررفته در آن‌ها، می‌تواند از فروسرخ تا فرابنفش باشد.

۴) مقاومت‌های پیچه‌ای برای به دست آوردن مقاومت‌های پایین بسیار دقیق و هم‌چنین توان‌های پایین ساخته می‌شوند.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): **مقاومت‌های ترکیبی**: معمولاً از کربن، برخی نیم‌رساناها و یا لایه‌های نازک فلزی ساخته شده‌اند. (نادرست) ✗

گزینهٔ (۲): مقاومت نوری، نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به نور تابیده شده به آن، بستگی دارد؛ به طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می‌شود؛ مثلاً یک LDR در تاریکی مقاومتی چند مگا اُهمی دارد؛ در حالی که در یک نور مناسب، مقاومت آن به چند صد اُهم می‌رسد. (نادرست) ✗

گزینهٔ (۳): بسته به نوع نیم‌رسانای به‌کاررفته، رنگ نور گسیل‌شده از LED می‌تواند از فروسرخ تا فرابنفش باشد. (درست) ✓

گزینهٔ (۴): مقاومت‌های پیچه‌ای برای به دست آوردن مقاومت‌های پایین با دقت بالا یا مقاومت‌های با توان بالا به کار می‌روند. (نادرست) ✗

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۳ دو میلهٔ فلزی A و B، سطح مقطع و مقاومت الکتریکی یکسانی دارند. اگر مقاومت ویژهٔ میلهٔ A، دو برابر مقاومت ویژهٔ میلهٔ B و چگالی آن، ۳ برابر چگالی میلهٔ B باشد، جرم میلهٔ A چند برابر جرم میلهٔ B است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

مقاومت الکتریکی یک سیم به ویژگی‌های ساختمانی و دمای آن وابسته است و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

R: مقاومت الکتریکی (Ω)

ρ: مقاومت ویژه $(\Omega.m)$

L: طول سیم (m)

A: سطح مقطع سیم $(m^۲)$

گاهی در سؤالات مربوط به محاسبهٔ مقاومت، از جرم و چگالی سیم هم استفاده می‌شود. برای حل این سؤالات می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم. دقت کنید که چگالی را با ρ' نشان داده‌ایم تا با مقاومت ویژه اشتباه نشود.

$\frac{L}{A}$

$$\text{چگالی}: \rho' = \frac{m}{V} = \frac{m}{AL} \Rightarrow A = \frac{m}{\rho' L} \ , \ L = \frac{m}{A\rho'}$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{A=\frac{m}{\rho' L}} R = \rho\rho' \frac{L^۲}{m} \ ; \ R = \frac{\rho \frac{m}{A\rho'}}{A} = \frac{\rho m}{A^۲ \rho'}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

طبق درس‌باکس و نکاتی که گفته شد، داریم:

$$R = \frac{\rho m}{A^۲ \rho'} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{\rho'_B}{\rho'_A} \times \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^۲ \times \frac{m_A}{m_B}$$

$$\left.\begin{array}{ll} R_A = R_B & \\ \rho_A = ۲\rho_B & \text{(مقاومت ویژه)} \\ \rho'_A = ۳\rho'_B & \text{(چگالی)} \\ A_A = A_B & \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = ۱ = \frac{۲\rho_B}{\rho_B} \times \frac{\rho'_B}{۳\rho'_B} \times ۱ \times \frac{m_A}{m_B}$$

$$۱ = \frac{۲}{۳} \times \frac{m_A}{m_B} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{۳}{۲}$$

کنکور

دو میلهٔ فلزی A و B، طول و مقاومت الکتریکی یکسانی دارند. اگر مقاومت ویژهٔ میلهٔ A، دو برابر مقاومت ویژهٔ میلهٔ B باشد و چگالی آن، ۳ برابر چگالی میلهٔ B باشد، جرم میلهٔ A چند برابر جرم میلهٔ B است؟

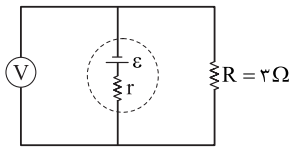
(سؤال ۶۵ کنکور تجربی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۶

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۴ در مدار شکل زیر، اگر مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، برابر ۶ V باشد، توان خروجی باتری چند وات است؟



۱) ۶

۲) ۹

۳) ۱۲

۴) ۱۸

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

توان خروجی باتری (مولد): توان خروجی از یک مولد (توان مفید) از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} P = VI \\ V = \varepsilon - rI \end{cases} \Rightarrow P = \varepsilon I - rI^2$$

P: توان (W)

ε: نیروی محرکه (V)

I: جریان الکتریکی (A)

r: مقاومت درونی (Ω)

به عبارتی، می‌توان گفت که باتری توان εI را تولید می‌کند و مقدار rI^2 در مقاومت درونی آن تلف می‌شود.

نکته دقت کنید توان خروجی از باتری $(P = \varepsilon I - rI^2)$، برابر توان مصرفی در کل مقاومت‌های خارجی مدار $(P = R_{eq}I^2 = \frac{V^2}{R_{eq}})$ است.

ولت‌سنج آرمانی:

- وسیله‌ای برای اندازه‌گیری ولتاژ یا همان اختلاف پتانسیل دو سر یک قسمت از مدار است و به صورت موازی با آن قسمت بسته می‌شود.
- مقاومت ولت‌سنج آرمانی خیلی بزرگ است و در نتیجه جریانی از ولت‌سنج آرمانی عبور نمی‌کند.

آمپرسنج آرمانی:

- وسیله‌ای برای اندازه‌گیری جریان عبوری از یک قسمت مدار است و به صورت متوالی با آن قسمت بسته می‌شود.
- مقاومت داخلی آمپرسنج آرمانی خیلی ناچیز و تقریباً صفر است، بنابراین مثل یک سیم بدون مقاومت است.

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به مدار داده‌شده، می‌توانیم بفهمیم ولت‌سنج در حال نشان‌دادن ولتاژ خروجی از باتری است؛ هم‌چنین ولتاژ باتری، همان ولتاژ مقاومت $R = ۳\ \Omega$ است.

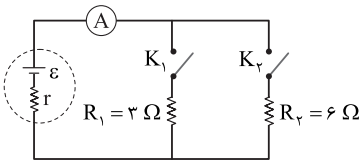
طبق نکتهٔ درس‌باکس، توان خروجی از باتری، همان توان کل مصرفی مدار است، پس می‌توان نوشت:

$$P_{\text{خروجی باتری}} = P_{\text{مصرفی مدار}} \Rightarrow P_{\text{خروجی باتری}} = \frac{V^2}{R} \Rightarrow P_{\text{خروجی باتری}} = \frac{۳۶}{۳} = ۱۲\ W$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۵ در مدار شکل زیر، وقتی فقط کلید K_1 بسته است، آمپرسنج آرمانی $3\ A$ و وقتی فقط کلید K_2 بسته است، آمپرسنج آرمانی $2\ A$ را نشان می‌دهد؛ در حالتی که هر دو کلید بسته باشند، آمپرسنج چند آمپر را نشان می‌دهد؟

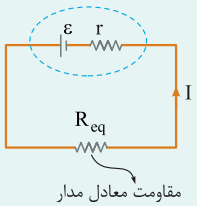


۱) ۲/۵
۲) ۳/۲
۳) ۳/۶
۴) ۴/۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

می‌توانیم مقاومت‌های مدار را ساده کنیم و همهٔ آن‌ها را در یک «مقاومت معادل» خلاصه کنیم.



ε: نیروی محرکهٔ مولد (V)

R_{eq}: مقاومت معادل خارجی مدار (Ω)

r: مقاومت درونی مولد (Ω)

I: جریان خروجی از باتری (A)

rI: افت پتانسیل در باتری (V)

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}}$$

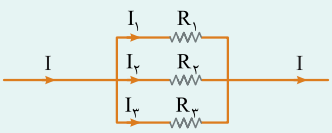
$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI$$

$V_{\text{باتری}}$: ولتاژ دو سر باتری (V)

نکته ولتاژ دو سر باتری دقیقاً با ولتاژ دو سر مقاومت معادل (R_{eq}) برابر است، $V = \frac{\varepsilon R_{eq}}{r + R_{eq}}$.

به هم بستن موازی مقاومت‌ها:

وقتی چند مقاومت به صورت موازی بسته می‌شوند، اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها یکسان است، اما جریان الکتریکی کل، بین آن‌ها تقسیم می‌شود.



$$V_1 = V_2 = V_3 = V_{\text{کل}}$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

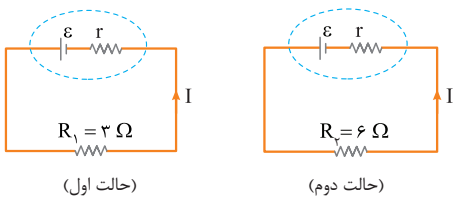
R_{eq}: مقاومت معادل مدار (Ω)

نکته برای دو مقاومت موازی R_1 و R_2 می‌توان نوشت:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: با استفاده از داده‌های سؤال، اول می‌رویم سراغ مشخصات باتری، یعنی نیروی محرکهٔ (ε) و مقاومت درونی آن. در دو حالتی که سؤال گفته، مدارها به شکل زیر درمی‌آیند:

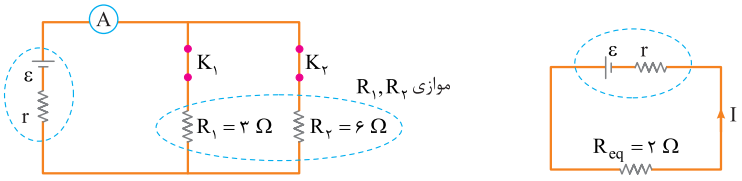


$$\left.\begin{array}{l} \text{حالت اول}: I = \frac{\varepsilon}{R_1 + r} \Rightarrow 3 = \frac{\varepsilon}{3 + r} \rightarrow 9 + 3r = \varepsilon \\ \text{حالت دوم}: I = \frac{\varepsilon}{R_2 + r} \Rightarrow 2 = \frac{\varepsilon}{6 + r} \rightarrow 12 + 2r = \varepsilon \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \varepsilon = 18\ V \\ r = 3\ \Omega \end{array}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام دوم: حالا مدار را در حالت بسته‌بودن هر دو کلید K_1 و K_2 بررسی می‌کنیم:

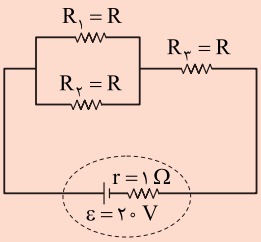


$$R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{3\times6}{3+6}=2\,\Omega \Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{18}{2+3}=\frac{18}{5}=3/6\,A$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۶ در مدار زیر، مقاومت معادل $R_{eq} = ۹\ \Omega$ است. اگر جای مقاومت $R_۱$ و باتری عوض شود، توان مصرفی در مقاومت $R_۱$ چند وات تغییر می‌کند؟



۱) ۱۸

۲) ۶

۳) $\frac{۱۴}{۳}$

۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

مقایسه توان مقاومت‌ها:

برای این‌که بتوانیم توان مصرفی مقاومت‌های یک مدار را با هم مقایسه کنیم، اول از همه، باید برویم سراغ مقایسهٔ جریان‌های آن‌ها.

چند نکته:

الف) جریان مقاومت‌هایی که با هم متوالی هستند با هم برابرند.

ب) در مقاومت‌های موازی، جریان عبوری با اندازهٔ مقاومت، رابطهٔ عکس دارد. (یعنی مقاومتِ بیشتر، جریانِ کم‌تر!)

پ) **یک نکته برای مقایسهٔ جریان‌ها:** جریان یکی از شاخه‌های مدار را برابر x در نظر بگیرید. بهتر است شاخه‌ای را انتخاب کنید که بیشترین مقاومت را دارد، بعد جریان بقیهٔ قسمت‌ها را برحسب همان x به دست آورید.

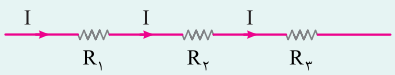
ت) حالا که جریان‌ها را بر حسب x به دست آوردیم می‌توانیم از رابطهٔ $P = RI^۲$ استفاده کنیم و توان مقاومت‌ها را با یکدیگر مقایسه کنیم.

اگر نسبت توان‌ها خواسته شود، رابطهٔ نهایی هم به این شکل خواهد بود

$$P = RI^۲ \Rightarrow \frac{P_۲}{P_۱} = \frac{R_۲}{R_۱} \times (\frac{I_۲}{I_۱})^۲$$

به هم بستن متوالی مقاومت‌ها:

در این حالت، جریان عبوری از مقاومت‌ها یکسان است.

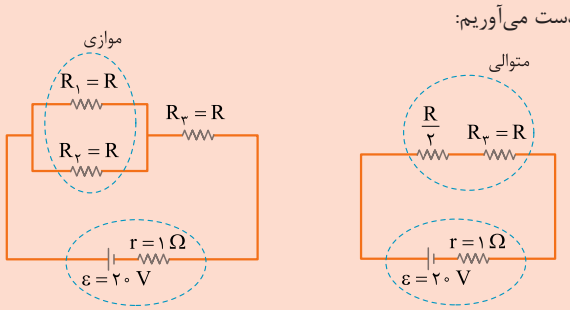


$$I = I_۱ = I_۲ = I_۳$$

$$R_{eq} = R_۱ + R_۲ + R_۳$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا با توجه به اطلاعات سؤال، مقدار R را به دست می‌آوریم:



$$R_{۱۲} = \frac{R_۱ R_۲}{R_۱ + R_۲} = \frac{R}{۲}$$

$$R_{eq} = R_{۱۲} + R_۳ = \frac{R}{۲} + R = \frac{۳R}{۲}$$

$$R_{eq} = ۹ = \frac{۳R}{۲} \Rightarrow R = ۶\ \Omega$$

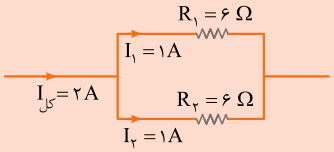
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام دوم: در حالت اول، توان مصرفی R_1 را با توزیع جریان پیدا می‌کنیم؛ برای این کار، باید اول جریان کل مدار را به دست آوریم:

$$I_{کل} = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} = \frac{۲۰}{۹+۱} = \frac{۲۰}{۱۰} = ۲\,A$$

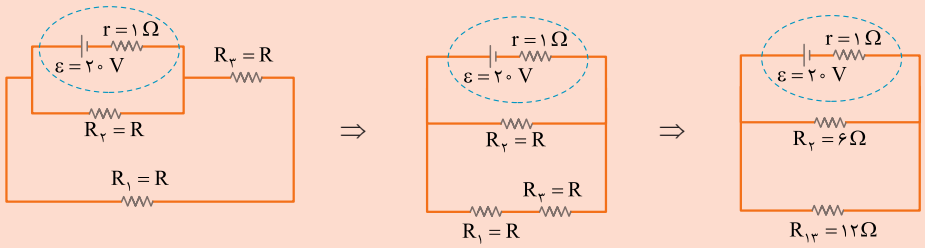
این ۲ آمپر باید بین مقاومت‌های R_1 و R_2 که با هم برابر هستند، تقسیم شود، بنابراین هر کدام به میزان یکسانی جریان خواهند داشت:



$$I_{کل} = I_1 + I_2 = ۲\,A \quad , \quad I_1 = I_2 \Rightarrow I_1 = ۱\,A \quad , \quad I_2 = ۱\,A$$

$$P_{R_1} = R_1 I_1^{۲} = ۶ \times ۱ = ۶\,W$$

گام سوم: توان R_1 را برای حالت دوم به دست می‌آوریم:



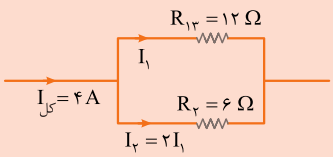
R_1 و R_3 با هم متوالی هستند و معادل آن‌ها با R_3 موازی است.

$$R_{۱۳} = R_1 + R_3 = ۱۲\,\Omega \;\; ; \;\; R_{eq} = \frac{۶ \times ۱۲}{۶+۱۲} = ۴\,\Omega$$

حالا جریان کل و توان مصرفی R_1 را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} = \frac{۲۰}{۴+۱} = \frac{۲۰}{۵} = ۴\,A$$

جریان کل $I_{کل} = ۴\,A$ باید بین دو مقاومت ۶ اُهمی و ۱۲ اُهمی تقسیم شود:



$$I_1 + ۲I_1 = I_{کل} \Rightarrow ۳I_1 = ۴A \Rightarrow I_1 = \frac{۴}{۳}\,A$$

چون R_1 و R_3 با هم متوالی هستند، جریان یکسانی از آن‌ها عبور می‌کند.

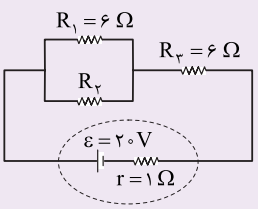
$$P_1' = R_1 I'^{۲} = ۶ \times \frac{۱۶}{۹} = \frac{۳۲}{۳}\,W$$

گام چهارم: اختلاف توان‌های اولیه و ثانویه را برای مقاومت R_1 به دست می‌آوریم:

$$P_1' - P_1 = \frac{۳۲}{۳} - ۶ = \frac{۳۲}{۳} - \frac{۱۸}{۳} = \frac{۱۴}{۳}\,W$$

در مدار زیر، مقاومت معادل $R_{eq} = ۹\,\Omega$ است. اگر جای مقاومت R_2 و باتری عوض شود، توان مصرفی در مقاومت R_2 چند وات تغییر می‌کند؟

(سؤال ۶۶ کنکور تجربی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)



۱) ۱۸

۲) ۶

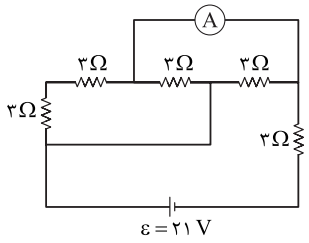
۳) $\frac{۱۴}{۳}$

۴) صفر

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۷ در مدار شکل زیر، مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، برابر چند آمپر است؟



۱) ۱

۲) ۲

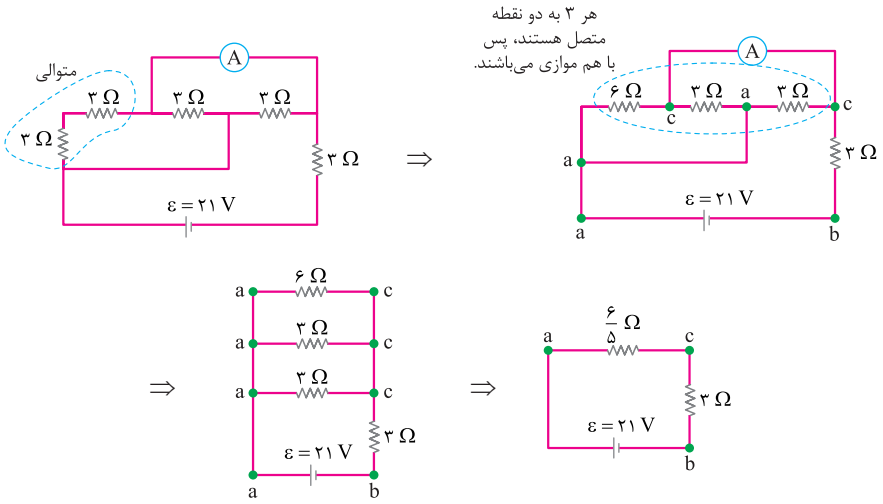
۳) ۳

۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

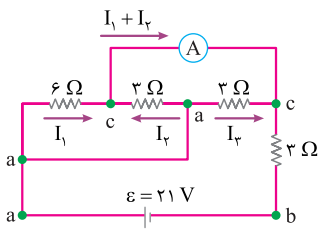
گام اول: ابتدا جریان کل مدار را با ساده‌کردن آن و معادل‌گیری مقاومت‌ها به دست می‌آوریم:



$$R_{eq} = \frac{۶}{۵} + ۳ = ۴/۲\ \Omega$$

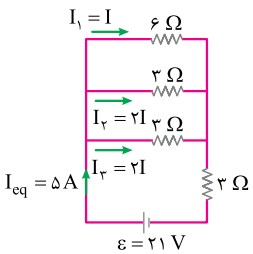
$$I_{eq} = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{۲۱}{۴/۲} = ۵\ A$$

گام دوم: در یک مدار، جهت جریان از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کم‌تر است، بنابراین اگر گره‌های مدار را نام‌گذاری کنیم، جریان این‌گونه خواهد بود:



$$V_a > V_b$$

گام سوم: همان طور که در شکل مشخص است، از آمپرسنج، جریان $I_۱ + I_۲$ عبور می‌کند و کافی است $I_۱$ و $I_۲$ را بیابیم:



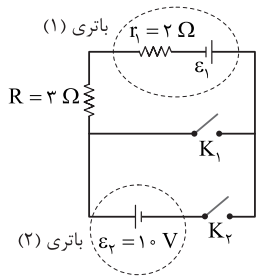
$$\left.\begin{array}{l} ۲I + ۲I + I = I_{eq} = ۵\ A \\ ۵I = ۵ \Rightarrow I = ۱\ A \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} I_۱ = ۱\ A \\ I_۲ = ۲\ A \end{array} \Rightarrow I_۱ + I_۲ = ۳\ A$$

عدد آمپرسنج ←

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۸ در مدار شکل زیر، ابتدا کلید K_1، بسته و کلید K_2، باز است. اگر کلید K_1 را باز کرده و کلید K_2 را ببندیم، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری (۱) چند ولت و چگونه تغییر می‌کند؟



۱) ۲، کاهش می‌یابد.

۲) ۲، افزایش می‌یابد.

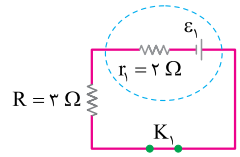
۳) ۴، کاهش می‌یابد.

۴) ۴، افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

حالت اول: اگر K_1 بسته باشد، باتری (۲) در مدار نخواهد بود و مدار این‌گونه می‌شود:

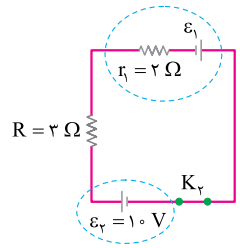


$$V_{\varepsilon_1} = V_R = IR \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}$$

بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۱) در حالت اول برابر است با:

$$V_{\varepsilon_1} = \frac{\varepsilon R}{R + r_1} = \frac{۳\varepsilon_1}{۲+۳} = \frac{۳\varepsilon_1}{۵}$$

حالت دوم: اگر K_1 باز و K_2 بسته شود، مدار به شکل زیر تغییر می‌کند. در این حالت، ولتاژ دو سر باتری ε_1 برابر $V'_{\varepsilon_1} = \varepsilon_1 - I'r_1$ خواهد بود، برای به دست آوردن I' چون ε_1 و ε_2 هر دو هم‌جهت هستند، داریم:



$$I' = \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}{R + r_1} = \frac{۱۰+\varepsilon_1}{۳+۲} = \frac{۱۰+\varepsilon_1}{۵}$$

$$V'_{\varepsilon_1} = \varepsilon_1 - I'r = \varepsilon_1 - (\frac{۱۰+\varepsilon_1}{۵})(۲) = \varepsilon_1 - \frac{۲۰+۲\varepsilon_1}{۵} = \frac{۵\varepsilon_1 - ۲\varepsilon_1 - ۲۰}{۵} \Rightarrow V'_{\varepsilon_1} = \frac{۳\varepsilon_1 - ۲۰}{۵}$$

اکنون اختلاف V_{ε_1} و V'_{ε_1} را به دست می‌آوریم:

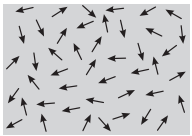
$$\Delta V_{\varepsilon_1} = V'_{\varepsilon_1} - V_{\varepsilon_1} = \frac{۳\varepsilon_1 - ۲۰}{۵} - \frac{۳\varepsilon_1}{۵} = \frac{-۲۰}{۵} = -۴\ V$$

بنابراین ولتاژ دو سر باتری (۱)، ۴ ولت کاهش می‌یابد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۹ **سمت‌گیری دوقطبی‌های مغناطیسی در یک ماده، در نبودِ میدان مغناطیسی خارجی به شکل زیر است. این ماده از نظر مغناطیسی در کدام دسته قرار می‌گیرد؟**



۱) مواد دیامغناطیسی

۲) مواد پارامغناطیسی

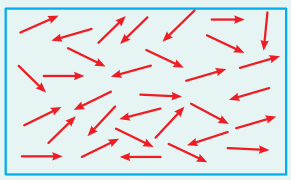
۳) مواد فرومغناطیسی نرم

۴) مواد فرومغناطیسی سخت

پاسخ: گزینهٔ ۲

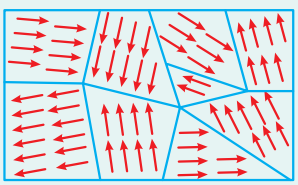
درس Box

مواد پارامغناطیس: اتم‌های مواد پارامغناطیسی، خاصیت مغناطیسی دارند، اما دوقطبی‌های مغناطیسی وابسته به آن‌ها مانند شکل مقابل، به طور کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند و میدان مغناطیسی خالصی ایجاد نمی‌کنند.

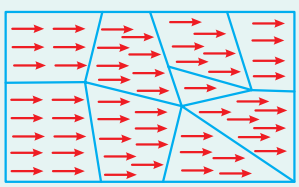


با قراردادن مواد پارامغناطیس درون میدان مغناطیسی خارجی قوی، دوقطبی‌های مغناطیسی آن‌ها، مانند عقربهٔ قطب‌نما در نزدیکی آهنربا رفتار می‌کنند و به مقدار مختصری در راستای خط‌های میدان مغناطیسی منظم می‌شوند. با دورکردن آهنربا از این مواد، دوقطبی‌های مغناطیسی آن‌ها، دوباره به طور کاتوره‌ای سمت‌گیری می‌کنند؛ به این ترتیب می‌توان گفت مواد پارامغناطیس در حضور میدان‌های مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند. اورانیم، پلاتین، آلومینیم، سدیم، اکسیژن و اکسید نیتروژن از جمله مواد پارامغناطیسی‌اند.

مواد فرومغناطیس: در این مواد مانند شکل مقابل، دوقطبی‌های مغناطیسی به صورت گروهی، حوزه‌های مغناطیسی تشکیل می‌دهند.



با قرارگرفتن این مواد در میدان مغناطیسی، مانند شکل مقابل، حوزه‌هایی که دوقطبی‌های آن‌ها در جهت میدان است، گسترش می‌یابند و ماده خاصیت مغناطیسی پیدا می‌کند، در حالت اشباع، تمام دوقطبی‌ها در راستای میدان قرار می‌گیرند.



مواد دیامغناطیس: اتم‌های مواد دیامغناطیس نظیر مس، نقره، سرب و بیسموت به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی‌اند؛ به عبارت دیگر، هیچ‌یک از اتم‌های این مواد، دارای دوقطبی مغناطیسی خالصی نیستند. با وجود این، حضور میدان مغناطیسی خارجی، می‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی، در مواد دیامغناطیسی شود (توسط آهنربا دفع می‌شوند).

القای خاصیت مغناطیسی:

نکته مهم: وقتی که مواد پارامغناطیسی یا فرومغناطیسی در میدان مغناطیسی قرار بگیرند، دوقطبی‌های آن‌ها، همانند عقربهٔ مغناطیسی عمل کرده و در جهت میدان قرار می‌گیرند. از این‌رو بر خاصیت مغناطیسی‌شان افزوده می‌شود و آثار آهنربایی از خود نشان می‌دهند.

اگر این میدان حذف شود:

- در مواد پارامغناطیسی دوقطبی‌ها به وضعیت اولیه‌شان برمی‌گردند.
- در مواد فرومغناطیسی نرم، حوزه‌ها به حالت اولیه برمی‌گردند.
- در مواد فرومغناطیسی سخت با حذف میدان، حوزه‌ها تقریباً در همین وضعیت باقی می‌مانند و حالت آهنربای دائم تشکیل می‌دهند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ با توجه به خاصیت مغناطیسی کاتوره‌ای، بدون داشتن حوزهٔ مغناطیسی، مادهٔ فوق پارامغناطیس است.

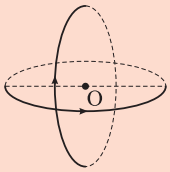
گول نخوری ✗ مواد فرومغناطیس دارای حوزهٔ مغناطیسی هستند، ولی شکل، در این‌جا مربوط به مادهٔ پارامغناطیس هست.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۰ مطابق شکل دو حلقه با جریان یکسان ۵ A که شعاع هر یک ۱۵ cm است، قرار دارند. سطح هر حلقه بر حلقهٔ دیگر عمود است. میدان مغناطیسی در نقطهٔ O (مرکز حلقه‌ها) چند گاوس و در چه جهتی است؟

$(\mu_{\circ} = ۱۲\times۱۰^{-۷}\ \frac{T.m}{A})$



۱) $\nearrow, \frac{\sqrt{۲}}{۵}$

۲) $\nwarrow, \frac{\sqrt{۲}}{۵}$

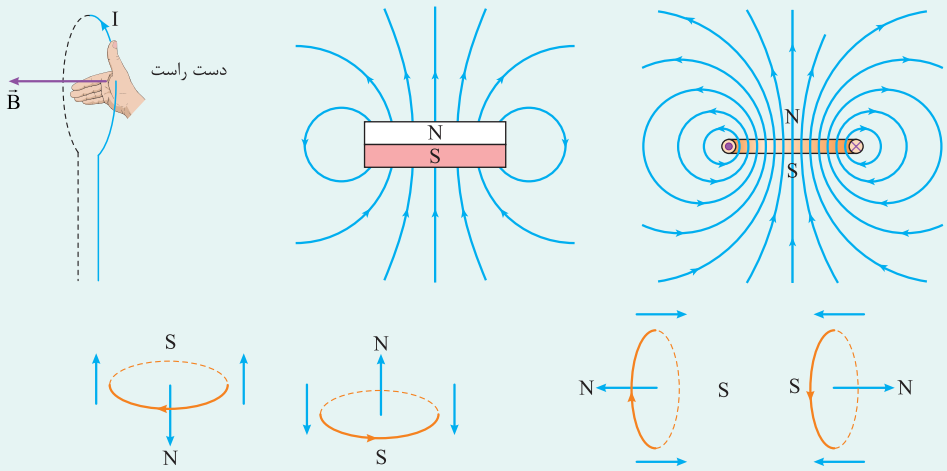
۳) $\nearrow, \frac{۲\sqrt{۲}}{۵}$

۴) $\nwarrow, \frac{۲\sqrt{۲}}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

میدان مغناطیسی ناشی از یک حلقهٔ دایره‌ای حامل جریان: یک حلقهٔ دایره‌ای حامل جریان در درون و بیرون حلقه، میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند که اگر شست خود را در جهت جریان قرار دهیم، جهت چرخش انگشت‌ها، جهت میدان را نشان می‌دهد.



مقدار این میدان در مرکز حلقه برابر است با:

$$B = \frac{\mu_{\circ} NI}{۲R}$$

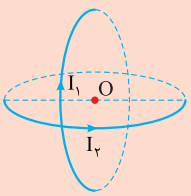
$\mu_{\circ}$: تراوایی مغناطیسی خلأ $= ۴\pi\times۱۰^{-۷}\ \frac{T.m}{A}$

R: شعاع پیچه (m)

N: تعداد حلقه‌ها

I: جریان حلقه (A)

پاسخ خیلی تشریحی ✔ ابتدا با استفاده از قانون دست راست، جهت میدان مغناطیسی ناشی از دو حلقه را در مرکز آن‌ها به دست می‌آوریم:



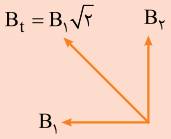
جهت میدان ناشی از حلقهٔ (۱) به سمت چپ

و جهت میدان ناشی از حلقهٔ (۲) به سمت بالا است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

چون جریان و شعاع دو حلقه برابر است و میدان‌ها بر هم عمودند، میدان برایند برابر است با:



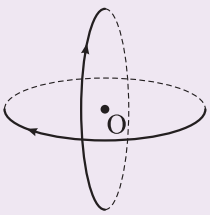
$$\left.\begin{array}{l} B_1 = B_2 \quad ; \quad B_T = B_1\sqrt{2} \\ B_1 = \dfrac{\mu_\circ NI}{2R} = \dfrac{12\times10^{-7}\times1\times5}{2\times15\times10^{-2}} = 2\times10^{-5}\ T = 0/2\ G \end{array}\right\} \Rightarrow B_t = 0/2\sqrt{2}\ G \Rightarrow B_t = \frac{2\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{5}\ G$$

کنکور

مطابق شکل زیر، دو حلقه با جریان یکسان ۲A که شعاع هر یک از آن‌ها ۲۰ cm است، عمود بر هم و عمود بر این صفحه قرار دارند. بزرگی میدان مغناطیسی خالص در مرکز حلقه‌ها (نقطهٔ O) چند تسلا و در چه جهتی است؟

$(\mu_\circ = 12\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A})$

(سؤال ۶۸ کنکور ریاضی ۱۴۰۲ (خارج از کشور))



۱) $\nwarrow, 12\sqrt{2}\times10^{-6}$

۲) $\nwarrow, 6\sqrt{2}\times10^{-6}$

۳) $\swarrow, 12\sqrt{2}\times10^{-6}$

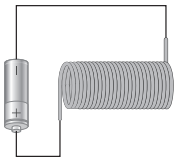
۴) $\swarrow, 6\sqrt{2}\times10^{-6}$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۱ در شکل زیر، طول سیملولهٔ آرمانی ۵ cm و تعداد حلقه‌های آن برابر ۳۰ است. اگر جریان الکتریکی عبوری از سیملوله برابر ۲/۵ A باشد، میدان مغناطیسی در نقطه‌ای روی محور سیملوله چند گاوس و در چه جهتی است؟

$(\mu_0 = 12\times10^{-7}\ \frac{T\cdot m}{A})$



۱) ۱۸، ⟶

۲) ۱۸، ⟵

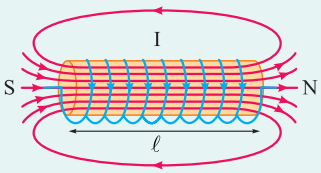
۳) ۱۸۰، ⟶

۴) ۱۸۰، ⟵

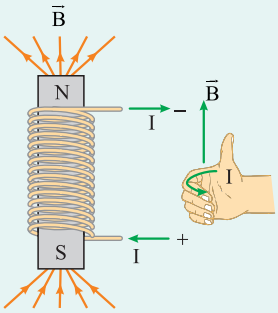
پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

میدان مغناطیسی حاصل از سیملولهٔ حامل جریان:



قاعدهٔ دست راست: اگر چهار انگشت دست راست خود را در جهت جریان روی حلقه خم کنید؛ انگشت شست باز شده، جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.



سیملولهٔ آرمانی: اگر قطر حلقه‌های سیملوله در مقایسه با طول آن، بسیار کوچک و حلقه‌های آن، خیلی به هم نزدیک باشند، به این سیملوله، سیملولهٔ آرمانی گفته می‌شود.



میدان مغناطیسی سیملولهٔ آرمانی: میدان مغناطیسی داخل یک سیملولهٔ آرمانی در نقطه‌های دور از لبه‌ها یکنواخت است و اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$$

μ_0: تراوایی مغناطیسی خلأ $(\frac{T\cdot m}{A})$

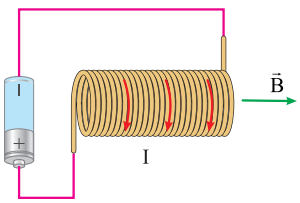
N: تعداد دورهای سیملوله

I: جریان عبوری از سیملوله (A)

ℓ: طول سیملوله (m)

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به درس‌باکس و شکل صورت سؤال، با دنبال‌کردن جهت جریان مدار، جهت جریان روی سیملوله به سمت پایین است که میدان مغناطیسی حاصل از آن با قانون دست راست به سمت راست خواهد بود.

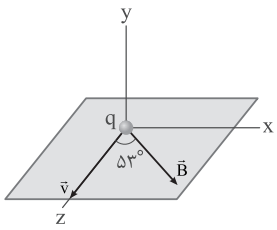


$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \frac{12\times10^{-7}\times30\times2/5}{5\times10^{-2}} = 180\times10^{-5}\ T = 18\ G$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۲ در شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -۴\ \mu C$ با تندی $v = ۵۰۰\ m/s$ در جهتی حرکت می‌کند که با میدان مغناطیسی یکنواخت $B = ۱۲۵\ G$ زاویهٔ ۵۳° می‌سازد. نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره برحسب نیوتون کدام است؟ $(\cos ۵۳^\circ = ۰/۶)$



۱) $-۲\times۱۰^{-۵}\vec{j}$

۲) $۱/۵\times۱۰^{-۵}\vec{j}$

۳) $۲\times۱۰^{-۵}\vec{j}$

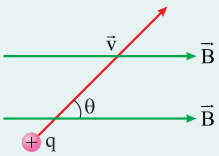
۴) $-۱/۵\times۱۰^{-۵}\vec{j}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

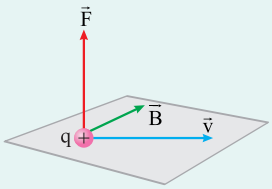
نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک در میدان مغناطیسی: اگر ذرهٔ باردار q با سرعت $\vec{v}$ در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ حرکت کند، از طرف میدان مغناطیسی بر آن، نیروی $\vec{F}$ وارد خواهد شد که این نیرو را نیروی مغناطیسی می‌نامند.

الف) **محاسبهٔ اندازهٔ نیروی مغناطیسی:**

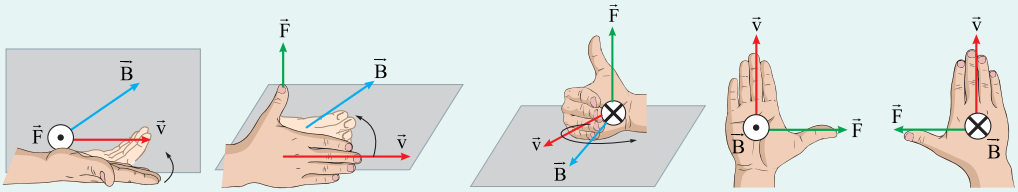


$$F_B = |q|vB\sin\theta$$

نیروی $\vec{F}$ بر هر دو بردار $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عمود است، یعنی نیروی مغناطیسی بر صفحه‌ای که توسط بردارهای سرعت و میدان مغناطیسی تشکیل می‌شود، عمود است.



ب) **تعیین جهت نیروی مغناطیسی:** اگر دست راست خود را طوری نگه داریم که انگشتان بازشدهٔ دست ما در جهت سرعت $(\vec{v})$ باشد؛ به گونه‌ای که وقتی آن‌ها را در جهت چرخش طبیعی انگشتان خم کنیم، در جهت $\vec{B}$ قرار گیرد، در این حالت انگشت شست ما در جهت نیروی $(\vec{F})$ وارد بر ذرهٔ باردار مثبت خواهد بود.

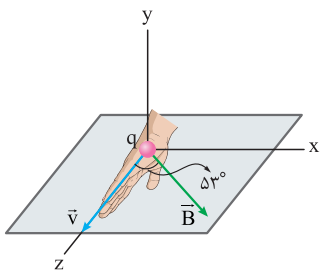


نکته

دقت کنید، اگر بار الکتریکی ذره منفی بود، پس از استفاده از قاعدهٔ دست راست و به دست آوردن جهت نیروی $\vec{F}$، باید جهت آن را برعکس کنیم (یا می‌توانیم از همان ابتدا چون بار ذره منفی است، از قاعدهٔ دست چپ استفاده کنیم).

پاسخ خیلی تشریحی ✔

چون بار الکتریکی منفی است، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر آن به سمت پایین است.



$$F = |q|vB\sin\theta \xrightarrow[B=۱۲۵G=۱۲۵\times۱۰^{-۴}T,\ \sin۵۳^\circ=۰/۸]{|q|=۴\mu C=۴\times۱۰^{-۶}C,\ v=۵۰۰\ m/s} ۴\times۱۰^{-۶}\times۵۰۰\times۱۲۵\times۱۰^{-۴}\times۰/۸ = ۲\times۱۰^{-۵}\ N$$

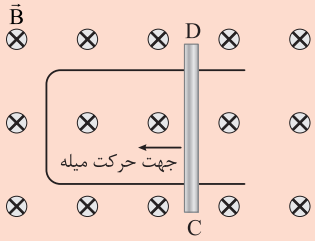
$$\vec{F} = (-۲\times۱۰^{-۵}\ N)\vec{j}$$

جهت این نیرو با توجه به قاعدهٔ دست راست در جهت منفی محور y است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۳ شکل زیر، رسانای Uشکلی را درون میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ که عمود بر صفحه و رو به داخل صفحه است، نشان می‌دهد. اگر سطح رسانا با آهنگ ثابت $25\ cm^2/s$ تغییر کند و بزرگی میدان مغناطیسی $400\ G$ باشد، جهت جریان القایی در میله کدام است و بزرگی نیروی محرکهٔ متوسط القایی چند میلی‌ولت است؟



۱) از C به D ـ ۰/۱

۲) از D به C ـ ۰/۱

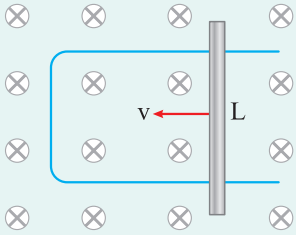
۳) از D به C ـ ۱

۴) از C به D ـ ۱

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

نیروی محرکهٔ القایی در میلهٔ متحرک در میدان مغناطیسی: هرگاه مطابق شکل، میله‌ای به طول L در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ با تندی ثابت v حرکت کند، شار عبوری از حلقهٔ بستهٔ ایجادشده تغییر کرده و اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی در دو سر میله از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$|\varepsilon_{av}| = \left|\frac{N\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \left|\frac{NB\Delta A}{\Delta t}\right|$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با حرکت میله به سمت چپ، مساحت مدار کاهش می‌یابد، در نتیجه شار عبوری از مدار کم شده و بنابر قانون لنز، باید با تغییر شار مخالفت شود و میدان القایی باید هم‌جهت میدان مغناطیسی اصلی شود، یعنی میدان القایی درون‌سو خواهد بود که با این حساب، جهت جریان القایی ساعتگرد و از D به C می‌شود.

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \text{آهنگ تغییر مساحت}$$

$$|\varepsilon_{av}| = \frac{NB\Delta A}{\Delta t} = 1\times400\times10^{-4}\times25\times10^{-4} = 10^{-4}\ V = 0/1\ mV$$

قانون لنز: جریان حاصل از نیروی محرکهٔ القایی در یک مدار یا پیچه در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با عامل به وجود آورندهٔ جریان القایی، یعنی تغییر شار مغناطیسی مخالفت می‌کند.

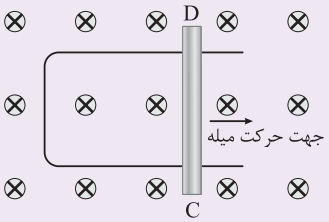
الف) وقتی شار افزایشی است، میدان القایی با میدان اصلی (اولیه) در جهت مخالف‌اند.

ب) وقتی شار کاهشی است، میدان القایی با میدان اصلی (اولیه) هم‌جهت‌اند.

کنکور

شکل زیر، رسانای Uشکلی را درون میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ که عمود بر صفحه و رو به داخل صفحه است، نشان می‌دهد، اگر سطح رسانا با آهنگ ثابت $20\ cm^2/s$ افزایش یابد و بزرگی میدان مغناطیسی، $0/5\ T$ باشد، جهت جریان القایی در میله، کدام است و بزرگی نیروی محرکهٔ متوسط القایی، چند میلی‌ولت است؟

(سوال ۶۶ کنکور تجربی ۱۴۰۳ ـ نوبت دوم)



۱) از C به D و ۲

۲) از D به C و ۲

۳) از D به C و ۱

۴) از C به D و ۱

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۴ طول سیملولهٔ A، ۲ برابر طول سیملولهٔ B، تعداد حلقه‌های سیملولهٔ A، ۳ برابر تعداد حلقه‌های سیملولهٔ B و سطح مقطع سیملولهٔ A، ۴ برابر سطح مقطع سیملولهٔ B است. اگر جریان عبوری از سیملولهٔ A، نصف جریان عبوری از سیملولهٔ B باشد، انرژی ذخیره‌شده در سیملولهٔ A چند برابر انرژی ذخیره‌شده در سیملولهٔ B است؟ (هر دو سیملوله آرمانی‌اند.)

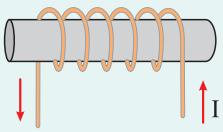
۱) $\frac{۹}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۹}$ ۳) $\frac{۹}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۹}$

مشاوره برای سؤالات مقایسه‌ای، بهتره اول داده‌های سؤال رو برای جلوگیری از اشتباه یه گوشه بنویسین.

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

ضریب القاوری: ضریب القاوری که با نماد L نمایش داده می‌شود، به عواملی همچون تعداد دور، طول و سطح مقطع القاگر و جنس هسته‌ای که داخل آن قرار می‌گیرد، بستگی دارد. برای مثال، ضریب القاوری سیملوله‌ای آرمانی و بدون هسته که دارای طول ℓ، سطح مقطع A و N حلقهٔ نزدیک به هم است، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$L=\mu_{۰}\frac{AN^{۲}}{\ell}\quad;\quad\frac{L_{۲}}{L_{۱}}=\frac{A_{۲}}{A_{۱}}\times(\frac{N_{۲}}{N_{۱}})^{۲}\times\frac{\ell_{۱}}{\ell_{۲}}$$

دقت کنید در رابطهٔ فوق، A سطح مقطع سیم سازندهٔ سیملوله نیست؛ بلکه سطح مقطع خود سیملوله است.

اگر القاگر (سیملوله) دارای هسته باشد، ثابت آن ماده در ضریب القاوری ضرب می‌شود و القاوری را افزایش می‌دهد.

انرژی ذخیره‌شده در القاگرها: وقتی توسط باتری جریانی در القاگر برقرار شود، مولد به القاگر انرژی می‌دهد. اگر القاگر غیرآرمانی باشد، بخشی از این انرژی در مقاومت الکتریکی سیم‌های القاگر به صورت گرما تلف و بقیهٔ آن در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره می‌شود. مقدار انرژی ذخیره‌شده در میدان القاگر با ضریب القاوری L، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$U=\frac{۱}{۲}LI^{۲}\quad;\quad\frac{U_{۲}}{U_{۱}}=\frac{L_{۲}}{L_{۱}}\times(\frac{I_{۲}}{I_{۱}})^{۲}$$

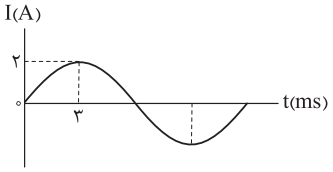
پاسخ خیلی تشریحی ✔

$$\ell_A=۲\ell_B$$
$$N_A=۳N_B$$
$$A_A=۴A_B$$
$$I_A=\frac{۱}{۲}I_B\Rightarrow ۲I_A=I_B$$
$$\frac{L_A}{L_B}=\frac{A_A}{A_B}\times(\frac{N_A}{N_B})^{۲}\times\frac{\ell_B}{\ell_A}=\frac{۴A_B}{A_B}\times(\frac{۳N_B}{N_B})^{۲}\times\frac{\ell_B}{۲\ell_B}=۴\times۹\times\frac{۱}{۲}=۱۸$$
$$\frac{U_A}{U_B}=\frac{L_A}{L_B}\times(\frac{I_A}{I_B})^{۲}=۱۸\times(\frac{I_A}{۲I_A})^{۲}=۱۸\times\frac{۱}{۴}=\frac{۹}{۲}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۵ نمودار جریان متناوب سینوسی که یک مولد جریان متناوب تولید کرده، برحسب زمان به شکل زیر است. اندازهٔ جریان تولیدی مولد در لحظهٔ $t = ۰/۰۱\,s$ برابر چند آمپر است؟



۱) ۱

۲) $\sqrt{۲}$

۳) $\sqrt{۳}$

۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

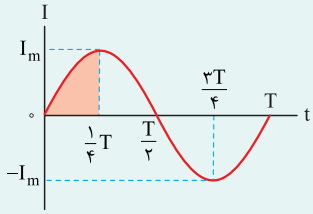
درس Box

انواع جریان:

جریان مستقیم: جریانی که با گذشت زمان تغییر نمی‌کند.

جریان متناوب: جریانی که در آن ولتاژ و جریان با گذشت زمان به طور سینوسی تغییر می‌کنند.

تمامی نیروگاه‌های تولید برق در دنیا و از جمله ایران، جریان متناوب تولید می‌کنند که تابعی سینوسی از زمان است و به همین دلیل، جریان متناوب سینوسی نامیده می‌شود.



I: جریان الکتریکی (A)

I_m: بیشینهٔ جریان الکتریکی (A)

T: دورهٔ تناوب (s)

دوره (زمان تناوب): زمان یک دور چرخش کامل پیچه را دوره یا زمان تناوب می‌نامند. با تغییر شار مغناطیسی، جریانی که در پیچه القا می‌شود، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

معادلهٔ جریان برحسب زمان:

$$I = I_m \sin \frac{۲\pi}{T} t$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا با توجه به نمودار، دوره و بیشینهٔ جریان را به دست می‌آوریم:

$$\frac{T}{۴} = ۳\times ۱۰^{-۳}\,s \Rightarrow T = ۱۲\times ۱۰^{-۳}\,s$$

$$I_m = ۲\,A$$

$$I = I_m \sin \frac{۲\pi t}{T} \Rightarrow I = ۲\sin\left(\frac{۲\pi t}{۱۲\times ۱۰^{-۳}}\right) = ۲\sin\left(\frac{۲۰۰۰}{۱۲}\pi t\right)$$

گام دوم: اکنون جریان را در لحظهٔ $t = ۰/۰۱\,s$ به دست می‌آوریم:

$$I = ۲\sin\left(\frac{۲۰۰۰}{۱۲}\pi \times ۱۰^{-۲}\right) = ۲\sin\frac{۲۰\pi}{۱۲} = ۲\sin\frac{۵\pi}{۳}$$

$$\Rightarrow I = ۲\sin\left(۲\pi - \frac{\pi}{۳}\right) = -۲\sin\frac{\pi}{۳} = -۲\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right) = -\sqrt{۳}\,A \Rightarrow |I| = \sqrt{۳}\,A$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی یازدهم

۱۱۶ اگر اتم‌های داده‌شده در جدول زیر جزء عنصرهای اصلی دورهٔ چهارم جدول تناوبی باشند، مقایسهٔ شعاع اتمی آن‌ها به کدام صورت است؟

اتم	A	B	X	D
نسبت شمار الکترون‌ها با $n=3$ به $n=4$	۸	۶	۴	۳

۱) $A > B > X > D$
۲) $A > X > B > D$
۳) $D > X > B > A$
۴) $X > D > B > A$

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ منظور از عنصرهای اصلی، عنصرهای دستهٔ s و p است.

$$A: 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 / 4s^1 \Rightarrow \frac{\text{شمار الکترون‌های } n=3}{\text{شمار الکترون‌های } n=4} = \frac{8}{1} = 8$$

عنصر مورد نظر، ${}_{19}K$ است.

$$B: 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 3d^{10} / 4s^2 4p^1 \Rightarrow \frac{\text{شمار الکترون‌های } n=3}{\text{شمار الکترون‌های } n=4} = \frac{18}{3} = 6$$

عنصر مورد نظر ${}_{31}Ga$ است.

$$X: 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 / 4s^2 \Rightarrow \frac{\text{شمار الکترون‌های } n=3}{\text{شمار الکترون‌های } n=4} = \frac{8}{2} = 4$$

عنصر مورد نظر ${}_{20}Ca$ است.

$$D: 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 3d^{10} / 4s^2 4p^2 \Rightarrow \frac{\text{شمار الکترون‌های } n=3}{\text{شمار الکترون‌های } n=4} = \frac{18}{6} = 3$$

عنصر مورد نظر ${}_{34}Se$ است.

در هر دوره از چپ به راست شعاع اتمی کاهش می‌یابد؛ بنابراین مقایسهٔ شعاع اتمی عناصر به صورت زیر است:

شعاع اتمی : ${}_{19}K > {}_{20}Ca > {}_{31}Ga > {}_{34}Se$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۷ کدام مورد دربارهٔ دومین عنصر گروه ۱۷ جدول تناوبی درست است؟

$_{17}Cl$

۱) در بین عنصرهای هم‌گروه و هم‌دورهٔ خود، بیشترین واکنش‌پذیری را دارد.

۲) فقط در دماهای بالاتر از ۴۷۳ کلوین، می‌تواند با گاز هیدروژن واکنش دهد.

۳) انرژی نور ایجادشده در واکنش آن با سدیم، بیشتر از انرژی نور ایجادشده در واکنش آن با لیتیم است.

۴) حالت فیزیکی آن در دما و فشار اتاق، مانند واکنش‌پذیرترین نافلز دورهٔ چهارم است.

$_{35}Br$

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

دومین عنصر گروه ۱۷، کلر ($_{17}Cl$) است.

انرژی نور ایجادشده در واکنش کلر با سدیم، زرد و انرژی نور ایجادشده در واکنش کلر با لیتیم، سرخ است. انرژی نور زرد بیشتر از نور سرخ می‌باشد.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ (۱): در بین عناصر گروه ۱۷، فلوئور بیشترین واکنش‌پذیری را دارد.

در بین نافلزهای دورهٔ سوم، کلر بیشترین واکنش‌پذیری و در بین فلزها، سدیم بیشترین واکنش‌پذیری را دارد.

گزینهٔ (۲): کلر در دمای اتاق ($298\ K$) به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

نکته **شرایط واکنش هالوژن‌ها (عنصرهای گروه ۱۷) با گاز هیدروژن در جدول زیر آورده شده است.**

نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای $-200\ ^\circ C$ به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای $200\ ^\circ C$ واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از $400\ ^\circ C$ واکنش می‌دهد.

گزینهٔ (۴): حالت فیزیکی کلر در دما و فشار اتاق، گاز بوده، در حالی که واکنش‌پذیرترین نافلز دورهٔ چهارم که برم می‌باشد، مایع است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۸ ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۸ مولار نیتریک اسید با مقدار کافی هیدروژن سولفید مطابق معادلهٔ زیر واکنش داده و ۹/۲۱۶ گرم گوگرد تولید می‌شود. بازده درصدی واکنش کدام است؟ $(S = 32\ g.mol^{-1})$

$HNO_3(aq) + H_2S(g) \rightarrow S(s) + NO(g) + H_2O(l)$ (معادله موازنه شود.)

۱) ۴۰ ۲) ۶۰ ۳) ۸۰ ۴) ۹۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

ابتدا معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

موازنهٔ N: $_1 HNO_3 + _ H_2S \rightarrow _ S + _1 NO + _ H_2O$

موازنهٔ O: $_1 HNO_3 + _ H_2S \rightarrow _ S + _1 NO + _2 H_2O$

موازنهٔ H: $_1 HNO_3 + _\frac{3}{2} H_2S \rightarrow _ S + _1 NO + _2 H_2O$

$\xrightarrow{\times 2} _2 HNO_3 + _3 H_2S \rightarrow _ S + _2 NO + _4 H_2O$

موازنهٔ S: $_2 HNO_3 + _3 H_2S \rightarrow _3 S + _2 NO + _4 H_2O$

حالا به کمک اطلاعات داده‌شده در مورد محلول نیتریک اسید و جرم گوگرد تولیدشده، بازدهٔ درصدی واکنش را حساب می‌کنیم:

$$\frac{400}{1000}\ L\ HNO_3(aq) \times \frac{0/8\ mol\ HNO_3}{1\ L\ HNO_3(aq)} \times \frac{3\ mol\ S}{2\ mol\ HNO_3} \times \frac{32\ g\ S}{1\ mol\ S} \times \underbrace{\frac{R}{100}}_{\text{بازده درصدی}} = 9/216\ g\ S$$

$$\Rightarrow R = \frac{9216 \times 2}{4 \times 0/8 \times 3 \times 32} = \frac{2880}{48} = \frac{1440}{24} = \%60$$

یه جور دیگه

$2HNO_3 \sim 3S$

$$\frac{\text{حجم} \times \text{غلظت مولی} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\text{ضریب}}_{HNO_3} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{S} \Rightarrow \frac{0/8 \times 0/4 \times \frac{R}{100}}{2} = \frac{9/216}{3 \times 32}$$

$$\Rightarrow R = \frac{9216 \times 2 \times 10}{3 \times 32 \times 32} = \%60$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

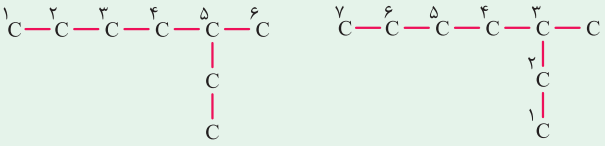
۱۱۹ فرمول مولکولی سبک‌ترین آلکانی که در ساختار آن، شاخهٔ فرعی اتیل وجود دارد، کدام است؟

۱) C_5H_{12} ۲) C_6H_{14}

۳) C_7H_{16} ۴) C_8H_{18}

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته اتیل ($-C_2H_5$) هیچ‌گاه نمی‌تواند به عنوان شاخهٔ فرعی روی کربن شمارهٔ (۱) و (۲) آلکان‌های شاخه‌دار قرار بگیرد و حتماً جزء زنجیر اصلی است؛ یعنی نام هیچ آلکانی *نمی‌تونه* با ۲ـ اتیل شروع *بشه!* در ضمن امکان ندارد شمارهٔ شاخهٔ فرعی اتیل، برابر با یک واحد کم‌تر از شمار اتم‌های کربن زنجیر اصلی باشد. به طور مثال *چشم‌بسته می‌شه گفت* نام ۵ـ اتیل هگزان *غلطه!* زیرا زنجیر اصلی (هگزان) ۶ اتم کربن دارد و شمارهٔ شاخهٔ اتیل شده ۵!

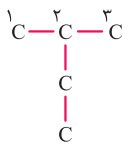


انتخاب درست زنجیر اصلی (نام درست: ۳ ـ متیل هپتان)

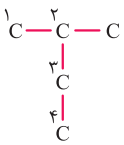
انتخاب نادرست زنجیر اصلی (نام نادرست: ۵ ـ اتیل هگزان)

پاسخ خیلی تشریحی شاخهٔ فرعی اتیل، ۲ اتم کربن دارد؛ پس اگر تعداد کل اتم‌های کربن آلکان را منهای ۲ کنیم، تعداد اتم‌های کربن زنجیر اصلی به دست می‌آید. حالا گزینه‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

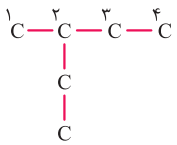
گزینهٔ (۱):

$C_5H_{12} \Rightarrow 5-2=3 \Rightarrow$ 

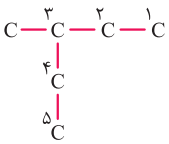
امکان ندارد، زیرا شاخهٔ فرعی اتیل، در واقع جزء زنجیر اصلی است:



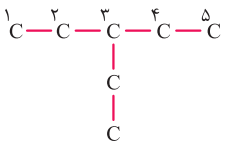
گزینهٔ (۲):

$C_6H_{14} \Rightarrow 6-2=4 \Rightarrow$ 

*باز*م شاخهٔ فرعی اتیل، جزء زنجیر اصلی محسوب می‌شود:

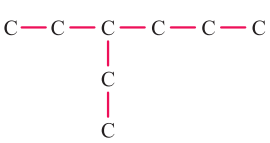


گزینهٔ (۳):

$C_7H_{16} \Rightarrow 7-2=5$ 

امکان‌پذیر است و آلکان ۷ کربنه، سبک‌ترین آلکانی است که می‌تواند شاخهٔ فرعی اتیل داشته باشد.

گزینهٔ (۴): آلکان ۸ کربنه هم می‌تواند شاخهٔ اتیل داشته باشد، *ولی خب! دیگه سبک‌ترین آلکان محسوب نمی‌شه!*

$C_8H_{18} = 8-2=6 \Rightarrow$ 

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۰ در مخلوطی از اتان و پروپین، درصد جرمی کربن برابر ۸۴ درصد می‌باشد. برای سوختن ۲۵۰ گرم از این مخلوط، چند لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP لازم است؟ $(H=1, C=12 : g.mol^{-1})$

۱) ۶۱۶

۲) ۵۰۴

۳) ۷۲۸

۴) ۸۴۰

مشاوره مسائل مربوط به مخلوط هیدروکربن‌ها و واکنش‌های مربوط به آن (واکنش سوختن، واکنش آن‌ها با آب، گاز هیدروژن و ...) از *مباحث ترندی* است که در هر دوره از کنکور سراسری از آن سؤال طرح می‌شود و مورد علاقهٔ طراحان کنکور سراسری است؛ پس حتماً لازمه که از این مبحث به اندازهٔ کافی تست حل کنید.

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: معادلهٔ واکنش سوختن کامل اتان (C_2H_6) و پروپین (C_3H_4) را نوشته و موازنه می‌کنیم:

$$2C_2H_6 + 7O_2 \rightarrow 4CO_2 + 6H_2O$$
$$C_3H_4 + 4O_2 \rightarrow 3CO_2 + 2H_2O$$

گام دوم: مقدار گازهای اتان و پروپین موجود در ۲۵۰ گرم مخلوط مورد نظر را حساب می‌کنیم:

اگر جرم مخلوط را برابر با ۱۰۰ گرم در نظر بگیریم، ۸۴ گرم کربن (C) در آن وجود دارد. حال اگر شمار مول‌های اتان و پروپین موجود در این مخلوط را به ترتیب برابر با x و y در نظر بگیریم، $2x+3y$ مول اتم کربن، $30x$ گرم اتان و $40y$ گرم پروپین در آن وجود دارد؛ بنابراین داریم:

$$\text{جرم C} : 12\times(2x+3y) = 84\ g \Rightarrow 2x+3y=7 \Rightarrow 30x+45y=105$$
$$\text{جرم مخلوط} : 30x+40y=100\ g$$
$$\Rightarrow 5y=5 \Rightarrow y=1\ mol,\ x=2\ mol$$

در نتیجه می‌توان گفت که در ۲۵۰گرم از مخلوط مورد نظر، $x=2/5$ مول گاز اتان و $y=2/5$ مول گاز پروپین وجود دارد.

گام سوم: حجم گاز اکسیژن (O_2) مورد نیاز برای سوختن کامل ۲۵۰ گرم از مخلوط این گازها را در شرایط STP محاسبه می‌کنیم:

$$5\ mol\ C_2H_6 \times \frac{7\ mol\ O_2}{2\ mol\ C_2H_6} \times \frac{22/4\ L\ O_2}{1\ mol\ O_2} = 392\ L\ O_2$$

$$2/5\ mol\ C_3H_4 \times \frac{4\ mol\ O_2}{2\ mol\ C_3H_4} \times \frac{22/4\ L\ O_2}{1\ mol\ O_2} = 224\ L\ O_2$$

بنابراین در مجموع، $392+224=616$ لیتر گاز اکسیژن (O_2)، برای سوختن کامل ۲۵۰ گرم از مخلوط مورد نظر، *لازمه!*

یه جور دیگه

به طور کلی از سوختن کامل هیدروکربن‌ها، کربن دی‌اکسید (CO_2) و آب (H_2O) تولید می‌شود. براساس قانون پایستگی جرم، تمام اتم‌های کربن هیدروکربن به CO_2 و تمام اتم‌های هیدروژن به H_2O منتقل می‌شوند؛ پس به کمک جرم H و C موجود در این هیدروژن می‌توانیم مقدار دو فراورده را حساب کنیم.

با توجه به این‌که جرم مخلوط ۲۵۰ گرم است، در این مخلوط، $250-210=40$ گرم H و $250\times 84/5=210$ گرم C وجود دارد.

$$C + O_2 \rightarrow CO_2$$

$$210\ g\ C \times \frac{1\ mol\ C}{12\ g\ C} \times \frac{1\ mol\ O_2}{1\ mol\ C} = 17/5\ mol\ O_2$$

$$4H + O_2 \rightarrow 2H_2O$$

$$40\ g\ H \times \frac{1\ mol\ H}{1\ g\ H} \times \frac{1\ mol\ O_2}{4\ mol\ H} = 10\ mol\ O_2$$

بنابراین در این فرایند، در مجموع ۲۷/۵ مول گاز O_2 مصرف شده است. حجم این مقدار گاز O_2 در شرایط STP برابر است با:

$$27/5\ mol\ O_2 \times \frac{22/4\ L\ O_2}{1\ mol\ O_2} = 616\ L\ O_2$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۱ کدام مورد درست است؟

۱) یکای رایج اندازه‌گیری گرما، ژول (J) است، در حالی که در (SI)، از یکای کالری (cal) برای بیان مقدار گرما استفاده می‌شود.

۲) به مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای ۱ گرم از یک ماده به میزان $1\ ^\circ C$، ظرفیت گرمایی آن ماده می‌گویند.

۳) انرژی گرمایی ۴۰۰ میلی‌لیتر آب با دمای $39\ ^\circ C$، از انرژی گرمایی ۴۰۰ میلی‌لیتر آب با دمای $321\ K$، کم‌تر است.

۴) انرژی گرمایی همواره از جسمی با انرژی گرمایی بالاتر به جسمی با انرژی گرمایی پایین‌تر، جاری می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): یکای اندازه‌گیری گرما در (SI)، ژول است و نه کالری!

گزینهٔ (۲): گرمای ویژه به ازای یک گرم ماده تعریف می‌شود و نه ظرفیت گرمایی!

کمیت	تعریف	وابستگی به جرم ماده	رابطه برای محاسبهٔ آن	یکا
ظرفیت گرمایی ویژه یا گرمای ویژه (c)	مقدار گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای ۱ گرم ماده به اندازهٔ $1\ ^\circ C$ یا $1\ K$	ندارد	$c = \frac{Q}{m\Delta\theta}$	$J.g^{-1}.K^{-1}$ یا $J.g^{-1}.{}^\circ C^{-1}$
ظرفیت گرمایی (C)	مقدار گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای ماده به اندازهٔ $1\ ^\circ C$ یا $1\ K$	دارد	$C = \frac{Q}{\Delta\theta}$ یا $C = mc$ (c: گرمای ویژه، m: جرم)	$J.K^{-1}$ یا $J.{}^\circ C^{-1}$

گزینهٔ (۳): در مقدار یکسان، انرژی گرمایی نمونه‌ای با دمای بالاتر، بیشتر است.

$$T(K) = \theta(^\circ C) + 273 = 39 + 273 = 312\ K$$

دمای نمونهٔ اول $(312\ K)$ از دمای نمونهٔ دوم $(321\ K)$ کم‌تر است؛ از این رو انرژی گرمایی آن کم‌تر می‌باشد.

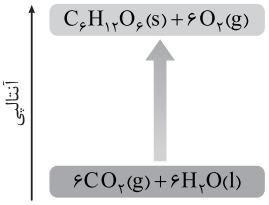
گزینهٔ (۴): جهت جاری‌شدن انرژی گرمایی را، دمای دو نمونه مشخص می‌کند و نه انرژی گرمایی آن‌ها! انرژی گرمایی همواره از ماده‌ای با دمای بیشتر به ماده‌ای با دمای کم‌تر جاری می‌شود. ممکن است ماده‌ای با دمای بیشتر، انرژی گرمایی کم‌تری داشته باشد.

Telegram: @konkur_in

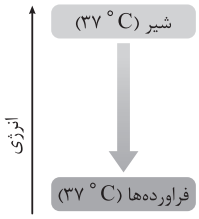
www.konkur.in

۱۲۲ نمودار انرژی یا آنتالپی در کدام مورد، با فرایند اشاره‌شده، مطابقت ندارد؟

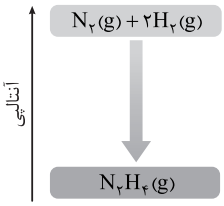
۱) فرایند فتوسنتز:



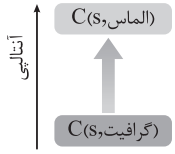
۲) فرایند گوارش و سوخت‌وساز شیر در بدن:



۳) تولید هیدرازین از عنصرهای سازنده:

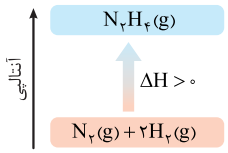


۴) تبدیل گرافیت به الماس:



پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ تولید هیدرازین از عنصرهای سازنده، گرماگیر است، پس سطح انرژی فراورده در آن، باید بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها باشد.



در مورد گزینهٔ (۴) دقت کنید که الماس ناپایدارتر از گرافیت بوده و سطح انرژی بالاتری دارد؛ بنابراین تبدیل گرافیت به الماس، فرایندی گرماگیر است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۳ شمار کل پیوندهای اشتراکی در ساختار کدام ترکیب، با مجموع شمار اتم‌ها در فرمول مولکولی آن برابر است؟

۱) تری‌متیل آمین
۲) اتیل استات
۳) ۱ـ اوکتانول
۴) سیانو اتن

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته شمار پیوندهای اشتراکی در مولکول ترکیب‌های آلی شامل اتم‌های کربن، هیدروژن و هالوژن، اکسیژن و نیتروژن را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{(\text{۳} \times \text{شمار اتم‌های نیتروژن}) + (\text{۲} \times \text{شمار اتم‌های اکسیژن}) + (\text{۱} \times \text{شمار اتم‌های هیدروژن یا هالوژن}) + (\text{۴} \times \text{شمار اتم‌های کربن})}{\text{۲}}$$

پاسخ خیلی تشریحی می‌توانیم به کمک فرمول و یا کشیدن ساختار ترکیب‌ها، شمار پیوندهای اشتراکی در آن‌ها را به دست آوریم:

گزینهٔ (۱):

تری‌متیل آمین : $CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\overset{\displaystyle |}{N}}-CH_2(C_3H_9N)$ $\Rightarrow$ ۱۲ اتم و ۱۳ پیوند اشتراکی

گزینهٔ (۲):

اتیل‌استات $\Rightarrow$ استر ۴ کربنی $\xrightarrow{C_nH_{2n}O_2}$ $C_4H_8O_2$ (۱۴ اتم)

$$\text{شمار پیوندها} = \frac{\overbrace{(4\times4)}^{C}+\overbrace{(8\times1)}^{H}+\overbrace{(2\times2)}^{O}}{2} = 14$$

گزینهٔ (۳):

۱ـ اوکتانول $\Rightarrow$ الکل ۸ کربنی $\xrightarrow{C_nH_{2n+2}O}$ $C_8H_{18}O$ (۲۷ اتم)

$$\text{شمار پیوند} = \frac{\overbrace{(8\times4)}^{C}+\overbrace{(18\times1)}^{H}+\overbrace{(1\times2)}^{O}}{2} = 26$$

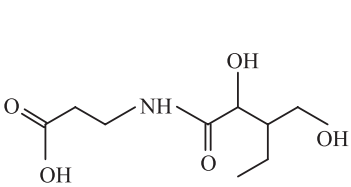
گزینهٔ (۴):

سیانو اتن : $CH_2=\underset{\displaystyle C\equiv N}{\overset{\displaystyle |}{CH}}$ (C_3H_3N) $\Rightarrow$ ۷ اتم و ۹ پیوند اشتراکی

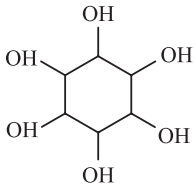
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۴ با توجه به ساختارهای داده‌شده، کدام موارد درست است؟



ویتامین B_5



ویتامین B_8

الف) ویتامین B_5 در آب محلول و دارای دو گروه عاملی کربوکسیل است.

ب) شمار پیوندهای $O-H$، $C-O$، $C-C$ و $C-H$ در مولکول ویتامین B_8 برابر است.

پ) ویتامین B_5 همانند بنزوئیک اسید، توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را دارد.

ت) درصد جرمی کربن در ویتامین B_8، با درصد جرمی کربن در آشناترین اسید آلی برابر است.

۱) «ب» ـ «پ» ـ «ت»

۲) «الف» ـ «ب» ـ «پ»

۳) «ب» ـ «ت»

۴) «الف» ـ «پ»

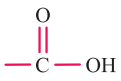
استیک اسید

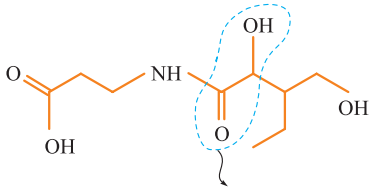
پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی عبارت‌ها:

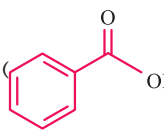
الف) ویتامین B_5 در آب محلول است، زیرا بخش قطبی مولکول آن بر بخش ناقطبی غلبه دارد، اما این مولکول، تنها دارای یک گروه عاملی کربوکسیل ($-COOH$) است. دقت کنید که در گروه کربوکسیل، OH به همان کربن گروه $C=O$ متصل است.





این گروه کربوکسیل نیست، زیرا OH و O به دو کربن متفاوت متصل‌اند.

ب) با توجه به ساختار ویتامین B_8 ($C_6H_{12}O_6$)، در این مولکول، ۶ پیوند $H-O$، ۶ پیوند $C-O$، ۶ پیوند $C-C$ و ۶ پیوند $C-H$ وجود دارد.

پ) در ساختار ویتامین B_5 مانند بنزوئیک اسید () پیوند $O-H$ وجود دارد؛ از این رو هر دو مولکول توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را دارند.

ت) فرمول مولکولی ویتامین B_8 و آشناترین اسید آلی یعنی استیک اسید، به ترتیب به صورت $C_6H_{12}O_6$ و $C_2H_4O_2$ است.

فرمول ساده‌شدهٔ هر دو مولکول به صورت CH_2O است؛ بنابراین درصد جرمی کربن در آن‌ها برابر است.

نکته اگر فرمول مولکولی دو ترکیب مضربی از هم باشد (یا فرمول ساده‌شدهٔ آن‌ها یکسان باشد)، درصد جرمی عنصرهای سازندهٔ آن‌ها با هم برابر است.

$C_6H_{12}O_6 \rightarrow CH_2O$

$C_2H_4O_2 \rightarrow CH_2O$

درصد جرمی $= \frac{1\times12}{30}\times100 = \%40$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۵ با توجه به واکنش‌های زیر، آنتالپی سوختن استیک اسید، چند کیلوژول بر مول است؟

$$I)\ C_6H_{12}O_6\ (s) \rightarrow 2C_2H_5OH\ (l) + 2CO_2\ (g) \qquad \Delta H = -71\ kJ$$

$$II)\ C_2H_5OH\ (l) + O_2\ (g) \rightarrow CH_3COOH\ (l) + H_2O(l) \qquad \Delta H = -493\ kJ$$

$$III)\ C_6H_{12}O_6(s) + 6O_2\ (g) \rightarrow 6CO_2\ (g) + 6H_2Ol) \qquad \Delta H = -2805\ kJ$$

۱) -847 ۲) -1391

۳) -874 ۴) -1931

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ معادلهٔ واکنش سوختن کامل ۱ مول استیک اسید به صورت زیر است:

$$CH_3COOH\ (l) + 2O_2\ (g) \rightarrow 2CO_2\ (g) + 2H_2O(l)$$

برای رسیدن به این واکنش، باید تعییرات زیر را روی معادله‌ها اعمال کنیم:

ایجاد CH_3COOH در سمت چپ ← وارونه‌کردن معادلهٔ (II)

حذف C_2H_5OH ← وارونه‌کردن معادلهٔ (I) و ضرب آن در $\frac{1}{2}$

حذف $C_2H_2O_6$ ← در $\frac{1}{2}$ ضرب‌کردن معادلهٔ (III)

$$\Delta H(\text{واکنش کلی}) = -\frac{1}{2}\Delta H_I + (-\Delta H_{II}) + \frac{1}{2}\Delta H_{III}$$

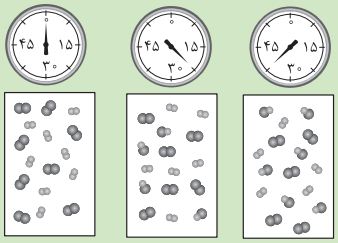
$$= -\frac{1}{2}(-71) + 493 + \frac{1}{2}(-2805)$$

$$= 35/5 + 493 - 1402/5 = -874\ kJ$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۶ با توجه به شکل زیر که واکنش ید با هیدروژن را در دمای معین در یک ظرف دربستهٔ ۲/۵ لیتری نشان می‌دهد، اگر هر ذره ارزش ۰/۰۵ مول از هر ماده را نشان دهد، سرعت متوسط واکنش در ۲۰ دقیقهٔ آغازی واکنش برابر ..... مولار بر دقیقه و ..... برابر سرعت متوسط واکنش در ۲۰ دقیقهٔ دوم است.



۱) $۱/۲ - ۵\times۱۰^{-۳}$

۲) $۲ - ۵\times۱۰^{-۳}$

۳) $۲ - ۲\times۱۰^{-۳}$

۴) $۱/۲ - ۲\times۱۰^{-۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت زیر است:

$$H_۲ + I_۲ \rightarrow ۲HI$$

با توجه به یک بودن ضرایب استوکیومتری $H_۲$ و $I_۲$، سرعت متوسط واکنش با سرعت متوسط مصرف این مواد برابر است. در ۲۰ دقیقهٔ اول تعداد ذرات این دو گاز از ۸ ذره به ۶ ذره رسیده است، یعنی $۲\times۰/۰۵ = ۰/۱$ مول از آن‌ها مصرف شده است:

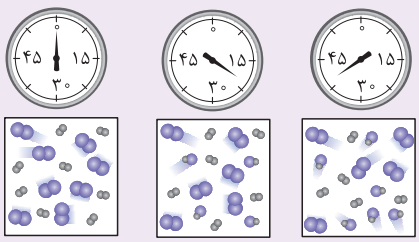
$$R^-(\text{واکنش}) = \bar{R}(H_۲) = \frac{۰/۱\ mol}{۲۰\ min \times ۲/۵\ L} = \frac{۱}{۵۰۰} = ۲\times۱۰^{-۳}\ mol.L^{-۱}.min^{-۱}$$

در ۲۰ دقیقهٔ اول، تعداد ذرات واکنش‌دهنده از ۸ به ۶ و در ۲۰ دقیقهٔ دوم از ۶ به ۵ رسیده است، یعنی تغییرات تعداد مول واکنش‌دهنده در ۲۰ دقیقهٔ اول، ۲ برابر ۲۰ دقیقهٔ دوم است، از این سرعت واکنش در ۲۰ دقیقهٔ اول، ۲ برابر ۲۰ دقیقهٔ دوم است.

کتاب درسی

شکل زیر واکنش‌های میان گاز هیدروژن و بخار بنفش‌رنگ ید را در دمای میعنی نشان می‌دهد.

(شیمی (۲) ـ تمرین‌های دوره‌ای صفحهٔ ۹۷ کتاب درسی)



(a) **(b)** **(c)**

اگر هر ذره هم‌ارز با ۰/۱ مول از ماده و سامانهٔ دولیتری باشد، سرعت واکنش را پس از ۲۰ دقیقه (b) و پس از ۴۰ دقیقه (c) برحسب $mol\ L^{-۱}h^{-۱}$ حساب و با یکدیگر مقایسه کنید.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

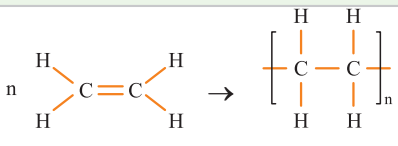
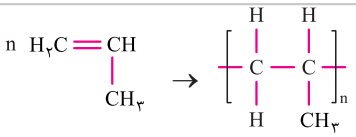
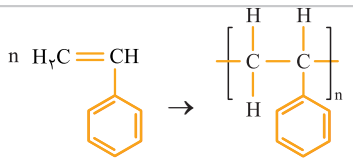
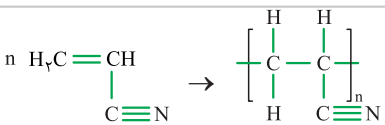
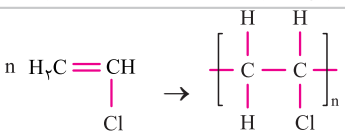
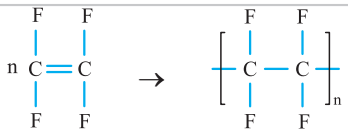
۱۲۷ اگر شمار پیوندهای دوگانه در ساختار یک مولکول پلی‌استیرن، ۵ برابر شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در هر مولکول پلی‌وینیل کلرید با ۱۲۰۰ واحد تکرارشونده باشد، برای سوختن کامل یک میلی‌مول از این پلی‌استیرن به چند لیتر گاز اکسیژن در شرایطی که حجم مولی گازها برابر ۲۴ لیتر بر مول است، نیاز می‌باشد؟

۱) ۴۳۲ ۲) ۱۴۴۰

۳) ۲۸۸ ۴) ۸۶۴۰

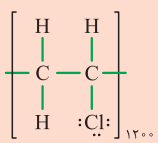
پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته پلی‌اتن و مشتقات آن:

نام پلیمر	کاربرد پلیمر	واکنش تهیه
پلی‌اتن	کیسه‌های پلاستیکی، لوله‌های پلاستیکی، دبه‌های آب یا بطری پلاستیکی	 اتن — پلی‌اتن
پلی‌پروپن	سرنگ	 پروپن — پلی‌پروپن
پلی‌استیرن	ظروف یکبارمصرف	 استیرن — پلی‌استیرن
پلی‌سیانو اتن	پتو	 سیانو اتن — پلی‌سیانو اتن
پلی‌وینیل کلرید	کیسهٔ خون	 وینیل کلرید — پلی‌وینیل کلرید
پلی‌تترافلوئورو اتن یا تفلون	ظروف نچسب، نخ‌دندان، کفی اتو، نوارهای آب‌بندی لوله‌ها	 تترافلوئورو اتن — پلی‌تترافلوئورو اتن (تفلون)

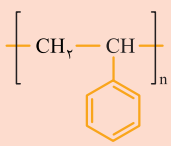
پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: محاسبهٔ شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در پلی‌وینیل کلرید:



$\Rightarrow$ شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی $= ۳ \times ۱۲۰۰ = ۳۶۰۰$

گام دوم: محاسبهٔ شمار واحدهای تکرارشونده در پلی‌استیرن:



شمار پیوندهای دوگانه $= ۵ \times ۳۶۰۰ \Rightarrow n = ۶۰۰۰$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام سوم: محاسبهٔ حجم گاز اکسیژن در سوختن کامل پلی‌استیرن:

اگر فرمول پلی‌استیرن را به صورت $(C_8H_8)_{۶۰۰۰}$ در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$(C_8H_8)_{۶۰۰۰} + \underbrace{\frac{۲۰\times۶۰۰۰}{۲}}_{=۶۰۰۰۰} O_2 \Rightarrow \underbrace{(۸\times۶۰۰۰)}_{\text{به اندازهٔ تعداد کربن‌های پلیمر}} CO_2 + \underbrace{(۴\times۶۰۰۰)}_{\text{نصف هیدروژن‌های پلیمر}} H_2O$$

$$۱\times۱۰^{-۳}\ \text{mol پلی‌استیرن} \times \frac{۶۰۰۰۰\ \text{mol } O_2}{۱\ \text{mol پلی‌استیرن}} \times \frac{۲۴\ \text{L } O_2}{۱\ \text{mol } O_2} = ۶۰\times۲۴ = ۱۴۴۰\ \text{L } O_2$$

کنکور

در هر زنجیر از یک نمونه پلی‌سیانواتن، میانگین شمار پیوندهای سه‌گانه، ۲برابر میانگین شمار پیوندهای دوگانه در هر زنجیر از یک نمونه پلی‌استیرن است. اگر میانگین شمار مونومرهای سیانواتن در هر زنجیر از پلیمر آن، برابر ۱۸۰۰۰ باشد، میانگین جرم مولی پلی‌استیرن، برابر چند گرم است؟ $(C=۱۲ , H=۱ : g.mol^{-۱})$

(سؤال ۹۸ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت دوم)

۱) $۹/۳۶\times۱۰^{۵}$
۲) $۶/۲۴\times۱۰^{۵}$
۳) $۳/۱۲\times۱۰^{۵}$
۴) $۱/۵۶\times۱۰^{۵}$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۸ **اگر الکل سازندهٔ استری با فرمول $C_5H_{10}O_2$ به هر نسبتی در آب حل نشود، کدام مورد دربارهٔ اسید سازندهٔ این استر درست است؟**

۱) با متیل فورمات ایزومر است.

۲) پرکاربردترین کربوکسیلیک اسید است.

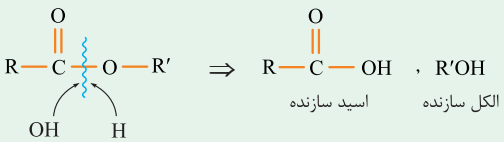
۳) خاصیت چربی‌گریزی آن از $CH_3(CH_2)_3COOH$، بیشتر است.

۴) به صورت مصنوعی تهیه می‌شود و در طبیعت یافت نمی‌شود.

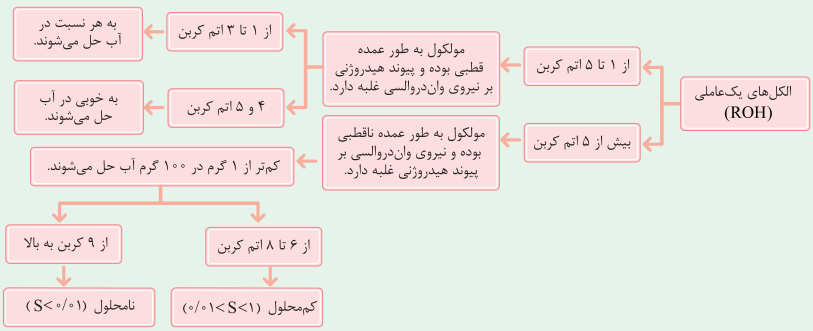
پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته

۱) فرمول عمومی استرهای یک‌عاملی ($R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-R'$) با زنجیر هیدروکربنی سیرشده به صورت $C_nH_{2n}O_2$ است. این مواد از واکنش الکل‌ها و اسیدها به دست می‌آیند:



۲) با افزایش شمار اتم‌های کربن در الکل‌ها، انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کاهش می‌یابد:



پاسخ خیلی تشریحی

الکل سازندهٔ استر ۵ کربنی، می‌تواند ۱ تا ۴ کربنی باشد. الکل‌های ۱ تا ۳ کربنی به هر نسبتی در آب حل می‌شوند؛ پس در این‌جا الکل سازندهٔ استر، ۴ کربنی است؛ بدین ترتیب اسید سازندهٔ آن، ۱ کربنی می‌باشد:

$$C_5H_{10}O_2 \begin{cases} \text{الکل}: C_4H_{10}O \text{ (بوتانول)} \\ \text{اسید}: CH_2O_2 \text{ (فورمیک اسید)} \end{cases}$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): متیل فورمات، یک استر ۲ کربنی است، در حالی که دیدیم اسید مورد نظر، فقط یک اتم کربن دارد.

گزینهٔ (۲): پرکاربردترین کربوکسیلیک اسید، استیک اسید $(C_2H_4O_2)$ است.

گزینهٔ (۳): هر چه شمار اتم‌های کربن اسید کم‌تر باشد، خاصیت آب‌دوستی و چربی‌گریزی آن بیشتر است:

خاصیت چربی‌گریزی: $HCOOH > CH_3(CH_2)_3COOH$

گزینهٔ (۴): فورمیک اسید در طبیعت وجود دارد. گزش مورچه سرخ *رو که یادتون نرفته؟*

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۹ **برای فرمول مولکولی $C_۳H_۹N$، چند ساختار آمینی می‌توان در نظر گرفت و چه تعداد از آن‌ها می‌توانند به همراه یک اسید آلی، در واکنش تولید آمید شرکت کنند؟**

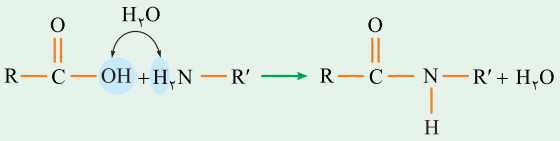
۱) ۴ ـ ۳
۲) ۳ ـ ۱
۳) ۳ ـ ۲
۴) ۴ ـ ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

نکته فرمول عمومی آمین‌های سیرشدهٔ یک‌عاملی غیرحلقوی به صورت $C_nH_{۲n+۳}N$ است.

$$n=۱ \Rightarrow CH_۵N \ , \ n=۲ \Rightarrow C_۲H_۷N \ , \ n=۳ \Rightarrow C_۳H_۹N$$

آمین‌ها در واکنش با اسیدها می‌توانند آمید تولید کنند، معادلهٔ کلی این واکنش‌ها به صورت زیر است:



با توجه به این معادله، آمینی می‌تواند در واکنش تولید آمید شرکت کند که H متصل به N داشته باشد.

پاسخ خیلی تشریحی فرمول $C_۳H_۹N$ مربوط به آمین سیرشدهٔ یک‌عاملی است و ساختارهای زیر را می‌توان برای آن در نظر گرفت:

۱) $C-C-C-NH_۲$

۲) $C-\underset{\displaystyle NH_۲}{\underset{|}{C}}-C$

۳) $C-NH-C-C$

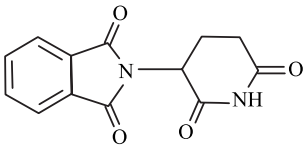
۴) $C-\underset{\displaystyle C}{\underset{|}{N}}-C$

فقط مولکول (۴)، یعنی همان تری‌متیل آمین، نمی‌تواند در واکنش تولید آمید شرکت کند، زیرا H متصل به N ندارد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۳۰ در مولکول سازندهٔ ترکیب زیر، شمار اتم‌های هیدروژن چند برابر شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی است و در اثر آبکافت کامل آن، چند نوع ترکیب به دست می‌آید؟



۱) ۳، ۱

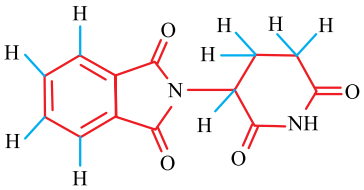
۲) ۲، ۱

۳) ۴، ۰ / ۸

۴) ۳، ۰ / ۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔ در ساختار مولکول مورد نظر، ۱۰ اتم هیدروژن وجود دارد:

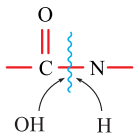


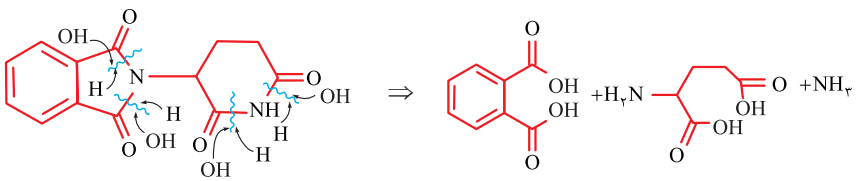
از طرفی هر اتم اکسیژن، ۲ جفت‌الکترون ناپیوندی و هر اتم نیتروژن، ۱ جفت‌الکترون ناپیوندی دارد:

$$\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی} = \underbrace{(۴\times۲)}_{O} + \underbrace{(۲\times۱)}_{N} = ۱۰$$

بنابراین شمار اتم‌های هیدروژن مولکول، با شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی آن، برابر است.

برای قسمت دوم سؤال، باید بدانیم که در آبکافت ترکیب، پیوند بین $\overset{O}{\overset{\|}{C}}$ و N گروه آمیدی شکسته می‌شود:





Telegram: @konkur_in