www.konkur.in

کد کنترل

166

A

166A

«در زمینه مسائل علمی، باید دنبال قلّه بود.»
مقام معظم رهبری

صبح جمعه
۱۴۰۲/۱۲/۰۴

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی‌ارشد ناپیوسته داخل ـ سال ۱۴۰۳

آمار (کد ۱۲۰۷)

تعداد سؤال: ۱۰۵ — مدت‌زمان پاسخگویی: ۲۵۵ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤال‌ها

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی)	۲۵	۱	۲۵
۲	دروس پایه (ریاضی عمومی(۱و۲)، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی و مبانی احتمال)	۲۵	۲۶	۵۰
۳	دروس تخصصی ۱ (احتمال(۱و۲)، آمار ریاضی(۱و۲))	۳۲	۵۱	۸۲
۴	دروس تخصصی ۲ (نمونه‌گیری(۱و۲)، رگرسیون ۱)	۲۳	۸۳	۱۰۵

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

این آزمون، نمره منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به‌منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤال‌ها، نوع و کد کنترل درج‌شده بر روی دفترچه سؤال‌ها و پایین پاسخنامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی):

PART A: Vocabulary

***Directions**: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark the answer on your answer sheet.*

1- **But at this point, it's pretty hard to hurt my …… . I've heard it all, and I'm still here.**
1) characterization 2) feelings
3) sentimentality 4) pain

2- **Be sure your child wears sunscreen whenever she's …… to the sun.**
1) demonstrated 2) confronted 3) invulnerable 4) exposed

3- **Many of these popular best-sellers will soon become dated and ……, and will eventually go out of print.**
1) irrelevant 2) permanent 3) fascinating 4) paramount

4- **The men who arrived in the …… of criminals were actually undercover police officers.**
1) uniform 2) job 3) guise 4) distance

5- **It was more ……. to take my meals in bed, where all I had to do was push away my tray with its uneaten food and fall back upon my pillows.**
1) haphazard 2) reckless 3) convenient 4) vigorous

6- **His victory sparked a rare wave of …….. in his home country. Nicaraguans poured into the streets, honking car-horns and waving the national flag.**
1) serendipity 2) tranquility 3) aspersion 4) euphoria

7- **He liked the ease and glitter of the life, and the luster …….. on him by being a member of this group of rich and conspicuous people.**
1) conferred 2) equivocated 3) attained 4) fabricated

PART B: Cloze Test

***Directions**: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.*

Roman education had its first "primary schools" in the 3rd century BCE, but they were not compulsory …… (8) entirely on tuition fees. There were no official schools in Rome, nor were there buildings used specifically for the

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

purpose. Wealthy families …….. (9) private tutors to teach their children at home, while less well-off children were taught in groups. Teaching conditions for teachers could differ greatly. Tutors who taught in a wealthy family did so in comfort and with facilities; …….. (10) been brought to Rome as slaves, and they may have been highly educated.

8- 1) which depending 2) and depended
3) for depended 4) that depended

9- 1) have employed 2) employed
3) were employed 4) employing

10- 1) some of these tutors could have 2) because of these tutors who have
3) that some of them could have 4) some of they should have

PART C: Reading Comprehension

***Directions*: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.**

PASSAGE 1:

The modern mathematics of chance is usually dated to a correspondence between the French mathematicians Pierre de Fermat and Blaise Pascal in 1654. Their inspiration came from a problem about games of chance, proposed by a remarkably philosophical gambler, the chevalier de Méré. De Méré inquired about the proper division of the stakes when a game of chance is interrupted. Suppose two players, A and B, are playing a three-point game, each having wagered 32 pistoles, and are interrupted after A has two points and B has one. How much should each receive?

Fermat and Pascal proposed somewhat different solutions, though they agreed about the numerical answer. Each undertook to define a set of equal or symmetrical cases, then to answer the problem by comparing the number for A with that for B. Fermat, however, gave his answer in terms of the chances, or probabilities. He reasoned that two more games would suffice in any case to determine a victory. There are four possible outcomes, each equally likely in a fair game of chance. A might win twice, AA; or first A then B might win; or B then A; or BB. Of these four sequences, only the last would result in a victory for B. Thus, the odds for A are 3:1, implying a distribution of 48 pistoles for A and 16 pistoles for B. Pascal thought Fermat's solution unwieldy, and he proposed to solve the problem not in terms of chances but in terms of the quantity now called "expectation."

11- The word "correspondence" in paragraph 1 is closest in meaning to …… .
1) connection
2) mutual cooperation
3) coordination by face-to-face interaction
4) communication by exchanging letters

12- The word "their" in paragraph 1 refers to …… .
1) games of chance 2) Fermat and Pascal
3) modern mathematics 4) mathematics of chance

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

13- Who proposed a problem concerning games of chance that is somehow related to the origin of modern mathematics of chance?

1) A gambler
2) A journalist
3) A philosopher
4) A mathematician

14- According to the passage, which of the following statements is true?

1) Mathematics of chance essentially turned gambling into a scientific discipline.
2) Modern mathematics of chance can be traced back to the 16th century.
3) Pascal formulated his solution not in terms of probabilities but expectation.
4) The French philosopher, the chevalier de Méré, transformed the history of mathematics.

15- Paragraph 2 will probably continue with which of the following topics?

1) An example clarifying Pascal's solution
2) Further elaboration on Fermat's solution
3) An example of the solution offered by the chevalier de Méré
4) A second example of Fermat's solution to emphasize its difference from that of Pascal's

PASSAGE 2:

The aim of standard statistical analysis, typified by regression, estimation, and hypothesis testing techniques, is to assess parameters of a distribution from samples drawn of that distribution. [1] With the help of such parameters, one can infer associations among variables, estimate beliefs or probabilities of past and future events, as well as update those probabilities in light of new evidence or new measurements. [2] Causal analysis goes one step further; its aim is to infer not only beliefs or probabilities under static conditions, but also the dynamics of beliefs under changing conditions.

This distinction implies that causal and associational concepts do not mix. There is nothing in the joint distribution of symptoms and diseases to tell us that curing the former would or would not cure the latter. More generally, there is nothing in a distribution function to tell us how that distribution would differ if external conditions were to change—say from observational to experimental setup—because the laws of probability theory do not dictate how one property of a distribution ought to change when another property is modified. [3] This information must be provided by causal assumptions which identify relationships that remain invariant when external conditions change.

These considerations imply that the slogan "correlation does not imply causation" can be translated into a useful principle: one cannot substantiate causal claims from associations alone, even at the population level—behind every causal conclusion, there must lie some causal assumption that is not testable in observational studies. [4]

16- The word "former" in paragraph 2 refers to ……. .

1) diseases
2) concepts
3) distribution
4) symptoms

17- The word "substantiate" in paragraph 3 is closest in meaning to ……. .

1) rule out
2) prove
3) interpret
4) draw on

18- The passage mentions all of the following terms EXCEPT ……. .

1) median
2) regression
3) joint distribution
4) causal assumption

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

19- According to the passage, which of the following statements is true?

1) The function of causal analysis is confined to evaluating the parameters of a distribution from samples drawn of that distribution under fixed conditions.
2) The laws of probability theory are usually helpful in demonstrating how one property of a distribution should change when another property is modified.
3) Causal analysis has, in a sense, a more dynamic nature compared with standard statistical analysis.
4) Causal and associational concepts, though apparently different, are essentially the same.

20- In which position marked by [1], [2], [3] or [4], can the following sentence best be inserted in the passage?

These tasks are managed well by standard statistical analysis so long as experimental conditions remain the same.

1) [1] 2) [2] 3) [3] 4) [4]

PASSAGE 3:

The models of data generation now used in mathematical statistics were mostly formulated before the Second World War. The basis of this model is the model of simple random sampling: the observed data included in a sample are considered to be some realizations of independent identically-distributed random variables with a distribution function F(x). In parametric formulations, F(x) belongs to a certain parametric family, and in nonparametric ones, F(x) is assumed to be continuous. In models of data generation in regression and discriminant analysis, time series statistics, and in other fields of applied statistics, it is assumed that the distribution functions possess the same properties. In nonparametric formulations, the assumption of existence of a continuous density and other regularity conditions are sometimes added.

Are these models realistic? To formulate an answer, let us discuss the relations between mathematics and statistics. Statistics consists of three parts: applied mathematical statistics, the theory and practice of statistical software, and the methodology of statistics. Applied mathematical statistics with analytic statistics constitute mathematical statistics as a part of mathematics. Applied mathematical statistics deals with actually used statistical procedures and develops new procedures to analyze real data; analytic statistics is concerned with the mathematical properties of statistical structures. It is clear that this division is rather conventional.

21- The word "assumed" in paragraph 1 is closest in meaning to …… .

1) put off 2) put to use
3) taken for granted 4) taken with a grain of salt

22- The passage employs which of the following techniques?

1) Statistics
2) Quotation
3) Description based on chronological order
4) Comparison

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

23- According to the passage, which of the following statements is true?

1) Statistics is a tripartite concept of which methodology of statistics is a part.
2) In parametric formulations, F(x) is assumed to be continuous.
3) In nonparametric formulations, F(x) belongs to a certain parametric family.
4) Applied mathematical statistics deals with the mathematical properties of statistical structures.

24- Which of the following terms best describes the author's tone in the passage?

1) Objective 2) Passionate 3) Disapproving 4) Ironic

25- The passage provides sufficient information to answer which of the following questions?

I. Which one is more frequently used: applied mathematical statistics or analytic statistics?

II. What is the author's intention in discussing the relations between mathematics and statistics?

III. Who first recognized the difference between parametric and nonparametric formulations?

1) Only I 2) Only II 3) Only III 4) II and III

دروس پایه (ریاضی عمومی (۱و۲)، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی و مبانی احتمال):

۲۶- فرض کنید بردارهای $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\frac{\vec{a}+\vec{b}}{۲}+\vec{a}\times\vec{b}$ یکه باشند و $\vec{a}\neq\vec{b}$. طول بردار $\vec{a}-\vec{b}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) ۱

۳) $\sqrt{۲}$

۴) $\sqrt{۳}$

۲۷- فرض کنید $f(x)=\begin{cases} x+۲x^{۲}\sin(\frac{۱}{x}) & x\neq ۰ \\ ۰ & x=۰ \end{cases}$. کدام مورد برای تابع f درست است؟

۱) $f'(۰)$ وجود ندارد.

۲) تابع f روی بازه‌های شامل صفر صعودی است.

۳) تابع f روی بازه‌های شامل صفر نزولی است.

۴) تابع f روی بازه‌های شامل صفر نه صعودی و نه نزولی است.

۲۸- فرض کنید $\lim_{x\to ۰}\frac{f(x)}{x}=۱$ و به‌ازای هر دو عدد حقیقی x و y تساوی $f(x+y)=f(x)-f(y)+xy(x+y)$ برقرار باشد. مقدار $\sum_{k=۱۱}^{۱۷}f'(k)$ کدام است؟

۱) ۱۳۸۹

۲) ۱۳۹۰

۳) ۱۳۹۱

۴) ۱۳۹۳

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۲۹- مساحت ناحیهٔ درون منحنی بسته $(a, b > 0)$ $\begin{cases} x = a\cos t, & 0 \le t \le 2\pi \\ y = b\sin t \cos^2 t \end{cases}$، کدام مضرب πab است؟

۱) $\frac{1}{4}$

۲) $\frac{1}{3}$

۳) $\frac{1}{2}$

۴) ۱

۳۰- اگر $\int_1^\infty (\frac{n}{x+1} - \frac{3x}{2x^2+n})\,dx$ همگرا به عدد A باشد، آنگاه مقدار nA کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}\ln\frac{7}{16}$

۲) $\frac{8}{9}\ln\frac{7}{16}$

۳) $\frac{9}{8}\ln\frac{7}{16}$

۴) $2\ln\frac{7}{16}$

۳۱- برای سری $\sum_{n=1}^{\infty}\int_0^{\frac{1}{n}} \frac{\sqrt{x}}{1+x^2}\,dx$، کدام مورد درست است؟

۱) جملات سری صعودی و سری همگرا است.

۲) جملات سری نزولی و سری همگرا است.

۳) جملات سری صعودی و سری واگرا است.

۴) جملات سری نزولی و سری واگرا است.

۳۲- مجموعه‌های A_1، A_2 و A_3 و تابع f به شرح زیر مفروض‌اند. کدام مورد درست نیست؟ ($\mathbb{Q}$ مجموعه اعداد گویا است.)

$$A_1 = \left\{(x, \tfrac{1}{2}) : x \in \mathbb{Q}\right\},\ A_2 = \left\{(x, \tfrac{1}{2}) : x \notin \mathbb{Q}\right\},\ A_3 = \{(x, 2) : x \in \mathbb{Q}\}$$

$$f(x,y) = \begin{cases} 1 & x \in \mathbb{Q} \\ 2y & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

۱) f در A_3 ناپیوسته است.

۲) f در A_1^c ناپیوسته است.

۳) f در A_1 پیوسته است.

۴) f در A_2 پیوسته است.

۳۳- اگر توابع دو متغیره f و g روی مجموعهٔ همبند و باز S در صفحهٔ مختصات به‌طور پیوسته دیفرانسیل‌پذیر باشند و C هر منحنی بستهٔ ساده و پاره‌هموواری در S باشد، کدام مورد درست نیست؟

۱) $\oint_C (f\vec{\nabla} f).d\vec{r} = -\oint_C (g\vec{\nabla} g).d\vec{r}$

۲) $\oint_C (f\vec{\nabla} f).d\vec{r} = \oint_C (g\vec{\nabla} g).d\vec{r}$

۳) $\oint_C (f\vec{\nabla} g).d\vec{r} = -\oint_C (g\vec{\nabla} f).d\vec{r}$

۴) $\oint_C (f\vec{\nabla} g).d\vec{r} = \oint_C (g\vec{\nabla} f).d\vec{r}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۳۴- شار گذرندهٔ بیرونی میدان برداری $\vec{F}(x,y,z)=(xy^2+z^2, yz^2+x^2, zx^2+y^2)$ از سطح نیم‌کره $S: z=\sqrt{1-x^2-y^2}$، کدام است؟

۱) $\frac{13\pi}{20}$

۲) $\frac{3\pi}{5}$

۳) $\frac{\pi}{5}$

۴) $\frac{3\pi}{20}$

۳۵- مقدار $\int_0^1\int_0^1 \frac{1}{1+(\min\{x,y\})^2}dxdy$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{2}-2\ln 2$

۲) $\ln 2$

۳) $\frac{\pi}{2}-\ln 2$

۴) $2\ln 2$

۳۶- فرض کنید A و B دو ماتریس 1402×1401 روی $\mathbb{C}$ باشند که هم‌ارز سطری هستند. چنانچه a و b دو بردار ستونی از سایز 1402 روی $\mathbb{C}$ باشند که $Aa=0$ و $Bb=0$، در این‌صورت کدام مورد درست است؟

۱) $a=b$

۲) $a.b=0$

۳) $Ab=0$ و $Ba\neq 0$

۴) $Ab=0$ و $Ba=0$

۳۷- فرض کنید $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ یک عملگر خطی با ضابطه $T(x,y,z)=(2x+y, y-z, 2y+4z)$ باشد. در این‌صورت مقادیر ویژه T^t، کدام است؟

۱) $2-$ و $3-$

۲) 2 و $3-$

۳) $2-$ و 3

۴) 2 و 3

۳۸- فرض کنید $T:P_2(\mathbb{R})\to P_3(\mathbb{R})$ با ضابطه $T(f)(x)=2f'(x)+\int_0^x 3f(t)\,dt$ باشد که در آن $P_n(\mathbb{R})$ فضای برداری چند جمله‌ای‌های از درجه حداکثر n روی میدان $\mathbb{R}$ است. کدام مورد درست است؟

۱) $\dim\ker T=2$ و $\text{rank}(T)=2$.

۲) $\ker T=\{0\}$، T پوشا نیست و $\text{rank}(T)=3$.

۳) T یک‌به‌یک، پوشا است و $\text{rank}(T)=3$.

۴) T یک‌به‌یک، پوشا است و $\text{rank}(T)=4$.

۳۹- فرض کنید $A\in M_n(\mathbb{C})$ و $A^3=A$. اگر A دارای ۳ مقدار ویژه متمایز باشد، آن‌گاه رتبه A برابر است با:

۱) $\text{tr}(A^2)$

۲) $\text{tr}(A)$

۳) $\text{tr}(A^3)$

۴) صفر

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۴۰- فرض کنید $A=\begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۳ & ۱ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۱ & ۲ \\ ۰ & ۰ & ۰ & -۱ & -۱ \end{bmatrix}$. در این صورت A به‌عنوان یک تبدیل خطی در $\mathbb{R}^۵$:

۱) مثلثی‌شونده و قطری شدنی است.
۲) مثلثی‌شونده است ولی قطری شدنی نیست.
۳) مثلثی‌شونده نیست و قطری شدنی نیست.
۴) مثلثی‌شونده نیست ولی قطری شدنی است.

۴۱- به ازای ثابت a، مقدار $\lim_{x\to ۰}\frac{\tan(ax)-a\tan(x)}{\sin(ax)-a\sin(x)}$ کدام است؟

۱) ۲
۲) a
۳) -۲
۴) $-a$

۴۲- فرض کنید $f:[۰,۱]\to\mathbb{R}$ تابعی پیوسته باشد و g بر $[۰,۱]$ با ضابطه $g(x)=\sup\{f(t):۰\le t\le x\}$ تعریف شود. کدام مورد درست است؟

۱) g بر $[۰,۱]$ پیوسته است.
۲) g بر $(۰,۱)$ پیوسته است، ولی ممکن است در ۰ و ۱ پیوسته نباشد.
۳) برای $r\in\mathbb{R}$ مجموعهٔ $\{x:g(x)<r\}$ باز است، ولی g لزوماً پیوسته نیست.
۴) برای $r\in\mathbb{R}$ مجموعهٔ $\{x:g(x)>r\}$ باز است، ولی g لزوماً پیوسته نیست.

۴۳- فرض کنید $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ پیوسته باشد به‌طوری‌که برای $C>۰$ و هر $x,y\in\mathbb{R}$ نامساوی زیر برقرار است:
$|f(x)-f(y)|\ge C|x-y|$

کدام مورد نادرست است؟

۱) f اکیداً یکنواست.
۲) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ یک همسان‌ریختی است.
۳) $f^{-۱}:f(\mathbb{R})\to\mathbb{R}$ پیوسته یکنواخت است.
۴) برد f در $\mathbb{R}$ بسته است، ولی f لزوماً پوشا نیست.

۴۴- فرض کنید تابع حقیقی f بر $(۰,۲)$ پیوسته و بر $(۰,۲)\setminus\{۱\}$ مشتق‌پذیر باشد. اگر $\lim_{x\to ۱} f'(x)=a$، آنگاه کدام مورد درست است؟

۱) مشتق f در نقطه $x=۱$، لزوماً موجود نیست.
۲) مشتق f در نقطه $x=۱$ موجود و برابر a است.
۳) اگر f' یکنوا باشد، مشتق f در نقطه $x=۱$ موجود و برابر با a است و شرط یکنوایی ضروری است.
۴) مشتق f در نقطه $x=۱$ موجود است و اگر تابع f' پیوسته باشد، آنگاه $f'(۱)=a$ و شرط پیوستگی ضروری است.

۴۵- فرض کنید برای هر n، $a_n>۰$ و سری $\sum_{n=۱}^{\infty}a_n$ همگرا است. کدام سری، واگرا است؟

۱) برای $p>۱$، $\sum_{n=۱}^{\infty}a_n^p$
۲) $\sum_{n=۱}^{\infty}\sqrt{a_n\,a_{n+۱}}$
۳) $\sum_{n=۱}^{\infty}\frac{a_۱+a_۲\cdots+a_n}{n}$
۴) $\sum_{n=۱}^{\infty}\sin(a_n)$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۴۶- **برای داده‌های $x_1, x_2, \ldots, x_n$ با میانه $\tilde{x}$، براساس ویژگی‌های میانه، کدام مورد درست است؟**

۱) مقدار تابع $f(a) = \sum_{i=1}^{n} |x_i - a|$ وقتی ماکزیمم می‌شود که $a = \tilde{x}$ باشد.

۲) مقدار تابع $f(a) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - a)^2$ وقتی مینیمم می‌شود که $a = \tilde{x}$ باشد.

۳) مقدار تابع $f(a) = \sum_{i=1}^{n} |x_i - a|$ وقتی مینیمم می‌شود که $a = \tilde{x}$ باشد.

۴) اگر میانه یکتا نباشد، تابع $f(a) = \sum_{i=1}^{n} |x_i - a|$ دارای مینیمم یکتا نیست.

۴۷- **میانگین و انحراف‌معیار درجه خلوص ماده شیمیایی A به‌ترتیب ۷۵ و ۵ درصد و برای ماده شیمیایی B میانگین و انحراف‌معیار به‌ترتیب ۸۵ و ۱۰ درصد است. در مورد درجه خلوص این دو ماده، چه اظهارنظری می‌توان نمود؟**

۱) ماده A، خالص‌تر است.

۲) ماده B، خالص‌تر است.

۳) دو ماده از نظر درجه خلوص، به‌طور متوسط یکسان هستند.

۴) نمی‌توان درجه خلوص دو ماده را مقایسه نمود.

۴۸- **یک عکس خانوادگی را درنظر بگیرید که در آن، قرار است مادربزرگ در وسط یک ردیف از اعضای خانواده باشد. برای یک خانواده ۷ نفری (شامل مادربزرگ)، چند روش مختلف برای قرارگرفتن اعضای خانواده در این عکس وجود دارد؟**

۱) ۳۶۰

۲) ۷۲۰

۳) ۲۵۲۰

۴) ۵۰۴۰

۴۹- **براساس یک نظرسنجی، پاسخ‌دهندگان دارای حداقل یکی از بیمه‌های خدمات درمانی یا بیمه درآمد ازکارافتادگی هستند. اگر x درصد از پاسخ‌دهندگان دارای بیمه خدماتی درمانی، y درصد دارای بیمه درآمد ازکارافتادگی و z درصد فقط دارای بیمه خدمات درمانی باشند، احتمال اینکه پاسخ‌دهنده‌ای که به‌طور تصادفی انتخاب‌شده، فقط دارای بیمه ازکارافتادگی باشد، کدام است؟**

۱) $\frac{y - x - 2z}{100}$

۲) $\frac{y - x + 2z}{100}$

۳) $\frac{y - x - z}{100}$

۴) $\frac{y - x + z}{100}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۵۰- طبق یافته‌های ژنتیکی به‌دست‌آمده، دوقلوها را می‌توان به دو گروه تقسیم‌بندی نمود: هموزیگوت یا هتروزیگوت. در گروه هموزیگوت، دو جنین تشکیل خواهد شد که ژن‌های کاملاً مشابهی با یکدیگر دارند و در نتیجه، همیشه هم‌جنس هستند (هر دو پسر یا هر دو دختر). اگر در یک جامعه از دوقلوها، درصد دوقلوهای دختر $\frac{۱}{۴}$ باشد، درصد دوقلوهای هموزیگوت کدام است؟

۱) صفر

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۱}{۳}$

۴) $\frac{۱}{۴}$

دروس تخصصی ۱ (احتمال(۱و۲)، آمار ریاضی(۱و۲)):

۵۱- طول بدن ماهی‌های یک دریاچه، متغیر تصادفی X (برحسب سانتی‌متر) با تابع چگالی $f(x) = \frac{۱}{۲۰}, \quad ۵ < x < ۲۵$ است. ماهی‌گیری ۳ ماهی صید کرده است. احتمال این‌که طول بزرگ‌ترین آنها از ۱۰ سانتی‌متر کمتر باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶۴}$

۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{۱}{۸}$

۴) $\frac{۱}{۱۶}$

۵۲- فرض کنید $X \sim N(۲, ۴)$، $Y \sim N(۰, ۹)$ و $W \sim N(۱۵, ۱۶)$ باشند. کدام مورد، درست است؟

۱) $P(Y \leq -۲) \leq P(W \leq ۱۲) \leq P(X \leq ۱)$

۲) $P(W \leq ۱۲) \leq P(Y \leq -۲) \leq P(X \leq ۱)$

۳) $P(X \leq ۱) \leq P(W \leq ۱۲) \leq P(Y \leq -۲)$

۴) $P(X \leq ۱) \leq P(Y \leq -۲) \leq P(W \leq ۱۲)$

۵۳- فرض کنید X یک متغیر تصادفی پواسون با تابع توزیع تجمعی F باشد، به‌طوری‌که $F(۲) = ۲/۶F(۱)$. در این صورت، $E(X)$ کدام است؟

۱) ۳

۲) ۳/۲

۳) ۴

۴) ۴/۲

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۵۴- اگر X دارای تابع چگالی احتمال $f(x)=\frac{۱}{\pi(۱+x^۲)}$، $x\in\mathbb{R}$ و $F(x)$ تابع توزیع آن باشند، واریانس متغیر تصادفی $Y=(۱-F(X))^۲$، کدام است؟

۱) $\frac{۱۲}{۴۵}$

۲) $\frac{۵}{۴۵}$

۳) $\frac{۴}{۴۵}$

۴) وجود ندارد.

۵۵- فرض کنید X و Y متغیرهای تصادفی مستقل هندسی با تابع جرم احتمال زیر باشند:

$$P(X=x)=p(۱-p)^x \quad , \quad x=۰,۱,۲,\cdots$$

مقدار $P\{X=Y \text{ و } Min(X,Y)=۱\}$، کدام است؟

۱) $p(۱-p)$

۲) $p^۲(۱-p)$

۳) $p(۱-p)^۲$

۴) $p^۲(۱-p)^۲$

۵۶- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی مستقل باشند که $X\sim U(۰,۱)$ و $Y\sim U(۰,\beta)$. اگر $P(X>Y)=\frac{۱}{۴}$ باشد، مقدار β، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) ۲

۴) ۴

۵۷- فرض کنید X دارای توزیع پواسون با میانگین ۲ و Z دارای توزیع نرمال استاندارد، دو متغیر تصادفی مستقل از یکدیگر باشند. در مورد کران $P(Z^۲>\frac{X+۱۰}{X+Z^۲})$، چه می‌توان گفت؟

۱) حداقل $\frac{۳}{۱۰}$

۲) حداکثر $\frac{۳}{۱۰}$

۳) حداقل $\frac{۷}{۱۰}$

۴) حداکثر $\frac{۷}{۱۰}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۵۸- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی پواسون مستقل با میانگین برابر با λ باشند. مقدار احتمال $P(X=0 \mid X+Y=2)$، کدام است؟

۱) $\frac{e^{-\lambda}}{2}$

۲) $2e^{-\lambda}$

۳) $\frac{1}{2}$

۴) $\frac{1}{4}$

۵۹- برای دو متغیر تصادفی X و Y داریم: $M_{X+2Y}(t)=(1-2t)^{-1}$, $M_{2X-Y}(t)=e^{8(e^t-1)}$

که در آن، $M_Z(t)$ نشان‌دهنده تابع مولد گشتاورهای متغیر تصادفی Z است. با فرض این‌که $Var(X)=Var(Y)$، در این صورت $Cov(X,Y)$، کدام است؟

۱) $-\frac{1}{4}$

۲) $-\frac{1}{2}$

۳) $\frac{1}{4}$

۴) $\frac{1}{2}$

۶۰- فرض کنید X و Y دارای تابع چگالی توأم $f(x,y)=e^{-2x-\frac{y}{2}}$ $x>0, y>0$ باشد. ضریب همبستگی بین $X+Y$ و $X-Y$، کدام است؟

۱) $-\frac{14}{17}$

۲) $-\frac{15}{17}$

۳) $-\frac{16}{17}$

۴) $-\frac{13}{17}$

۶۱- فرض کنید X_1, X_2, X_3 یک نمونه تصادفی سه‌تایی از توزیعی با تابع مولد گشتاور $M(t)=\frac{e^{-t}+e^{t}}{2}$ باشد. واریانس $\bar{X}=\frac{X_1+X_2+X_3}{3}$، چقدر است؟

۱) $\frac{1}{6}$

۲) $\frac{1}{4}$

۳) $\frac{1}{3}$

۴) $\frac{5}{6}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۶۲- در یک نمونه تصادفی ۵ تایی از توزیع گاما با پارامترهای ۱ و ۱، احتمال این‌که کوچک‌ترین مشاهده از میانه توزیع بزرگ‌تر باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۳۲}$

۲) $\frac{۵}{۳۲}$

۳) $\frac{۳}{۳۲}$

۴) $\frac{۱}{۳۲}$

۶۳- اگر $X_۱, X_۲, X_۳$ متغیرهای تصادفی مستقل و هم‌توزیع از توزیع $N(\frac{۱}{۲}, ۲)$ باشند، $E(\frac{X_۱^۲ + ۲X_۲^۲ - ۳X_۳^۲}{X_۱^۲ + X_۲^۲ + X_۳^۲})$، کدام است؟

۱) صفر

۲) ۲

۳) ۱

۴) $\frac{۱}{۲}$

۶۴- فرض کنید $X_۱, \cdots, X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع توزیع پیوسته F باشد. همچنین فرض کنید Y یک متغیر تصادفی دیگر از همان توزیع F و مستقل از X_iها باشد. حاصل $P(Y > X_{(۱)})$، کدام است؟ ($X_{(۱)}$ کوچک‌ترین آماره مرتب یک نمونه تصادفی به حجم n است.)

۱) $۱ - (\frac{۱}{۲})^n$

۲) $۱ - \frac{۱}{n}$

۳) $۱ - (\frac{۱}{۲})^{n+۱}$

۴) $۱ - \frac{۱}{n+۱}$

۶۵- فرض کنید $X_۱, \ldots, X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی $f(x) = \frac{۱}{(۱+x)^۲}$, $x > ۰$ و $Y_i = \frac{n+۱}{X_i + ۱}$ باشد. اگر $Y_{(n)} = \max(Y_۱, \cdots, Y_n)$، در این صورت $E(Y_{(n)})$، کدام است؟

۱) n

۲) $\frac{n+۱}{۲}$

۳) $n+۱$

۴) ۱

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۶۶- فرض کنید X_1, X_2, X_3 یک نمونه تصادفی n تایی از متغیر تصادفی X با تابع چگالی $f(x) = x\ ,\ 0 < x < \sqrt{2}$ باشد. توزیع حدی $Y_n = n(\sqrt{2} - X_{(n)})$ کدام است؟ ($X_{(n)}$، آمار ترتیبی nاُم نمونه تصادفی است)

۱) توزیع نمایی با میانگین $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲) توزیع نمایی با میانگین $\sqrt{2}$

۳) $\chi^2_{(1)}$

۴) $\chi^2_{(2)}$

۶۷- فرض کنید متغیر تصادفی X، دارای تابع جرم احتمال زیر باشد. برآورد گشتاوری θ براساس نمونه تصادفی $X_1, \ldots, X_n$، کدام است؟

$$P(X = x) = \frac{2x}{\theta(\theta+1)} I_{\{1,2,\cdots,\theta\}}(x)$$

۱) $\frac{3\bar{X} - 1}{2}$

۲) $\frac{2\bar{X} + 1}{3}$

۳) $\frac{2\bar{X} - 1}{3}$

۴) $\frac{3\bar{X} + 1}{2}$

۶۸- از کیسه‌ای شامل N مهره، ۱۵ مهره استخراج می‌کنیم. سپس آنها را علامت گذاری کرده و به کیسه برمی‌گردانیم. مجدداً ۱۰ مهره را به تصادف و با جایگذاری انتخاب می‌کنیم که از این تعداد، ۵ مهره علامت‌گذاری‌شده مشاهده می‌کنیم. برآورد ماکسیمم درست‌نمایی N، کدام است؟

۱) ۲۰

۲) ۲۴

۳) ۳۰

۴) ۳۵

۶۹- فرض کنید $X_1, \ldots, X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع $U(a-b, a+b)$ باشد. برآورد ماکسیمم درست‌نمایی پارامتر $\theta = (a, b)$، کدام است؟

۱) $(\frac{X_{(n)} + X_{(1)}}{2}, X_{(n)})$

۲) $(X_{(1)}, \frac{X_{(n)} - X_{(1)}}{2})$

۳) $(\frac{X_{(n)} - X_{(1)}}{2}, \frac{X_{(1)} + X_{(n)}}{2})$

۴) $(\frac{X_{(1)} + X_{(n)}}{2}, \frac{X_{(n)} - X_{(1)}}{2})$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۷۰- فرض کنید متغیر تصادفی X، دارای یکی از توابع احتمال زیر باشد:

	x_1	x_2	x_3
$f_{\theta_1}(x)$	۰/۶	۰/۱	۰/۳
$f_{\theta_2}(x)$	۰/۲	۰/۷	۰/۱
$f_{\theta_3}(x)$	۰/۴	۰/۴	۰/۲

آماره بسنده مینیمال برای θ، کدام است؟

۱) $T(x)=\begin{cases}1 & x=x_1,x_3\\ 2 & x=x_2\end{cases}$

۲) $T(x)=\begin{cases}1 & x=x_1\\ 2 & x=x_2,x_3\end{cases}$

۳) $T(x)=\begin{cases}2 & x=x_1,x_2\\ 1 & x=x_3\end{cases}$

۴) $T(x)=I_{\{x_1\}}(x)$

۷۱- فرض کنید $X_1,\ldots,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی $f_\mu(x)=4e^{-4(x-\mu)}\ ,\ x\geq\mu\ \ ,\mu\in\mathbb{R}$ باشد. مقدار $E\left(\bar{X}-\frac{1}{4}\middle|X_{(1)}\right)$، کدام است؟

۱) $X_{(1)}+\frac{1}{4n}$

۲) $X_{(1)}-\frac{1}{4n}$

۳) $X_{(1)}-\frac{4}{n}$

۴) $X_{(1)}+\frac{4}{n}$

۷۲- فرض کنید $X_1,\ldots,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع $U(-\theta,\theta)$ باشد. $E\left(|X_1|\ \middle|\ \max_{1\leq i\leq n}|X_i|\right)$، کدام است؟

۱) $\frac{n+1}{2n}|X_{(n)}|$

۲) $\frac{|X_{(1)}|+|X_{(n)}|}{2}$

۳) $\frac{\min\limits_{1\leq i\leq n}|X_i|+\max\limits_{1\leq i<n}|X_i|}{2}$

۴) $\frac{n+1}{2n}\max\limits_{1\leq i\leq n}|X_i|$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۷۳- فرض کنید X، دارای تابع احتمال زیر باشد:

$$P(X=x)=\frac{(e^{\theta}-1)^{-1}\theta^{x}}{x!}\ ,\quad x=1,2,\ldots,\theta>0$$

برآورد UMVU برای θ، کدام است؟

۱) $U(x)=\begin{cases}1 & x=1,2\\ x^{2} & x=3,4,\ldots\end{cases}$

۲) $U(x)=\begin{cases}x & x=1,2\\ x^{2} & x=3,4,\ldots\end{cases}$

۳) $U(x)=\begin{cases}0 & x=1\\ x & x=2,3,\ldots\end{cases}$

۴) $U(x)=\begin{cases}x & x=1\\ x^{2} & x=2,3,\ldots\end{cases}$

۷۴- فرض کنید $X_1,\ldots,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع پواسون با پارامتر λ باشد. UMVUE پارامتر $(P(X=1))^{m}$ کدام است؟ $(\bar{X}=\frac{T}{n}, T=\sum_{i=1}^{n}X_i)$

۱) $(1-\frac{m}{n})^{T}\ T(T-1)\cdots(T-m+1)$

۲) $\frac{(n-m)^{T-m}}{n^{T}}\ T(T-1)\cdots(T-m+1)$

۳) $(1-\frac{m}{n})^{T}\ T(T-1)\cdots(T-m)$

۴) $\frac{(n-m)^{T-m}}{n^{T}}\ T(T-1)\cdots(T-m)$

۷۵- فرض کنید X_1 و X_2 متغیرهای تصادفی مستقل باشند، به‌گونه‌ای که $X_i\sim P(i\lambda)\ ,\ i=1,2$. اگر $U=X_1+X_2$، تابع اطلاع فیشر U کدام است؟

۱) $\frac{\lambda}{2}$

۲) $\frac{3}{\lambda}$

۳) $\frac{\lambda}{3}$

۴) $\frac{2}{\lambda}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۷۶- فرض کنید $X_1, \ldots, X_n$، نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی زیر باشد:

$$f_\theta(x) = \frac{x+2}{\theta(\theta+2)} e^{-\frac{x}{\theta}}, \quad x > 0, \theta > 0$$

برآوردگر ناأریب $\gamma(\theta) = \frac{\theta^2 - 2}{\theta + 2}$ که واریانس آن برابر با کران پایین کرامر ـ رائو است، کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}\bar{X} - 1$

۲) $\bar{X} - 2$

۳) $\frac{1}{2}\bar{X} + 1$

۴) $\bar{X} + 2$

۷۷- فرض کنید X یک متغیر تصادفی از توزیعی با تابع چگالی $f_\theta(x) = \theta x^{\theta-1}, \quad 0 < x < 1, \theta > 0$ باشد. کوتاه‌ترین بازهٔ اطمینان برای θ در سطح $100(1-\alpha)\%$ براساس کمیت محوری X^θ، کدام است؟

۱) $\left(0, \frac{\ln \alpha}{\ln X}\right)$

۲) $\left(0, \frac{\ln X}{\ln \alpha}\right)$

۳) $\left(0, \frac{\ln X}{\ln (1-\alpha)}\right)$

۴) $\left(0, \frac{\ln (1-\alpha)}{\ln X}\right)$

۷۸- فرض کنید جعبه‌ای ۶ مهره دارد که m تای آن سیاه و بقیه سفید هستند. شخصی می‌خواهد فرض $H_0 : m = 5$ در مقابل $H_1 : m = 3$ را بیازماید. برای انجام این آزمون، دو مهره با جایگذاری و به تصادف انتخاب می‌کند و اگر دو مهره سفید باشد، فرض H_0 رد می‌شود. توان آزمون، کدام است؟

۱) $\frac{10}{36}$

۲) $\frac{9}{36}$

۳) $\frac{18}{36}$

۴) $\frac{25}{36}$

۷۹- دو متغیر تصادفی مستقل X_1, X_2 با توزیع $N(\theta_i, \sigma_i^2)$، $i = 1, 2$، را درنظر بگیرید. براساس ناحیه بحرانی $\{(X_1, X_2) : \bar{X} > 2X_1\}$ سطح معنی‌داری آزمون فرض: $H_0 : \theta_2 = 3\theta_1$ در مقابل $H_1 : \theta_2 > 3\theta_1$، کدام است؟

۱) ۱

۲) ۰/۷۵

۳) ۰/۵

۴) ۰/۲۵

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۸۰- فرض کنید $X_1, \ldots, X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی زیر باشد:

$$f_\theta(x) = \frac{1}{\theta} x^{\frac{1-\theta}{\theta}}, \quad 0 < x < 1, \quad \theta > 0$$

ناحیه رد آزمون نسبت درست‌نمایی برای فرض $H_0 : \theta = 2$ در مقابل $H_1 : \theta < 2$ با اندازه α، کدام است؟

$(P(\chi^2_m > \chi^2_{m,\beta}) = \beta)$

۱) $\sum_{i=1}^{n} \log X_i > \chi^2_{2n,\alpha}$

۲) $\sum_{i=1}^{n} \log X_i < \chi^2_{2n,1-\alpha}$

۳) $-\sum_{i=1}^{n} \log X_i > \chi^2_{2n,\alpha}$

۴) $-\sum_{i=1}^{n} \log X_i < \chi^2_{2n,1-\alpha}$

۸۱- فرض کنید X یک متغیر تصادفی گسسته با یکی از توابع احتمال زیر باشد:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
$f_{\theta=0}(x)$	۰/۲	۰/۳	۰/۱	۰/۳	۰/۱
$f_{\theta=1}(x)$	۰/۳	۰/۳	۰/۱	۰/۲	۰/۱
$f_{\theta=2}(x)$	۰/۱	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۳

در آزمون فرض $H_0 : \theta = 0$ در مقابل $H_1 : \theta \neq 0$، آزمون نسبت درست‌نمایی در سطح معنی‌داری ۰/۱۵ کدام است؟

۱) $\phi(x) = \begin{cases} 1 & x = x_3 \\ \frac{1}{2} & x = x_5 \\ 0 & \text{سایرجاها} \end{cases}$

۲) $\phi(x) = \begin{cases} 1 & x = x_5 \\ \frac{1}{2} & x = x_3 \\ 0 & \text{سایرجاها} \end{cases}$

۳) $\phi(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} & x = x_1 \\ 0 & \text{سایرجاها} \end{cases}$

۴) $\phi(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & x = x_1, x_5 \\ 0 & \text{سایرجاها} \end{cases}$

۸۲- فرض کنید X دارای تابع احتمال زیر باشد.

$$f_\theta(x) = 3(1-3^{-\frac{1}{\theta}})3^{-\frac{x}{\theta}} \quad x = \theta, \theta+1, \cdots$$

برای آزمون $H_0 : \theta = 1$ در مقابل $H_1 : \theta > 1$، پرتوان‌ترین آزمون یکنواخت (UMPT) با اندازه $\frac{1}{3}$، کدام است؟

۱) $\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x > 1 \\ \frac{1}{5} & x = 1 \end{cases}$

۲) $\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 3 \\ \frac{1}{5} & x = 2 \\ 0 & x = 1 \end{cases}$

۳) $\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x > 1 \\ 0 & x = 1 \end{cases}$

۴) $\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 3 \\ 0 & x \leq 2 \end{cases}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

دروس تخصصی ۲ (نمونه‌گیری(۱و۲)، رگرسیون ۱):

۸۳- **شرط کافی برای آنکه یک روش نمونه‌گیری، نمونه‌گیری تصادفی ساده nتایی از جامعه‌ای N عضوی باشد، کدام است؟**

۱) n غیرتصادفی بوده و تعداد نمونه‌ها $\binom{N}{n}$ باشد.

۲) احتمال شمول هر یک از اعضای جامعه در نمونه برابر باشد.

۳) همه اعضای جامعه، شانس برابر برای انتخاب داشته باشند.

۴) همه نمونه‌های ممکن، شانس برابر برای انتخاب داشته باشند.

۸۴- **اگر $y_1, y_2, \ldots, y_n$ مقادیر صفت y در یک نمونه تصادفی ساده بدون جایگذاری از جامعه $Y_1, Y_2, \ldots, Y_N$ باشد، برای متغیرهای تصادفی y_i، $i = 1, \ldots, n$ کدام مورد درست است؟**

۱) هم‌توزیع و مستقل هستند.

۲) هم‌توزیع و وابسته هستند.

۳) هم‌توزیع نیستند ولی مستقل هستند.

۴) نه هم‌توزیع هستند و نه مستقل.

۸۵- **در نمونه‌گیری طبقه‌ای وقتی تابع هزینه به‌صورت خطی $c = c_0 + \sum_{h=1}^{L} n_h c_h$ باشد، در تخصیص بهینه کدام گزاره درست است؟ (N_h حجم طبقه و S_h انحراف‌معیار طبقه است.)**

۱) حجم نمونه در طبقه hاُم با $\frac{N_h S_h}{\sqrt{c_h}}$ متناسب است.

۲) حجم نمونه در طبقه hاُم با $\frac{N_h^2 S_h^2}{c_h}$ متناسب است.

۳) حجم نمونه در طبقه hاُم با $\frac{N_h + S_h}{c_h}$ متناسب است.

۴) حجم نمونه در طبقه hاُم با $N_h S_h^2 \sqrt{c_h}$ متناسب است.

۸۶- **در اداره‌ای با ۵۰۰ کارمند که در ۱۵ شعبه فعالیت می‌کنند، به تصادف ۵ شعبه را انتخاب کرده و میزان اضافه‌کار ماهانه و تعداد کارکنان این شعب را به شرح زیر به‌دست آورده‌ایم. برآوردگرهای نسبتی سرانهٔ اضافه‌کار و میانگین اضافه‌کار ماهانه کارکنان هر شعبه این اداره به‌ترتیب کدام‌اند؟**

میزان اضافه‌کار شعبه	۱۱۰	۱۵۰	۱۸۰	۸۰	۲۰۰
جمعیت شعبه	۲۵	۳۰	۳۰	۱۵	۵۰

۱) ۴/۸ و ۱۴۴

۲) ۴ و ۱۴۴

۳) ۴/۸ و ۱۶۰

۴) ۴ و ۱۶۰

۸۷- **می‌خواهیم از یک نمونه nتایی جهت برآورد میانگین جامعه‌ای شامل N مقدار $y_1, y_2, \ldots, y_N$ استفاده کنیم. نفرات اول و دوم جامعه تصمیم دارند درصورت انتخاب، به‌ترتیب، ۲ و $\frac{1}{2}$ برابر مقادیر واقعی خود را گزارش کنند. در این‌صورت، میانگین معمولی یک نمونه تصادفی ساده برای میانگین جامعه، در کدام صورت ناریب است؟**

۱) $y_1 = y_2$

۲) $y_2 = 2y_1$

۳) درهرصورت اریب است.

۴) هیچ‌یک از دو عنصر اول و دوم در نمونه انتخاب نشوند.

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۸۸- در نمونه‌گیری تصادفی ساده با استفاده از اطلاعات کمکی، اگر y صفت اصلی و x صفت کمکی باشد، در کدام صورت، برآوردگرهای نسبتی بر برآوردگرهای معمولی برتری دارند؟

۱) $\bar{y}$ بزرگ‌تر از $\bar{x}$ باشد.

۲) خط رگرسیون y بر x از مبدأ بگذرد و ارتباط خطی معکوس باشد.

۳) ارتباط خطی قوی بین دو صفت x و y برقرار باشد.

۴) خط رگرسیون y بر x از مبدأ بگذرد و ارتباط خطی مستقیم باشد.

۸۹- اگر اندازه نمونه لازم برای برآورد میانگین جامعه را براساس میزان واریانس این برآورد تعیین کنیم و این اندازه در نمونه‌گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری و با جایگذاری به‌ترتیب برابر n و n_0 باشد، آنگاه n برحسب n_0 کدام است؟

۱) $\frac{n_0}{1-\frac{n_0-1}{N}}$

۲) $\frac{n_0}{1+\frac{n_0}{N-1}}$

۳) $\frac{n_0}{1+\frac{n_0-1}{N}}$

۴) $\frac{n_0}{1-\frac{n_0}{N}}$

۹۰- جامعه‌ای بزرگ به دو طبقه با اندازه‌های برابر افراز شده است. درصد اعضای دارای یک ویژگی در طبقه اول در فاصله $(0/3, 0/7)$ و در طبقه دوم در فاصله $(0, 0/2)$ قرار دارد. اندازه کل نمونه در تخصیص نیمن برای برآورد درصد اعضای دارای این ویژگی در جامعه، وقتی ماکسیمم واریانس برآوردگر برابر ۰/۰۵ باشد، کدام است؟

۱) ۶

۲) ۴

۳) ۹

۴) ۱۵

۹۱- جامعه‌ای با N خوشه M تایی وجود دارد. برای مقایسه دقت نمونه‌گیری خوشه‌ای یک‌مرحله‌ای وقتی n خوشه به تصادف انتخاب شوند و نمونه‌گیری تصادفی ساده با حجم برابر nM، اگر S_b^2 واریانس بین مقادیر کل (مجموع مقادیر) خوشه‌های جامعه و S^2 واریانس کل جامعه باشد، دقت این دو روش نمونه‌گیری چه موقع یکسان است؟

۱) $S_b^2 = MS^2$

۲) $S^2 = MS_b^2$

۳) $S^2 = nMS_b^2$

۴) $S_b^2 = nMS^2$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۹۲- از جامعه‌ای متشکل از ۱۲ خوشه، به تصادف دو خوشه را انتخاب نموده‌ایم. مقادیر صفت y و فراوانی آنها در جدول زیر مشخص شده‌اند. برآوردی نااریب برای مقدار کل صفت y، کدام است؟

مقادیر صفت y	۰	۱	۲
خوشه اول نمونه	۵	۲	۳
خوشه دوم نمونه	۱۰	۸	۲

۱) ۱۸۰
۲) ۱۵۰
۳) ۱۲۰
۴) ۹۰

۹۳- واریانس برآوردگر میانگین جامعه با استفاده از یک نمونه سیستماتیک (سامانمند) ۲تایی از جامعه‌ای به حجم ۴ با مقادیر $y_1 = ۳, y_2 = ۰, y_3 = ۴, y_4 = ۱$، کدام است؟

۱) ۲
۲) ۲/۲۵
۳) ۳/۶
۴) ۴/۵

۹۴- از جامعه‌ای به حجم ۱۰۰، نمونه‌ای ۱۰تایی به روش تصادفی ساده بدون جایگذاری انتخاب کرده‌ایم. اگر فاصله اطمینان برای میانگین جامعه به‌صورت (۱۲,۱۸) باشد، ضریب تغییرات نمونه کدام است؟ $(z \simeq ۲)$

۱) $\frac{۳}{۲}$
۲) $\frac{۲}{۵}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۱}{۳}$

۹۵- در مدل رگرسیونی $y_i = \beta_۱ x_i + \varepsilon_i$، اگر $e_i = y_i - \hat{y}_i$ها نشان‌دهنده باقی‌مانده‌ها باشند، کدام مورد درست است؟

۱) $\frac{۱}{n}\sum_{i=۱}^{n} e_i = ۰$
۲) $\frac{۱}{n}\sum_{i=۱}^{n} x_i e_i = ۰$
۳) $\frac{۱}{n}\sum_{i=۱}^{n} y_i e_i = ۰$
۴) $\frac{۱}{n}\sum_{i=۱}^{n} x_i^۲ e_i = ۰$

۹۶- در مدل رگرسیون خطی ساده $y_i = \beta_۰ + \beta_۱ x_i + \varepsilon_i$ درصورتی‌که $\sum_{i=۱}^{n} x_i = ۰$، آنگاه کدام عبارت درست است؟

۱) $\hat{\beta}_۱ = ۰$
۲) $\hat{\beta}_۰ = ۰$
۳) $Var(\hat{\beta}_۰) = Var(\hat{\beta}_۱)$
۴) $\hat{\beta}_۱, \hat{\beta}_۰$ ناهمبسته‌اند.

۹۷- در مدل رگرسیونی $y_i = \frac{\beta}{\sqrt{x_i}} + \varepsilon_i$ برای $i = ۱, ۲, \ldots, n$، اگر خطاها دارای توزیع نرمال استاندارد باشند، واریانس برآوردگر کمترین توان‌های دوم β، کدام است؟

۱) میانگین هارمونیک x_iها
۲) میانگین هندسی x_iها
۳) میانگین حسابی x_iها
۴) میانگین توان دوم x_iها

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۹۸- در مدل رگرسیون خطی ساده $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$، اگر $SST = 8$ و $S_{xx} = 2$ و $R^2 = 0/25$ باشد، آنگاه $\hat{\beta}_1$ کدام است؟

۱) ۰/۵

۲) ۱

۳) ۱/۵

۴) ۲

۹۹- اگر در برازش مدل رگرسیون خطی ساده $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ برای $i = 1, \ldots, n$ یکی از مشاهدات به‌صورت $(\bar{x}, \bar{y})$ باشد و آن را از مدل حذف و مدل جدیدی با $n-1$ مشاهده برازش دهیم، کدام مورد زیر تغییر می‌کند؟

۱) ضریب تعیین R^2

۲) مجموع مربعات کل SST

۳) مدل پیش‌بینی $\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$

۴) آماره F در آزمون $H_0: \beta_1 = 0$ در مقابل $H_1: \beta_1 \neq 0$

۱۰۰- دو مدل رگرسیونی خطی ساده $y_i = \beta_{01} + \beta_1^* x_{i1} + \varepsilon_i$ و $y_i = \beta_{02} + \beta_2^* x_{i2} + \varepsilon_i$ و مدل $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i$ را درنظر بگیرید. اگر بردار مشاهدات $\tilde{x}_1 = (x_{11}, \ldots, x_{n1})$ و $\tilde{x}_2 = (x_{12}, \ldots, x_{n2})$ مستقل باشند، آنگاه کدام عبارت درست است؟

۱) $\hat{\beta}_1^* = \hat{\beta}_1$ یا $\hat{\beta}_2^* = \hat{\beta}_2$

۲) $\hat{\beta}_0 = \hat{\beta}_{01} = \hat{\beta}_{02}$

۳) $\hat{\beta}_1^* = \hat{\beta}_1$ و $\hat{\beta}_2^* = \hat{\beta}_2$

۴) $\hat{\beta}_1^* = \hat{\beta}_1$ و $\hat{\beta}_2^* = \hat{\beta}_2$ و $\hat{\beta}_0 = \hat{\beta}_{01} = \hat{\beta}_{02}$

۱۰۱- در مدل رگرسیونی $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i$ که $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ است، برای نمونه تصادفی ۵ تایی مقادیر y_i و $\hat{y}_i$ به‌صورت زیر به‌دست آمده است. برآورد ناأریب σ^2، کدام است؟

y_i	۲	-۲	۳	-۱	-۲
$\hat{y}_i$	۱	۰	۱	-۱	-۱

۱) $\frac{10}{4}$

۲) $\frac{10}{3}$

۳) ۵

۴) ۱۰

۱۰۲- در یک مدل رگرسیون چندگانه با ۳ متغیر مستقل x_1، x_2 و x_3 و براساس $n = 10$ نمونه، ضریب تعیین چندگانه تعدیل‌شده $R^2_{adj} = 0/7$، به‌دست آمده است. مقدار F در جدول تجزیه واریانس، کدام است؟

۱) $\frac{1}{8}$

۲) $\frac{7}{10}$

۳) $\frac{10}{7}$

۴) ۸

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۱۰۳- اگر مدل ناقص $y_i = \beta_1^* x_{i1} + \varepsilon_i$ را به‌جای مدل درست $y_i = \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i$ برازش دهیم و $\hat{\beta}_1^*$ و $\hat{\beta}_1$ به‌ترتیب برآورد ضرایب β_1^* و β_1 باشند، آنگاه $\frac{Var(\hat{\beta}_1^*)}{Var(\hat{\beta}_1)}$، کدام است؟

۱) ۱

۲) $\frac{(\sum x_{i1}x_{i2})^2}{\sum x_{i1}^2 \sum x_{i2}^2}$

۳) $1 - \frac{(\sum x_{i1}x_{i2})^2}{\sum x_{i1}^2 \sum x_{i2}^2}$

۴) $1 + \frac{(\sum x_{i1}x_{i2})^2}{\sum x_{i1}^2 \sum x_{i2}^2}$

۱۰۴- در مدل رگرسیونی $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i$ برای $i = 1, 2, ..., n$، اگر $\sum x_{i1} = \sum x_{i2} = 0$، آنگاه کدام مورد درباره VIF (عامل تورم واریانس) همواره درست است؟

۱) $VIF(x_j) = 1,\ j = 1, 2$

۲) $VIF(x_j) > 1,\ j = 1, 2$

۳) $VIF(x_1) + VIF(x_2) = 1$

۴) $VIF(x_j) < 1,\ j = 1, 2$

۱۰۵- در رگرسیون افراز شده $y = x_1 \beta_1 + x_2 \beta_2 + \varepsilon$، کدام مورد درست است؟ $(x = (x_1 : x_2))$

۱) $\hat{\beta}_1 = (x_1' x_1)^{-1} x_1' y$

۲) $\hat{\beta}_1 = (x' x)^{-1} x' y$

۳) $\hat{\beta}_1 = (x_1' x_1)^{-1} (x' y + x_1' x_2 \hat{\beta}_2)$

۴) $\hat{\beta}_1 = (x_1' x_1)^{-1} (x_1' y - x_1' x_2 \hat{\beta}_2)$

Telegram: @uni_k