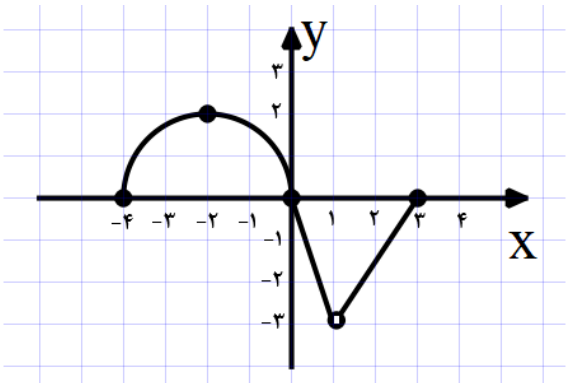
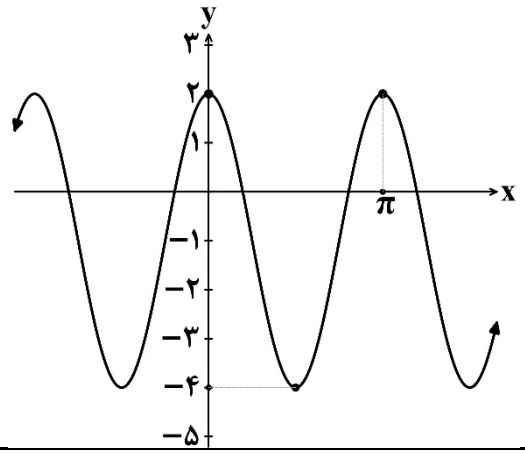
www.konkur.in

باسمه تعالی

سوالات آزمون هماهنگ کشوری درس: **حسابان ۲**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۷**
تعداد صفحه: **۲**	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	ساعت شروع: **۱۵ به وقت تهران**	نام و نام‌خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(عصرداخل و خارج از کشور) – شهریور ۱۴۰۵**			

ردیف	سوالات (پاسخ‌برگ دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)	نمره
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارت‌های زیر را مشخص کنید. الف) تابعی وجود دارد که در یک فاصله هم اکیداً صعودی و هم اکیداً نزولی است. ب) نمودار تابع $y=\tan x$ خط $x=\frac{-۳\pi}{۲}$ را قطع نمی‌کند. پ) تابع $f(x)=\sqrt[۳]{x^۲}$ در نقطه $x=۰$ مماس قائم دارد.	۰/۷۵
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) اگر تابع f در $x=a$ مشتق‌پذیر باشد، آن‌گاه مقدار $\lim_{x\to a}\big(f(x)-f(a)\big)$ برابر با ..... است. ب) اگر به ازای هر x از بازهٔ باز I، f'' موجود و $f''(x)>۰$، آن‌گاه نمودار f روی بازهٔ I تقعر رو به ..... دارد.	۰/۵
۳	در سوال زیر، گزینه مناسب را انتخاب کرده و شمارهٔ مربوط به آن را در پاسخ‌برگ بنویسید. اگر $x=c$ طول نقطه عطف تابع f باشد، آن‌گاه کدام گزینه همواره برقرار است؟ ۱) تابع f در $x=c$ مشتق‌پذیر است. ۲) $x=c$، طول نقطهٔ گوشه‌ای تابع f است. ۳) $f'_+(c)$ و $f'_-(c)$ هر دو موجود و متناهی هستند. ۴) تابع f در $x=c$، پیوسته است.	۰/۲۵
۴	اگر دامنه تابع f به صورت $[-۱,۱]$ و برد آن به صورت $(-۲,۴]$ باشد، دامنه و برد تابع $g(x)=۲f(x-۱)+۳$ را بیابید.	۱
۵	نمودار تابع $y=f(x)$ در شکل روبه‌رو رسم شده است. الف) تابع f در چه فاصله‌هایی صعودی است؟ ب) تابع f در چه فاصله‌هایی نزولی است؟ 	۰/۷۵
۶	اگر باقی‌مانده تقسیم چندجمله ای $p(x)=x^۳+ax-۴$ بر $x+۲$ برابر -۶ باشد، آن‌گاه مقدار a را تعیین کنید.	۱
۷	نمودار تابع $f(x)=a\cos bx+c$ در شکل مقابل داده شده است. اگر $b>۰$، آن‌گاه مقادیر a، b و c را به‌دست آورید. 	۱/۲۵

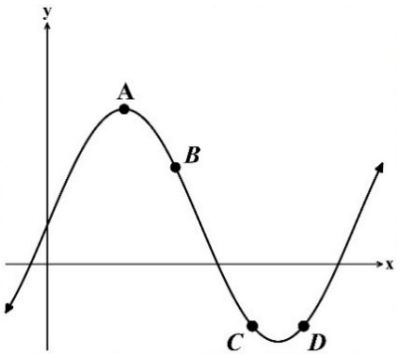
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

باسمه تعالی

سوالات آزمون هماهنگ کشوری درس: **حسابان ۲**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۷**
تعداد صفحه: **۲**	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	ساعت شروع: **۱۵ به وقت تهران**	نام و نام‌خانوادگی:

دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(عصرداخل و خارج از کشور) – شهریور ۱۴۰۵**

ردیف	سوالات (پاسخ‌برگ دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)	نمره
۸	جواب‌های کلی معادلهٔ مثلثاتی $\cos^۲ x + \sin x = ۱$ را به‌دست آورید.	۱/۵
۹	حاصل حدهای زیر را به‌دست آورید. الف) $\lim\limits_{x \to ۳^+} \dfrac{۲x^۲ - ۱}{۳ - x}$ ب) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-۳x^۳ + ۴x^۲}{۱ - ۵x^۳}$	۱/۵
۱۰	اگر $y = ۳$ مجانب افقی تابع $f(x) = \dfrac{(۲a-۱)x^۲ - ۳x + ۱}{x^۲ + ۱}$ باشد، مقدار a را محاسبه کنید.	۰/۷۵
۱۱	نمودار تابع $y = \dfrac{-۲x}{x+۱}$ در نزدیکی مجانب قائم خود، چگونه است؟	۰/۷۵
۱۲	در شکل زیر، نقاط A، B، C و D روی نمودار تابع $y = f(x)$ مشخص شده‌اند. به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) در کدام نقطه، مقدار تابع و مقدار مشتق آن، هر دو منفی هستند؟ ب) شیب خط مماس در کدام نقطه، از مقدار مشتق تابع در نقطهٔ A بیشتر است؟ 	۰/۵
۱۳	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^۲ - ۱ & x \le ۱ \\ x - ۱ & x > ۱ \end{cases}$ را در نقطهٔ $x = ۱$ بررسی کنید.	۱/۲۵
۱۴	مشتق توابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = \tan x \sin ۳x$ ب) $g(x) = \left(\dfrac{۵}{x} + \dfrac{x}{۵}\right)^۳$	۲
۱۵	یک توده باکتری بعد از t ساعت دارای جرم $m(t) = ۲\sqrt{t} + ۳t^۲ + ۱$ گرم است. الف) آهنگ تغییر متوسط جرم توده باکتری در بازهٔ زمانی $[۰, ۴]$ را به‌دست آورید. ب) آهنگ تغییر لحظه‌ای جرم توده را در لحظهٔ $t = ۱$ به‌دست آورید.	۱/۲۵
۱۶	مقدار ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = ۲x^۳ - ۹x^۲ + ۱۲x - ۵$ را در بازهٔ $[-۱, ۲]$ به‌دست آورید.	۱/۵
۱۷	نقطهٔ $(۲, ۴)$ اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^۳ - ax^۲ + bx$ است. مقادیر a و b را به‌دست آورید.	۱/۵
۱۸	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = -۲x^۳ + ۶x + ۱$ را رسم کنید.	۲
	موفق باشید	۲۰

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

باسمه تعالی

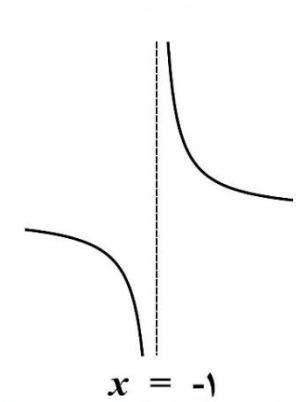
راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: **حسابان ۲**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۷**
تعداد صفحه: **۴**	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	ساعت شروع: **۱۵ به وقت تهران**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(عصر داخل و خارج از کشور) - شهریور۱۴۰۵**			

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) صفحه ۲۲ ب) درست (۰/۲۵) صفحه ۳۲ پ) درست (۰/۲۵) صفحه ۱۰۰	۰/۷۵
۲	الف) ۰ (صفر) (۰/۲۵) صفحه ۸۶ ب) بالا (۰/۲۵) صفحه ۱۲۹	۰/۵
۳	گزینه ۴ یا «تابع f در $x=c$، پیوسته است.» (۰/۲۵) صفحه ۱۳۱	۰/۲۵
۴	$D_g=[0,2]$ (۰/۵) $R_g=(-1,11]$ (۰/۵) **توضیحات نمره‌گذاری:** در صورتی‌که باز یا بسته بودن بازه اشتباه نوشته شود، برای هر بازه، (۰/۲۵) کسر گردد. صفحه ۱۰	۱
۵	الف) $[-4,-2],(1,3]$ (۰/۵) ب) $[-2,1)$ (۰/۲۵) صفحه ۲۱	۰/۷۵
۶	$x+2=0\Rightarrow x=-2$ (۰/۲۵) $\underbrace{p(-2)=-6\Rightarrow -8-2a-4=-6}_{(0/5)}\Rightarrow a=-3$ (۰/۲۵) **توضیحات جهت نمره‌گذاری:** اگر دانش‌آموز از روش تقسیم چندجمله‌ای بر چندجمله‌ای، مقدار a به درستی به‌دست آورد، یک نمره تعلق گیرد. صفحه ۲۲	۱
۷	نگارش اول: $\underbrace{T=\frac{2\pi}{\lvert b\rvert}\Rightarrow \lvert b\rvert=\frac{2\pi}{\pi}=2\xrightarrow{b>0} b=2}_{(0/25)}$ $\underbrace{\begin{cases}2=\lvert a\rvert+c\\ -4=-\lvert a\rvert+c\end{cases}}_{(0/25)}\Rightarrow\begin{cases}c=-1 & (0/25)\\ \lvert a\rvert=3\Rightarrow a=3 & (0/25)\end{cases}$ نگارش دوم: $\underbrace{T=\frac{2\pi}{\lvert b\rvert}\Rightarrow \lvert b\rvert=\frac{2\pi}{\pi}=2\xrightarrow{b>0} b=2}_{(0/25)}$ $\underbrace{\begin{cases}c=\frac{\max+\min}{2}\\ \lvert a\rvert=\frac{\max-\min}{2}\end{cases}}_{(0/25)}\Rightarrow\begin{cases}c=-1 & (0/25)\\ \lvert a\rvert=3\Rightarrow a=3 & (0/25)\end{cases}$ صفحه ۲۸	۱/۲۵

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: **حسابان ۲**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۷**
تعداد صفحه: **۴**	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	ساعت شروع: **۱۵ به وقت تهران**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(عصر داخل و خارج از کشور) - شهریور۱۴۰۵**			

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره
۸	**نگارش اول:** $\underbrace{۱-\sin^۲x+\sin x=۱}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{-\sin^۲x+\sin x=\circ}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow \begin{cases} \sin x=\circ \ (\circ/۲۵) \Rightarrow x=k\pi \ (\circ/۲۵) \\ \sin x=۱ \ (\circ/۲۵) \Rightarrow x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲} (\circ/۲۵) \end{cases} \quad k\in\mathbb{Z}$ **نگارش دوم:** $\underbrace{۱-\cos^۲x-\sin x=\circ}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\sin^۲x-\sin x=\circ}_{(\circ/۲۵)} \Rightarrow \begin{cases} \sin x=\circ \ (\circ/۲۵) \Rightarrow x=k\pi \ (\circ/۲۵) \\ \sin x=۱ \ (\circ/۲۵) \Rightarrow x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲} (\circ/۲۵) \end{cases} \quad k\in\mathbb{Z}$ **توضیحات نمره‌گذاری:** در صورتی که جواب‌های معادله، به شکل خاص نوشته نشده باشد، $(\circ/۵)$ نمره این قسمت تعلق گیرد. صفحه ۴۴	۱/۵
۹	**الف)** صفحه ۵۸ $\lim\limits_{x\to ۳^+} \frac{۲x^۲-۱}{۳-x} = \frac{۱۷}{\circ^-} = -\infty$ $(\circ/۲۵)$ $(\circ/۲۵)$ $(\circ/۲۵)$ **ب)** صفحه ۶۶ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-۳x^۳+۴x^۲}{۱-۵x^۳} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-۳x^۳}{-۵x^۳} = \frac{۳}{۵}$ $(\circ/۲۵)$ $(\circ/۲۵)$	۱/۵
۱۰	$\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{(۲a-۱)x^۲-۳x+۱}{x^۲+۱}=۳$ **یا** $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{(۲a-۱)x^۲}{x^۲}=۳ \ (\circ/۲۵) \Rightarrow ۲a-۱=۳ \ (\circ/۲۵) \Rightarrow a=۲ \ (\circ/۲۵)$ صفحه ۶۷	۰/۷۵
۱۱	**توضیحات نمره‌گذاری:** رسم صحیح هر شاخه $(\circ/۲۵)$ رسم صحیح مجانب قائم و نوشتن ضابطه آن $(\circ/۲۵)$ در صورتی که، حدهای $\lim\limits_{x\to(-۱)^+} \frac{۲}{\circ^+}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to(-۱)^-} \frac{۲}{\circ^-}=-\infty$ نوشته شود، ولی شکل به درستی رسم نشود، $(\circ/۲۵)$ تعلق گیرد. صفحه ۵۸ 	۰/۷۵
۱۲	**الف)** C $(\circ/۲۵)$ **ب)** D $(\circ/۲۵)$ صفحه ۸۲	۰/۵

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

باسمه تعالی

راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: **حسابان ۲**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۷**
تعداد صفحه: **۴**	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	ساعت شروع: **۱۵ به وقت تهران**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(عصر داخل و خارج از کشور) - شهریور۱۴۰۵**			

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره

۱۳ — نمره: ۱/۲۵

روش اول:

$$\begin{cases} f'_+(۱)=\lim\limits_{x\to ۱^+}\dfrac{f(x)-f(۱)}{x-۱}=\lim\limits_{x\to ۱^+}\dfrac{(x-۱)}{x-۱}=۱ & (۰/۵)\\ f'_-(۱)=\lim\limits_{x\to ۱^-}\dfrac{f(x)-f(۱)}{x-۱}=\lim\limits_{x\to ۱^-}\dfrac{x^۲-۱}{x-۱}=۲ & (۰/۵)\end{cases}$$

با توجه به اینکه $f'_+(۱)\neq f'_-(۱)$، نتیجه می‌شود که تابع f در نقطه $x=۱$ مشتق‌پذیر نیست. (۰/۲۵)

روش دوم:

$$\begin{cases} f'_+(۱)=\lim\limits_{h\to ۰^+}\dfrac{f(۱+h)-f(۱)}{h}=\lim\limits_{h\to ۰^+}\dfrac{(۱+h)-۱}{h}=۱ & (۰/۵)\\ f'_-(۱)=\lim\limits_{h\to ۰^-}\dfrac{f(۱+h)-f(۱)}{h}=\lim\limits_{h\to ۰^-}\dfrac{(۱+h)^۲-۱}{h}=\lim\limits_{h\to ۰^-}\dfrac{h(h+۲)}{h}=۲ & (۰/۵)\end{cases}$$

با توجه به اینکه $f'_+(۱)\neq f'_-(۱)$، نتیجه می‌شود که تابع f در نقطه $x=۱$ مشتق‌پذیر نیست. (۰/۲۵)

توضیحات نمره‌گذاری: اگر فقط به جمله «تابع f در نقطه $x=۱$ مشتق‌پذیر نیست.» اشاره شود، (۰/۲۵) تعلق گیرد.

صفحه ۱۰۰

۱۴ — نمره: ۲

الف)

$$f'(x)=\underbrace{(۱+\tan^۲ x)}_{(۰/۲۵)}\sin ۳x+\underbrace{۳\cos ۳x}_{(۰/۲۵)}\tan x \quad (۰/۲۵)$$

ب)

$$g'(x)=\underbrace{(۳)}_{(۰/۲۵)}\left(\underbrace{\frac{-۵}{x^۲}}_{(۰/۲۵)}+\underbrace{\frac{۱}{۵}}_{(۰/۲۵)}\right)\underbrace{\left(\frac{۵}{x}+\frac{x}{۵}\right)^۲}_{(۰/۲۵)}$$

توضیحات جهت نمره‌گذاری: در صورتی که بین پرانتزها علامت جمع، تفریق یا تقسیم نوشته شده بود، تنها (۰/۲۵) نمره کسر گردد.

صفحه ۹۷

۱۵ — نمره: ۱/۲۵

قسمت الف)

$$\frac{m(۴)-m(۰)}{۴-۰} \quad (۰/۲۵) \quad =\frac{۵۳-۱}{۴}=۱۳ \quad (۰/۲۵)$$

قسمت ب)

$$m'(t)=\frac{۲}{۲\sqrt{t}}+۶t \quad (۰/۵) \quad \Rightarrow m'(۱)=۷ \quad (۰/۲۵)$$

صفحه ۱۱۰

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

باسمه تعالی

راهنمای نمره گذاری آزمون هماهنگ کشوری درس: **حسابان ۲**	پایه: **دوازدهم**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۵/۰۶/۱۷**
تعداد صفحه: **۴**	مدت آزمون: **۱۲۰ دقیقه**	ساعت شروع: **۱۵ به وقت تهران**	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد **(عصر داخل و خارج از کشور) - شهریور۱۴۰۵**			

ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره

۱۶ — نمره: ۱/۵

$$f'(x)=۶x^۲-۱۸x+۱۲ \xrightarrow{f'(x)=۰} \begin{cases} x=۱ & (۰/۲۵) \\ x=۲ & (۰/۲۵) \end{cases}$$

$f(-۱)=-۲۸$ (۰/۲۵) $\quad f(۱)=۰$ (۰/۲۵) $\quad f(۲)=-۱$ (۰/۲۵)

مقدار ماکزیمم مطلق برابرصفر است. (۰/۲۵)

توضیح نمره‌گذاری: در صورتی که تنها مشتق تابع به شکل درست نوشته شود، ولی ریشه‌ها درست محاسبه نشده باشند، (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد. صفحه ۱۲۳

۱۷ — نمره: ۱/۵

$f'(x)=۳x^۲-۲ax+b$ (۰/۲۵)

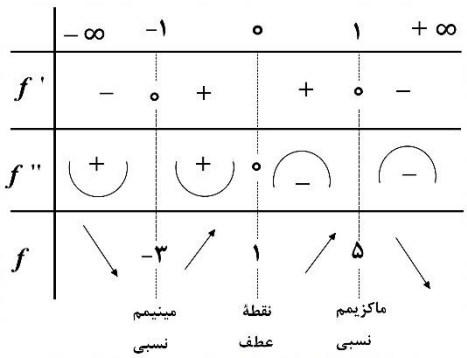
$$\begin{cases} f'(۲)=۰ & (۰/۲۵) \\ f(۲)=۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۴a-b=۱۲ & (۰/۲۵) \\ -۴a+۲b=-۴ & (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow a=۵ \ (۰/۲۵) \ , \ b=۸ \ (۰/۲۵)$$

صفحه ۱۲۶

۱۸ — نمره: ۲

$$f'(x)=-۶x^۲+۶ \xrightarrow{f'=۰} \begin{cases} x=۱ & (۰/۲۵) \\ x=-۱ & (۰/۲۵) \end{cases}$$

$$f''(x)=-۱۲x \xrightarrow{f''=۰} x=۰ \ (۰/۲۵)$$

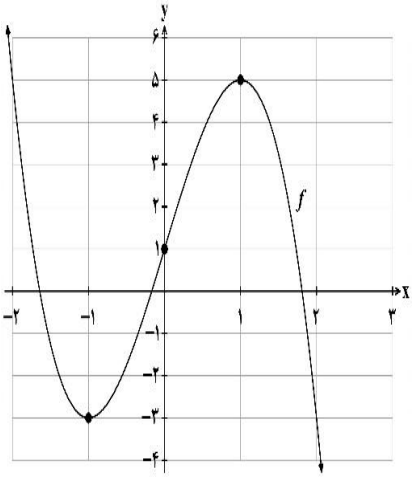


توضیحات جدول رفتار:

تعیین علامت مشتق تابع (۰/۲۵)

تعیین علامت مشتق دوم و جهت تقعر تابع (۰/۲۵)

مشخص کردن صعودی و نزولی بودن تابع و نقاط ماکزیمم و مینیمم و نقطه عطف تابع (۰/۲۵)



رسم صحیح نمودار تابع (۰/۵)

صفحه ۱۴۴

Telegram: @konkur_in