www.konkur.in

آزمون ۱۰ مهر ۱۴۰۵
اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱: اجباری
تعداد کل سوالات: ۹۰ سوال

نام درس		تعداد سؤال	شمارهٔ سؤال	زمان پاسخ‌گویی (دقیقه)
اجباری	حسابان ۱	۱۰	۱-۱۰	۱۵
اجباری	ریاضی ۱	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵
اجباری	هندسه ۲	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵
اجباری	هندسه ۱	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵
اجباری	آمارواحتمال	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵
اجباری	فیزیک ۲	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵
اجباری	فیزیک ۱	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵
اجباری	شیمی ۲	۱۰	۷۱-۸۰	۱۰
اجباری	شیمی ۱	۱۰	۸۱-۹۰	۱۰
مجموع		۹۰	۱-۹۰	۱۲۵

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	ریاضی‌پایه و حسابان ۲	کاظم اجلالی-میثم بهرامی‌جویا-شاهین پروازی-سعید جعفری-حامد چوقادی-حسین حاجیلو-عادل حسینی-افشین خاصه‌خان طاهر دادستانی-یاسین سپهر-فرامرز سپهری-میلاد سجادی‌لاریجانی-علی سلامت-علی‌اصغر شریفی-سعید علم‌پور-حمید علیزاده مرتضی فهیم‌علوی-سعید مدیرخراسانی-مهدی ملارمضانی-علیرضا ندافزاده-حمیدرضا نوش‌کاران-جهانبخش نیکنام
	هندسه و آمارو ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-معصومه اکبری‌صحت-رضا پورحسینی-جواد حاتمی-عادل حسینی-خسرو خلعت‌بری-محمد خندان سیدوحید ذوالفقاری-یاسین سپهر-سیدامیر ستوده-شروین سیاح‌نیا-سیدمصطفی سیدحسینی-علیرضا شریف خطیبی محمدطاهر شعاعی-محمد صحت‌کار-رضا عباسی‌اصل-عزیزالله علی‌اصغری-فرشاد فرامرزی-مرتضی فهیم‌علوی کیان کریمی‌خراسانی-محمدابراهیم گیتی‌زاده-سینا محمدپور-محسن محمدکریمی-امیرحسین ملازینل-مهرداد ملوندی مختار منصوری-سروش موئینی-محمدعلی نادرپور-هومن نورائی-علی وزیری
	فیزیک	حسین الهی-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-علی برزگر-محمدعلی راست‌پیمان-بهنام رستمی-امیرمحمد عبدوی-مسعود قره‌خانی عبداله قم‌زاده-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-حسین مخدومی-حسام نادری-شادمان ویسی
	شیمی	جعفر پازوکی-محمدرضا پورجاوید-امیرحسین توحیدی-حمید ذبحی-منصور سلیمانی‌ملکان-آروین شجاعی-ساجد شیری-آترین صبا مسعود طبرسا-مجتبی عبادی-محمد عظیمیان‌زواره-امیر قاسمی-فاضل قهرمانی‌فرد-محمد کوهستانیان-حسن لشکری-مجتبی محجوب محمدحسن محمدزاده‌مقدم-سیدمحمد معروفی-سیدمحمدرضا میرقائمی-سیدرحیم هاشمی‌دهکردی

گروه علمی اختصاصی

نام درس	ریاضی‌پایه و حسابان ۲	هندسه و آمارو ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیرترکمبور زهره آقامحمدی	مجید جلیل‌ناغونی احسان پنجه‌شاهی آترین صبا ژیلوان محمدی‌پور
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	ابراهیم نوری	فاطمه الهی
ویراستاران مستند	سجاد سلیمی-معصومه صنعت‌کار-مهسا محمدنیا		سجاد بهارلویی	پریا اقبالی محسن دستجردی

گروه فنی و تولید اختصاصی

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: علیرضا همایون‌خواه
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	فرزانه فتح الهزاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

حسابان ۱: کل کتاب | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

۱- جمله‌های دوم و چهارم یک دنبالهٔ حسابی، جواب‌های معادلهٔ درجه دوم $۲x^۲ - ۱۲x + k = ۰$ هستند. اگر نسبت مجموع شش جملهٔ اول دنباله به جملهٔ سوم آن ۱۲ باشد، جملهٔ یازدهم دنباله کدام است؟

۱) ۵۱ ۲) ۵۷ ۳) ۶۰ ۴) ۶۴

۲- معادلهٔ $x^۲ - ۲x + ۳ = \frac{۵۴}{x^۲ - ۲x}$ چند جواب دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

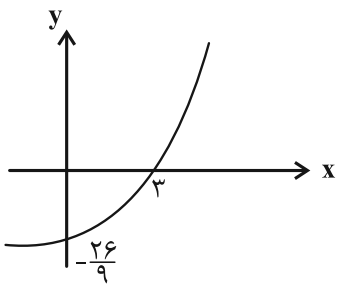
۳- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{۳ - x} - ۱ & ; \ x < ۲ \\ x^۲ - ۴x - ۱ & ; \ x \geq ۲ \end{cases}$ از کدام ناحیهٔ دستگاه مختصات عبور نمی‌کند؟

۱) اول ۲) دوم ۳) سوم ۴) چهارم

۴- برای دو تابع وارون‌پذیر f و g، اگر $f^{-۱}(x) = \frac{x}{۳} + ۲$ و $(g^{-۱}of)^{-۱}(۲x - ۳) = ۲x$ باشد، مقدار $g(۱)$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۶ ۳) ۲ ۴) ۱

۵- نمودار تابع $f(x) = ۳^{x+a} + b$ در شکل زیر رسم شده است. حاصل $a + b$ کدام است؟



۱) ۵

۲) ۱

۳) -۵

۴) -۱

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶- اگر $x=a$ ریشهٔ معادلهٔ $\log_{۲} x+\log_{۴}(x+۲)^{۲}=۳$ باشد، حاصل $\log_{۸۱}(a+۱)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

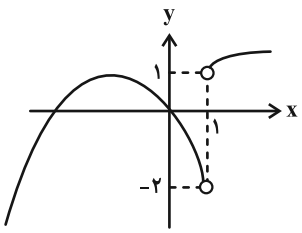
۷- اگر $\tan ۱۰^{\circ}=a$ باشد، حاصل عبارت $A=\frac{\cot ۸۲۰^{\circ}+۲\sin ۵۱۰^{\circ}}{\tan ۷۶۵^{\circ}+\cot ۳۵۰^{\circ}}$ کدام است؟

۱) $\frac{a}{a-۱}$ ۲) $-a+۱$ ۳) $-a$ ۴) $a-۱$

۸- حاصل عبارت $A=\frac{\sin ۴x}{\cos ۲x}-\frac{\cos ۴x}{\sin ۲x}$ به ازای $x=۱۸^{\circ}$ کدام است؟

۱) $۲\cot ۷۲^{\circ}$ ۲) $۲\cot ۱۸^{\circ}$ ۳) $\frac{۱}{۲}\cot ۱۸^{\circ}$ ۴) $\frac{۱}{۲}\cot ۷۲^{\circ}$

۹- نمودار تابع $f(x)=\begin{cases} ax-x^{۲} & ; \quad x<۱ \\ \sqrt{x+b}-۱ & ; \quad x>۱ \end{cases}$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f(\frac{-۲b}{a})$ کدام است؟



۱) ۲-

۲) $۲\sqrt{۲}$

۳) ۴

۴) ۲

۱۰- اگر تابع $f(x)=\begin{cases} a[۲-۳x] & ; \quad x\leq ۱ \\ b & ; \quad x=۱ \\ \frac{x^{۲}-۱}{|x^{۲}-۳x+۲|} & ; \quad ۱<x<۲ \end{cases}$ در $x=۱$ پیوسته باشد، حاصل $b-۲a$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۴ ۲) ۴- ۳) ۶- ۴) ۶

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

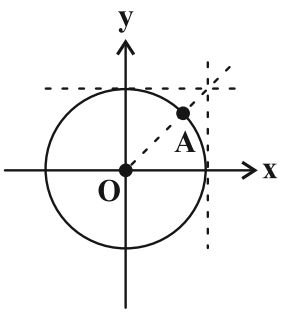
ریاضی ۱: کل کتاب | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

۱۱- اعداد طبیعی فرد (به ترتیب و با شروع از ۱) را به طریقی دسته‌بندی کرده‌ایم که تعداد جملات در هر دسته برابر با شمارهٔ آن دسته باشد. عدد وسط دسته بیست و یکم کدام است؟

۱) ۴۳۷ ۲) ۴۳۹ ۳) ۴۴۱ ۴) ۴۴۳

۱۲- در دایرهٔ مثلثاتی زیر، نقطهٔ A را 135° در جهت مثبت دوران می‌دهیم و آن را B می‌نامیم. محیط مثلث AOB کدام است؟



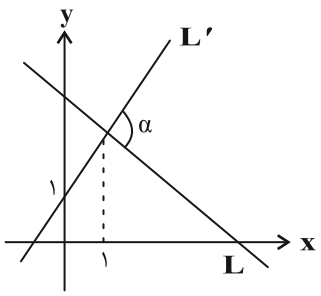
۱) $2+\sqrt{2}$

۲) $2+\sqrt{2+\sqrt{2}}$

۳) $\sqrt{2-\sqrt{2}}$

۴) $2+\sqrt{2-\sqrt{2}}$

۱۳- دو خط $L: y+x=3$ و L' مطابق شکل در صفحه قرار گرفته‌اند. زاویه α چند درجه است؟



۱) ۷۵

۲) ۶۰

۳) ۸۰

۴) ۹۰

۱۴- اگر $x=\sqrt[3]{9\sqrt[3]{16\sqrt{16}}}$ باشد، مقدار x^3 کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۳۶

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۵- خط $y=-۳x+k$ و سهمی $y=۲x^۲+۵x+۶$ فقط یک نقطهٔ برخورد دارند. مقدار k کدام است؟

۱) ۲- ۲) ۲ ۳) ۴- ۴) ۴

۱۶- مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $\frac{x-۲}{x+۲}\geq\frac{x+a}{x}$ به صورت $(-\infty,b)-[-۲,-\frac{۲}{۳})$ است. حاصل $a-b$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۷- توابع f و g با دامنهٔ $\mathbb{R}$ به ترتیب همانی و ثابت هستند. اگر $\frac{۲f(g(۱))-g(f(۰))}{f(۱)+۲g(-۱)}=\frac{۲}{۵}$ باشد، $g(۱)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

۱۸- مجموعهٔ برد تابع $f=\{(۲,۲m-۱),(m^۲-۲,۱),(۲,m^۲-۴),(-۲m,۱)\}$ چند عضوی است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۹- یک رمز از ۴ کاراکتر تشکیل شده است که شامل حروف الفبای کوچک انگلیسی و ارقام صفر تا ۹ می‌باشد. اگر در این رمز، امکان کنار هم قرار دادن دو حرف یا دو رقم وجود نداشته باشد، چند رمز قابل تولید است؟

۱) ۶۷۶۰۰ ۲) ۷۸۴۰۰ ۳) ۸۶۴۰۰ ۴) ۱۳۵۲۰۰

۲۰- از مجموعهٔ اعداد طبیعی یک رقمی، یک زیرمجموعهٔ چهار عضوی انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که این زیرمجموعه شامل ۲ و ۳ باشد ولی شامل ۴ نباشد، کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۲۱}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۷}$ ۴) $\frac{۵}{۴۲}$

محل انجام محاسبات

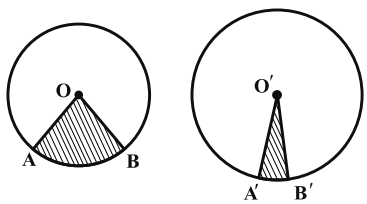
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

هندسه ۲ : کل کتاب | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

۲۱- در شکل زیر مساحت دو قطاع رنگی با هم برابر است. اگر $A\widehat{O}B = ۹۰^\circ$ و $A'\widehat{O'}B' = ۱۵^\circ$ باشد، طول کمان AB چند برابر طول کمان $A'B'$ است؟ (O و O' مراکز دایره‌ها هستند.)



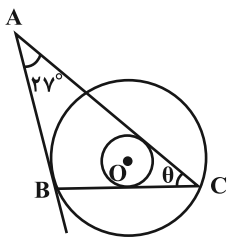
۱) $\frac{۱}{۶}$

۲) ۶

۳) $\frac{\sqrt{۶}}{۶}$

۴) $\sqrt{۶}$

۲۲- دو دایرهٔ هم‌مرکز مطابق شکل، مفروض‌اند. پاره‌خط‌های AC و BC بر دایرهٔ کوچک‌تر مماس‌اند و پاره‌خط AB در نقطهٔ B بر دایرهٔ بزرگ‌تر مماس می‌باشد. اندازهٔ θ کدام است؟



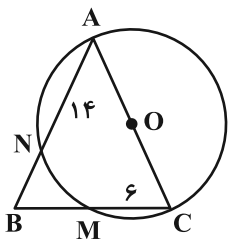
۱) ۲۷°

۲) ۳۶°

۳) ۴۲°

۴) ۵۴°

۲۳- در شکل زیر، مثلث ABC متساوی‌الساقین بوده $(AB = AC)$ و همچنین $AN = ۱۴$ ، $MC = ۶$ و O مرکز دایره است. اندازهٔ ساق مثلث ABC کدام است؟



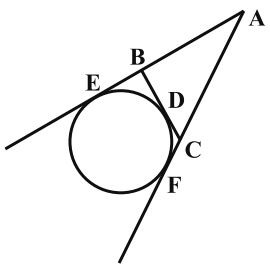
۱) ۱۶

۲) ۱۷

۳) ۱۸

۴) ۱۹

۲۴- در شکل مقابل، شعاع دایره کدام است؟ $(AC = ۱۷, CD = ۳, BD = ۵)$



۱) ۵

۲) ۶

۳) ۷

۴) ۸

محل انجام محاسبات

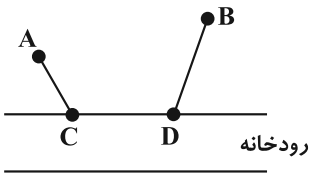
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۵- خط d' تصویر خط d تحت تبدیل انتقال است به‌طوری که بردار انتقال با خط d زاویهٔ 45° تشکیل داده و به طول ۲ واحد می‌باشد. همچنین خط d'' تصویر خط d تحت دوران 180° حول نقطه‌ای مشخص روی خط d' است. فاصلهٔ دو خط d و d'' کدام است؟

۱) $\sqrt{2}$ ۲) ۲ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) ۴

۲۶- دو شهر A و B مطابق شکل زیر به فاصلهٔ ۱۵ کیلومتر از یکدیگر در یک طرف رودخانه‌ای قرار دارند. می‌خواهیم از A به B جاده‌ای بسازیم به طوری که ۴ کیلومتر آن کنار رودخانه باشد. اگر دو شهر A و B به‌ترتیب ۳ و ۱۲ کیلومتر از رودخانه فاصله داشته باشند، طول کوتاه‌ترین جادهٔ ممکن کدام است؟



۱) ۱۵
۲) ۱۹
۳) ۲۰
۴) ۲۱

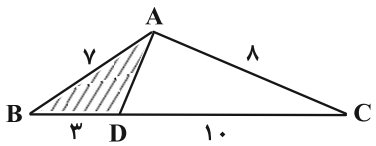
۲۷- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع ۱۶ واحد، نقطهٔ D روی ضلع BC به فاصلهٔ ۱۴ واحد از رأس A قرار دارد. مساحت مثلث ADB چند برابر مساحت مثلث ADC است؟ $(CD < BD)$

۱) $\frac{5}{3}$ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{1}{3}$

۲۸- در مثلث ABC، ضلع $BC = 6$ و میانهٔ $AM = 12$ است. اگر نیمسازهای دو زاویهٔ AMB و AMC، دو ضلع AB و AC را به‌ترتیب در نقاط P و Q قطع کنند، آن‌گاه مقدار $MP^2 + MQ^2$ کدام است؟

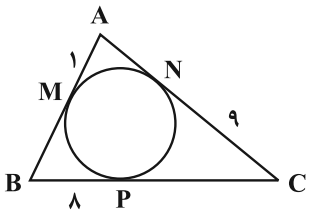
۱) ۲۵ ۲) ۲۳/۰۴ ۳) ۲۰/۲۵ ۴) ۱۶

۲۹- با توجه به شکل مقابل، مساحت مثلث ABD کدام است؟



۱) $\frac{۴۲\sqrt{۳}}{۱۳}$
۲) $\frac{۶۳\sqrt{۳}}{۱۳}$
۳) $\frac{۴۲\sqrt{۲}}{۱۳}$
۴) $\frac{۶۳\sqrt{۲}}{۱۳}$

۳۰- در شکل مقابل، اندازهٔ شعاع دایرهٔ محاطی داخلی کدام است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

هندسه ۱ : کل کتاب | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

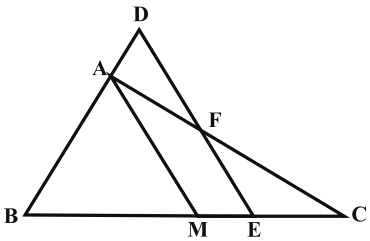
۳۱- B و C دو نقطهٔ ثابت و به فاصلهٔ ۶ واحد از یکدیگر، در یک صفحه قرار دارند. با جابه‌جایی نقطهٔ A در صفحه، کمترین فاصلهٔ نقطهٔ تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC، از رأس A چقدر است؟

۱) ۶ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) $۲\sqrt{۳}$

۳۲- چند مثلث متساوی‌الساقین با طول اضلاع صحیح و محیط ۱۲ واحد می‌توان رسم کرد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۳- در مثلث ABC مطابق شکل، AM میانهٔ ضلع BC و $DE \parallel AM$ است. اگر DE ضلع AC را در F قطع کند به طوری که $\frac{EF}{AM}=\frac{۴}{۵}$ باشد، آن‌گاه نسبت $\frac{DE}{AM}$ کدام است؟



۱) ۱/۸

۲) ۱/۶

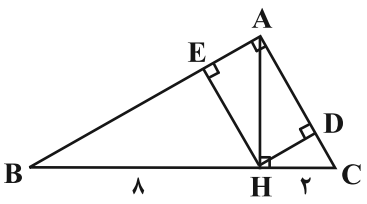
۳) ۱/۴

۴) ۱/۲

۳۴- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC $(\hat{A}=۹۰^\circ)$، از نقطهٔ M وسط AC، عمود MH را بر وتر BC رسم می‌کنیم. اگر اندازه‌های AB و MH به‌ترتیب برابر ۳ و $\sqrt{۲}$ باشند، اندازهٔ ضلع AC برابر کدام است؟

۱) ۶ ۲) $۶\sqrt{۲}$ ۳) ۹ ۴) $۹\sqrt{۲}$

۳۵- در شکل زیر، اگر AH ارتفاع نظیر ضلع BC باشد، آنگاه مساحت مستطیل $ADHE$ کدام است؟



۱) ۹/۶

۲) ۸

۳) ۷/۲

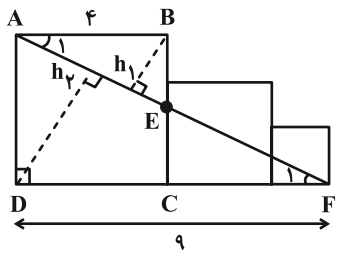
۴) ۶/۴

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۶- در شکل زیر، سه مربع به اضلاع ۲، ۳ و ۴ در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. نسبت h_1 به h_2 چقدر است؟



۱) $\frac{۴}{۹}$

۲) $\frac{۱}{۳}$

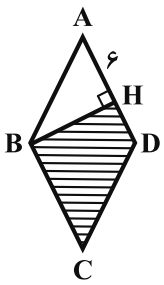
۳) $\frac{۲}{۹}$

۴) $\frac{۱}{۹}$

۳۷- در یک چندضلعی که تعداد قطرها و ضلع‌ها برابر است، مجموع اندازهٔ زاویه‌های داخلی، چند درجه از مجموع اندازهٔ زاویه‌های خارجی بیشتر است؟

۱) صفر ۲) ۱۸۰ ۳) ۳۶۰ ۴) ۵۴۰

۳۸- طول ضلع لوزی ABCD برابر ۱۰ واحد است. اگر BH ارتفاع وارد بر ضلع AD و $AH = ۶$ باشد، آنگاه مساحت ناحیهٔ هاشورخورده کدام است؟



۱) ۸۰

۲) ۷۲

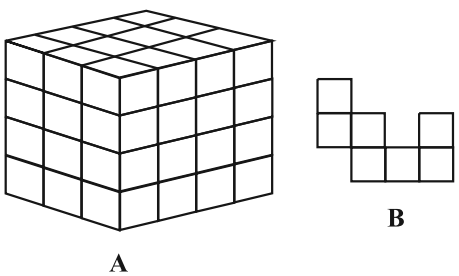
۳) ۵۶

۴) ۴۸

۳۹- دو خط متقاطع d و d' با صفحهٔ P متقاطع هستند. چند صفحه یافت می‌شود که این دو خط را قطع کند و با صفحهٔ P موازی باشد؟

۱) بی‌شمار ۲) یک ۳) دو ۴) هیچ

۴۰- تفاضل حداقل و حداکثر تعداد مکعب‌هایی که باید برداشته شوند تا نمای بالای شکل A به صورت شکل B باشد، کدام است؟



۱) ۲۷

۲) ۲۱

۳) ۱۸

۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

آمار و احتمال: کل کتاب | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

۴۱- نقیض گزارهٔ $(\sim p \wedge q) \Rightarrow \sim p$ هم‌ارز منطقی با کدام‌یک از گزاره‌های زیر است؟ (T گزارهٔ همواره درست و F گزارهٔ همواره نادرست است.)

۱) T ۲) $\sim q$ ۳) q ۴) F

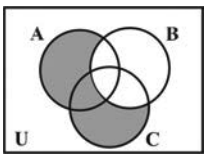
۴۲- اگر دامنهٔ متغیر گزاره‌نماهای زیر مجموعهٔ اعداد حسابی باشد، مجموعهٔ جواب کدام گزاره‌نما تهی است؟

۱) $2^n < n^2$ ۲) $n^2 < 9n - 20$ ۳) $n! < 2^n$ ۴) $2n^2 < 5 - 3n$

۴۳- اگر $A = \{1, \{2\}, \{1,2\}, \varnothing\}$ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟

۱) $\{1, \{2\}\} \in A$ ۲) $\varnothing \in A$ ۳) $\{1, \{2\}\} \subseteq A$ ۴) $\varnothing \subseteq A$

۴۴- در شکل مقابل قسمت هاشورخورده کدام است؟



۱) $(A - B) \cap (C - B)$

۲) $(A - B) - C$

۳) $A \cup (C - B)$

۴) $(A \cup C) - B$

۴۵- یک فروشگاه دو نوع کارت اعتباری A و B را می‌پذیرد. ۳۸ درصد از مشتریان کارت نوع A و ۴۸ درصد مشتریان کارت نوع B را همراه دارند. اگر ۳۲ درصد مشتریان فقط یکی از این دو نوع کارت را همراه داشته باشند، چقدر احتمال دارد مشتریان فقط با در اختیار داشتن کارت B از این فروشگاه خرید کنند؟

۱) ۰/۱۹ ۲) ۰/۲۱ ۳) ۰/۲۴ ۴) ۰/۲۶

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۶- در کیسه‌ای ۵ کارت با شماره‌های ۴، ۵، ۶، ۸ و ۹ وجود دارد. از این کیسه ۳ کارت به‌طور متوالی و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم.

اگر بدانیم که یکی از کارت‌های خارج شده شمارهٔ ۶ است، با کدام احتمال مجموع سه عدد ظاهر شده برابر با ۱۹ می‌باشد؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۱۲}$

۴۷- برای دو پیشامد مستقل از هم A و B، اگر $P(B-A)=۰/۲$ و $P(A'\cap B')=۰/۳$ باشند، حاصل $P(A-B)$ کدام است؟

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

۴۸- داده‌های آماری جدول زیر را روی نمودار دایره‌ای نشان داده‌ایم. اگر بزرگ‌ترین زاویهٔ مرکزی این نمودار ۱۴۴° باشد، آنگاه اختلاف فراوانی‌های نسبی داده‌های ۳ و ۵ کدام است؟

داده	۱	۳	۵	۷	۹
فراوانی	۶	$۲x-۳$	۲	$۲x+۱$	۱

۱) ۰/۱ ۲) $\frac{۱}{۱۵}$ ۳) ۰/۲ ۴) $\frac{۲}{۱۵}$

۴۹- ۳۰ دادهٔ آماری با انحراف معیار ۴ داریم. چند دادهٔ مساوی با میانگین باید به آنها اضافه کنیم تا واریانس کل داده‌ها برابر ۱۰ شود؟

۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۱۰ ۴) ۱۸

۵۰- انحراف‌معیار یک جامعه برابر ۱۶ است. حداقل اندازهٔ نمونهٔ انتخابی از این جامعه چقدر باشد تا انحراف‌معیار برآورد میانگین از ۸ بیش‌تر نشود؟

۱) ۴ ۲) ۱۶ ۳) ۳۶ ۴) ۶۴

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

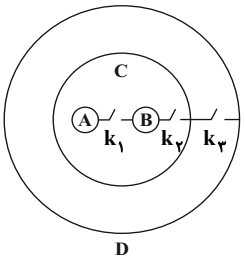
www.konkur.in

فیزیک ۲: کل کتاب | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

۵۱- مطابق شکل زیر، دو کرهٔ رسانا، مشابه و دارای بارهای الکتریکی $q_A = -2\mu C$ و $q_B = 6\mu C$ درون پوسته‌های رسانای C و D قرار دارند. ابتدا کلید k_1 را بسته و باز کرده، سپس کلید k_2 را بسته و باز می‌کنیم و در نهایت کلید k_3 را بسته و باز می‌کنیم.

به‌ترتیب از راست به چپ بار کرهٔ A و پوستهٔ خارجی C چند میکروکولن می‌شود؟



۱) ۲ ، ۲

۲) صفر ، ۲

۳) ۲ ، صفر

۴) صفر ، صفر

۵۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف) بار اضافی داده شده به رسانا، روی سطح داخلی رسانا توزیع نمی‌شود.

ب) در میدان الکتریکی یکنواخت، با حرکت در جهت عمود بر خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.

پ) استفاده از دی‌الکتریک قطبی بین صفحه‌های خازن باعث افزایش ظرفیت خازن و استفاده از دی‌الکتریک غیرقطبی بین صفحه‌های خازن، سبب کاهش ظرفیت خازن می‌شود.

ت) تولیدمثل برخی از گل‌ها به زنبورهای عسل وابسته است. گرده‌ها به واسطهٔ میدان الکتریکی، از یک گل به زنبور و از زنبور به گل دیگر منتقل می‌شوند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۳- دو صفحهٔ رسانای موازی به اختلاف پتانسیل ۲۵۰۰V متصل هستند. ذره‌ای به جرم $3/2\times10^{-27}kg$ و بار $1/6\times10^{-19}C$ را بین دو صفحه از مجاورت صفحهٔ مثبت رها می‌کنیم. این ذره با تندی چند متر بر ثانیه به مجاورت صفحهٔ منفی می‌رسد؟ (از اتلاف انرژی و وزن ذره صرف‌نظر شود.)

۱) $2/5\times10^{6}$ ۲) $2/5\times10^{5}$ ۳) 5×10^{6} ۴) 5×10^{5}

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

الف) مقاومت جسم در دمای ثابت، به مجذور طول، مساحت مقطع و جنس آن بستگی دارد.

ب) دیود را اغلب به عنوان یکسوکنندهٔ جریان در نظر می‌گیرند و آن را با نماد —▷|— در مدارهای الکتریکی نشان می‌دهند.

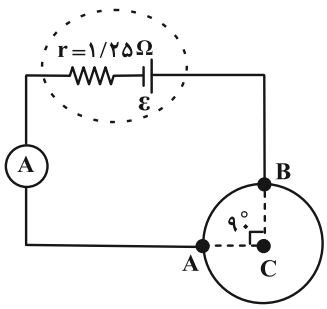
پ) ترمیستور نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به نور تابیده شده به آن بستگی دارد.

ت) از LED ها برخلاف LDR ها می‌توان در تجهیزات چشم الکترونیکی استفاده کرد.

ث) یک رئوستا از سیمی با مقاومت ویژهٔ نسبتاً زیاد ساخته شده است.

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۵

۵۵- سیمی همگن به مقاومت ۳۶Ω را به شکل حلقه درآورده و سپس آن‌را مطابق شکل زیر، بین دو نقطهٔ A و B در مدار قرار می‌دهیم. اگر آمپرسنج آرمانی عدد ۲A را نشان دهد، نیروی محرکهٔ باتری (ε) چند ولت است؟



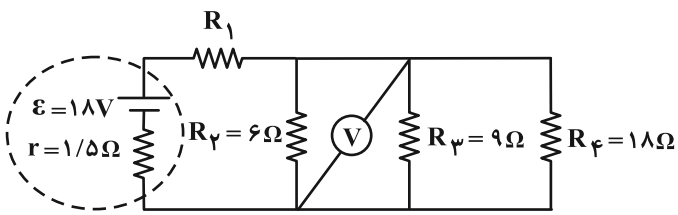
۱) ۳۲

۲) ۳۶

۳) ۱۶

۴) ۷۲

۵۶- در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی در مقاومت‌های R_1 و R_2 برابر باشد، عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، چند ولت است؟



۱) ۹

۲) ۱۸

۳) ۶

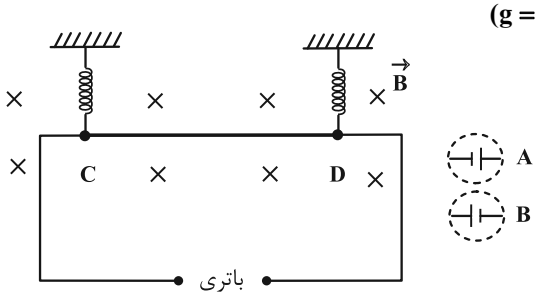
۴) ۴/۵

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۷- مطابق شکل زیر، میلهٔ CD به جرم ۶۰g و طول ۱۲۰cm به دو فنر مشابه آویخته شده است و در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی ۵۰۰۰G به‌صورت افقی قرار دارد. با فرض اینکه مقاومت مدار ۰/۵Ω باشد، کدام باتری و با چه ولتاژی بر حسب ولت را در مدار قرار دهیم تا از طرف میله بر فنرها نیرویی وارد نشود؟ $(g = ۱۰ \frac{N}{kg})$



۱) A، ۰/۵

۲) A، ۵

۳) B، ۰/۵

۴) B، ۵

۵۸- کدام گزینه صحیح است؟

۱) مواد پارامغناطیسی در حضور میدان‌های مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی قوی و دائمی پیدا می‌کند.

۲) در میدان مغناطیسی، فولاد دارای خاصیت مغناطیسی موقت می‌گردد.

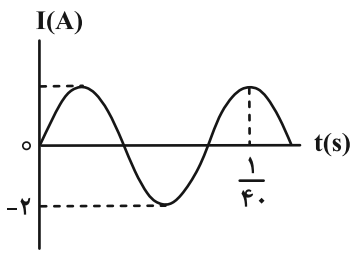
۳) دوقطبی‌های سرب و بیسموت در میدان مغناطیسی خارجی قوی، در خلاف سوی میدان خارجی قرار می‌گیرند.

۴) مس و نقره جزء مواد فرومغناطیسی‌اند.

۵۹- حلقه‌های رسانا با مساحت $۰/۰۱m^۲$، عمود بر خط‌های میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۴T قرار دارد. اگر در مدت ۲ms حلقه در شرایطی قرار گیرد که خطوط میدان با سطح حلقه زاویهٔ ۳۰ درجه بسازد، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط ایجاد شده در حلقه طی این مدت چند ولت است؟

۱) ۰/۰۳ ۲) ۳۰ ۳) ۰/۱ ۴) ۱۰

۶۰- نمودار تغییرات جریان متناوب عبوری از یک حلقه به مقاومت ۸Ω، برحسب زمان مطابق شکل زیر است. اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۲۰۰}s$ چند ولت است؟



۱) $۸\sqrt{۳}$

۲) ۱۶

۳) $۱۶\sqrt{۲}$

۴) ۸

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

فیزیک ۱: کل کتاب | وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

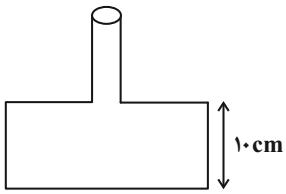
۶۱- فاصلهٔ منظومهٔ شمسی تا نزدیک‌ترین ستاره $۵\times۱۰^{۱۶}\,m$ است. این فاصله برحسب یکای نجومی (AU) چقدر است؟ (میانگین فاصلهٔ زمین تا خورشید $\frac{۳}{۲}\times۱۰^{۱۱}m$ است.)

۱) ۳×۱۰^{۳} ۲) ۳×۱۰^{۶} ۳) $\frac{۱}{۳}\times۱۰^{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۳}\times۱۰^{۶}$

۶۲- نسبت چگالی مادهٔ A به چگالی مادهٔ B برابر با ۲ است. اگر قطر گلولهٔ توپر ساخته شده از مادهٔ B نصف قطر گلولهٔ توپر ساخته شده از مادهٔ A و اختلاف جرم دو گلوله ۳۰۰g باشد، جرم گلوله‌ای که از مادهٔ B ساخته شده است، چند گرم است؟ (دما ثابت است.)

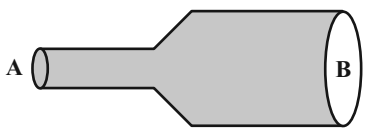
۱) $\frac{۳۰۰}{۷}$ ۲) ۲۰ ۳) $\frac{۱۵۰}{۸}$ ۴) ۱۰۰

۶۳- در شکل زیر، اگر ۳۶ لیتر مایع درون ظرف بریزیم، اندازهٔ نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع، ۲۷۰۰N می‌شود. اگر قطر سطح مقطع دایره‌ای شکل پایین ظرف ۶۰cm و مساحت سطح مقطع بالای آن $۳۰۰cm^{۲}$ باشد، چگالی مایع درون ظرف چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟ ($\pi=۳, g=۱۰\frac{m}{s^{۲}}$ و ارتفاع ظرف به اندازهٔ کافی بلند است.)



۱) ۲۰۰۰
۲) ۴۰۰۰
۳) ۲۵۰۰
۴) ۳۰۰۰

۶۴- در شکل زیر، شعاع مقطع A، $\frac{۱}{۳}$ برابر شعاع مقطع B است. اگر در هر دقیقه ۱۰ لیتر آب با تندی $۴/۵\frac{m}{s}$ از مقطع A وارد لوله شود، به‌ترتیب از راست به چپ، در هر دقیقه چند لیتر آب و با چه تندی برحسب متر بر ثانیه از مقطع B خارج می‌شود؟ (جریان آب پایا و به‌صورت لایه‌ای است.)



۱) ۱۰ و ۱
۲) ۱۰ و ۰/۵
۳) ۲۰ و ۱
۴) ۲۰ و ۰/۵

۶۵- وقتی کار نیروی خالص وارد بر جسمی در یک مسیر صفر باشد، چند مورد از موارد زیر در مورد این جسم الزاماً صحیح است؟

الف) سرعت جسم ثابت است.

ب) تغییر انرژی جنبشی جسم صفر است.

پ) نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

ت) تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم صفر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۶- پمپ آبی با توان ورودی $10kW$، در هر دقیقه $1200L$ آب ساکن را از چاهی در عمق ۳۰ متری سطح زمین بالا می‌کشد. اگر تندی آب در سطح زمین برابر با $36\frac{km}{h}$ باشد، بازدهٔ این پمپ چند درصد است؟ ($g=10\frac{N}{kg}$ و $\rho_{آب}=1\frac{g}{cm^3}$)

۱) ۶۰ ۲) ۷۰ ۳) ۳۵ ۴) ۸۰

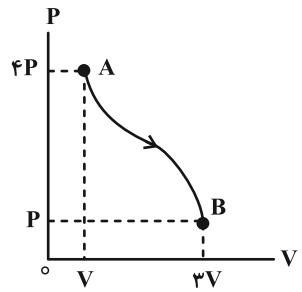
۶۷- ضریب انبساط طولی صفحه‌ای فلزی $5\times10^{-5}K^{-1}$ است. اگر دمای این صفحه را $540^\circ F$ افزایش دهیم، مساحت سطح آن چند درصد افزایش می‌یابد؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۰/۱ ۴) ۰/۳

۶۸- در ظرفی عایق، $200g$ آب با دمای $30^\circ C$ وجود دارد. m گرم از آب داخل ظرف را برمی‌داریم و m گرم آب با دمای $60^\circ C$ به آن اضافه می‌کنیم. پس از رسیدن به تعادل گرمایی، دمای تعادل $40^\circ C$ می‌شود. مجدداً m گرم از آب درون ظرف را برمی‌داریم و m گرم آب با دمای $70^\circ C$ به آن اضافه می‌کنیم. در این حالت، پس از رسیدن آب به تعادل گرمایی، دمای آب داخل ظرف چند درجهٔ سلسیوس خواهد شد؟ (ظرفیت گرمایی ظرف و اتلاف انرژی ناچیز است.)

۱) ۴۵ ۲) ۵۰ ۳) ۵۵ ۴) ۶۰

۶۹- مطابق شکل زیر، مقداری گاز کامل فرایند AB را طی می‌کند. در این فرایند ..... (W کار محیط روی دستگاه و ΔU تغییرات انرژی درونی گاز است.)



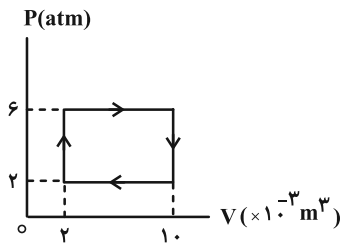
۱) $W>0$ ، $\Delta U>0$

۲) $W<0$ ، $\Delta U>0$

۳) $W>0$ ، $\Delta U<0$

۴) $W<0$ ، $\Delta U<0$

۷۰- چرخهٔ زیر مربوط به یک ماشین گرمایی است. اگر این ماشین در هر چرخه $6/4kJ$ گرما دریافت کند و در هر دقیقه ۳۰ چرخه را طی کند، به‌ترتیب از راست به چپ، بازدهٔ این ماشین چند درصد و توان خروجی آن چند کیلووات است؟ ($1atm=10^5\ Pa$)



۱) ۱۶، ۵۰

۲) ۱/۶، ۲۵

۳) ۱/۶، ۵۰

۴) ۱۶، ۲۵

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی ۲: کل کتاب | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

۷۱- در مورد عناصر دورهٔ سوم از $_{11}Na$ تا $_{17}Cl$ کدام عبارت نادرست است؟

۱) با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

۲) تعداد لایه‌ها ثابت است ولی تعداد الکترون‌های ظرفیت افزایش می‌یابد.

۳) اختلاف شعاع اتمی $_{12}Mg$ و $_{11}Na$ کمتر از اختلاف شعاع اتمی $_{17}Cl$ و $_{16}S$ می‌باشد.

۴) $_{17}Cl$ برخلاف $_{11}Na$، دارای کمترین شعاع اتمی و بیشترین خصلت نافلزی در میان عناصر دورهٔ سوم است.

۷۲- اگر فلز سدیم حاصل از تجزیهٔ ۷۸ گرم NaN_3 ناخالص در واکنش با مقدار کافی Fe_2O_3 منجر به تولید ۲/۲۴ گرم آهن شود، درصد خلوص NaN_3 کدام است؟ (بازده درصدی هر دو واکنش را ۵۰٪ در نظر بگیرید و ناخالصی در واکنش شرکت نمی‌کند.)

$(N=14, O=16, Na=23, Fe=56 : g.mol^{-1})$

$2NaN_3(s) \rightarrow 2Na(s) + 3N_2(g)$

$6Na(s) + Fe_2O_3(s) \rightarrow 3Na_2O(s) + 2Fe(s)$

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

۷۳- تعداد اتم‌های کربن در ..... با تعداد اتم‌های هیدروژن در ..... برابر است.

۱) نفتالن – پنتان ۲) سیکلوهگزان – هگزان

۳) نفتالن – دکان ۴) سیکلوهگزان – بنزن

۷۴- نسبت شمار پیوندهای کربن- کربن در ۲، ۲، ۴- تری متیل اوکتان به شمار پیوندهای کربن- هیدروژن در آن کدام است؟

۱) $\frac{9}{22}$ ۲) $\frac{9}{20}$ ۳) $\frac{10}{24}$ ۴) $\frac{10}{20}$

۷۵- با توجه به واکنش‌های زیر، با مصرف ۱۰۱/۶ گرم $I_2(g)$ در واکنش $H_2(g) + I_2(g) \longrightarrow 2HI(g)$، چند ژول گرما مبادله خواهد شد؟ $(I=127 g.mol^{-1})$

$I_2(s) + 62/5 kJ \longrightarrow I_2(g)$

$H_2(g) + I_2(s) + 53 kJ \longrightarrow 2HI(g)$

۱) +۳۸۰۰ ۲) +۲۳۱۰ ۳) −۳۸۰۰ ۴) −۲۳۱۰

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۶- با گرمای حاصل از تولید ۱۵۰ لیتر گاز نیتروژن مطابق واکنش زیر، به‌تقریب چند کیلوگرم آب $20^\circ C$ را می‌توان به نقطهٔ جوش رساند؟ $(c_{H_2O} = 4/2 J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$، حجم مولی گازها $= 25 L.mol^{-1})$

$$N_2H_4(g) + O_2(g) \longrightarrow N_2(g) + 2H_2O(g)$$
$$N_2(g) + 3H_2(g) \longrightarrow 2NH_3(g) \quad \Delta H = -92kJ$$
$$2H_2(g) + O_2(g) \longrightarrow 2H_2O(g) \quad \Delta H = -242kJ$$
$$N_2H_4(g) + H_2(g) \longrightarrow 2NH_3(g) \quad \Delta H = -187kJ$$

۱) ۶ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) ۹

۷۷- در واکنش فلز آلومینیم با ۲ لیتر محلول هیدروکلریک‌اسید در مدت ۲ دقیقه، ۲۸ لیتر گاز هیدروژن در شرایط STP تولید شده است. سرعت متوسط مصرف HCl در این مدت، به تقریب چند مول بر لیتر بر ثانیه است؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر شود.)

$Al(s) + HCl(aq) \rightarrow AlCl_3(aq) + H_2(g)$ (واکنش موازنه شود.)

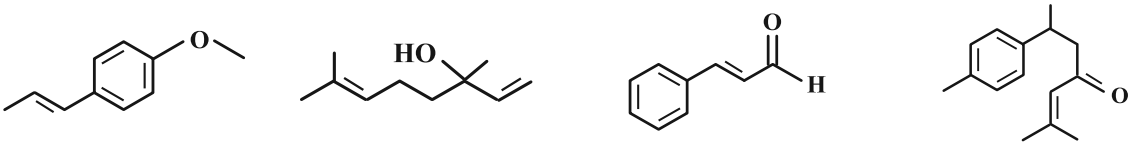
۱) $8/32 \times 10^{-2}$ ۲) $4/16 \times 10^{-2}$ ۳) $2/08 \times 10^{-2}$ ۴) $1/04 \times 10^{-2}$

۷۸- با توجه به واکنش $4KNO_3(s) \longrightarrow 2K_2O(s) + 5O_2(g) + 2N_2(g)$ کدام گزینه درست است؟ (سرعت‌ها در بازهٔ زمانی یکسان بررسی شده‌اند.)

۱) $\bar{R}_{(K_2O)} = \frac{5}{2}\bar{R}_{(O_2)}$ ۲) $\bar{R}_{(\text{واکنش})} = \frac{\Delta n(KNO_3)}{4\Delta t}$

۳) $2\bar{R}_{(O_2)} = 5\bar{R}_{(N_2)}$ ۴) $-\frac{\bar{R}_{(KNO_3)}}{\text{ضریب استوکیومتری } KNO_3} = \frac{\bar{R}_{(O_2)}}{\text{ضریب استوکیومتری } O_2}$

۷۹- با توجه به ساختارهای داده شده، کدام گزینه درست است؟



(آ) (ب) (پ) (ت)

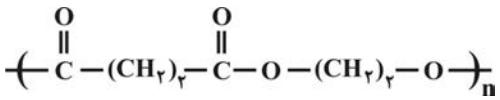
۱) ترکیب (پ) در میخک وجود دارد.

۲) تمامی ترکیبات داده شده آروماتیک هستند.

۳) ساختار (آ) متعلق به ترکیبی از خانوادهٔ استرها است.

۴) نسبت شمار الکترون‌های پیوندی به شمار الکترون‌های ناپیوندی در ترکیب (ت) برابر ۲۰/۵ است.

۸۰- مجموع جرم مولی الکل و اسید سازندهٔ پلی‌استر مقابل چند گرم بر مول می‌باشد؟ $(C = 12, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1})$



۱) ۱۸۰
۲) ۶۲
۳) ۵۶
۴) ۱۱۲

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی ۱: کل کتاب | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اجباری است.

۸۱- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) رادیو ایزوتوپ فسفر در ایران تولید می‌شود.

ب) توده‌های سرطانی با تزریق گلوکز حاوی اتم پرتوزا، تشخیص و درمان می‌شوند.

پ) غدهٔ تیروئید می‌تواند همزمان یون یدید و یونی را که حاوی $^{99}_{43}Tc$ است، جذب کند.

ت) اورانیم شناخته شده‌ترین فلز پرتوزایی است که همهٔ ایزوتوپ‌های آن، به عنوان سوخت در راکتور اتمی به کار می‌رود.

۱) الف، ب ۲) الف، پ ۳) پ، ت ۴) ب، ت

۸۲- کدام گزینه درست است؟

۱) نور نیلی نسبت به نور سبز پر انرژی‌تر است.

۲) پرتوهای گاما بلندترین طول موج را در میان امواج الکترومغناطیسی دارند.

۳) میزان انحراف نور زرد پس از عبور از منشور، کمتر از نور قرمز است.

۴) تجزیهٔ نور خورشید با عبور از قطره‌های آب موجود در هوا، گسترهٔ ناپیوسته‌ای از رنگ‌ها را ایجاد می‌کند.

۸۳- در اتم عنصری از دورهٔ چهارم، شمار الکترون‌های زیرلایه $l = 2$ با شمار الکترون‌های لایهٔ چهارم برابر است. کدام گزینه دربارهٔ آن نادرست است؟

۱) در گروه چهارم جدول دوره‌ای جای دارد.

۲) آرایش الکترونی یون دو بار مثبت آن به $3d^2$ ختم می‌شود.

۳) عنصری از دستهٔ d بوده و شمار الکترون‌های ظرفیت آن برابر با ۴ است.

۴) شمار الکترون‌های ظرفیت آن از شمار الکترون‌های ظرفیت اتم $_{31}X$ کمتر است.

۸۴- نام کدام ترکیب به درستی نوشته شده است؟

۱) N_2O_5 : نیتروژن پنتا اکسید ۲) $FeCl_3$: آهن کلرید

۳) Na_2O : سدیم (II) اکسید ۴) NO : نیتروژن مونوکسید

۸۵- در ساختار لوویس کدام مولکول، اتم مرکزی دارای جفت الکترون ناپیوندی نمی‌باشد؟

۱) SO_3 ۲) $NOCl$ ۳) NF_3 ۴) SOF_2

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۶- کدام مطلب درست است؟

۱) اگر هوا کره وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین افزایش می‌یافت.

۲) گازهای گلخانه‌ای مانند CO_2 مانع از خروج کامل گرمای زمین می‌شوند.

۳) بخش عمده‌ای از پرتوهای خورشیدی توسط هوا کره بازتابیده شده و به فضا بر می‌گردد.

۴) زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شدهٔ نور خورشید را به‌صورت تابش فرابنفش از دست می‌دهد.

۸۷- با توجه به معادلهٔ موازنه نشدهٔ زیر، اگر ۱۴/۲ لیتر گاز کلر تولید شده باشد، مقدار هیدروکلریک اسید مصرف‌شده چند گرم بوده است؟ (چگالی گاز کلر را $0/4 g.L^{-1}$ در نظر بگیرید. $(Cl=35/5, H=1: g.mol^{-1})$

$$MnO_2(s)+HCl(aq)\rightarrow MnCl_2(aq)+Cl_2(g)+H_2O(l)$$

۱) ۱/۴۶ ۲) ۱۱/۶۸ ۳) ۱/۵۶ ۴) ۵/۷۴

۸۸- به تقریب از انحلال چند میلی‌گرم سدیم سولفات در ۱۰۰ گرم آب، غلظت یون سولفات در محلول حاصل برابر با $38/4 ppm$ می‌گردد؟ $(O=16: g.mol^{-1}, S=32, Na=23$ و $d_{H_2O}=1 g.mL^{-1})$

۱) ۲/۸۴ ۲) ۱/۹۲ ۳) ۵/۶۸ ۴) ۱۱/۳۶

۸۹- اگر معادله انحلال‌پذیری نمک‌های A و B به‌ترتیب $S_A=-0/3\theta+70$ و $S_B=1/4\theta+36$ (S انحلال‌پذیری، θ دما بر حسب درجه سلسیوس) باشد در چه دمایی $(^\circ C)$ انحلال‌پذیری دو نمک یکسان می‌شود و اگر ۳۲۲ گرم محلول سیر شده نمک A را از دمای $80^\circ C$ تا دمای $30^\circ C$ سرد کنیم، چند گرم نمک در محلول رسوب می‌کند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

۱) ۲۰ ، ۳۰ ۲) ۰ ، ۲۰ ۳) ۳۰ ، ۳۱ ۴) ۰ ، ۳۱

۹۰- همهٔ گزینه‌های زیر صحیح هستند، به جز ...

۱) در آب به‌دست آمده از روش تقطیر آلاینده‌ها حذف می‌شوند.

۲) برای از بین بردن میکروب‌ها در تصفیهٔ آب، می‌بایست از فرایند کلرزنی استفاده کرد.

۳) در روش‌های اسمز معکوس و استفاده از صافی کربن، فلزهای سمی و نافلزها حذف می‌شوند.

۴) در روش اسمز معکوس برخلاف روش تقطیر، ترکیب‌های آلی فرار حذف نمی‌شوند.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

آزمون ۱۰ مهر ۱۴۰۵
اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲: اختیاری
تعداد کل سوالات: ۵۰ سوال

نام درس		تعداد سؤال	شمارهٔ سؤال	زمان پاسخ‌گویی (دقیقه)
اختیاری	حسابان ۲	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۳
اختیاری	هندسه ۳	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۲
اختیاری	ریاضیات گسسته	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۳
اختیاری	فیزیک ۳	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۲
اختیاری	شیمی ۳	۱۰	۱۳۱-۱۴۰	۱۰
مجموع		۵۰	۹۱-۱۴۰	۶۰

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	ریاضی‌پایه و حسابان ۲	کاظم اجلالی-میثم بهرامی‌جویا-شاهین پروازی-سعید جعفری-حامد چوقادی-حسین حاجیلو-عادل حسینی-افشین خاصه‌خان طاهر دادستانی-یاسین سپهر-فرامرز سپهری-میلاد سجادی‌لاریجانی-علی سلامت-علی‌اصغر شریفی-سعید علم‌پور-حمید علیزاده مرتضی فهیم‌علوی-سعید مدیرخراسانی-مهدی ملارمضانی-علیرضا نداف‌زاده-حمیدرضا نوش‌کاران-جهانبخش نیکنام
	هندسه و آمارو ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-معصومه اکبری‌صحت-رضا پورحسینی-جواد حاتمی-عادل حسینی-خسرو خلعت‌بری-محمد خندان سیدوحید ذوالفقاری-یاسین سپهر-سیدامیر ستوده-شروین سیاح‌نیا-سیدمصطفی سیدحسینی-علیرضا شریف خطیبی محمدطاهر شعاعی-محمد صحت‌کار-رضا عباسی‌اصل-عزیزالله علی‌اصغری-فرشاد فرامرزی-مرتضی فهیم‌علوی کیان کریمی‌خراسانی-محمدابراهیم گیتی‌زاده-سینا محمدپور-محسن محمدکریمی-امیرحسین ملازینل-مهرداد ملوندی مختار منصوری-سروش موئینی-محمدعلی نادرپور-هومن نورائی-علی وزیری
	فیزیک	حسین الهی-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-علی برزگر-محمدعلی راست‌پیمان-بهنام رستمی-امیرمحمد عبدوی-مسعود قره‌خانی عبداله قم‌زاده-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-حسین مخدومی-حسام نادری-شادمان ویسی
	شیمی	جعفر پازوکی-محمدرضا پورجاوید-امیرحسین توحیدی-حمید ذبحی-منصور سلیمانی‌ملکان-آروین شجاعی-ساجد شیری-آترین صبا مسعود طبرسا-مجتبی عبادی-محمد عظیمیان‌زواره-امیر قاسمی-فاضل قهرمانی‌فرد-محمد کوهستانیان-حسن لشکری-مجتبی محجوب محمدحسن محمدزاده‌مقدم-سیدمحمد معروفی-سیدمحمدرضا میرقائمی-سیدرحیم هاشمی‌دهکردی

گروه علمی اختصاصی

نام درس	ریاضی‌پایه وحسابان ۲	هندسه و آمارو ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیرترکمبور زهره آقامحمدی	مجید جلیل‌ناغونی احسان پنجه‌شاهی آترین صبا ژیلوان محمدی‌پور
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	ابراهیم نوری	فاطمه الهی
ویراستاران مستند	سجاد سلیمی-معصومه صنعت‌کار-مهسا محمدنیا		سجاد بهارلویی	پریا اقبالی محسن دستجردی

گروه فنی و تولید اختصاصی

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: علیرضا همایون‌خواه
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

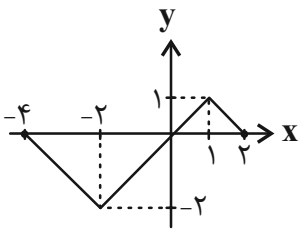
حسابان ۲: فصل‌های ۱ و ۲: صفحه‌های ۱ تا ۴۴ | وقت پیشنهادی: **۱۳ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اختیاری است.

۹۱- اگر نمودار تابع $y=\sqrt{x-1}$ را نسبت به خط $y=x$ قرینه کرده، سپس ۳ واحد در جهت مثبت محور yها به بالا انتقال دهیم و با ضریب ۲ در راستای افقی انبساط دهیم، نمودار حاصل با کدام طول، خط $y=8$ را قطع می‌کند؟

۱) ۲ ۲) -4 ۳) ۴ ۴) -2

۹۲- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x)=-f(2x)$ چند نقطهٔ مشترک با نمودار تابع $h(x)=f(-x)$ دارد؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۹۳- اگر $f(x)=3x+5$ و $g(x)$ یک تابع اکیداً نزولی با دامنهٔ $\mathbb{R}$ باشد که از مبدأ مختصات می‌گذرد، دامنهٔ تابع $y=\sqrt{(gof)(x)}$ کدام است؟

۱) $[-\frac{5}{3},+\infty)$ ۲) $(-\infty,0]$ ۳) $(-\infty,-\frac{5}{3}]$ ۴) $[0,+\infty)$

۹۴- اگر $f(x)=\begin{cases}1 & ;\ x>1\\ -1 & ;\ x<1\end{cases}$ و $g(x)=x^3-1$ باشد، کدام گزینه در مورد یکنوایی تابع fog^{-1} درست است؟

۱) روی $\mathbb{R}-\{1\}$ غیریکنواست.
۲) روی $\mathbb{R}-\{0\}$ یکنواست.
۳) روی $\mathbb{R}-\{0\}$ هم صعودی و هم نزولی است.
۴) روی $\mathbb{R}-\{1\}$ اکیداً یکنواست.

۹۵- اگر چندجمله‌ای ax^3-bx^2+ax+6 بر $(x+1)$ و $(x-2)$ بخش‌پذیر باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) -4 ۴) -5

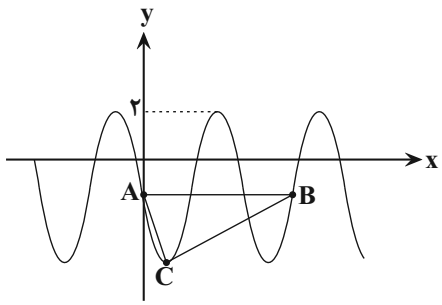
مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۶- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = a\sin(bx) - 1$ می‌باشد. اگر مساحت مثلث ABC برابر با $\frac{9\pi}{4}$ باشد، کم‌ترین مقدار $a+b$ کدام است؟ (A و B هم‌عرض هستند.)



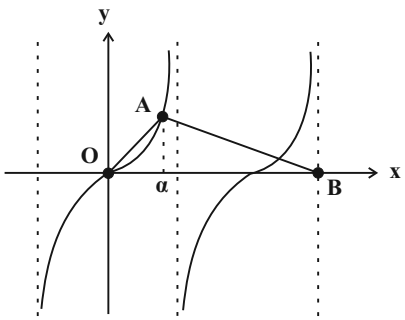
۱) صفر

۲) ۱-

۳) ۲-

۴) ۳-

۹۷- شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = \tan 2x$ می‌باشد. اگر مساحت مثلث AOB برابر $\frac{3\sqrt{3}\pi}{8}$ باشد، مقدار $f\left(\frac{11}{2}\alpha\right)$ کدام است؟



۱) $\sqrt{3}$

۲) $-\sqrt{3}$

۳) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

۴) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

۹۸- تعداد جواب‌های معادلهٔ $5\cos 2\theta + 2\cos^2\frac{\theta}{2} + 1 = 0$ در بازهٔ $[0, \frac{5\pi}{2}]$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۹۹- اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جواب‌های معادلهٔ $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$ که در بازهٔ $[-\frac{\pi}{2}, \pi]$ واقع هستند، برابر با α است. حاصل $\tan\alpha$ کدام است؟

۱) $-\sqrt{3}$ ۲) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ۳) $\sqrt{3}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۰۰- اگر $\alpha + \frac{\beta}{2} = \frac{\pi}{8}$ و $\tan 2\alpha = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\tan 2\beta$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{5}$ ۲) $\frac{5}{3}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

هندسه ۳: فصل ۱: صفحه‌های ۹ تا ۳۱ | وقت پیشنهادی: **۱۲ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۰۱- اگر $A=[a_{ij}]_{۳\times۳}$ با تعریف $a_{ij}=\begin{cases} j-i & ; \ i<j \\ i+j & ; \ i\geq j \end{cases}$ مفروض باشد، آنگاه مجموع درایه‌های بالای قطر فرعی چند برابر مجموع درایه‌های بالای قطر اصلی آن است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲ ۳) ۲/۵ ۴) ۳

۱۰۲- اگر $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \\ ۳ \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ ۳ & ۱ & -۱ \\ d & e & f \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $a+b+e$ کدام است؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۵ ۳) ۱۸ ۴) ۲۱

۱۰۳- اگر $A=\begin{bmatrix} ۱ & ۳ & ۶ & ۲۴ \\ \frac{۱}{۳} & ۱ & ۲ & ۸ \end{bmatrix}$، $B=\begin{bmatrix} \frac{۱}{۶} & \frac{۱}{۲} & ۱ & ۴ \\ \frac{۱}{۲۴} & \frac{۱}{۸} & \frac{۱}{۴} & ۱ \end{bmatrix}$ و $C=\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ باشند، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس $C^۲$ کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) ۲۰ ۳) ۱۸ ۴) ۱۶

۱۰۴- اگر $A=\begin{bmatrix} \frac{۱}{۲} & -\frac{۱}{۲} \\ -\frac{۱}{۲} & \frac{۱}{۲} \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه به‌ازای کدام مجموعهٔ مقادیر حقیقی λ، ماتریس $I-\lambda A$ وارون‌پذیر است؟

۱) $\{۱\}$ ۲) $\mathbb{R}-\{۱\}$ ۳) $\mathbb{R}$ ۴) $\varnothing$

۱۰۵- اگر دو ماتریس A و $(I-A)$ وارون هم باشند، ماتریس $A^۴$ برابر کدام است؟

۱) A ۲) $-A$ ۳) I ۴) $-I$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون ✎ مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۶- در رابطهٔ ماتریسی $\begin{bmatrix} ۴ & ۳ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} ۵ & ۲ \\ ۳ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}$، سطر اول ماتریس A کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} ۱۲ & -۱۷ \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} -۲۱ & ۳۰ \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} -۱۷ & ۳۰ \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} ۱۲ & -۲۱ \end{bmatrix}$

۱۰۷- به ازای چند مقدار m، دستگاه معادلات $\begin{cases} (۲m+۱)x - my = ۱ \\ -۷mx + (m+۶)y = -m \end{cases}$، بی‌شمار جواب دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

۱۰۸- اگر $\begin{vmatrix} ۱ & a & a^۲ \\ ۱ & b & b^۲ \\ ۱ & c & c^۲ \end{vmatrix} = m$ باشد، آنگاه حاصل $\begin{vmatrix} \frac{۱}{a} & ۱ & a \\ \frac{۱}{b} & ۱ & b \\ \frac{۱}{c} & ۱ & c \end{vmatrix}$ کدام است؟ $(a,b,c \neq ۰)$

۱) a ۲) $\frac{m}{abc}$ ۳) $mabc$ ۴) $m+a+b+c$

۱۰۹- اگر $A = \begin{bmatrix} |A|^۲ & |A| \\ ۳ & ۴|A| \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه مجموع مقادیر $|A|$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) صفر ۴) -۱

۱۱۰- به ازای مقادیر حقیقی و دلخواه a، b و c، معادلهٔ $\begin{vmatrix} ۰ & x-a & x-b \\ a-x & ۰ & x-c \\ b-x & c-x & ۰ \end{vmatrix} = ۰$ دارای چند جواب حقیقی است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) بی‌شمار

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

ریاضیات گسسته: فصل ۱: صفحه‌های ۱ تا ۳۰ | وقت پیشنهادی: **۱۳ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۱۱- کدام‌یک از گزاره‌های زیر را می‌توان به صورت قضیهٔ دوشرطی نوشت؟ $(a,k\in\mathbb{R})$

۱) اگر $a+\frac{1}{a}\geq 2$ باشد، آنگاه $a^2+\frac{1}{a^2}\geq 2$ است.

۲) اگر $a>0$ باشد، آنگاه $a\neq -1$ است.

۳) اگر α و β دو عدد گنگ باشند، آنگاه $\alpha-\beta$ گویاست.

۴) اگر $k^3>k^2$ باشد، آنگاه $k>1$ است.

۱۱۲- در اثبات درستی رابطهٔ $\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{a}\geq a+b$ به کمک اثبات به روش بازگشتی به کدام رابطهٔ بدیهی می‌رسیم؟ (a و b دو عدد حقیقی مثبت هستند)

۱) $(a+b)^2\geq 0$ ۲) $(a-b)^2\geq 0$ ۳) $(a-2b)^2\geq 0$ ۴) $(2a-b)^2\geq 0$

۱۱۳- کدام یک از گزاره‌های زیر، همواره درست است؟ $(a,b,c\in\mathbb{Z})$

۱) اگر $a\mid b+c$، آنگاه $a\mid b$ یا $a\mid c$

۲) اگر $a\mid b+c$، آنگاه $a\mid b$ یا $a\mid c$

۳) اگر $a\mid bc$، آنگاه $a\mid b$ یا $a\mid c$

۴) اگر $a\mid bc$، آنگاه $b\mid a$ و $c\mid a$

۱۱۴- در تقسیم عدد طبیعی a بر ۲۳، باقی‌مانده ۷ برابر خارج قسمت است. مجموع ارقام بزرگ‌ترین مقدار طبیعی a کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

۱۱۵- به ازای چند مقدار a، تساوی $(2a,27)=a$ برقرار است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۱۶- هرگاه دو عدد $4a-1$ و $8a-5$ در یک دستهٔ هم‌نهشتی به پیمانهٔ ۱۱ قرار داشته باشند، باقی‌ماندهٔ تقسیم a^2-3a+2 بر ۱۱ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۹

۱۱۷- باقیماندهٔ تقسیم 5^{212} بر عدد ۳۱ چقدر است؟

۱) ۱ ۲) ۷ ۳) ۲۱ ۴) ۲۵

۱۱۸- اگر $\overline{4yx01}^{99}\equiv 0$ باشد، آنگاه x^2+y کدام است؟

۱) ۲۵ ۲) ۵ ۳) ۱۳ ۴) ۸۵

۱۱۹- از رابطهٔ همنهشتی $24x\equiv 42y\pmod{15}$، کدام گزینه نتیجه نمی‌شود؟

۱) $x\equiv 3y\pmod 5$ ۲) $2x\equiv y\pmod 5$ ۳) $3x\equiv 2y\pmod 5$ ۴) $4x\equiv 7y\pmod 5$

۱۲۰- معادلهٔ $5x+10y+n=n^3$، به ازای چند مقدار مختلف n از مجموعهٔ $A=\{1,2,3,...,100\}$ در $\mathbb{Z}$ دارای جواب است؟

۱) ۶۰ ۲) ۵۰ ۳) ۴۰ ۴) ۳۰

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

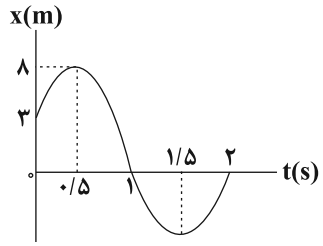
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

فیزیک ۳: فصل‌های ۱ و ۲ (تا انتهای نیروی کشش طناب): صفحه‌های ۱ تا ۴۶ | وقت پیشنهادی: **۱۲ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۲۱- نمودار مکان – زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق با شکل زیر است. در ۲ ثانیهٔ اول حرکت، جهت حرکت متحرک ..... بار تغییر کرده است و در بازهٔ زمانی .....، سرعت متوسط متحرک در خلاف جهت محور x است.



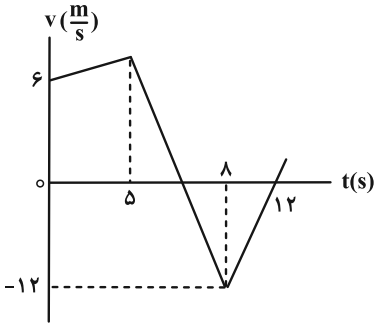
۱) ۲ ، $t_1 = ۰/۵s$ تا $t_2 = ۱/۵s$

۲) ۲ ، $t_1 = ۱s$ تا $t_2 = ۲s$

۳) ۳ ، $t_1 = ۱s$ تا $t_2 = ۲s$

۴) ۳ ، $t_1 = ۰/۵s$ تا $t_2 = ۱/۵s$

۱۲۲- نمودار سرعت- زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب متوسط متحرک از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظه‌ای که برای سومین بار تندی متحرک $\frac{۱}{۲}$ تندی اولیهٔ آن می‌شود، چند متر بر مجذور ثانیه است؟



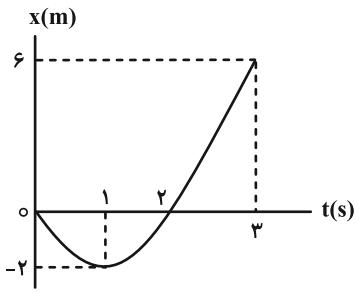
۱) $\frac{۱۱}{۹}$

۲) $\frac{۹}{۱۱}$

۳) $\frac{۳}{۱۱}$

۴) $\frac{۱۱}{۳}$

۱۲۳- شکل زیر، نمودار مکان- زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x با شتاب ثابت در حرکت است. معادلهٔ مکان- زمان این متحرک در SI کدام است؟



۱) $x = t^2 - ۲t$

۲) $x = ۲t^2 - ۴t$

۳) $x = ۲t^2 - ۲t$

۴) $x = ۲t^2 - ۴$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۴- متحرکی که با شتاب ثابت در مسیر مستقیمی در حال حرکت است، در مبدأ زمان با تندی $۲\frac{m}{s}$ در جهت مثبت از مبدأ مکان عبور می‌کند. اگر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در ۶ ثانیهٔ ابتدایی حرکت برابر با ۴۸ متر باشد، بزرگی جابه‌جایی آن در ثانیهٔ هفتم حرکت چند متر خواهد بود؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۸ ۳) ۲۴ ۴) ۱۲

۱۲۵- گلوله‌ای را از بالای ساختمانی رها می‌کنیم و گلوله پس از ۴ ثانیه به زمین می‌رسد. تندی گلوله در نیمهٔ راه و ارتفاع این ساختمان به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود و $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)

۱) $۲۰\frac{m}{s}$ ، ۸۰m ۲) $۲۰\frac{m}{s}$ ، ۴۰m ۳) $۲۰\sqrt{۲}\frac{m}{s}$ ، ۸۰m ۴) $۲۰\sqrt{۲}\frac{m}{s}$ ، ۴۰m

۱۲۶- جسمی تحت اثر سه نیروی $\vec{F_۱} = -۰/۹\vec{i} - ۰/۱\vec{j}$، $\vec{F_۲} = -۱/۱\vec{i} + ۰/۵\vec{j}$ و $\vec{F_۳} = ۳/۲\vec{i} - ۲\vec{j}$ دارای شتاب $\vec{a} = ۰/۳\vec{i} - ۰/۴\vec{j}$ شده است. جرم این جسم چند کیلوگرم است؟ (اندازه‌ها در SI می‌باشند.)

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۲۵

۱۲۷- گلوله‌ای به جرم m به صورت عمودی رو به بالا پرتاب می‌شود. اگر نیروی مقاومت هوا در طول حرکت ثابت فرض شود و اندازهٔ شتاب گلوله را در مسیر رفت $a_۱$، درنقطهٔ اوج $a_۲$ و در مسیر برگشت $a_۳$ بنامیم، کدام مقایسه صحیح است؟

۱) $a_۱ = a_۲ = a_۳$ ۲) $a_۱ > a_۲ > a_۳$ ۳) $a_۱ = a_۳ > a_۲$ ۴) $a_۱ = a_۳ < a_۲$

محل انجام محاسبات

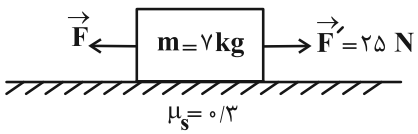
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۸- شخصی به جرم m درون آسانسوری ایستاده است. زمانی‌که آسانسور با شتابی به بزرگی $۲\frac{m}{s^۲}$ به‌صورت تندشونده بالا می‌رود، اندازهٔ نیرویی که کف آسانسور بر شخص وارد می‌کند، برابر با $F_{N_۱}$ و زمانی‌که آسانسور با شتابی به بزرگی $۲\frac{m}{s^۲}$ به‌صورت کندشونده بالا می‌رود، اندازهٔ نیرویی که کف آسانسور بر شخص وارد می‌کند، برابر با $F_{N_۲}$ است. حاصل $\frac{F_{N_۱}}{F_{N_۲}}$ کدام است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۱ ۲) $\frac{۹}{۸}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

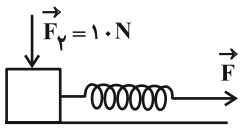
۱۲۹- در شکل زیر، کمینه و بیشینهٔ اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ به‌ترتیب از راست به چپ چند نیوتون باشد تا جسم m بر روی سطح افقی نلغزد؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$



۱) ۲۱ ، ۴۶ ۲) ۴ ، ۴۶

۳) ۴ ، ۲۵ ۴) ۲۱ ، ۲۵

۱۳۰- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $۴kg$ توسط فنری با جرم ناچیز با سرعت ثابت روی سطح افقی کشیده می‌شود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح ۰/۳ و ثابت فنر $۱۰\frac{N}{cm}$ باشد، طول فنر چند سانتی‌متر افزایش می‌یابد؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۱/۲

۲) ۵

۳) ۱/۵

۴) ۰/۵

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی ۳: فصل‌های ۱ و ۲ (تا انتهای جاری شدن انرژی با سفر الکترون): صفحه‌های ۱ تا ۴۴ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

پاسخ دادن به این سؤالات برای همهٔ دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- «مولکول‌های صابون به کمک سر ..... خود در آب حل شده و با بخش ..... با مولکول‌های چربی جاذبه برقرار می‌کنند؛ بنابراین صابون ماده‌ای است که ..... .»

۱) آب گریز – آب دوست – هم در چربی‌ها و هم در آب محلول همگن تشکیل می‌دهد.

۲) آب دوست – آب گریز – هم در چربی‌ها و هم در آب محلول همگن تشکیل می‌دهد.

۳) آب دوست – آب گریز – در آب حل شده اما در چربی‌ها محلول ناهمگن تشکیل می‌دهد.

۴) چربی دوست – آب دوست – در آب حل شده اما در چربی‌ها محلول ناهمگن تشکیل می‌دهد.

۱۳۲- چه تعداد از موارد ذکر شده در جدول زیر نادرست است؟

ماده	رفتار در برابر نور	همگن بودن	پایداری	ذره‌های سازنده
چسب	نور را پخش می‌کند	همگن	پایدار	توده‌های مولکولی
شربت معده	نور را پخش می‌کند	ناهمگن	ناپایدار	ذره‌های ریز ماده
کات کبود در آب	مسیر عبور نور مشخص نیست	همگن	پایدار	یون‌ها و مولکول‌ها

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۳۳- همهٔ عبارت‌های زیر درست‌اند، به‌جز . . . .

۱) مولکول‌های صابون دو بخش قطبی و ناقطبی دارند و بخش ناقطبی آن‌ها چربی‌دوست و آب‌گریز است.

۲) هر اندازه صابون بتواند مقدار بیشتری از آلاینده و چربی را بزداید قدرت پاک‌کنندگی بیشتری دارد.

۳) صابون در آب سخت به خوبی کف نمی‌کند زیرا با یون‌های موجود در آب سخت رسوب تشکیل می‌دهد.

۴) نوع پارچه، نوع آب، نوع صابون و دما بر خلاف مقدار صابون روی قدرت پاک‌کنندگی آن تأثیر دارد.

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۳۴- دی نیتروژن پنتااکسید . . . کربن دی‌اکسید، یک اسید آرنیوس به شمار می‌رود و منجر به افزایش غلظت یون . . . در آب می‌شود.

۱) همانند- هیدروکسید
۲) برخلاف- هیدرونیوم
۳) همانند- هیدرونیوم
۴) برخلاف- هیدروکسید

۱۳۵- اگر درصد یونش فورمیک اسید $(HCOOH)$ در آب برابر ۱۵٪ و غلظت یون هیدرونیوم در محلول آن برابر $۰/۳\times۱۰^{-۳}\,mol.L^{-۱}$ باشد، غلظت مولی اولیهٔ محلول اسید کدام است؟

۱) ۰/۰۵
۲) ۰/۰۰۵
۳) ۰/۰۰۲
۴) ۰/۰۲

۱۳۶- در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت، رسانایی الکتریکی محلول اسید HX از اسید HY بیشتر است. کدام مطلب همواره درست است؟

۱) اسید HX به‌طور کامل ولی اسید HY به‌طور جزئی یونیده شده است.
۲) درجهٔ یونش اسید HX از HY بیشتر است.
۳) HX اسیدی قوی و HY اسیدی ضعیف است.
۴) غلظت آنیون در هر دو محلول برابر است.

۱۳۷- با حل کردن ۱۲ گرم استیک اسید در ۲۵۰ میلی‌لیتر آب، به تقریب چند مول یون ایجاد می‌شود؟ (K_a استیک اسید را در دمای آزمایش برابر $۲\times۱۰^{-۵}\,mol.L^{-۱}$ در نظر بگیرید. $H=۱, C=۱۲, O=۱۶ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۸×۱۰^{-۳}
۲) ۴×۱۰^{-۳}
۳) ۲×۱۰^{-۳}
۴) ۱×۱۰^{-۳}

۱۳۸- چند میلی‌لیتر از محلول اسید ضعیف HA با درصد یونش ۲/۵٪ و $pH=۳/۷$، می‌تواند با ۲۰ میلی‌لیتر از محلول ۰/۱ مولار باریم هیدروکسید، واکنش دهد؟ $(\log ۲ \simeq ۰/۳)$

۱) ۵۰۰
۲) ۲۵۰
۳) ۱۰۰
۴) ۵۵۰

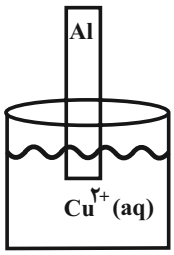
محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۳۹- با توجه به شکل زیر کدام گزینه عبارت زیر را به درستی تکمیل می‌کند؟

«در این واکنش اتم‌های Al الکترون . . . و . . . می‌یابند و نقش . . . را دارند.»



۱) به دست آورده- اکسایش- اکسنده

۲) از دست داده- اکسایش- کاهنده

۳) به دست آورده- کاهش- اکسنده

۴) از دست داده- کاهش- کاهنده

۱۴۰- با توجه به جدول روبه‌رو که مربوط به قرار دادن فلزهای مختلف در محلول $CuSO_4$ در دمای $20^\circ C$ است، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

نام فلز	نشانه شیمیایی فلز	دمای مخلوط واکنش پس از مدتی ($^\circ C$)
آهن	Fe	۲۳
طلا	Au	۲۰
روی	Zn	۲۶
مس	Cu	۲۰

الف) تعداد الکترون مبادله شده در واکنش‌های روی و طلا با مس (II) سولفات با یکدیگر برابر است.

ب) رنگ آبی محلول مس (II) سولفات با قرار دادن فلز طلا تغییری نمی‌کند.

پ) ضعیف‌ترین اکسنده $Zn^{2+}(aq)$ است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

دفترچه پاسخ

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آزمون ۱۰ مهر ۱۴۰۵

اختصاصی دوازدهم ریاضی

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	ریاضی‌پایه وحسابان ۲	کاظم اجلالی-میثم بهرامی‌جویا-شاهین پروازی-سعید جعفری-حامد چوقادی-حسین حاجیلو-عادل حسینی-افشین خاصه‌خان طاهر دادستانی-یاسین سپهر-فرامرز سپهری-میلاد سجادی‌لاریجانی-علی سلامت-علی‌اصغر شریفی-سعید علم‌پور-حمید علیزاده مرتضی فهیم‌علوی-سعید مدیرخراسانی-مهدی ملارمضانی-علیرضا نداف‌زاده-حمیدرضا نوش‌کاران-جهانبخش نیکنام
	هندسه وآمارورياضيات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-معصومه اکبری‌صحت-رضا پورحسینی-جواد حاتمی-عادل حسینی-خسرو خلعت‌بری-محمد خندان سیدوحید ذوالفقاری-یاسین سپهر-سیدامیر ستوده-شروین سیاح‌نیا-سیدمصطفی سیدحسینی-علیرضا شریف خطیبی محمدطاهر شعاعی-محمد صحت‌کار-رضا عباسی‌اصل-عزیزاله علی‌اصغری-فرشاد فرامرزی-مرتضی فهیم‌علوی کیان کریمی‌خراسانی-محمدابراهیم گیتی‌زاده-سینا محمدپور-محسن محمدکریمی-امیرحسین ملازینل-مهرداد ملوندی مختار منصوری-سروش موئینی-محمدعلی نادرپور-هومن نورائی-علی وزیری
	فیزیک	حسین الهی-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-علی برزگر-محمدعلی راست‌پیمان-بهنام رستمی-امیرمحمد عبدوی-مسعود قره‌خانی عبداله قم‌زاده-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-حسین مخدومی-حسام نادری-شادمان ویسی
	شیمی	جعفر پازوکی-محمدرضا پورجاوید-امیرحسین توحیدی-حمید ذبحی-منصور سلیمانی‌ملکان-آروین شجاعی-ساجد شیری-آترین صبا مسعود طبرسا-مجتبی عبادی-محمد عظیمیان‌زواره-امیر قاسمی-فاضل قهرمانی‌فرد-محمد کوهستانیان-حسن لشکری-مجتبی محجوب محمدحسن محمدزاده‌مقدم-سیدمحمد معروفی-سیدمحمدرضا میرقائمی-سیدرحیم هاشمی‌دهکردی

گروه علمی اختصاصی

نام درس	ریاضی‌پایه وحسابان ۲	هندسه وآمارورياضيات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیرترکمبور زهره آقامحمدی	مجید جلیل‌ناغونی احسان پنجه‌شاهی آترین صبا ژیلوان محمدی‌پور
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	ابراهیم نوری	فاطمه الهی
ویراستاران مستند	سجاد سلیمی-معصومه صنعت‌کار-مهسا محمدنیا		سجاد بهارلویی	پریا اقبالی محسن دستجردی

گروه فنی و تولید اختصاصی

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه:محیا اصغری	مسئول دفترچه: علیرضا همایون‌خواه
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

حسابان ۱

۱- **گزینهٔ «۱»** *(مهدی ملارمضانی)*

مجموع جمله‌های دوم و چهارم دنبالهٔ حسابی مورد نظر برابر است با:

$$a_۲ + a_۴ = \frac{-(-۱۲)}{۲} = ۶$$

برای سه جملهٔ هم فاصلهٔ $a_۴, a_۳, a_۲$ در دنبالهٔ حسابی، رابطهٔ زیر برقرار است:

$$a_۳ = \frac{a_۲ + a_۴}{۲} = ۳ \Rightarrow a_۱ + ۲d = ۳ \qquad (*)$$

نسبت مجموع شش جملهٔ اول دنباله به جملهٔ سوم آن برابر ۱۲ است، بنابراین:

$$\frac{S_۶}{a_۳} = ۱۲ \Rightarrow S_۶ = ۱۲a_۳ = ۳۶$$

$$\Rightarrow \frac{۶}{۲}(۲a_۱ + ۵d) = ۳۶ \Rightarrow ۲a_۱ + ۵d = ۱۲ \qquad (**)$$

$$\xrightarrow{(**),(*)} d = ۶ \ , \ a_۱ = -۹$$

جملهٔ یازدهم برابر است با: $a_{۱۱} = a_۱ + ۱۰d = ۵۱$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۲- **گزینهٔ «۲»** *(طاهر دارستانی)*

از تغییر متغیر $t = x^۲ - ۲x$ استفاده می‌کنیم:

$$x^۲ - ۲x = t \xrightarrow{\text{معادله}} t + ۳ = \frac{۵۴}{t} \xrightarrow{\times t} t^۲ + ۳t - ۵۴ = ۰$$

$$\Rightarrow (t+۹)(t-۶) = ۰$$

$$\begin{cases} t = -۹ \Rightarrow x^۲ - ۲x = -۹ \\ t = ۶ \Rightarrow x^۲ - ۲x = ۶ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^۲ - ۲x + ۹ = ۰ : \Delta < ۰ \\ x^۲ - ۲x - ۶ = ۰ : \Delta > ۰ \end{cases}$$

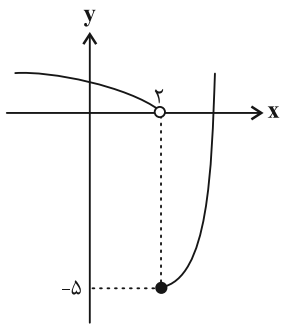
هیچ کدام از جواب‌های معادله، ریشه‌های مخرج (صفر و ۲) نیستند، بنابراین هر دو جواب قابل قبول‌اند.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۳- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{۳-x} - ۱ & ; \ x < ۲ \\ (x-۲)^۲ - ۵ & ; \ x \geq ۲ \end{cases}$$

کافی است نمودار تابع را رسم کنیم:



نمودار تابع از ناحیهٔ سوم عبور نمی‌کند.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۵۳)

۴- **گزینهٔ «۲»** *(یاسین سپهر)*

برای هر دو تابع وارون‌پذیر f و g، رابطهٔ $(fog)^{-۱} = g^{-۱}of^{-۱}$ برقرار است، پس $(g^{-۱}of)^{-۱} = f^{-۱}og$ است و با توجه به فرض داریم:

$$\Rightarrow f^{-۱}(g(۲x-۳)) = ۲x$$

$$\Rightarrow \frac{g(۲x-۳)}{۳} + ۲ = ۲x \Rightarrow g(۲x-۳) = ۶x - ۶$$

حال برای به دست آوردن $g(۱)$، کافی است در رابطهٔ بالا $x = ۲$ را جای‌گذاری کنیم:

$$g(۱) = ۶(۲) - ۶ = ۶$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۵- **گزینهٔ «۳»** *(میلاد سجادی‌لاریجانی)*

با توجه به شکل، دو نقطهٔ $(۳,۰)$ و $(۰,-\frac{۲۶}{۹})$ روی نمودار قرار دارند، پس داریم:

$$f(۳) = ۳^{۳+a} + b = ۰ \Rightarrow ۲۷ \times ۳^a = -b \Rightarrow ۳^a = -\frac{b}{۲۷} \qquad (*)$$

$$f(۰) = ۳^a + b = -\frac{۲۶}{۹} \xrightarrow{(*)} -\frac{b}{۲۷} + b = -\frac{۲۶}{۹}$$

$$\Rightarrow \frac{۲۶}{۲۷}b = -\frac{۲۶}{۹} \Rightarrow b = -۳$$

$$\xrightarrow{(*)} ۳^a = \frac{۱}{۹} = ۳^{-۲} \Rightarrow a = -۲ \Rightarrow a + b = -۵$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۹)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶- **گزینهٔ «۲»** (شاهین پروازی)

می‌دانیم $\log_{۴}(x+۲)^{۲}=\log_{۲}|x+۲|$ است و با توجه به دامنهٔ معادله $(x>۰)$، تساوی $\log_{۲}|x+۲|=\log_{۲}(x+۲)$ برقرار است. پس داریم:

$$\log_{۲}x+\log_{۲}(x+۲)=۳\Rightarrow\log_{۲}x(x+۲)=۳$$

$$\Rightarrow x^{۲}+۲x=۸\xrightarrow{+۱}x^{۲}+۲x+۱=۹$$

$$\Rightarrow(x+۱)^{۲}=۹\Rightarrow x=-۱\pm۳\xrightarrow{x>۰}x=۲$$

بنابراین $a=۲$ جواب معادله است و داریم: $\log_{۸۱}(a+۱)=\log_{۸۱}^{۳}=\frac{۱}{۴}$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۷- **گزینهٔ «۳»** (میثم بهرامی‌جویا)

$$\cot۸۲۰^\circ=\cot(۷۲۰^\circ+۱۰۰^\circ)=\cot۱۰۰^\circ=\cot(۹۰^\circ+۱۰^\circ)=-\tan۱۰^\circ$$

$$\sin۵۱۰^\circ=\sin(۳۶۰^\circ+۱۵۰^\circ)=\sin۱۵۰^\circ=\sin(۱۸۰^\circ-۳۰^\circ)=\sin۳۰^\circ=\frac{۱}{۲}$$

$$\tan۷۶۵^\circ=\tan(۷۲۰^\circ+۴۵^\circ)=\tan۴۵^\circ=۱$$

$$\cot۳۵۰^\circ=\cot(۳۶۰^\circ-۱۰^\circ)=-\cot۱۰^\circ$$

$$A=\frac{-\tan۱۰^\circ+۲\times\frac{۱}{۲}}{۱-\cot۱۰^\circ}=\frac{-a+۱}{۱-\frac{۱}{a}}=\frac{-(a-۱)}{\frac{a-۱}{a}}=-a$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحهٔ ۱۰۱)

۸- **گزینهٔ «۱»** (مرتضی فهیم‌علوی)

با ساده کردن کسر داده شده داریم:

$$A=\frac{\sin۴x}{\cos۲x}-\frac{\cos۴x}{\sin۲x}=\frac{\sin۴x\sin۲x-\cos۴x\cos۲x}{\sin۲x\cos۲x}$$

$$=-\frac{\cos(۴x+۲x)}{\frac{۱}{۲}\sin(۴x)}=-\frac{۲\cos(۶x)}{\sin(۴x)}$$

$$\xrightarrow{x=۱۸^\circ}A=-\frac{۲\cos۱۰۸^\circ}{\sin۷۲^\circ}=\frac{۲\cos۷۲^\circ}{\sin۷۲^\circ}=۲\cot۷۲^\circ$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۹- **گزینهٔ «۴»** (سعید علم‌پور)

با توجه به نمودار داریم:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to۱^-}f(x)=\lim\limits_{x\to۱^-}(ax-x^{۲})=a-۱=-۲\Rightarrow a=-۱\\ \lim\limits_{x\to۱^+}f(x)=\lim\limits_{x\to۱^+}\sqrt{x+b}-۱=\sqrt{۱+b}-۱=۱\\ \Rightarrow\sqrt{۱+b}=۲\Rightarrow۱+b=۴\Rightarrow b=۳\end{cases}$$

$$\Rightarrow f(-\frac{۲b}{a})=f(۶)=\sqrt{۶+۳}-۱=۲$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۱۰- **گزینهٔ «۴»** (مرتضی فهیم‌علوی)

برای پیوسته بودن تابع f در $x=۱$، باید داشته باشیم:

$$\lim_{x\to۱^-}f(x)=f(۱)=\lim_{x\to۱^+}f(x)$$

بنابراین داریم:

$$\lim_{x\to۱^-}=\lim_{x\to۱^-}\text{۲lim۳}\times۱^-=\lim_{x\to۱^-}-۱^+=\text{lim}$$

$$\lim_{x\to۱^+}f(x)=\lim_{x\to۱^+}\frac{x^{۲}-۱}{|(x-۱)(x-۲)|}=\lim_{x\to۱^+}\frac{(x-۱)(x+۱)}{-(x-۱)(x-۲)}$$

$$=\lim_{x\to۱^+}\frac{x+۱}{-(x-۲)}=۲$$

$$\Rightarrow -a=b=۲\Rightarrow\begin{cases}b=۲\\ a=-۲\end{cases}\Rightarrow b-۲a=۶$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

ریاضی ۱

۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(سعید مدیرفراسانی)*

دسته‌بندی مورد نظر به صورت مقابل است: $(۱),(۳,۵),(۷,۹,۱۱),\ldots$

شمارهٔ عدد آخر دستهٔ nام از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$۱+۲+\ldots+n=\frac{n(n+۱)}{۲}$$

بنابراین اعداد دستهٔ ۲۱ از عدد فرد بـا شـمارهٔ $\frac{۲۰\times۲۱}{۲}+۱=۲۱۱$ شـروع شده و تا شمارهٔ $\frac{۲۱\times۲۲}{۲}=۲۳۱$ ادامه دارند، پس:

$$\text{شمارهٔ جملهٔ وسط}=\frac{۲۱۱+۲۳۱}{۲}=۲۲۱$$

$$\Rightarrow a_{۲۲۱}=۲(۲۲۱)-۱=۴۴۱$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(شاهین پروازی)*

با توجه به شکل، مختصات A به صورت $(\cos ۴۵^\circ, \sin ۴۵^\circ)$ است و بـا دوران ۱۳۵ درجـه در جهـت دایـره مثلثـاتی بـه نقطـهٔ $B(\cos ۱۸۰^\circ, \sin ۱۸۰^\circ)$ می‌رسیم:

$$A\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲},\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right), B(-۱,۰)$$

$$\Rightarrow AB=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}+۱\right)^۲+\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲}=\sqrt{۲+\sqrt{۲}}$$

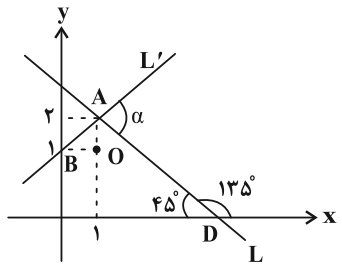
$$OA=OB=۱$$

$$\Rightarrow P_{OAB}=۱+۱+\sqrt{۲+\sqrt{۲}}=۲+\sqrt{۲+\sqrt{۲}}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۳- **گزینهٔ «۴»** *(فرامرز سپهری)*

$x=۱$ را در معادلهٔ خط L جایگذاری می‌کنیم، عرض نقطه برخورد دو خط برابر $y=۲$ به دست می‌آید. همچنین شیب L برابر ۱- است، بنابراین با قسمت مثبت محور xها زاویهٔ ۱۳۵° می‌سازد:



مثلث AOB، قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، پس $\hat{BAO}=۴۵^\circ$ است. همچنین $\hat{OAD}=۴۵^\circ$ است، پس داریم:

$$\alpha=۱۸۰^\circ-(\hat{BAO}+\hat{OAD})=۱۸۰^\circ-۹۰^\circ=۹۰^\circ$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱۴- **گزینهٔ «۴»** *(یاسین سپهر)*

$$x^۳=۹\sqrt[۳]{۱۶\sqrt{۱۶}}=۹\sqrt[۳]{۶۴}=۹\times۴=۳۶$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۱۵- **گزینهٔ «۱»** *(یاسین سپهر)*

باید معادلهٔ تقاطع دو نمودار یک جواب داشته باشد:

$$۲x^۲+۵x+۶=-۳x+k\Rightarrow ۲x^۲+۸x+۶-k=۰$$

Δ ی معادلهٔ بالا باید برابر با صفر باشد:

$$\Delta=۸^۲-۸(۶-k)=۰\Rightarrow k=-۲$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱۶- **گزینهٔ «۱»** *(حمید علیزاده)*

نامعادله را به‌صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$\frac{x+a}{x}-\frac{x-۲}{x+۲}\le۰\Rightarrow\frac{x^۲+(a+۲)x+۲a-x^۲+۲x}{x(x+۲)}\le۰$$

$$\Rightarrow\frac{(a+۴)x+۲a}{x(x+۲)}\le۰$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

با توجه به مجموعه جواب $(-\infty,b)-[-۲,-\frac{۲}{۳})$ مشخص می‌شود که

$x=-\frac{۲}{۳}$ ریشهٔ عبارت صورت است، از طرفی $x=-۲$ و $x=۰$ نیز

ریشه‌های مخرج هستند، پس: $\begin{cases} b=۰ \\ -\frac{۲a}{a+۴}=-\frac{۲}{۳}\Rightarrow a=۲ \end{cases} \Rightarrow a-b=۲$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۱۷- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

ضابطهٔ تابع همانی f به صورت $f(x)=x$ است و ضابطهٔ تابع ثابت g را به صورت $g(x)=k$ در نظر می‌گیریم. داریم:

$$\frac{۲f(g(۱))-g(f(۰))}{f(۱)+۲g(-۱)}=\frac{۲f(k)-g(۰)}{۱+۲k}=\frac{۲k-k}{۱+۲k}=\frac{k}{۱+۲k}=\frac{۲}{۵}$$

$$\Rightarrow ۵k=۲+۴k\Rightarrow k=۲$$

پس تابع ثابت g به صورت $g(x)=۲$ است و داریم: $g(۱)=۲$

(ریاضی۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** *(حمیدرضا نوش‌کاران)*

برای اینکه رابطهٔ داده شده یک تابع باشد، باید $۲m-۱$ و $m^۲-۴$ برابر باشند: (زیرا مؤلفه‌های دوم زوج‌های مرتبی هستند که مؤلفه‌های اول برابر دارند.)

$$m^۲-۴=۲m-۱\Rightarrow m^۲-۲m-۳=۰$$

$$\Rightarrow (m-۳)(m+۱)=۰\Rightarrow \begin{cases} m=۳ \\ m=-۱ \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

دقت کنید که به ازای $m=-۱$، دو زوج مرتب $(۲,-۳)$ و $(۲,۱)$ عضو مجموعه خواهند شد، که در آن صورت f نمی‌تواند تابع باشد. پس تابع f به صورت زیر است: $f=\{(-۶,۱),(۲,۵),(۷,۱)\}$

برد تابع f، $R_f=\{۱,۵\}$ است و دو عضو دارد.

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۸)

۱۹- **گزینهٔ «۴»** *(مرتضی فهیم‌علوی)*

دو حالت برای ایجاد چنین رمزی وجود دارد:

الف) $\frac{۲۶}{\text{حرف}}\times\frac{۱۰}{\text{رقم}}\times\frac{۲۶}{\text{حرف}}\times\frac{۱۰}{\text{رقم}}=۶۷۶۰۰$

ب) $\frac{۱۰}{\text{رقم}}\times\frac{۲۶}{\text{حرف}}\times\frac{۱۰}{\text{رقم}}\times\frac{۲۶}{\text{حرف}}=۶۷۶۰۰$

بنابراین طبق اصل جمع، تعداد رمزهای قابل تولید برابر است با:

$$۲\times ۶۷۶۰۰=۱۳۵۲۰۰$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن؛ مشابه مثال صفحهٔ ۱۲۲)

۲۰- **گزینهٔ «۴»** *(حسین هادیلو)*

تعداد زیرمجموعه‌های چهار عضوی از ۹ عضو : فضای نمونه $=\binom{۹}{۴}=\frac{۹!}{۵!\times ۴!}=۱۲۶$

تعداد زیرمجموعه‌های چهار عضوی شامل ۲ و۳ ولی فاقد ۴ :پیشامدها $=\binom{۶}{۲}=۱۵$

$$\Rightarrow \text{احتمال مطلوب}=\frac{۱۵}{۱۲۶}=\frac{۵}{۴۲}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

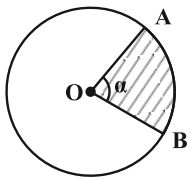
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

هندسه ۲

۲۱- **گزینهٔ «۴»** *(محمد خندان)*

اگر زاویهٔ مرکزی قطاعی از دایرهٔ $C(O,R)$ برحسب درجه مساوی α باشد، طول کمان AB برابر $L=\frac{\pi R\alpha}{180^\circ}$ و مساحت قطاع برابر $S=\frac{\pi R^2\alpha}{360^\circ}$ است.



بنابراین با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\begin{cases} S=\frac{\pi R^2\times 90^\circ}{360^\circ} \\ S'=\frac{\pi R'^2\times 15^\circ}{360^\circ} \end{cases} \xrightarrow{S=S'} R^2\times 90^\circ = R'^2\times 15^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{R^2}{R'^2}=\frac{1}{6}\Rightarrow \frac{R}{R'}=\frac{\sqrt{6}}{6}$$

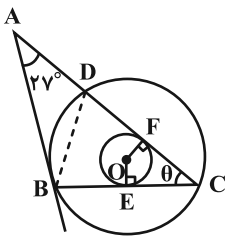
حال نسبت طول کمان AB به $A'B'$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{L_{AB}}{L_{A'B'}}=\frac{\frac{\pi R}{180^\circ}\times 90^\circ}{\frac{\pi R'}{180^\circ}\times 15^\circ}=\frac{R}{R'}\times 6=\frac{\sqrt{6}}{6}\times 6=\sqrt{6}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحهٔ ۱۲)

۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(محمدطاهر شعاعی)*

می‌دانیم اگر فاصلهٔ مرکز دایره از دو وتر برابر باشد، آن‌گاه آن دو وتر مساوی یکدیگرند.



شعاع دایرهٔ کوچک‌تر $= OE = OF \Rightarrow BC = DC$

$\overset{\Delta}{BDC}$ متساوی‌الساقین $\Rightarrow D\hat{B}C = B\hat{D}C = \frac{180^\circ-\theta}{2}$

$\overset{\Delta}{ABD}$: زاویهٔ خارجی $B\hat{D}C = \hat{A} + A\hat{B}D$

زاویهٔ ظلی : $A\hat{B}D = \frac{\overset{\frown}{BD}}{2}$

$\Rightarrow \frac{180^\circ-\theta}{2} = 27^\circ + \frac{\overset{\frown}{BD}}{2}$

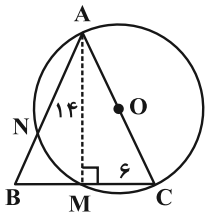
از طرفی $B\hat{C}D = \frac{\overset{\frown}{BD}}{2}$ (زاویهٔ محاطی)، پس $\theta = \frac{\overset{\frown}{BD}}{2}$ بوده و در نتیجه:

$$90^\circ - \frac{\theta}{2} = 27^\circ + \theta \Rightarrow \frac{3\theta}{2} = 63^\circ$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{2\times 63^\circ}{3} = 2\times 21^\circ = 42^\circ$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۲۳- **گزینهٔ «۳»** *(محسن محمدکریمی)*



پاره‌خط AM را رسم می‌کنیم. چون زاویهٔ AMC محاطی روبه‌رو به قطر است، قائمه می‌باشد و چون در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع وارد بر قاعده، میانهٔ نظیر قاعده است، پس $BM = MC = 6$ می‌باشد. حالا بنا بر روابط طولی در دایره داریم:

$$BM\times BC = BN\times BA \Rightarrow 6\times 12 = x\times(x+14)$$

$$\Rightarrow x = 4 \Rightarrow \text{طول ساق} = 18$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۲۴- **گزینهٔ «۱»** *(رضا عباسی‌اصل)*

طول مماس‌های رسم شده بر یک دایره از هر نقطهٔ خارج آن با هم برابرند، بنابراین داریم:

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

$$\begin{cases} BE = BD = ۵ \\ CD = CF = ۳ \Rightarrow AF = \underbrace{AC}_{۱۷} + \underbrace{CF}_{۳} = ۲۰ \\ AE = AF \end{cases}$$

$$\Rightarrow AE = ۲۰ \Rightarrow AB + \underbrace{BE}_{۵} = ۲۰ \Rightarrow AB = ۱۵$$

در نتیجه مثلث ABC قائم‌الزاویه است، زیرا داریم:

$$۱۷^۲ = ۱۵^۲ + ۸^۲ \Rightarrow AC^۲ = AB^۲ + BC^۲$$

در صورتی که S و p به‌ترتیب مساحت و نصف محیط مثلث ABC باشند، شعاع دایرهٔ محاطی خارجی نظیر ضلع BC به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$p = \frac{۱۷ + ۱۵ + ۸}{۲} = ۲۰$$

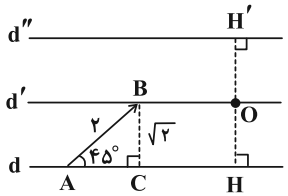
$$S = \frac{۱}{۲} \times ۸ \times ۱۵ = ۶۰$$

$$r_a = \frac{S}{p - a} = \frac{۶۰}{۲۰ - ۸} = \frac{۶۰}{۱۲} = ۵$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۹، ۲۰، ۲۵ و ۲۶)

۲۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمد خندان)*

مطابق شکل خط d را با بردار $\overrightarrow{AB}$ بر خط d' تصویر می‌کنیم.

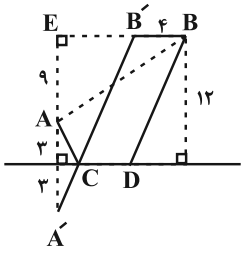


در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، ضلع BC روبه‌رو به زاویهٔ ۴۵ درجه است، پس $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ وتر است، پس $BC = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times ۲ = \sqrt{۲}$. از طرفی خط d را با دوران ۱۸۰ درجه به مرکز O بر خط d'' تصویر کرده‌ایم. چون دوران تبدیلی طولپاست، پس $OH = OH' = \sqrt{۲}$ و فاصلهٔ دو خط d و d'' برابر $HH' = ۲OH = ۲\sqrt{۲}$ است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۳)

۲۶- **گزینهٔ «۴»** *(معصومه اکبری‌صحت)*

ابتدا نقطهٔ A را نسبت به رودخانه بازتاب می‌دهیم تا نقطهٔ A' به‌دست آید. سپس نقطهٔ B را به اندازهٔ ۴ کیلومتر (برابر طول CD) موازی با CD به سمت چپ انتقال می‌دهیم تا نقطهٔ B' حاصل شود.



چهارضلعی $B'BDC$ متوازی‌الاضلاع است، پس $B'C = BD$ است. طبق مسئلهٔ هرون برای پیداکردن کوتاه‌ترین مسیر بین A و B' داریم:

$$\overset{\Delta}{AEB} : BE^۲ = AB^۲ - AE^۲ = ۲۲۵ - ۸۱ = ۱۴۴ \Rightarrow BE = ۱۲$$

$$B'E = BE - BB' = ۱۲ - ۴ = ۸$$

$$\overset{\Delta}{A'EB'} : A'B'^۲ = A'E^۲ + B'E^۲ = ۱۵^۲ + ۸^۲ = ۲۸۹$$

$$\Rightarrow A'B' = ۱۷$$

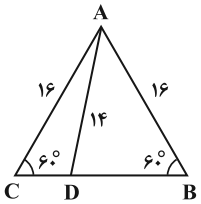
$$\Rightarrow A'C + CB' = ۱۷ \Rightarrow AC + BD = ۱۷$$

طول کوتاه‌ترین جاده $= AC + CD + BD = ۱۷ + ۴ = ۲۱$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحهٔ ۵۳)

۲۷- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ملازینل)*

مطابق شکل فرض می‌کنیم ضلع AC به نقطهٔ D نزدیک‌تر است. با توجه به قضیهٔ کسینوس‌ها اندازهٔ پاره‌خط‌های BD و CD مشخص می‌شود.



Telegram: @konkur_in

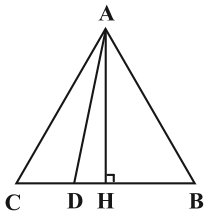
www.konkur.in

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \times BD \times \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow 196 = 256 + BD^2 - 2 \times 16 \times BD \times \frac{1}{2} \Rightarrow BD^2 - 16BD + 60 = 0$$

$$\Rightarrow (BD-6)(BD-10) = 0 \xrightarrow{BD>CD} \begin{cases} BD = 10 \\ CD = 6 \end{cases}$$

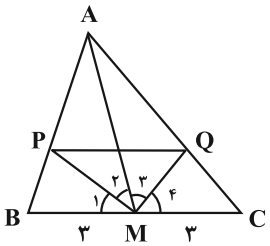
حال با نوشتن نسبت مساحت در مثلث‌های ADB و ADC داریم:



$$\frac{S_{ADB}}{S_{ADC}} = \frac{\frac{1}{2}BD \times AH}{\frac{1}{2}CD \times AH} = \frac{BD}{CD} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۲۸- **گزینهٔ «۲»** *(محمد فندان)*



با توجه به قضیهٔ نیمسازهای زوایای داخلی در دو مثلث AMB و AMC داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\Delta}{AMB}: \frac{AP}{BP} = \frac{AM}{BM} = \frac{12}{3} = 4 \quad (*) \\ \overset{\Delta}{AMC}: \frac{AQ}{QC} = \frac{AM}{CM} = \frac{12}{3} = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{QC}$$

بنابراین با توجه به عکس قضیهٔ تالس نتیجه می‌گیریم که $PQ \parallel BC$ است.

در نتیجه داریم:

$$\frac{PQ}{BC} = \frac{AP}{AB} = \frac{AP}{AP+BP} \overset{(*)}{=} \frac{AM}{AM+BM} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow PQ = \frac{4}{5}BC = \frac{4}{5} \times 6 = 4/8$$

حال با توجه به این‌که MP و MQ نیمساز زوایای داخلی در دو مثلث AMB و AMC هستند، می‌توان نوشت:

$$\hat{M}_1 + \hat{M}_2 + \hat{M}_3 + \hat{M}_4 = 180^\circ \xrightarrow[\hat{M}_3 = \hat{M}_4]{\hat{M}_1 = \hat{M}_2} \hat{M}_2 + \hat{M}_3 = 90^\circ$$

پس مثلث PMQ قائم‌الزاویه است و طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$MP^2 + MQ^2 = PQ^2 = 4/8^2 = 23/04$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

با استفاده از قضیهٔ هرون، مساحت مثلث ABC را به دست می‌آوریم:

$$S_{ABC} = \sqrt{14(14-13)(14-8)(14-7)} = 14\sqrt{3}$$

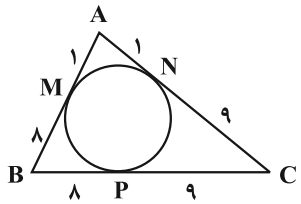
از طرفی می‌دانیم:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ABC}} = \frac{BD}{BC} = \frac{3}{13} \Rightarrow S_{ABD} = \frac{42\sqrt{3}}{13}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد ملوندی)*

می‌دانیم طول دو مماس رسم‌شده از هر نقطهٔ خارج دایره بر آن، با هم برابر هستند، پس مطابق شکل داریم:



یعنی طول اضلاع مثلث ABC برابر ۹، ۱۰ و ۱۷ است.

با معلوم بودن طول سه ضلع مثلث، ابتدا مساحت را با قاعدهٔ هرون به‌دست آورده و سپس شعاع دایرهٔ محاطی داخلی را محاسبه می‌کنیم:

$$p = \frac{9+10+17}{2} = 18 \Rightarrow S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(b-c)}$$

$$= \sqrt{18 \times 1 \times 8 \times 9} = 36 \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{36}{18} = 2$$

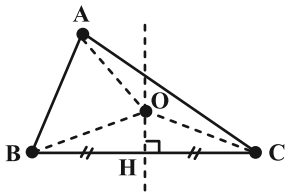
(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

هندسه ۱

۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ملازینل)*



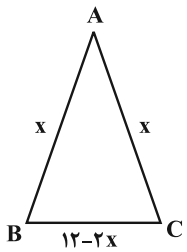
می‌دانیم نقطهٔ تلاقی سه عمودمنصف، روی عمودمنصف ضلع BC واقع است. همچنین می‌دانیم این نقطهٔ تلاقی (آن را O بنامید)، از سه رأس به یک فاصله است $(OA = OB = OC)$. با توجه به شکل واضح است طول OB (و در نتیجه OA) وقتی کمینه می‌شود که O روی H بیفتد که در این حالت $OA = OB = \frac{BC}{۲} = ۳$ می‌شود.

توجه: در این حالت مثلث ABC در رأس A قائم‌الزاویه خواهد بود.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۳۲- **گزینهٔ «۲»** *(رضا عباسی‌اصل)*

فرض کنیم طول ساق مثلث برابر x باشد. در این صورت طول قاعدهٔ مثلث برابر با $۱۲-۲x$ خواهد بود.



حال بنا به قضیهٔ نامساوی مثلثی داریم:

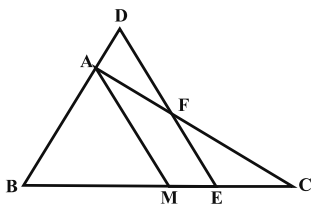
$$\left.\begin{array}{l} x + x > ۱۲ - ۲x \Rightarrow ۴x > ۱۲ \Rightarrow x > ۳ \\ x + (۱۲ - ۲x) > x \Rightarrow ۲x < ۱۲ \Rightarrow x < ۶ \end{array}\right\} \Rightarrow ۳ < x < ۶$$

بنابراین تنها مقادیر صحیح ممکن برای x، برابر ۴ و ۵ هستند.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۱ و ۲۷)

۳۳- **گزینهٔ «۴»** *(محمدطاهر شعاعی)*

طبق فرض $BM = CM$ است. به کمک قضیهٔ تالس داریم:



$$\left.\begin{array}{l} \overset{\Delta}{AMC} : EF \parallel AM \Rightarrow \frac{EF}{AM} = \frac{CE}{CM} \\ \overset{\Delta}{BDE} : AM \parallel DE \Rightarrow \frac{DE}{AM} = \frac{BE}{BM} = \frac{BE}{CM} \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{EF}{AM} + \frac{DE}{AM} = \frac{CE + BE}{CM} = \frac{BC}{CM}$$

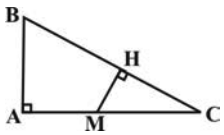
$$\Rightarrow \frac{EF}{AM} + \frac{DE}{AM} = \frac{۲CM}{CM} = ۲ \Rightarrow \frac{۴}{۵} + \frac{DE}{AM} = ۲$$

$$\Rightarrow \frac{DE}{AM} = ۲ - \frac{۴}{۵} = \frac{۶}{۵} = ۱/۲$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۳۴- **گزینهٔ «۲»** *(محمدعلی نادرپور)*

چون M وسط AC است پس $AC = ۲MC$ است.



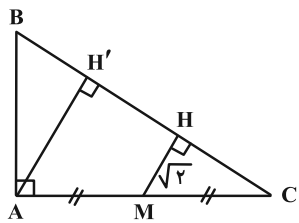
$$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{MHC} \Rightarrow \frac{MC}{BC} = \frac{MH}{AB} = \frac{HC}{AC}$$

$$\frac{HC}{AC} = \frac{\sqrt{۲}}{۳} \Rightarrow \frac{HC}{۲MC} = \frac{\sqrt{۲}}{۳} \Rightarrow HC = \frac{۲\sqrt{۲}}{۳} MC$$

$$MC^۲ = MH^۲ + HC^۲ = ۲ + \frac{۸}{۹} MC^۲ \Rightarrow MC^۲ = ۱۸$$

$$\Rightarrow MC = ۳\sqrt{۲} \Rightarrow AC = ۶\sqrt{۲}$$

راه دوم: از رأس A بر وتر BC عمود AH' را رسم می‌کنیم:



$$MH \parallel AH' \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{MH}{AH'} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow AH' = ۲\sqrt{۲}$$

$$\xrightarrow{\text{فیثاغورس}} BH' = \sqrt{۳^۲ - (۲\sqrt{۲})^۲} = ۱$$

حالا طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AH'^۲ = BH' . CH' \Rightarrow (۲\sqrt{۲})^۲ = ۱ \times CH' \Rightarrow CH' = ۸$$

$$AC = \sqrt{BC^۲ - AB^۲} = \sqrt{۸۱ - ۹} = \sqrt{۷۲} = ۶\sqrt{۲}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۵- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مطابق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:

$$AB^۲ = BC \times BH = ۱۰ \times ۸ = ۸۰ \Rightarrow AB = ۴\sqrt{۵}$$

$$AC^۲ = BC \times CH = ۱۰ \times ۲ = ۲۰ \Rightarrow AC = ۲\sqrt{۵}$$

$$DH \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{DH}{AB} = \frac{CH}{BC} \Rightarrow \frac{DH}{۴\sqrt{۵}} = \frac{۲}{۱۰}$$

$$\Rightarrow DH = \frac{۴\sqrt{۵}}{۵}$$

$$EH \parallel AC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{EH}{AC} = \frac{BH}{BC} \Rightarrow \frac{EH}{۲\sqrt{۵}} = \frac{۸}{۱۰}$$

$$\Rightarrow EH = \frac{۸\sqrt{۵}}{۵}$$

$$S_{ADHE} = DH \times EH = \frac{۴\sqrt{۵}}{۵} \times \frac{۸\sqrt{۵}}{۵} = \frac{۳۲}{۵} = ۶/۴$$

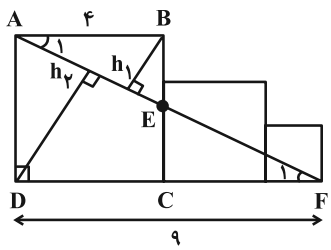
(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ و ۴۱ تا ۴۴)

۳۶- **گزینهٔ «۱»** *(شروین سیاح‌نیا)*

مثلث‌های ABE و ADF به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند، زیرا:

$$\left.\begin{array}{l} AB \parallel DF \\ \text{مورب } AF \\ \hat{B} = \hat{D} = ۹۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{A}_۱ = \hat{F}_۱ \Big\} \longrightarrow \overset{\Delta}{ABE} \sim \overset{\Delta}{ADF}$$

می‌دانیم که نسبت ارتفاع‌های متناظر در دو مثلث متشابه برابر با نسبت تشابه است، پس:



$$\frac{h_۱}{h_۲} = \frac{AB}{DF} = \frac{۴}{۹}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۳۷- **گزینهٔ «۲»** *(سینا محمدپور)*

در هر n ضلعی تعداد قطرها برابر $\frac{n(n-۳)}{۲}$ است. بنابراین:

$$\text{تعداد ضلع‌ها} = \text{تعداد قطرها} \Rightarrow \frac{n(n-۳)}{۲} = n \Rightarrow n-۳ = ۲ \Rightarrow n = ۵$$

مجموع اندازهٔ زاویه‌های خارجی هر n ضلعی برابر ۳۶۰° و مجموع اندازهٔ زاویه‌های داخلی هر n ضلعی برابر $۱۸۰^\circ(n-۲)$ است. پس:

$$۱۸۰^\circ(۵-۲) = ۱۸۰^\circ \times ۳ = ۵۴۰^\circ \Rightarrow ۵۴۰^\circ - ۳۶۰^\circ = ۱۸۰^\circ$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۵۵)

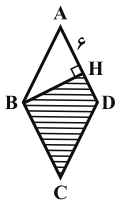
۳۸- **گزینهٔ «۳»** *(مهرداد ملوندی)*

با نوشتن قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABH داریم:

$$BH^۲ = AB^۲ - AH^۲ = ۱۰^۲ - ۶^۲ = ۱۰۰ - ۳۶ = ۶۴ \Rightarrow BH = ۸$$

پس مساحت ناحیهٔ هاشورخورده برابر است با:

$$S_{BHDC} = S_{ABCD} - S_{ABH}$$
$$= AD \times BH - \frac{AH \times BH}{۲}$$
$$= ۱۰ \times ۸ - \frac{۶ \times ۸}{۲} = ۸۰ - ۲۴ = ۵۶$$



(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۵)

۳۹- **گزینهٔ «۱»** *(محمدابراهیم کیتی‌زاده)*

می‌دانیم اگر خطی با یکی از دو صفحهٔ موازی، متقاطع باشد، حتماً با دیگری نیز متقاطع است. پس هر صفحهٔ موازی با صفحهٔ P، دو خط d و d' را قطع می‌کند.

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۶)

۴۰- **گزینهٔ «۲»** *(فرشاد فرامرزی)*

مکعب بزرگ از $۴ \times ۴ \times ۳ = ۴۸$ مکعب کوچک تشکیل شده است. حداکثر مکعب‌هایی که می‌توانند برداشته شوند برابر است با: $۴۸ - ۷ = ۴۱$ که در این‌صورت تنها یک ردیف به شکل B باقی می‌ماند.

همچنین حداقل باید $۵ \times ۴ = ۲۰$ مکعب از شکل برداشته شود (۵ ستون مکعب از بالا به پایین که هر کدام شامل ۴ مکعب هستند). در نتیجه تفاضل حداقل و حداکثر تعداد مکعب‌هایی که باید برداشته شوند، برابر است با:

$$۴۱ - ۲۰ = ۲۱$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

آمار و احتمال

۴۱- **گزینهٔ «۴»** *(یاسین سپهر)*

اگر ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ را به ترکیب فصلی تبدیل کنیم، آنگاه داریم:

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$$

با توجه به هم‌ارزی منطقی به‌دست آمده داریم:

$$\sim[(\sim p \wedge q) \Rightarrow \sim p] \equiv (\sim p \wedge q) \wedge \underbrace{\sim(\sim p)}_{p}$$

$$\equiv \underbrace{(\sim p \wedge p)}_{F} \wedge q \equiv F$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۴ تا ۹)

۴۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

گزینهٔ «۱»: نامساوی $۲^n < n^۲$ به ازای $n = ۳$ برقرار است، یعنی داریم:

$$۲^۳ < ۳^۲$$

گزینهٔ «۲»:

$$n^۲ < ۹n - ۲۰ \Rightarrow n^۲ - ۹n + ۲۰ < ۰ \Rightarrow (n-۴)(n-۵) < ۰$$

$$\Rightarrow ۴ < n < ۵$$

بنابراین نامساوی به ازای هیچ مقدار حسابی برای n برقرار نیست، پس مجموعهٔ جواب گزاره‌نما تهی است.

گزینهٔ «۳»: نامساوی به ازای $n = ۲$ برقرار است، یعنی داریم:

$$۲! = ۲ < ۲^۲ = ۴$$

گزینهٔ «۴»:

$$۲n^۲ < ۵ - ۳n \Rightarrow ۲n^۲ + ۳n - ۵ < ۰ \Rightarrow (n-۱)(۲n+۵) < ۰$$

$$\Rightarrow -\frac{۵}{۲} < n < ۱ \Rightarrow$$ نامساوی به ازای $n = ۰$ برقرار است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۳ و ۴)

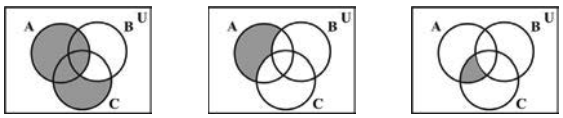
۴۳- **گزینهٔ «۱»** *(سیدوحید ذوالفقاری)*

به وضوح می‌توان مشاهده کرد که مجموعهٔ تهی $(\varnothing)$ عضوی از مجموعه A می‌باشد، پس گزینهٔ «۲» صحیح است. ۱ و $\{۲\}$ عضو A هستند، پس $\{\{۲\},۱\}$ زیرمجموعهٔ A می‌باشد و گزینهٔ «۳» نیز صحیح است. می‌دانیم تهی زیرمجموعهٔ تمام مجموعه‌ها است، پس گزینهٔ «۴» نیز صحیح می‌باشد. ولی به وضوح می‌توان دید که $\{\{۲\},۱\}$ عضو مجموعهٔ A نیست و در نتیجه گزینهٔ «۱» صحیح نمی‌باشد.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

۴۴- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا شریف‌فطیبی)*

نمودار ون هر یک از گزینه‌های دیگر به صورت زیر است:



(۳) (۲) (۱)

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۳۰)

۴۵- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا شریف‌فطیبی)*

اگر پیشامدهای همراه داشتن کارت اعتباری نوع A و نوع B را به‌ترتیب با A و B نمایش دهیم، آنگاه پیشامد همراه داشتن فقط یکی از دو نوع کارت به‌صورت $(A-B)\cup(B-A)$ است. با توجه به این که دو پیشامد $(A-B)$ و $(B-A)$ ناسازگارند، داریم:

$$P[(A-B)\cup(B-A)] = P(A-B) + P(B-A)$$

$$= P(A) - P(A\cap B) + P(B) - P(A\cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - ۲P(A\cap B)$$

$$P[(A-B)\cup(B-A)] = ۰/۳۲$$

$$\Rightarrow ۰/۳۸ + ۰/۴۸ - ۲P(A\cap B) = ۰/۳۲$$

$$\Rightarrow ۲P(A\cap B) = ۰/۵۴ \Rightarrow P(A\cap B) = ۰/۲۷$$

پیشامد این‌که مشتریان فقط کارت B را در اختیار داشته باشند برابر $B-A$ بوده و احتمال آن برابر است با:

$$P(B-A) = \underbrace{P(B)}_{۰/۴۸} - \underbrace{P(A\cap B)}_{۰/۲۷} = ۰/۲۱$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۶- **گزینهٔ «۱»** *(مرتضی خوییم‌علوی)*

اگر بدانیم که کارت با شمارهٔ ۶ خارج شده است، برای این‌که جمع شمارهٔ سه کارت برابر ۱۹ بشود، باید جمع شمارهٔ دو کارت خروجی دیگر برابر $۱۹-۶=۱۳$ بشود. تعداد کل حالات برابر است با تعداد راه‌های انتخاب ۲ کارت از میان ۴ کارت، یعنی:

$$n(S)=\binom{۴}{۲}=۶$$

حالت‌های مطلوب عبارتند از $\{۴,۶,۹\}$ و $\{۵,۶,۸\}$، یعنی $n(A)=۲$ و در نتیجه داریم:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲}{۶}=\frac{۱}{۳}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۴۷- **گزینهٔ «۳»** *(عزیزاله علی‌اصغری)*

از آنجا که پیشامدهای A و B مستقل هستند، پیشامدهای A' و B' نیز مستقل می‌شوند و طبق فرض مسئله خواهیم داشت:

$$\underbrace{P(B-A)}_{۰/۲}+\underbrace{P(A'\cap B')}_{۰/۳}=P(B\cap A')+P(B'\cap A')$$

$$=P(B)P(A')+P(B')P(A')=\underbrace{(P(B)+P(B'))}_{۱}P(A')$$

$$=P(A')=۰/۵\Rightarrow\begin{cases}P(A)=۱-۰/۵=۰/۵\\P(B')\underbrace{P(A')}_{۰/۵}=۰/۳\Rightarrow P(B')=۰/۶\end{cases}$$

بنابراین خواستهٔ سوال برابر است با:

$$P(A-B)=P(A\cap B')=P(A).P(B')=۰/۵\times۰/۶=۰/۳$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

۴۸- **گزینهٔ «۲»** *(کیان کریمی‌خراسانی)*

بزرگ‌ترین زاویهٔ مرکزی، مربوط به دادهٔ با فراوانی $۲x+۱$ یا با فراوانی ۶ است. پس داریم:

حالت اول: بیش‌ترین فراوانی برابر $۲x+۱$ باشد.

$$\frac{۲x+۱}{۴x+۷}=\frac{۱۴۴^\circ}{۳۶۰^\circ}=\frac{۲}{۵}\Rightarrow ۱۰x+۵=۸x+۱۴\Rightarrow x=\frac{۹}{۲}$$

که قابل قبول نیست زیرا فراوانی‌ها اعدادی طبیعی‌اند.

حالت دوم: بیش‌ترین فراوانی برابر ۶ باشد.

$$\frac{۶}{۴x+۷}=\frac{۲}{۵}\Rightarrow ۳۰=۸x+۱۴\Rightarrow x=۲$$

بنابراین مجموع فراوانی‌ها برابر ۱۵ است و داریم:

فراوانی نسبی دادهٔ ۳ $=\frac{۲x-۳}{۴x+۷}=\frac{۱}{۱۵}$

فراوانی نسبی دادهٔ ۵ $=\frac{۲}{۱۵}$

اختلاف فراوانی‌های نسبی دو داده، برابر $\frac{۱}{۱۵}$ است.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۸)

۴۹- **گزینهٔ «۴»** *(سروش موئینی)*

واریانس داده‌ها برابر $۱۶=۴^۲$ (مجذور انحراف معیار) بوده و داریم:

$$\text{اولیه}: \sigma^۲=۱۶=\frac{\sum_{i=۱}^{۳۰}(x_i-\bar{x})^۲}{۳۰}\Rightarrow\sum_{i=۱}^{۳۰}(x_i-\bar{x})^۲=۴۸۰$$

$$\text{ثانویه}: \sigma^۲=۱۰=\frac{\sum_{i=۱}^{۳۰+n}(x_i-\bar{x})^۲}{۳۰+n}\Rightarrow\frac{۴۸۰}{۳۰+n}=۱۰\Rightarrow n=۱۸$$

دقت کنید که برای داده‌های مساوی با میانگین، $x_i-\bar{x}=۰$ است و حاصل $\Sigma(x_i-\bar{x})^۲$ تغییری نمی‌کند.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

۵۰- **گزینهٔ «۱»** *(سیدوحید ذوالفقاری)*

انحراف‌معیار برآورد میانگین برابر انحراف‌معیار جامعه تقسیم بر جذر اندازهٔ نمونه است، بنابراین داریم:

$$\sigma_{\bar{x}}\le ۸\Rightarrow\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\le ۸\xrightarrow{\sigma=۱۶}\frac{۱۶}{\sqrt{n}}\le ۸\Rightarrow\sqrt{n}\ge ۲\Rightarrow n\ge ۴$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحهٔ ۱۱۵)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

فیزیک ۲

۵۱- **گزینهٔ «۳»** *(حسین مفرومی)*

با بسته و باز کردن کلید k_1، بار کره‌های A و B برابر می‌شوند:

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{۲} = \frac{-۲+۶}{۲} = ۲\mu C$$

با بسته و باز کردن کلید k_2، تمام بار کرهٔ B به پوسته خارجی C منتقل شده و با بسته و باز کردن کلید k_3، این بار به پوستهٔ خارجی D منتقل می‌گردد. پس: $q_A = ۲\mu C, q_B = ۰, q_C = ۰, q_D = ۲\mu C$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳ تا ۵، ۲۷ و ۲۸)

۵۲- **گزینهٔ «۲»** *(بهنام رستمی)*

عبارت‌های «الف» و «ت» صحیح هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) در میدان الکتریکی یکنواخت، با حرکت در جهت عمود بر خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی تغییر نمی‌کند.

پ) استفاده از هر نوع مادهٔ دی‌الکتریک بین صفحه‌های خازن (قطبی و غیرقطبی) باعث افزایش ظرفیت خازن می‌شود.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۹، ۲۸ و ۲۳ تا ۲۶ و ۳۴ تا ۳۶)

۵۳- **گزینهٔ «۴»** *(حسین الهی)*

در جابه‌جایی ذره از نقطهٔ (۱) تا (۲) تنها نیرویی که به آن وارد می‌شود، نیروی الکتریکی است. طبق قضیهٔ کار- انرژی جنبشی داریم: $W_E = \Delta K$

از طرف دیگر بنابه تعریف $W_E = -\Delta U$ است و نیز $\Delta U = q\Delta V$ می‌باشد. بنابراین داریم: $\Delta K = W_E = -\Delta U = -q\Delta V$

$$K_۲ - \cancel{K_۱^{\circ}} = -q(V_۲ - V_۱) \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv^۲ = -q(V_- - V_+)$$

$$\frac{۱}{۲}\times ۳/۲\times ۱۰^{-۲۷}\times v^۲ = -۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}\times -۲۵۰۰$$

$$\Rightarrow v^۲ = \frac{۲۵\times ۱۰^{-۱۷}}{۱۰^{-۲۷}}$$

$$v^۲ = ۲۵\times ۱۰^{۱۰} \Rightarrow v = ۵\times ۱۰^۵ \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۴)

۵۴- **گزینهٔ «۱»** *(مصطفی کیانی)*

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ مقاومت جسم در دمای ثابت به طول، مساحت مقطع و جنس آن بستگی دارد.

ب) درست

پ) نادرست؛ مقاومت نوری (LDR)، نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به نور تابیده شده به آن بستگی دارد.

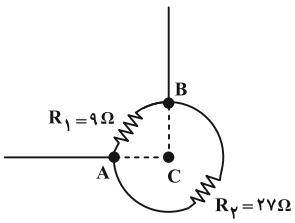
ت) نادرست؛ از LDR ها می‌توان در تجهیزات چشم الکترونیکی، دزدگیرها، کنترل‌کننده‌های خودکار و چراغ‌های روشنایی خیابان استفاده کرد.

ث) درست

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۶ تا ۶۰)

۵۵- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

چون سیم را به‌صورت حلقه بین دو نقطهٔ A و B قرار داده‌ایم، به دو مقاومت موازی تبدیل می‌شود که مقاومت قسمت کوچکتر آن $R_۱ = \frac{۹۰^\circ}{۳۶۰^\circ}\times ۳۶ = ۹\Omega$ و مقاومت قسمت بزرگتر آن $R_۲ = \frac{۲۷۰^\circ}{۳۶۰^\circ}\times ۳۶ = ۲۷\Omega$ است. در این حالت مقاومت معادل مدار برابر است با:



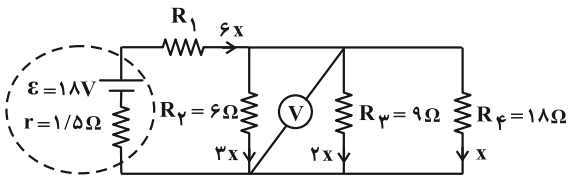
$$R_{eq} = \frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲} = \frac{۹\times ۲۷}{۹+۲۷} \Rightarrow R_{eq} = ۶/۷۵\Omega$$

اکنون می‌توان نیروی محرکه باتری را به‌دست آورد:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow ۲ = \frac{\varepsilon}{۶/۷۵+۱/۲۵} \Rightarrow \varepsilon = ۱۶V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱، ۵۲ و ۶۱ تا ۷۷)

۵۶- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*



مقاومت‌های $R_۲$، $R_۳$ و $R_۴$ موازی‌اند، پس اختلاف پتانسیل یکسانی دارند. در نتیجه اگر جریان عبوری از مقاومت $R_۴$ را x بگیریم، جریان‌های عبوری از مقاومت‌های $R_۳$، $R_۲$ و $R_۱$ به ترتیب $۲x$، $۳x$ و $۶x$ خواهد شد. از طرفی طبق گفتهٔ سوال، توان مصرفی مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ برابر است و خواهیم داشت:

$$P = RI^۲ \xrightarrow{P_۱=P_۲} R_۱(۶x)^۲ = ۶\times (۳x)^۲$$

$$\Rightarrow R_۱ = ۱/۵\Omega$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

با محاسبهٔ مقاومت معادل و جریان عبوری از باتری داریم:

$$\frac{1}{R_{234}}=\frac{1}{6}+\frac{1}{9}+\frac{1}{18}=\frac{6}{18}=\frac{1}{3}\Rightarrow R_{234}=3\Omega$$

$$R_{eq}=3+1/5=4/5\Omega\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{18}{4/5+1/5}=3A$$

$$6x=I\Rightarrow x=0/5A$$

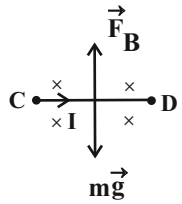
ولت‌سنج آرمانی اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌های R_2 ، R_3 و R_4 را نشان می‌دهد:

$$V_4=R_4x=18\times 0/5=9V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۵۷- **گزینهٔ «۳»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

برای آن‌که بر فنرها نیرویی وارد نشود، باید نیروی مغناطیسی و نیروی وزن با هم برابر شوند. می‌دانیم نیروی وزن به سمت پایین است، بنابراین نیروی مغناطیسی باید به سمت بالا باشد و طبق قاعدهٔ دست راست، جریان سیم باید از C به D باشد و در نتیجه باتری B باید در مدار قرار گیرد:



$$F_B=mg\Rightarrow I\ell B\sin\theta=mg\Rightarrow I=\frac{mg}{\ell B\sin\theta}$$

$$\Rightarrow I=\frac{60\times 10^{-3}\times 10}{1/2\times 0/5\times 1}=1A$$

برای محاسبهٔ ولتاژ باتری داریم: $V=R_{eq}I=0/5\times 1=0/5V$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

۵۸- **گزینهٔ «۳»** (محمدعلی راست‌پیمان)

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ مواد پارامغناطیسی در حضور میدان‌های مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند.

۲) نادرست؛ زیرا فولاد در میدان مغناطیسی خارجی خاصیت مغناطیسی پیدا می‌کند و در خارج میدان، بخشی از این خاصیت را حفظ می‌کند.

۴) نادرست؛ مس و نقره جزء مواد دیامغناطیسی‌اند.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۵۹- **گزینهٔ «۴»** (شارمان ویسی)

در حالت اول چون سطح حلقه بر خط‌های میدان مغناطیسی عمود است:

$$\theta_1=0\Rightarrow\cos\theta_1=1$$

و در حالت دوم خطوط میدان با سطح حلقه زاویهٔ ۳۰ درجه می‌سازند. یعنی:

$$\theta_2=90^\circ-30^\circ=60^\circ\Rightarrow\cos\theta_2=\frac{1}{2}$$

طبق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

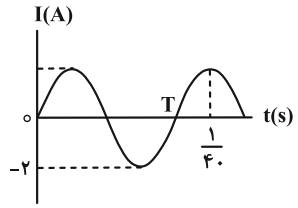
$$|\varepsilon_{av}|=|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|=|-N\frac{AB(\cos\theta_2-\cos\theta_1)}{\Delta t}|$$

$$\Rightarrow|\varepsilon_{av}|=|-1\times\frac{0/01\times 4\times(\frac{1}{2}-1)}{2\times 10^{-3}}|\Rightarrow|\varepsilon_{av}|=10V$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۶۰- **گزینهٔ «۲»** (زهره آقامحمدی)

ابتدا دورهٔ تناوب معادلهٔ جریان را می‌یابیم، با توجه به شکل داریم:



$$T+\frac{T}{4}=\frac{1}{40}\Rightarrow\frac{5T}{4}=\frac{1}{40}\Rightarrow T=\frac{1}{50}$$

اکنون جریان الکتریکی در لحظهٔ $t=\frac{1}{200}s$ را پیدا می‌کنیم:

$$I=I_m\sin\frac{2\pi}{T}t\xrightarrow[t=\frac{1}{200}s]{I_m=2A}I=2\times\sin(\frac{2\pi}{\frac{1}{50}}\times\frac{1}{200})$$

$$\Rightarrow I=2\sin\frac{\pi}{2}\Rightarrow I=2A$$

در نهایت اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی در حلقه را می‌یابیم:

$$\varepsilon=RI\xrightarrow{R=8\Omega}\varepsilon=8\times 2=16V$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

فیزیک ۱

۶۱- **گزینهٔ «۴»** *(مصطفی کیانی)*

می‌دانیم یکای نجومی برابر با میانگین فاصلهٔ زمین تا خورشید است. یعنی یکای نجومی برابر با $1AU = 1/5\times10^{11}m$ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$d = 5\times10^{16}m = 5\times10^{16}m\times\frac{1AU}{1/5\times10^{11}m}$$

$$\Rightarrow d = \frac{10}{3}\times10^{5}AU = \frac{1}{3}\times10^{6}AU$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحهٔ ۸)

۶۲- **گزینهٔ «۲»** *(حسین مفرومی)*

با توجه به رابطهٔ چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A}\times\frac{V_A}{V_B} \xrightarrow{V=\frac{4}{3}\pi R^3} \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A}\times\left(\frac{R_A}{R_B}\right)^3$$

$$\xrightarrow{D=2R} \frac{1}{2} = \frac{m_B}{m_A}\times\left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)^3 \Rightarrow m_A = 16m_B$$

جرم گلولهٔ A از جرم گلولهٔ B بزرگ‌تر است، بنابراین داریم:

$$m_A - m_B = 300g \Rightarrow 16m_B - m_B = 300$$

$$\Rightarrow 15m_B = 300 \Rightarrow m_B = \frac{300}{15} = 20g$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۶۳- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا مساحت سطح مقطع پایین ظرف را می‌یابیم و حجم آن‌را حساب می‌کنیم:

$$A_1 = \pi r^2 \xrightarrow{r=\frac{D}{2}} A_1 = \pi\frac{D^2}{4}$$

$$\xrightarrow{D=60cm} A_1 = 3\times\frac{3600}{4} = 2700cm^2$$

$$V_1 = A_1h_1 \xrightarrow{h_1=10cm} V_1 = 2700\times10 = 27000cm^3$$

اکنون مشخص می‌کنیم از ۳۶ لیتر مایع، چند لیتر آن در قسمت باریک ظرف جای می‌گیرد و سپس ارتفاع مایع قسمت باریک را حساب می‌کنیم. دقت کنید برای سادگی محاسبه، لیتر را به cm^3 تبدیل می‌کنیم. چون هر لیتر برابر با $1000cm^3$ است، بنابراین حجم کل مایع $36000cm^3$ است که $V_1 = 27000cm^3$ آن در قسمت بزرگ‌تر ظرف و $V_2 = 36000 - 27000 = 9000cm^3$ در قسمت باریک ظرف جای می‌گیرد. با توجه به این‌که مساحت سطح مقطع باریک ظرف $300cm^2$ است، ارتفاع مایع در آن برابر است با:

$$V_2 = A_2h_2 \xrightarrow[V_2=9000cm^3]{A_2=300cm^2} 9000 = 300\times h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = 30cm$$

در پایان به‌صورت زیر چگالی مایع را پیدا می‌کنیم. ارتفاع مایعی که بر کف ظرف فشار وارد می‌کند، برابر با $h = h_1 + h_2 = 10 + 30 = 40cm$ است. در این حالت داریم:

$$\begin{cases} P = \rho gh \\ F = PA \end{cases} \Rightarrow F = \rho ghA_1 \xrightarrow[A_1=2700cm^2=2700\times10^{-4}m^2]{h=40cm=0/4m,F=2700N}$$

$$2700 = \rho\times10\times0/4\times2700\times10^{-4} \Rightarrow \rho = 2500\frac{kg}{m^3}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۶۴- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

با توجه به معادلهٔ پیوستگی، مقدار آبی که در هر دقیقه از مقطع A وارد لوله می‌شود، باید در یک دقیقه از مقطع B لوله خارج شود. بنابراین در هر دقیقه ۱۰ لیتر آب از مقطع B خارج می‌شود.

برای محاسبهٔ تندی آب در مقطع B، با استفاده از معادلهٔ پیوستگی می‌توان نوشت:

$$A_Av_A = A_Bv_B \Rightarrow \pi r_A^2v_A = \pi r_B^2v_B$$

$$\xrightarrow[v_A=4/5\frac{m}{s}]{r_B=3r_A} r_A^2\times4/5 = 9r_A^2v_B \Rightarrow v_B = 0/5\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۵- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، یعنی $W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$،

وقتی کار نیروی خالص صفر باشد، $(W_t = 0)$ لازم است $\Delta K = 0$ باشد.

یعنی $v_1 = v_2$ باشد.

الف) نادرست؛ اگر $W_t = 0$ باشد، نمی‌توان گفت الزاماً سرعت جسم ثابت است. ممکن است جسم بر روی مسیر غیرمستقیم با تندی ثابت در حرکت باشد. در این صورت $W_t = 0$ است، اما چون جهت بردار سرعت تغییر می‌کند، سرعت جسم نمی‌تواند ثابت بماند.

ب) درست؛ زیرا $W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t=0} \Delta K = 0$

پ) نادرست؛ ممکن است جسم بر مسیر غیرمستقیم با تندی ثابت حرکت کند و سرعت جسم متغییر باشد. در این صورت حرکت جسم شتابدار است و طبق قانون دوم نیوتون بر جسم نیرو وارد می‌شود.

ت) نادرست؛ چون $\Delta U = mg\Delta h$ است، اگر جسم در راستای قائم جابه‌جا شود و $W_t = 0$ باشد، الزاماً $\Delta U \neq 0$ است.

پس تنها مورد (ب) صحیح است.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۷)

۶۶- **گزینهٔ «۲»** *(امیرمحمد عبدوی)*

با توجه به رابطهٔ چگالی، جرم آبی را که پمپ در هر دقیقه بیرون می‌آورد را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\rho=1\frac{g}{cm^3}=1\frac{kg}{L}} 1 = \frac{m}{1200} \Rightarrow m = 1200kg$$

طبق قضیهٔ کار – انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W + W_{mg} = \Delta K$$
$$\xrightarrow{W_{mg}=-\Delta U} W = \Delta K + \Delta U$$

با توجه به تعریف توان خروجی می‌توان نوشت:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{\Delta K + \Delta U}{\Delta t}$$

تندی نهایی برابر $v = 36\frac{km}{h} = 10\frac{m}{s}$ است. بنابراین داریم:

$$\Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2}\times(1200)\times(10^2) + 1200\times(10)\times(30)}{60} = 7000W$$

حال بازدهٔ پمپ آب را با توجه به توان ورودی پیدا می‌کنیم:

$$\text{بازده} = \frac{7000}{10000}\times 100 = 70\%$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۷ و ۷۳ تا ۷۶)

۶۷- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود قره‌خانی)*

ابتدا تغییرات درجهٔ فارنهایت را به درجهٔ سلسیوس یا کلوین تبدیل می‌کنیم:

$$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \xrightarrow{\Delta F=540^\circ F} 540 = \frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 300^\circ C$$

حال برای درصد افزایش سطح داریم:

$$\Delta A = 2\alpha A_1 \Delta T \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} = 2\alpha\Delta T$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1}\times 100 = 2\alpha\Delta T\times 100$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1}\times 100 = 2\times 5\times 10^{-5}\times 300\times 100 = 3\%$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۹۴)

۶۸- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

در مرحلهٔ اول، جرم آب با دمای $30^\circ C$ برابر با $m_1 = 200 - m$ و جرم آب با دمای $60^\circ C$ برابر با $m_2 = m$ است. بنابراین، ابتدا با استفاده از رابطهٔ تعادل گرمایی، m را می‌یابیم:

آب $30^\circ C$ $\xrightarrow{Q_1}$ آب $40^\circ C$ $\xleftarrow{Q_2}$ آب $60^\circ C$

$$Q_1 + Q_2 = 0 \xrightarrow{Q=mc\Delta\theta} m_1c(\theta-\theta_1) + m_2c(\theta-\theta_2) = 0$$
$$\xrightarrow[\theta_1=30^\circ C\ ,\ \theta_2=60^\circ C\ ,\ \theta=40^\circ C]{m_1=200-m\ ,\ m_2=m}$$
$$(200-m)\times(40-30) + m\times(40-60) = 0$$
$$\Rightarrow (2000-10m) = 20m \Rightarrow 2000 = 30m$$
$$\Rightarrow m = \frac{200}{3}g$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

در مرحلهٔ دوم در ظرف ۲۰۰g آب با دمای $40^\circ C$ وجود دارد که با برداشتن $m = \frac{200}{3}g$ از آب و اضافه کردن $m = \frac{200}{3}g$ آب با دمای $70^\circ C$، جرم آب با دمای $40^\circ C$ برابر با $m_3 = 200 - \frac{200}{3} = \frac{400}{3}g$ و جرم آب با دمای $70^\circ C$ برابر با $m_4 = \frac{200}{3}g$ می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\boxed{\text{آب } 40^\circ C} \xrightarrow{Q_3} \boxed{\text{آب } \theta'^\circ C} \xleftarrow{Q_4} \boxed{\text{آب } 70^\circ C}$$

$$Q_3 + Q_4 = 0 \Rightarrow m_3 c(\theta' - \theta_3) + m_4 c(\theta' - \theta_4) = 0$$

$$\xrightarrow[m_3=\frac{400}{3}g\ ,\ m_4=\frac{200}{3}g]{\theta_3=40^\circ C\ ,\ \theta_4=70^\circ C}$$

$$\frac{400}{3}\times(\theta' - 40) + \frac{200}{3}(\theta' - 70) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{400}{3}\times(\theta' - 40) = -\frac{200}{3}(\theta' - 70)$$

$$\Rightarrow 2\theta' - 80 = -\theta' + 70 \Rightarrow 3\theta' = 150 \Rightarrow \theta' = 50^\circ C$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۰)

۶۹- **گزینهٔ «۴»** *(علی برزگر)*

چون حجم گاز از V به $3V$ رسیده است، یعنی گاز منبسط شده است؛ لذا $W < 0$ می‌توان نوشت:

از طرفی تغییرات انرژی درونی به ΔT وابسته است. لذا داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR}$$

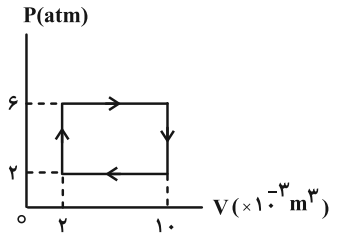
$$\frac{P_B}{\downarrow P}\frac{V_B}{\downarrow 3V} < \frac{P_A}{\downarrow 4P}\frac{V_A}{\downarrow V} \Rightarrow \frac{P_B V_B}{nR} < \frac{P_A V_A}{nR} \Rightarrow T_B < T_A$$

$$\Rightarrow \Delta T < 0 \Rightarrow \Delta U < 0$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

۷۰- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا مساحت داخل چرخه را که برابر با کار انجام شده توسط ماشین گرمایی در یک چرخه است، می‌یابیم.



$$|W| = \text{مساحت مستطیل} = (10-2)\times 10^{-3}\times(6-2)\times 10^5 = 3200J$$

اکنون بازدهٔ ماشین گرمایی را پیدا می‌کنیم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \xrightarrow[|W|=3200J]{Q_H=6/4kJ} \eta = \frac{3200}{6400} = 0/5 \Rightarrow \eta = 50\%$$

برای محاسبهٔ توان ماشین باید از رابطهٔ $P = \frac{W}{t}$ استفاده کنیم. در این رابطه کار انجام شده در هر دقیقه $(60s)$ که مربوط به ۳۰ چرخه است را می‌یابیم. دقت کنید، ماشین در هر چرخه $3200J$ کار انجام می‌دهد:

$$|W_{\text{کل}}| = 3200\times 30 = 96000kJ = 96kJ$$

$$P = \frac{|W_{\text{کل}}|}{t} \xrightarrow[|W_{\text{کل}}|=96kJ]{t=1min=60s} P = \frac{96}{60} \Rightarrow P = 1/6kW$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۵)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی ۲

۷۱- **گزینهٔ «۳»** (حسن لشکری)

با توجه به نمودار صفحهٔ ۱۳، اختلاف شعاع اتمی بین $_{11}Na$ و $_{12}Mg$ بیشتر از اختلاف شعاع اتمی $_{17}Cl$ و $_{16}S$ است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۷۲- **گزینهٔ «۲»** (مجتبی محبوب)

ابتدا مقدار Na حاصل از انجام واکنش اول را تعیین می‌کنیم:

$$\text{ناخالص } 78gNaN_3 \times \frac{x gNaN_3 \text{ خالص}}{100g \text{ ناخالص } NaN_3} \times \frac{1mol\ NaN_3}{65g\ NaN_3} \times \frac{2mol\ Na}{2mol\ NaN_3}$$

$$\times \frac{50mol\ Na \text{ عملی}}{100mol\ Na \text{ نظری}} = 0/006x\ mol\ Na$$

حال با توجه به واکنش دوم برای تعیین مقدار آهن حاصل از مصرف این میزان سدیم می‌توان نوشت:

$$0/006x\ mol\ Na \times \frac{2mol\ Fe}{6mol\ Na} \times \frac{56g\ Fe}{1mol\ Fe} \times \frac{50g\ Fe \text{ عملی}}{100g\ Fe \text{ نظری}} = 2/24g\ Fe$$

$$\Rightarrow x = 40$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۷۳- **گزینهٔ «۴»** (جعفر پازوکی)

با توجه به فرمول مولکولی ترکیبات داده شده داریم:

۱) نفتالن $(C_{10}H_8)$ و پنتان $(C_5H_{12}) \Rightarrow 10 \neq 12$

۲) هگزان (C_6H_{14}) و سیکلوهگزان $(C_6H_{12}) \Rightarrow 6 \neq 14$

۳) نفتالن $(C_{10}H_8)$ و دکان $(C_{10}H_{22}) \Rightarrow 10 \neq 22$

۴) بنزن (C_6H_6) و سیکلوهگزان $(C_6H_{12}) \Rightarrow 6 = 6$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۷ و ۴۳)

۷۴- **گزینهٔ «۳»** (آترین صبا)

فرمول مولکولی آلکان مورد نظر $C_{11}H_{24}$ است. شمار پیوندهای کربن- کربن در آن برابر با ۱۰ و شمار پیوندهای کربن- هیدروژن در آن برابر با ۲۴ است.

$$C_nH_{2n+2} \Rightarrow \begin{cases} \text{شمار پیوندهای } C-C = n-1 \\ \text{شمار پیوندهای } C-H = 2n+2 \end{cases}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۷۵- **گزینهٔ «۳»** (سیرمحمد معروفی)

$$I_2(g) \longrightarrow I_2(s) \qquad \Delta H_1 = -62/5kJ$$

$$H_2(g) + I_2(s) \longrightarrow 2HI(g) \qquad \Delta H_2 = +53kJ$$

$$H_2(g) + I_2(g) \longrightarrow 2HI(g) \qquad \Delta H = -9/5kJ$$

$$101/6g\ I_2 \times \frac{1mol\ I_2}{254g\ I_2} \times \frac{-9500J}{1mol\ I_2} = -3800J$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۴ و ۷۴ تا ۷۷)

۷۶- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین توحیدی)

$$N_2H_4(g) + O_2(g) \longrightarrow N_2(g) + 2H_2O(g)$$

با توجه به معادله‌های زیر ΔH واکنش فوق را می‌یابیم:

واکنش اول را معکوس می‌کنیم:

$$2NH_3(g) \longrightarrow N_2(g) + 3H_2(g) \qquad \Delta H = +92kJ$$

واکنش دوم و سوم را بدون تغییر می‌نویسیم:

$$2H_2(g) + O_2(g) \longrightarrow 2H_2O(g) \qquad \Delta H = -242kJ$$

$$N_2H_4(g) + H_2(g) \longrightarrow 2NH_3(g) \qquad \Delta H = -187kJ$$

$$N_2H_4(g) + O_2(g) \longrightarrow N_2(g) + 2H_2O(g)$$

$$\Delta H \text{ واکنش} = +92 - 242 - 187 = -337kJ$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گرمای حاصل از تولید ۱۵۰ لیتر N_2 برابر است با:

$$۱۵۰L\,N_2 \times \frac{۱mol\,N_2}{۲۵L\,N_2} \times \frac{۳۳۷kJ}{۱mol\,N_2} = ۲۰۲۲kJ$$

حال با استفاده از رابطهٔ $Q = mc\Delta\theta$ جرم آب را محاسبه می‌کنیم:

$$۲۰۲۲\times۱۰^{۳} = m\times۴/۲\times(۱۰۰-۲۰) \Rightarrow m \simeq ۶۰۱۷g \text{ آب} \Rightarrow \simeq ۶kg \text{ آب}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰ و ۷۴ تا ۷۷)

۷۷- **گزینهٔ «۴»** *(محمدحسن محمدزاده‌مقدم)*

ابتدا واکنش را موازنه می کنیم:

$$۲Al(s) + ۶HCl(aq) \rightarrow ۲AlCl_۳(aq) + ۳H_۲(g)$$

مقدار مول HCl مصرف شده در این بازه زمانی برابر است با:

$$?molHCl = ۲۸L\,H_۲ \times \frac{۱mol\,H_۲}{۲۲/۴L\,H_۲} \times \frac{۶mol\,HCl}{۳mol\,H_۲} = ۲/۵mol\,HCl$$

$$[HCl] = \frac{۲/۵}{۲} = \frac{۵}{۴}\ mol.L^{-۱}$$

حال می‌توان نوشت:

$$\bar{R}_{HCl} = -\frac{\Delta[HCl]}{\Delta t} = \frac{\frac{۵}{۴}}{۲\times۶۰} \simeq ۱/۰۴\times۱۰^{-۲} mol.L^{-۱}.s^{-۱}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰، ۹۲ و ۹۳)

۷۸- **گزینهٔ «۳»** *(سید رحیم هاشمی‌دهکردی)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: رابطهٔ درست این دو ماده به‌صورت $\bar{R}_{(K_۲O)} = \frac{۲}{۵}\bar{R}_{(O_۲)}$ است.

گزینهٔ «۲»: $KNO_۳$ واکنش‌دهنده بوده و با گذشت زمان مول آن کاهش می‌یابد. در رابطه باید علامت منفی قرار گیرد.

گزینهٔ «۴»: نباید در کسر سمت چپ علامت منفی قرار گیرد زیرا سرعت واکنش عددی مثبت است.

(شیمی ۲- درپی غذای سالم: صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۷۹- **گزینهٔ «۴»** *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

مجموع شمار الکترون‌های پیوندی در این مولکول برابر ۸۲ است. مجموع شمار الکترون‌های ناپیوندی نیز برابر ۴ می‌باشد که نسبت این دو عدد برابر با ۲۰/۵ می‌شود.

شکل درست گزینه‌های نادرست:

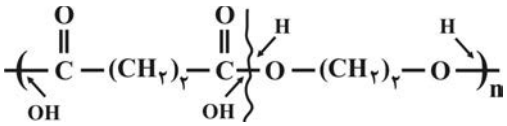
گزینهٔ «۱»: ترکیب (پ) در دارچین وجود دارد.

گزینهٔ «۲»: تمامی ترکیبات به جز ترکیب (ب) آروماتیک هستند.

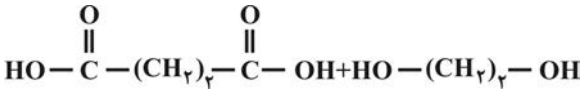
گزینهٔ «۳»: ساختار (آ) متعلق به خانوادهٔ اترها است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۸۰- **گزینهٔ «۱»** *(مسعود طبرسا)*



اسید و الکل سازنده:



اسید سازنده:

$$C_۴H_۶O_۴ = ۱۱۸g.mol^{-۱}$$

الکل سازنده:

$$C_۲H_۶O_۲ = ۶۲g.mol^{-۱}$$

$$\Rightarrow ۱۱۸ + ۶۲ = ۱۸۰g.mol^{-۱}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۱ و ۱۱۴ تا ۱۱۶)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی ۱

۸۱- **گزینهٔ «۲»** *(حسن لشکری)*

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «ب»: با تزریق گلوکز نشان‌دار فقط تشخیص تودهٔ سرطانی امکان‌پذیر است.

عبارت «ت»: یکی از ایزوتوپ‌های اورانیم (^{235}U)، اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

۸۲- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا پورجاوید)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۲»: در بین پرتوهای الکترومغناطیسی، پرتوهای گاما دارای کوتاه‌ترین طول موج هستند.

گزینهٔ «۳»: نور زرد نسبت به نور قرمز، طول موج کوتاه‌تری دارد و با عبور از منشور انحراف بیشتری از خود نشان می‌دهد.

گزینهٔ «۴»: نور خورشید با عبور از قطره‌های آب موجود در هوا، تجزیه شده و گسترهٔ پیوسته‌ای از رنگ ها را به وجود می‌آورد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۸۳- **گزینهٔ «۴»** *(محمدحسن محمدزاده‌مقدم)*

تنها عنصر دورهٔ چهارم که شمار الکترون‌های زیرلایه d با شمار الکترون‌های لایهٔ چهارم برابر است، تیتانیم با آرایش الکترونی فشردهٔ زیر است:

$$_{22}Ti: [_{18}Ar]3d^2 4s^2$$

بررسی گزینه‌ها:

۱) تیتانیم در گروه ۴ جای دارد:

شماره گروه = شمار الکترون‌های زیرلایهٔ s آخر و زیرلایهٔ d قبل $= 2 + 2 = 4$

۲)

$$Ti^{2+}: [_{18}Ar]3d^2$$

۳) تیتانیم در دستهٔ d جای داشته و شمار الکترون‌های ظرفیت آن برابر با ۴ $(2+2=4)$ است.

۴) شمار الکترون‌های ظرفیت $_{31}X$ برابر است با:

$$_{31}X: [_{18}Ar]3d^{10}4s^2 4p^1 \Rightarrow \text{الکترون‌های ظرفیت} = 2+1=3$$

پس، شمار الکترون‌های ظرفیت تیتانیم از عنصر $_{31}X$ بیشتر است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۸۴- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین توحیدی)*

نام درست ترکیب‌ها:

۱) N_2O_5: دی نیتروژن پنتااکسید

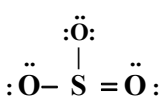
۲) $FeCl_3$: آهن (III) کلرید

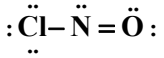
۳) Na_2O: سدیم اکسید

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۸۵- **گزینهٔ «۱»** *(محمدحسن محمدزاده‌مقدم)*

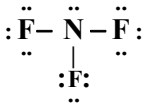
ساختار لوویس چهار ترکیب به‌صورت زیر است:

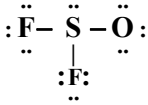




Telegram: @konkur_in

www.konkur.in





(شیمی ۱- ردِ پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

۸۶- **گزینهٔ «۲»** (آترین صبا)

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) اگر هوا کره وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین کاهش می‌یافت.

۳) بخش عمده‌ای از پرتوهای خورشیدی توسط زمین جذب می‌شود.

۴) زمین گرمای جذب شده را به‌صورت تابش فروسرخ از دست می‌دهد.

(شیمی ۱- ردِ پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۸۷- **گزینهٔ «۲»** (مجتبی محبوب)

$$MnO_2(s)+4HCl(aq)\rightarrow MnCl_2(aq)+Cl_2(g)+2H_2O(l)$$

$$?gHCl=14/2LCl_2\times\frac{0/4gCl_2}{1LCl_2}\times\frac{1molCl_2}{71gCl_2}\times\frac{4molHCl}{1molCl_2}\times\frac{36/5gHCl}{1molHCl}$$

$$=11/68gHCl$$

(شیمی ۱- ردِ پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵، ۷۹ و ۸۰)

۸۸- **گزینهٔ «۳»** (مجتبی محبوب)

ابتدا مقدار یون سولفات حل شده در محلول را تعیین می‌کنیم. از آنجایی که صورت سوال گفته جرم حل‌شونده در حد میلی‌گرم است پس جرم حلال و محلول را به تقریب یکسان در نظر می‌گیریم:

$$ppm=\frac{\text{گرم حل‌شونده}}{\text{گرم محلول}}\times10^6\Rightarrow38/4=\frac{x}{100}\times10^6$$

$$\Rightarrow x=38/4\times10^{-4}gSO_4^{2-}$$

از انحلال هر مول سدیم سولفات در آب یک مول یون سولفات پدید می‌آید:

$$?mgNa_2SO_4=38/4\times10^{-4}gSO_4^{2-}$$

$$\times\frac{1molSO_4^{2-}}{96gSO_4^{2-}}\times\frac{1molNa_2SO_4}{1molSO_4^{2-}}\times\frac{142gNa_2SO_4}{1molNa_2SO_4}\times\frac{1000mg}{1g}$$

$$=5/68mgNa_2SO_4$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

۸۹- **گزینهٔ «۲»** (آروین شجاعی)

$$S_A=S_B\Rightarrow-0/3\theta+70=1/4\theta+36$$

$$\Rightarrow1/7\theta=34\Rightarrow\theta=20^\circ C$$

نمودار انحلال‌پذیری نمک A شیب منفی داشته و انحلال‌پذیری آن گرماده است. بنابراین با کاهش دما نه تنها محلول رسوب نداده بلکه انحلال‌پذیری آن بیشتر می‌شود. بنابراین مقدار رسوب برابر صفر است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۹۰- **گزینهٔ «۴»** (سیدمحمدرضا میرقائمی)

در فرایند تصفیهٔ آب به روش‌های اسمز معکوس و استفاده از صافی کربن، همهٔ آلاینده‌ها به‌جز میکروب‌ها حذف می‌شوند که در نهایت برای از بین بردن میکروب‌ها می‌بایست از فرایند کلرزنی استفاده کرد. در روش تقطیر برخلاف روش‌های ذکر شده، علاوه بر میکروب‌ها، ترکیب‌های آلی فرار هم حذف نمی‌شوند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحهٔ ۱۱۹)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

حسابان ۲

۹۱- **گزینهٔ «۳»** *(علی‌اصغر شریفی)*

قرینه نسبت به $y=x$ یعنی همان وارون کردن:

$$y=\sqrt{x-1};y\geq 0\Rightarrow y^2=x-1\Rightarrow y^2+1=x$$

جای x و y را عوض می‌کنیم:

$$\Rightarrow y=x^2+1\xrightarrow{\text{۳ واحد به بالا}}y=x^2+4$$

$$\xrightarrow{\text{انبساط افقی با ضریب ۲}}y=(\frac{x}{2})^2+4\quad;\quad x\geq 0$$

$$y=8\Rightarrow \frac{x^2}{4}+4=8\Rightarrow x^2=16$$

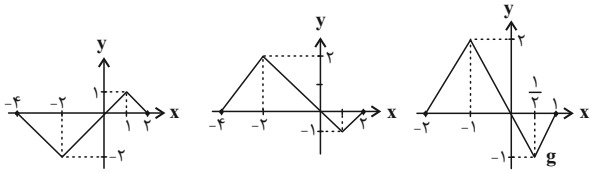
$$\Rightarrow x=\pm 4\xrightarrow{x\geq 0}x=4$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

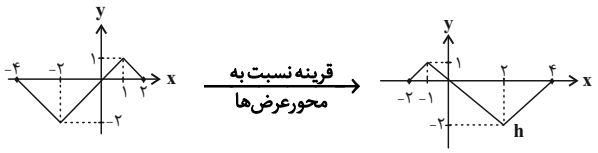
۹۲- **گزینهٔ «۳»** *(کاظم اجلالی)*

نمودار تابع g به‌صورت زیر رسم می‌شود:

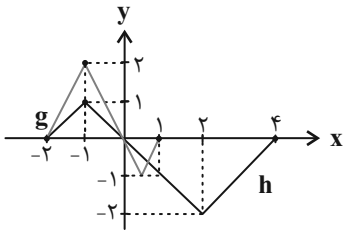
$$y=f(x)\xrightarrow[\text{محور طول‌ها}]{\text{قرینه نسبت به}}y=-f(x)\xrightarrow[\text{طول نقاط}]{\text{نصف کردن}}g(x)=-f(2x)$$



نمودار تابع h به‌صورت زیر رسم می‌شود:



بنابراین نمودار دو تابع سه نقطهٔ مشترک دارند:

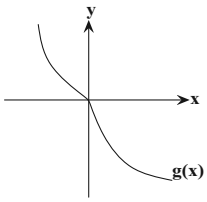


(حسابان ۲- تابع؛ مشابه تمرین ۲ صفحهٔ ۱۲)

۹۳- **گزینهٔ «۳»** *(حامد پوقاری)*

از آن‌جا که $g(x)$ یک تابع اکیداً نزولی است که از مبدأ مختصات می‌گذرد، نمودار آن می‌تواند به صورت شکل زیر باشد. برای یافتن دامنهٔ تابع $y=\sqrt{(gof)(x)}$ داریم:

$$(gof)(x)\geq 0\Rightarrow g(f(x))\geq 0$$



با توجه به نمودار $g(x)$، به‌ازای ورودی‌های کوچک‌تر یا مساوی صفر، مقدار تابع بزرگ‌تر یا مساوی صفر می‌شود.

$$\xrightarrow{g(f(x))\geq 0}f(x)\leq 0\Rightarrow 3x+5\leq 0\Rightarrow x\leq -\frac{5}{3}$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۴- **گزینهٔ «۲»** *(حمید علیزاده)*

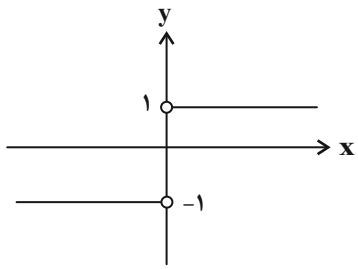
دامنه و برد توابع g و g^{-1} برابر با $\mathbb{R}$ است و داریم:

$$g(x)=x^3-1\Rightarrow g^{-1}(x)=\sqrt[3]{x+1}$$

دامنهٔ تابع f نیز $\mathbb{R}-\{1\}$ است، پس دامنه تابع fog^{-1}، $\mathbb{R}-\{0\}$ است. داریم:

$$(fog^{-1})(x)=\begin{cases}1 & ;\ \sqrt[3]{x+1}>1\\ -1 & ;\ \sqrt[3]{x+1}<1\end{cases}=\begin{cases}1 & ;\ x>0\\ -1 & ;\ x<0\end{cases}$$

نمودار این تابع به صورت زیر است. واضح است که تابع روی دامنهٔ $\mathbb{R}-\{0\}$ صعودی و یکنواست.



(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۵- **گزینهٔ «۲»** *(سعید جعفری)*

چون چندجمله‌ای مورد نظر بر $x+1$ و $x-2$ بخش‌پذیر است، لذا:

$$x+1=0\Rightarrow x=-1$$

$$p(x)=ax^3-bx^2+ax+6$$

$$p(-1)=0\Rightarrow -a-b-a+6=0\quad (1)$$

$$x-2=0\Rightarrow x=2$$

$$\Rightarrow p(2)=0\Rightarrow 8a-4b+2a+6=0\quad (2)$$

$$(1),(2)\Rightarrow\begin{cases}-2a-b=-6\\ 10a-4b=-6\end{cases}\Rightarrow a=1,\ b=4\Rightarrow a+b=5$$

(حسابان ۲- تابع؛ مشابه تمرین ۶ صفحهٔ ۲۲)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۶- **گزینهٔ «۲»** (جوانبخش نیکنام)

$$T=\frac{۲\pi}{|b|}\ ,\ f(۰)=-۱\Rightarrow y_A=-۱$$

$$y_{max}=|a|-۱=۲\Rightarrow |a|=۳$$

$$y_{min}=-|a|-۱=-۳-۱=-۴\Rightarrow y_C=-۴$$

با توجه به عرض نقاط A و C، طول ارتفاع وارد بر ضلع AB در مثلث، برابر با ۳ می‌باشد و با توجه به شکل داریم:

$$AB=T+\frac{T}{۲}=\frac{۳T}{۲}=\frac{۳\pi}{|b|}$$

$$S_{ABC}=\frac{۳\times\frac{۳\pi}{|b|}}{۲}=\frac{۹\pi}{۲|b|}=\frac{۹\pi}{۴}\Rightarrow |b|=۲$$

از طرفی با توجه به نمودار، a و b هم‌علامت نیستند؛ پس داریم:

$$(a=-۳,b=۲)\ \text{یا}\ (a=۳,b=-۲)$$

پس کم‌ترین مقدار $a+b$ برابر با ۱- می‌باشد.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۹۷- **گزینهٔ «۴»** (جوانبخش نیکنام)

دورهٔ تناوب تابع برابر است با $T=\frac{\pi}{۲}$. پس داریم: $OB=\frac{۳}{۲}T=\frac{۳\pi}{۴}$

$$S_{AOB}=\frac{۱}{۲}\tan ۲\alpha\times\frac{۳\pi}{۴}=\frac{۳\sqrt{۳}\pi}{۸}$$

$$\Rightarrow \tan ۲\alpha=\sqrt{۳}\xrightarrow{۰<\alpha<\frac{\pi}{۴}}۲\alpha=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow\alpha=\frac{\pi}{۶}$$

$$f(\frac{۱۱}{۲}\alpha)=\tan ۱۱\alpha=\tan(\frac{۱۱\pi}{۶})$$

$$=\tan(۲\pi-\frac{\pi}{۶})=-\tan\frac{\pi}{۶}=-\frac{۱}{\sqrt{۳}}$$

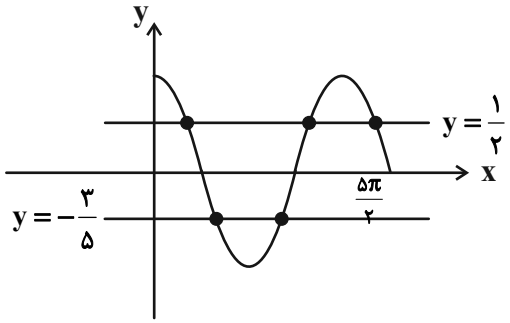
(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

۹۸- **گزینهٔ «۲»** (جوانبخش نیکنام)

$$۵(۲\cos^۲\theta-۱)+۲(\frac{۱+\cos\theta}{۲})+۱=۱۰\cos^۲\theta+\cos\theta-۳=۰$$

$$\Rightarrow(۵\cos\theta+۳)(۲\cos\theta-۱)=۰\Rightarrow\begin{cases}\cos\theta=\frac{۱}{۲}\\ \cos\theta=-\frac{۳}{۵}\end{cases}$$

نمودار تابع $y=\cos x$ و خطوط $y=\frac{۱}{۲}$ و $y=-\frac{۳}{۵}$ را رسم می‌کنیم. می‌بینیم که در بازهٔ مذکور، تعداد نقاط تلاقی برابر ۵ است:



(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

۹۹- **گزینهٔ «۱»** (علیرضا نداف‌زاده)

ابتدا معادله را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$۱-\sin^۲ x-\sin x=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\sin^۲ x+\sin x-\frac{۳}{۴}=۰$$

پس داریم:

$$(\sin x+\frac{۳}{۲})(\sin x-\frac{۱}{۲})=۰\xrightarrow{-۱\le\sin x\le ۱}\sin x=\frac{۱}{۲}$$

در بازهٔ $[-\frac{\pi}{۲},\pi]$ سینوس دو زاویهٔ $x_۱=\frac{\pi}{۶}$ و $x_۲=\frac{۵\pi}{۶}$ برابر $\frac{۱}{۲}$ است.

$$\Rightarrow\alpha=x_۲-x_۱=\frac{۲\pi}{۳}$$

و در نهایت داریم:

$$\tan\alpha=\tan(\pi-\frac{\pi}{۳})=-\tan(\frac{\pi}{۳})=-\sqrt{۳}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ مشابه تمرین ۱ صفحهٔ ۴۴)

۱۰۰- **گزینهٔ «۴»** (علی سلامت)

$$۲\alpha+\beta=\frac{\pi}{۴}\Rightarrow\tan(۲\alpha+\beta)=\frac{\tan ۲\alpha+\tan\beta}{۱-\tan ۲\alpha.\tan\beta}=۱$$

$$\Rightarrow\frac{\frac{۱}{۲}+\tan\beta}{۱-\frac{۱}{۲}\tan\beta}=۱\Rightarrow\tan\beta=\frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow\tan ۲\beta=\frac{۲\tan\beta}{۱-\tan^۲\beta}=\frac{\frac{۲}{۳}}{۱-\frac{۱}{۹}}=\frac{۳}{۴}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحهٔ ۴۲)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

هندسه ۳

۱۰۱- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین ملازینل)

ماتریس A به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A=\begin{bmatrix}۲ & ۱ & ۲\\ ۳ & ۴ & ۱\\ ۴ & ۵ & ۶\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\text{مجموع درایه‌های بالای قطر اصلی}=۱+۲+۱=۴\\ \text{مجموع درایه‌های بالای قطر فرعی}=۱+۲+۳=۶\end{cases}\Rightarrow\frac{۶}{۴}=۱/۵$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ مشابه تمرین ۱ صفحهٔ ۲۰)

۱۰۲- **گزینهٔ «۱»** (رضا عباسی‌اصل)

واضح است که A ماتریسی ۳×۱ می‌باشد. بنابراین اگر $A=\begin{bmatrix}x & y & z\end{bmatrix}$ در نظر گرفته شود، آنگاه داریم:

$$\begin{bmatrix}۲\\ ۱\\ ۳\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}x & y & z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a & b & c\\ ۳ & ۱ & -۱\\ d & e & f\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}۲x & ۲y & ۲z\\ x & y & z\\ ۳x & ۳y & ۳z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a & b & c\\ ۳ & ۱ & -۱\\ d & e & f\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{cases}x=۳\\ y=۱\\ z=-۱\end{cases}$$

حال:

$$a+b+e=۲x+۲y+۳y=۲x+۵y=۲(۳)+۵(۱)=۱۱$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۰۳- **گزینهٔ «۴»** (سراسری ریاضی - ۹۷)

$$C=\begin{bmatrix}۱ & ۳ & ۶ & ۲۴\\ \frac{۱}{۳} & ۱ & ۲ & ۸\\ \frac{۱}{۶} & \frac{۱}{۲} & ۱ & ۴\\ \frac{۱}{۲۴} & \frac{۱}{۸} & \frac{۱}{۴} & ۱\end{bmatrix}$$

در نتیجه:

$$C^{۲}=\begin{bmatrix}۱ & ۳ & ۶ & ۲۴\\ \frac{۱}{۳} & ۱ & ۲ & ۸\\ \frac{۱}{۶} & \frac{۱}{۲} & ۱ & ۴\\ \frac{۱}{۲۴} & \frac{۱}{۸} & \frac{۱}{۴} & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & ۳ & ۶ & ۲۴\\ \frac{۱}{۳} & ۱ & ۲ & ۸\\ \frac{۱}{۶} & \frac{۱}{۲} & ۱ & ۴\\ \frac{۱}{۲۴} & \frac{۱}{۸} & \frac{۱}{۴} & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۴ & & & \\ & ۴ & & \\ & & ۴ & \\ & & & ۴\end{bmatrix}$$

$C^{۲}$ مجموع درایه‌های قطر اصلی $=۱۶$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱۰۴- **گزینهٔ «۲»** (سیرامیر ستوده)

$$I-\lambda A=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\frac{\lambda}{۲} & -\frac{\lambda}{۲}\\ -\frac{\lambda}{۲} & \frac{\lambda}{۲}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱-\frac{\lambda}{۲} & \frac{\lambda}{۲}\\ \frac{\lambda}{۲} & ۱-\frac{\lambda}{۲}\end{bmatrix}$$

شرط وارون‌پذیری $I-\lambda A$ این است که $|I-\lambda A|\neq ۰$ باشد، پس داریم:

$$\left(۱-\frac{\lambda}{۲}\right)^{۲}-\frac{\lambda^{۲}}{۴}\neq ۰\Rightarrow ۱-\lambda\neq ۰\Rightarrow\lambda\neq ۱$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۰۵- **گزینهٔ «۲»** (سراسری ریاضی- ۹۵)

طبق تعریف ماتریس وارون داریم:

$$A(I-A)=I\Rightarrow A-A^{۲}=I\Rightarrow A^{۲}=A-I\qquad(*)$$

طرفین تساوی ماتریسی به دست آمده را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$A^{۴}=(A-I)^{۲}\Rightarrow A^{۴}=A^{۲}-۲A+I$$

$$\xrightarrow{(*)}A^{۴}=A-I-۲A+I=-A$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

۱۰۶- **گزینهٔ «۴»** (سراسری ریاضی - ۹۲)

با فرض $B=\begin{bmatrix}۴ & ۳\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}$، $C=\begin{bmatrix}۵ & ۲\\ ۳ & ۱\end{bmatrix}$ و $D=\begin{bmatrix}۳ & ۰\\ -۱ & ۲\end{bmatrix}$، معادلهٔ مفروض سؤال به‌صورت $BAC=D$ خواهد بود. برای یافتن ماتریس A، طرفین این معادله را از راست در ماتریس $C^{-۱}$ و از چپ در ماتریس $B^{-۱}$ ضرب می‌کنیم:

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

$$\Rightarrow (B^{-1}B)A(CC^{-1}) = B^{-1}DC^{-1}$$

$$\Rightarrow IAI = B^{-1}DC^{-1}$$

$$\xrightarrow{IA=AI=A} A = B^{-1}DC^{-1}$$

$$C = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow C^{-1} = \frac{1}{5-6}\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{4-6}\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$$

از ضرب دو ماتریس ابتدایی، تنها درایه‌های مربوط به سطر اول حاصل‌ضرب را محاسبه می‌کنیم. سپس ماتریس حاصل را در ماتریس سوم ضرب می‌کنیم:

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ \dots & \dots \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -21 \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۱۰۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمد صحت‌کار)*

برای این‌که دستگاه ذکر شده بی‌شمار جواب داشته باشد، باید دو خط ذکر شده بر هم منطبق باشند که یعنی:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \Rightarrow \frac{2m+1}{-7m} = \frac{-m}{m+6} = \frac{1}{-m}$$

حالا با حل تساوی به دست آمده، مقادیر ممکن برای m را به دست می‌آوریم:

$$\frac{2m+1}{-7m} = \frac{1}{-m} \xrightarrow{m\neq 0} \frac{2m+1}{7} = 1 \Rightarrow m = 3$$

حالا $m = 3$ را در تساوی اولیه جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{2\times 3+1}{-7\times 3} = \frac{-3}{3+6} = \frac{1}{-3}$$

بنابراین فقط به ازای $m = 3$ این دستگاه بی‌شمار جواب دارد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ مشابه تمرین ۱۲ صفحهٔ ۳۱)

۱۰۸- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا شریف‌طبیی)*

$$m = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a\times\frac{1}{a} & a\times 1 & a\times a \\ b\times\frac{1}{b} & b\times 1 & b\times b \\ c\times\frac{1}{c} & c\times 1 & c\times c \end{vmatrix} = abc\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & 1 & a \\ \frac{1}{b} & 1 & b \\ \frac{1}{c} & 1 & c \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} \frac{1}{a} & 1 & a \\ \frac{1}{b} & 1 & b \\ \frac{1}{c} & 1 & c \end{vmatrix} = \frac{m}{abc}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ برگرفته از سوال ۸ تمرین صفحهٔ ۳۱)

۱۰۹- **گزینهٔ «۳»** *(علی وزیری)*

با محاسبهٔ $|A|$ داریم:

$$|A| = \begin{vmatrix} |A|^2 & |A| \\ 3 & 4|A| \end{vmatrix} = 4|A|^3 - 3|A|$$

$$\Rightarrow 4|A|^3 = 4|A| \Rightarrow \begin{cases} |A|^2 = 1 \Rightarrow |A| = \pm 1 \\ |A| = 0 \end{cases}$$

بنابراین مجموع مقادیر مختلف $|A|$ برابر است با:

$$0+1-1=0$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ مشابه تمرین ۳ صفحهٔ ۳۰)

۱۱۰- **گزینهٔ «۴»** *(خسرو خلعت‌بری)*

اگر دترمینان را برحسب سطر اول آن بسط دهیم، داریم:

$$-(x-a)\begin{vmatrix} a-x & x-c \\ b-x & 0 \end{vmatrix} + (x-b)\begin{vmatrix} a-x & 0 \\ b-x & c-x \end{vmatrix}$$

$$= -(x-a)\big[0-(x-c)(b-x)\big] + (x-b)\big[(a-x)(c-x)-0\big]$$

$$= -(x-a)(x-c)(x-b) + (x-b)(x-a)(x-c) = 0$$

بنابراین، حاصل دترمینان به ازای تمامی مقادیر حقیقی x، برابر صفر است و در نتیجه معادله بی‌شمار جواب دارد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

ریاضیات گسسته

۱۱۱- **گزینهٔ «۴»** (مرتضی خوییم‌علوی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: ابتدا قضیهٔ شرطی را اثبات می‌کنیم:

$$a+\frac{1}{a}\geq 2 \xrightarrow{\text{توان دوم}} a^2+\frac{1}{a^2}+2\geq 4 \Rightarrow a^2+\frac{1}{a^2}\geq 2$$

بنابراین طرف اول قضیهٔ دو شرطی درست است ولی برای رد درستی عکس این قضیهٔ شرطی، می‌توان $a=-2$ را در نظر گرفت.

گزینهٔ «۲»: خود قضیهٔ شرطی واضح است. عکس آن می‌گوید که اگر $a\neq -1$، آنگاه $a>0$ است که $a=-2$ مثال نقضی برای آن است و این گزینه رد می‌شود.

گزینهٔ «۳»: مثال نقض برای رد کردن این گزارهٔ شرطی $\alpha=\sqrt{2}$ و $\beta=-\sqrt{2}$ است.

گزینهٔ «۴»: اگر $k^3>k^2$ باشد، می‌توانیم ثابت کنیم $k>1$:

$$k^3>k^2 \Leftrightarrow k^2\times k>k^2\times 1 \xleftarrow[\times k^2>0]{+k^2>0} k>1$$

تمام مراحل اثبات بالا دوطرفه است (پس عکس قضیه نیز درست است)، بنابراین گزارهٔ ذکر شده در گزینهٔ «۴» را می‌توان به صورت قضیهٔ دوشرطی نوشت.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲ تا ۸)

۱۱۲- **گزینهٔ «۲»** (مختار منصوری)

$$\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{a}\geq a+b \Leftrightarrow \frac{a^3+b^3}{ab}\geq a+b$$

$$\xleftarrow[+ab<0]{ab>0} a^3+b^3\geq ab(a+b)$$

$$\Leftrightarrow (a+b)(a^2-ab+b^2)\geq ab(a+b)$$

$$\xleftarrow[\times(a+b)>0]{+(a+b)>0} a^2-ab+b^2\geq ab$$

$$\Leftrightarrow a^2-2ab+b^2\geq 0 \Leftrightarrow (a-b)^2\geq 0$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱۱۳- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

طبق خاصیت تعدی، گزینهٔ «۴» صحیح است.

$$\left.\begin{matrix} bc\mid a \\ b\mid bc \end{matrix}\right\}\Rightarrow b\mid a \qquad \left.\begin{matrix} bc\mid a \\ c\mid bc \end{matrix}\right\}\Rightarrow c\mid a$$

مثال نقض برای سایر گزینه‌ها به شرح زیر است:

۱) $c=5, b=3, a=2$

۲) $c=5, b=3, a=8$

۳) $c=2, b=2, a=4$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ برگرفته از متن کتاب درسی صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۱۱۴- **گزینهٔ «۳»** (رضا پورحسینی)

قضیهٔ تقسیم و شرط آن را طبق فرض می‌نویسیم:

$$a=23q+7q \Rightarrow \text{شرط تقسیم}: 7q<23 \Rightarrow q<\frac{23}{7} \Rightarrow q\leq 3$$

$$q_{max}=3 \Rightarrow a_{max}=30(3)=90 \Rightarrow \text{مجموع ارقام}=9$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱۱۵- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین ملازینل)

طبق تعریف ب م م می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} a\mid 2a \quad \text{(همواره درست)} \\ a\mid 27 \xrightarrow{a\in\mathbb{N}} a=1,3,9,27 \end{cases}$$

بنابراین ۴ مقدار طبیعی برای a ممکن است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(مشابه نهایی خرداد ۱۴۰۴)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۶- **گزینهٔ «۴»** *(هومن نورائی)*

طبق فرض سوال داریم:

$$8a-5\overset{11}{\equiv}1-4a\Rightarrow 12a\overset{11}{\equiv}6\Rightarrow a\overset{11}{\equiv}6\Rightarrow\begin{cases}a^2\overset{11}{\equiv}36\\3a\overset{11}{\equiv}18\end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2-3a\overset{11}{\equiv}18\Rightarrow a^2-3a+2\overset{11}{\equiv}20\overset{11}{\equiv}9$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱۱۷- **گزینهٔ «۴»** *(مقتار منصوری)*

با توجه به این‌که $125\overset{31}{\equiv}1$ است، می‌توان نوشت:

$$5^{212}\overset{31}{\equiv}\left(5^3\right)^{70}\times 5^2\overset{31}{\equiv}(125)^{70}\times 25\overset{31}{\equiv}1^{70}\times 25\overset{31}{\equiv}25$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱۱۸- **گزینهٔ «۱»** *(سیدمصطفی سیدحسینی)*

از آنجا که عدد ذکر شده مضرب ۹۹ است، نتیجه می‌شود که مضرب دو عدد ۹ و ۱۱ می‌باشد و می‌توان گفت:

$$1)\ \overline{4yx01}\overset{9}{\equiv}0\Rightarrow 4+x+y+0+1\overset{9}{\equiv}0\Rightarrow 5+x+y\overset{9}{\equiv}0$$

$$\Rightarrow x+y\overset{9}{\equiv}4\xrightarrow{0\le x+y\le 18}x+y=4\ \text{یا}\ 13$$

$$2)\ \overline{4yx01}\overset{11}{\equiv}0\Rightarrow(1+x+4)-(0+y)\overset{11}{\equiv}0\Rightarrow 5+x-y\overset{11}{\equiv}0$$

$$\Rightarrow x-y\overset{11}{\equiv}6\xrightarrow{-9\le x-y\le 9}x-y=6\ \text{یا}-5$$

$$\Rightarrow\left.\begin{matrix}x+y=13\\x-y=-5\end{matrix}\right\}\Rightarrow x=4,y=9\Rightarrow x^2+y=25$$

از سه دستگاه معادلات ممکن دیگر برای این سؤال، مقادیر x و y، اعدادی منفی و یا کسری خواهند بود که امکان پذیر نیست.

راه دوم:

$$\overline{4yx01}\overset{99}{\equiv}0\Rightarrow 10000\times 4+100\times\overline{yx}+1\overset{99}{\equiv}0$$

$$\Rightarrow 4+\overline{yx}+1\overset{99}{\equiv}0\Rightarrow\overline{yx}\overset{99}{\equiv}-5\overset{99}{\equiv}94$$

$$\xrightarrow{0\le\overline{yx}\le 99}y=9\ ,\ x=4$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۱۱۹- **گزینهٔ «۳»** *(جواد حاتمی)*

طبق فرض داریم:

$$24x\overset{15}{\equiv}42y\xrightarrow[(15,6)=3]{+6}4x\overset{5}{\equiv}7y\quad\text{گزینهٔ «۴»:}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}4x\overset{5}{\equiv}2y\xrightarrow[(5,2)=1]{+2}2x\overset{5}{\equiv}y & \text{گزینهٔ «۲»:}\\ 4x\overset{5}{\equiv}12y\xrightarrow[(5,4)=1]{+4}x\overset{5}{\equiv}3y & \text{گزینهٔ «۱»:}\end{cases}$$

توجه: با انتخاب $x=7$ و $y=4$ نیز می‌توان نشان داد که گزینهٔ «۳» نادرست است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱۲۰- **گزینهٔ «۱»** *(رضا عباسی‌اصل)*

شرط وجود جواب برای معادلهٔ $5x+10y=n^3-n$ در $\mathbb{Z}$، آن است که $(5,10)=5\mid n^3-n$. بنابراین داریم:

$$n^3-n\overset{5}{\equiv}0\Rightarrow n(n-1)(n+1)\overset{5}{\equiv}0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}n\overset{5}{\equiv}0\Rightarrow n=5k & (k\in\mathbb{Z})\\ n-1\overset{5}{\equiv}0\Rightarrow n\overset{5}{\equiv}1\Rightarrow n=5k+1 & (k\in\mathbb{Z})\\ n+1\overset{5}{\equiv}0\Rightarrow n\overset{5}{\equiv}-1\overset{5}{\equiv}4\Rightarrow n=5k+4 & (k\in\mathbb{Z})\end{cases}$$

با توجه به این که برای هر یک از فرم‌های $5k$، $5k+1$ و $5k+4$، ۲۰ مقدار در مجموعهٔ $\{1,2,3,\ldots,100\}$ وجود دارد، پس به ازای ۶۰ مقدار مختلف برای n، معادلهٔ مورد نظر در $\mathbb{Z}$ دارای جواب است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

فیزیک ۳

۱۲۱- **گزینهٔ «۱»** (حسام نادری)

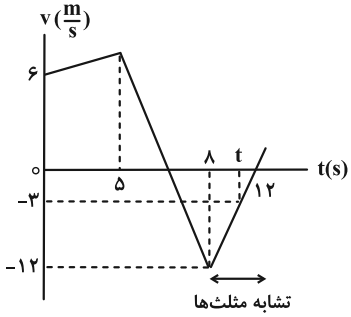
با توجه به نمودار مکان – زمان متحرک، سرعت آن در لحظات $0/5s$ و $1/5s$ صفر شده و متحرک ۲ بار تغییرجهت داده است.

در ضمن، در بازهٔ زمانی $t_1 = 0/5s$ تا $t_2 = 1/5s$، جابه‌جایی متحرک در خلاف جهت محور x است، بنابراین جهت بردار سرعت متوسط نیز در خلاف جهت محور x است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱۲۲- **گزینهٔ «۲»** (حسام نادری)

سومین بار در لحظه‌ای بین 8s و 12s تندی متحرک نصف تندی اولیه یعنی $3\frac{m}{s}$ می‌شود. برای محاسبهٔ این زمان، داریم:



$$\text{تشابه مثلث‌ها} \Rightarrow \frac{12}{3} = \frac{12-8}{12-t} \Rightarrow t = 11s$$

$$\xrightarrow{t=0} v_0 = 6\frac{m}{s} \;,\; \xrightarrow{t=11s} v_{11} = -3\frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{v_1 - v_0}{11-0} = \frac{-3-6}{11} = \frac{-9}{11}\frac{m}{s^2} \Rightarrow |a_{av}| = \frac{9}{11}\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۲۳- **گزینهٔ «۲»** (حسین الهی)

چون حرکت با شتاب ثابت است، معادلهٔ مکان- زمان آن به صورت سهمی و $x = at^2 + bt + c$ است:

$$x(0) = 0 \Rightarrow c = 0$$

همچنین: $x(1) = -2 \Rightarrow a + b = -2$

و: $x(2) = 0 \Rightarrow 4a + 2b = 0 \Rightarrow 2a + b = 0$

با حل دو رابطه: $\begin{cases} a+b=-2 \\ 2a+b=0 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \;,\; b = -4$

پس: $x = 2t^2 - 4t$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(مشابه تمرین ۱۹ پایان فصل (۱) صفحهٔ ۲۸ کتاب درسی)

۱۲۴- **گزینهٔ «۱»** (مسعود قره‌خانی)

ابتدا شتاب حرکت متحرک را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 48 = \frac{1}{2}a \times 6^2 + 2 \times 6 \Rightarrow a = 2\frac{m}{s^2}$$

جابه‌جایی طی ثانیهٔ هفتم برابر است با:

$$\Delta x_{(0\text{ تا }7)} - \Delta x_{(0\text{ تا }6)} = \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 7^2 + 2 \times 7\right) - \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 6^2 + 2 \times 6\right) = 15m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۵- **گزینهٔ «۳»** (حسین الهی)

گلوله با سرعت اولیهٔ صفر و شتاب ثابت $g = 10\frac{m}{s^2}$ سقوط می‌کند. با استفاده از رابطهٔ حرکت سقوط آزاد داریم:

$$\downarrow +y \quad y = \frac{1}{2}gt^2$$

با جایگذاری $g = 10\frac{m}{s^2}$ و $t = 4s$ داریم: $h = \frac{1}{2} \times 10 \times (4)^2 = 80m$

پس ارتفاع ساختمان ۸۰ متر است.

برای محاسبهٔ تندی در نیمهٔ راه یعنی ارتفاع $(\frac{h}{2})$ از رابطهٔ سرعت- جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت استفاده می‌کنیم:

$$v^2 = 2g(\Delta y)$$

و داریم:

$$\Delta y = \frac{h}{2} = \frac{80}{2} = 40m$$

$$v^2 = 2 \times 10 \times 40 = 800 \Rightarrow v = \sqrt{800} = 20\sqrt{2}\frac{m}{s}$$

پس تندی گلوله در نیمه راه $20\sqrt{2}\frac{m}{s}$ است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(برگرفته از تمرین ۲۳ پایان فصل ۱ کتاب درسی)

۱۲۶- **گزینهٔ «۱»** (مسعود قره‌خانی)

ابتدا نیروی خالص را به‌دست می‌آوریم و سپس اندازهٔ نیروی خالص و شتاب جسم را می‌یابیم:

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 1/2\vec{i} - 1/6\vec{j} \Rightarrow |\vec{F}_{net}| = \sqrt{(1/2)^2 + (-1/6)^2} = 2N$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(0/3)^2 + (-0/4)^2} = 0/5\frac{m}{s^2}$$

حال با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

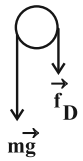
$$a = \frac{F_{net}}{m} \Rightarrow m = \frac{F_{net}}{a} = \frac{2}{0/5} = 4kg$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۷- **گزینهٔ «۲»** *(بهنام رستمی)*



شتاب گلوله هنگام بالا رفتن: $f_D + mg = ma_1$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{f_D + mg}{m}$$

در نقطهٔ اوج سرعت صفر است، در نتیجه نیروی مقاومت هوا در آن لحظه نیز صفر است و بنابراین اندازهٔ شتاب در آن لحظه g است. $a_2 = g$

اندازهٔ شتاب گلوله هنگام بازگشت: $mg - f_D = ma_3$

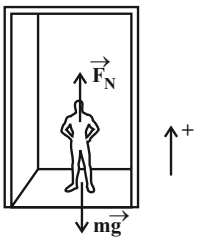


$$\Rightarrow a_3 = \frac{mg - f_D}{m}$$

بنابراین: $a_1 > a_2 > a_3$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۱۲۸- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا گونه)*



با استفاده از قانون دوم نیوتون و در نظر گرفتن جهت مثبت به‌طرف بالا، می‌توان نوشت:

حالت اول: حرکت به‌صورت تندشونده با شتاب $2\frac{m}{s^2}$ به‌طرف بالا:

$$F_{N_1} - mg = ma \Rightarrow F_{N_1} = m(g+a) \quad (1)$$

حالت دوم: حرکت به‌صورت کندشونده با شتاب $2\frac{m}{s^2}$ به طرف بالا:

$$F_{N_2} - mg = ma' \xrightarrow{a'=-a} F_{N_2} = m(g-a) \quad (2)$$

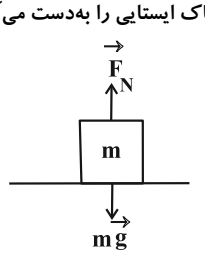
بنابراین با استفاده از رابطه‌های (۱) و (۲)، داریم:

$$\frac{F_{N_1}}{F_{N_2}} = \frac{g+a}{g-a} = \frac{10+2}{10-2} \Rightarrow \frac{F_{N_1}}{F_{N_2}} = \frac{3}{2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

۱۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(عبداله قم‌زاده)*

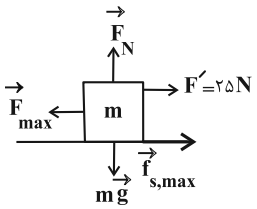
ابتدا بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی را به‌دست می‌آوریم:



$$F_N = mg = 7 \times 10 = 70N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0/3 \times 70 \Rightarrow f_{s,max} = 21N$$

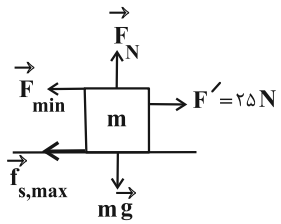
بیشینهٔ نیروی $\vec{F}$ زمانی است که جسم در آستانهٔ حرکت به سمت چپ باشد:



$$F_{max} - F' - f_{s,max} = 0$$

$$\Rightarrow F_{max} - 25 - 21 = 0 \Rightarrow F_{max} = 46N$$

کمینهٔ نیروی $\vec{F}$ زمانی است که جسم در آستانهٔ حرکت به سمت راست باشد.



$$F' - F_{min} - f_{s,max} = 0$$

$$\Rightarrow 25 - F_{min} - 21 = 0 \Rightarrow F_{min} = 4N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴ و ۳۷ تا ۴۳)

۱۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(حسین الهی)*

چون جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، برایند نیروهای وارد بر آن صفر است. بنابراین نیروی فنر برابر با نیروی اصطکاک جنبشی است: $F_e = f_k$

و نیروی عمودی سطح نیز برابر با $mg + F_2$ می‌باشد:

$$F_N = mg + F_2 = 4 \times 10 + 10 = 50N$$

همچنین نیروی اصطکاک جنبشی به صورت زیر است:

$$f_k = \mu_k F_N = 0/3 \times 50 = 15N$$

برای نیروی فنر نیز داریم: $F_e = kx$

بنابراین افزایش طول فنر برابر است با: $x = \frac{F_e}{k} = \frac{15}{10} = 1/5cm$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(برگرفته از آزمون نهایی خرداد ۱۴۰۴ رشته ریاضی)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی ۳

۱۳۱- **گزینهٔ «۲»** (محمدحسن محمدزاده‌مقدم)

مولکول‌های صابون دارای دو بخش آب دوست و آب‌گریز (چربی‌دوست) هستند که می‌توانند هم در آب و هم در چربی‌ها حل شوند و محلول همگن ایجاد کنند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

(برگرفته از متن کتاب)

۱۳۲- **گزینهٔ «۱»** (حمید ذبحی)

چسب جزو مواد کلوئیدی است. کلوئیدها مخلوط‌هایی ناهمگن هستند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحهٔ ۷)

۱۳۳- **گزینهٔ «۴»** (محمد عظیمیان زواره)

صابون همهٔ لکه‌ها را به یک اندازه از بین نمی‌برد، زیرا نوع پارچه، دما، نوع آب و نیز نوع و مقدار صابون بر روی قدرت پاک‌کنندگی آن تأثیر دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۸، ۹ و ۱۰)

۱۳۴- **گزینهٔ «۳»** (آترین صبا)

دی نیتروژن پنتااکسید همانند کربن دی‌اکسید یک اسید آرنیوس به شمار می‌رود و منجر به افزایش غلظت یون هیدرونیوم در آب می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

(برگرفته از خود را بیازمایید صفحهٔ ۱۶)

۱۳۵- **گزینهٔ «۳»** (محمد کوهستانیان)

$$\text{درصد یونش} = \frac{\text{غلظت یون هیدرونیوم}}{\text{غلظت مولی اولیه}} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۱۵ = \frac{۰/۳\times۱۰^{-۳}}{[HCOOH]} \times ۱۰۰ \Rightarrow [HCOOH] = \frac{۰/۳\times۱۰^{-۳}}{۱۵} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow [HCOOH] = ۰/۰۲ \ mol.L^{-۱}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱۳۶- **گزینهٔ «۲»** (فاضل قهرمانی‌فرد)

با توجه به رسانایی الکتریکی دو محلول در شرایط یکسان می‌توان نتیجه گرفت که درجه یونش HX از HY بیشتر است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: ممکن است اسید HX به‌طور کامل یونیده نشده باشد و نوعی اسید ضعیف باشد.

گزینهٔ «۳»: ممکن است هر دو اسید ضعیف باشند ولی درجه یونش HX بزرگتر از HY باشد.

گزینهٔ «۴»: چون درجهٔ یونش دو اسید برابر نیست، پس غلظت آنیون‌های ایجاد شده نیز برابر نخواهد بود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

۱۳۷- **گزینهٔ «۳»** (ساجد شیری)

اسید = HA

$$?molHA = ۱۲gHA \times \frac{۱molHA}{۶۰gHA} = ۰/۲molHA$$

$$M_{HA} = \frac{۰/۲mol}{۰/۲۵L} = ۰/۸mol.L^{-۱}$$

$$K_a = \frac{[A^-][H^+]}{[HA]} \Rightarrow ۲\times۱۰^{-۵} = \frac{[H^+]^۲}{۰/۸}$$

$$\Rightarrow [H^+] = ۴\times۱۰^{-۳} \ mol.L^{-۱} \Rightarrow [OH^-] = ۴\times۱۰^{-۳} \ mol.L^{-۱}$$

$$\text{مجموع غلظت یون‌ها} = ۴\times۱۰^{-۳} + ۴\times۱۰^{-۳} = ۸\times۱۰^{-۳} mol.L^{-۱}$$

$$\text{مجموع مول یون‌ها} = ۰/۲۵L \times \frac{۸\times۱۰^{-۳} mol}{۱L} = ۲\times۱۰^{-۳} mol$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۱۳۸- **گزینهٔ «۱»** (مجتبی عبادی)

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۳/۷} = ۱۰^{-۴}\times۱۰^{۰/۳}$$

$$= ۲\times۱۰^{-۴} mol.L^{-۱}$$

$$[H^+] = M\alpha \Rightarrow ۲\times۱۰^{-۴} = M\times\frac{۲/۵}{۱۰۰} \Rightarrow M = ۰/۰۸ \ mol.L^{-۱}$$

$$۲HA + Ba(OH)_۲ \longrightarrow BaA_۲ + ۲H_۲O$$

$$?mLHA = ۰/۰۲LBa(OH)_۲ \times \frac{۰/۱mol\ Ba(OH)_۲}{۱L\ Ba(OH)_۲}$$

$$\times\frac{۲mol\ HA}{۱mol\ Ba(OH)_۲} \times \frac{۱LHA}{۰/۰۰۸mol\ HA} \times \frac{۱۰۰۰mLHA}{۱L\ HA} = ۵۰۰mLHA$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۲)

۱۳۹- **گزینهٔ «۲»** (امیر قاسمی)

اگر در واکنش گونه‌ای الکترون به دست آورد، کاهش یافته و نقش آن اکسنده است و اگر گونه‌ای الکترون از دست بدهد، اکسایش می‌یابد و نقش آن کاهنده است.

$$Al(s) \rightarrow Al^{۳+}(aq) + ۳e^- \xrightarrow{\times۲} ۲Al(s) \rightarrow ۲Al^{۳+}(aq) + ۶e^-$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۰، ۴۱ و ۴۲)

(برگرفته از با هم بیندیشیم صفحهٔ ۴۰)

۱۴۰- **گزینهٔ «۲»** (امیر قاسمی)

عبارت «الف» نادرست و عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.

الف و ب) بین فلز طلا و محلول $CuSO_۴(aq)$ واکنشی رخ نمی‌دهد، بنابراین الکترونی هم رد و بدل نمی‌شود و رنگ آبی محلول تغییری نمی‌کند، ولی در واکنش هر مول $Zn(s)$ با $CuSO_۴(aq)$، ۲ مول الکترون مبادله خواهد شد.

پ) قوی‌ترین کاهنده، ضعیف‌ترین اکسنده را به جا خواهد گذاشت؛

پس $Zn^{۲+}(aq)$ ضعیف ترین اکسنده است.

Zn : قوی‌ترین کاهنده در جدول صورت سؤال

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۲، ۴۳ و ۴۴)

Telegram: @konkur_in