470A

کد کنترل

470

A

آزمون ورودی دورهٔ دکتری (نیمه‌متمرکز) ــ سال ۱۴۰۰

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

دفترچهٔ شمارهٔ (۱)
صبح جمعه
۹۹/۱۲/۱۵

رشتهٔ ریاضی ــ (کد ۲۲۳۳)

*** تذکر مهم: دقت لازم در پاسخ به مواد امتحانی، رشته و زمینه‌های مورد نظر به‌عمل آید.**

تعداد سؤال: ۷۵ — مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی

رشته	گرایش	زمینه	دروس کارشناسی: مبانی علوم ریاضی	مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی	مبانی آنالیز ریاضی	مبانی آنالیز عددی	مبانی جبر	توپولوژی	مبانی احتمال	دروس کارشناسی‌ارشد: آنالیز حقیقی ۱	جبر پیشرفته۱	بهینه‌سازی خطی ۱	اصول آموزش ریاضی
ریاضی	-	محض	✓	✓	✓	-	✓	✓	-	✓	✓	-	-
		کاربردی	✓	✓	✓	✓	-	-	✓	✓	-	✓	-
آموزش ریاضی*	-	-	✓	✓	✓	✓	-	-	✓	✓	-	-	✓

- متقاضیان رشته ریاضی، زمینهٔ محض می‌بایستی به دروس (مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی جبر، توپولوژی، آنالیز حقیقی ۱ و جبر پیشرفته ۱) پاسخ دهند.
- متقاضیان رشته ریاضی، زمینهٔ کاربردی می‌بایستی به دروس (مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی، مبانی احتمال، آنالیز حقیقی ۱ و بهینه‌سازی خطی ۱) پاسخ دهند.
- متقاضیان رشته ریاضی، زمینهٔ آموزش ریاضی می‌بایستی به دروس (مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی، مبانی احتمال، آنالیز حقیقی ۱ و اصول آموزش ریاضی) پاسخ دهند.

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

❋ داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب .... با شمارهٔ داوطلبی .... با آگاهی کامل، یکسان‌بودن شمارهٔ صندلی خود را با شمارهٔ داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچهٔ سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچهٔ سؤالات و پائین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

مبانی علوم ریاضی(محض، کاربردی و آموزش ریاضی):

۱- **نقیض گزارهٔ زیر کدام است؟**

مجموعه A عضوی دارد که با هیچ عضو مجموعهٔ B برابر نیست.

۱) $\forall x(x \in A \Rightarrow \forall y(y \in B \Rightarrow x = y))$

۲) $\forall x(x \in A \wedge \exists y(y \in B \wedge x = y))$

۳) $\forall x(x \in A \Rightarrow \exists y(y \in B \wedge x = y))$

۴) $\forall x(x \in A \Rightarrow \exists y(y \in B \Rightarrow x = y))$

۲- **کدام فرمول منطقی راستگو است؟ (p و q و r حروف گزاره‌ای سازای فرمول هستند و ≡ نماد معادل بودن است.)**

۱) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$

۲) $(q \Rightarrow r) \vee [(p \wedge q) \Rightarrow r]$

۳) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow q) \Rightarrow r$

۴) $(\sim q \vee r) \vee [(p \wedge q) \Rightarrow r]$

۳- **رابطهٔ هم‌ارزی R روی $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ را به این صورت تعریف می‌کنیم که $(m,n)R(m',n') \Leftrightarrow m - n' = m' - n$**

کدام گزینه دربارهٔ کلاس‌های هم‌ارزی در R صحیح است؟

۱) تعداد شمارا کلاس هم‌ارزی نامتناهی شمارا دارد.

۲) تعداد متناهی کلاس هم‌ارزی نامتناهی و تعداد شمارا کلاس هم‌ارزی متناهی دارد.

۳) تعداد شمارا کلاس هم‌ارزی متناهی دارد.

۴) تعداد شمارا کلاس هم‌ارزی نامتناهی و تعداد شمارا کلاس هم‌ارزی متناهی دارد.

۴- **فرض کنید $f: X \to X$ و E زیرمجموعه نامتناهی و شمارایی از X باشد. در این‌صورت کدام گزینه همواره صحیح است؟**

۱) هر دو مجموعه $f(f^{-1}(E))$ و $f^{-1}(f(E))$ حداکثر شماراست.

۲) هر دو مجموعه $f(f^{-1}(E))$ و $f^{-1}(f(E))$ نامتناهی است.

۳) $f(f^{-1}(E))$ نامتناهی و $f^{-1}(f(E))$ حداکثر شماراست.

۴) $f(f^{-1}(E))$ حداکثر شمارا و $f^{-1}(f(E))$ نامتناهی است.

۵- کدام‌یک از گزینه‌ها درست است؟(α و β و γ اعداد اصلی (Cardinal) هستند.)

۱) سه عدد اصلی ترامتناهی (transfinite) مانند α و β و γ وجود دارند که $\alpha<\beta$ ولی $\alpha^{\gamma}=\beta^{\gamma}$.

۲) اگر $\beta>\alpha$ آنگاه $\gamma^{\alpha}<\gamma^{\beta}$.

۳) اگر α و β و γ ترامتناهی (transfinite) باشند و $\beta>\alpha$ آنگاه $\alpha\gamma<\beta\gamma$.

۴) اگر α و β ترامتناهی (transfinite) باشند آنگاه $\alpha+\beta<\alpha\beta$.

مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی(محض، کاربردی و آموزش ریاضی):

۶- فرض کنید V فضای برداری چند جمله‌های حداکثر از درجه ۹ با ضرایب حقیقی روی میدان اعداد حقیقی و $T:V\to V$ یک تبدیل خطی با ضابطه $T(p(x))=xp'(x)+p(x)$ باشد. کدام گزینه نادرست است؟

۱) $\det(T)=9!$

۲) $tr(T)=55$

۳) T پوشا است.

۴) Tمقادیر ویژه متمایز دارد.

۷- فرض کنیم A یک ماتریس 3×3 روی میدان اعداد حقیقی باشد به‌طوری‌که $\det(A)=1$. اگر $\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ یکی از مقادیر ویژه ماتریس A باشد و $A^{100}=aA^{2}+bA+cI_{3}$، آنگاه:

۱) $a=1, b=1, c=-1$

۲) $a=0, b=0, c=1$

۳) $a=1, b=0, c=-1$

۴) $a=0, b=1, c=0$

۸- فرض کنید B و A ماتریس‌هایی مربعی با درایه‌ها در مجموعه اعداد حقیقی باشند، به‌طوری‌که B وارون‌پذیر است. در این‌صورت کدام‌یک از گزاره‌های زیر در مورد مجموعه $X=\{A+xB \mid x\in\mathbb{R}\}$ صحیح است؟

۱) همه اعضای X وارون‌پذیرند.

۲) همه اعضای X وارون‌ناپذیرند.

۳) تنها تعداد متناهی از عناصر X وارون‌پذیرند.

۴) تنها تعداد متناهی از عناصر X وارون‌پذیر نیستند.

۹- فرض کنید $A\in M_{3}(\mathbb{R})$ به‌طوری‌که $\det(I_{3}+A)=1, tr(A)=-2$ و $2I_{3}+A$ معکوس‌پذیر نیست. در این‌صورت $\det(A)$ کدام است؟

۱) -4

۲) -2

۳) 2

۴) 4

۱۰- فرض کنید V زیر فضایی از فضای ماتریس‌های مربعی $n\times n$ با درایه‌ها در اعداد مختلط باشد به‌طوری که هر عنصر غیرصفر آن وارون ضربی داشته باشد. در این صورت کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟

۱) بعد V روی اعداد مختلط حداقل $\frac{n(n-1)}{2}$ است.

۲) بعد V روی اعداد مختلط حداکثر n است.

۳) بعد V روی اعداد مختلط برابر $\frac{n(n-1)}{2}$ است.

۴) بعد V روی اعداد مختلط حداقل n است.

مبانی آنالیز ریاضی(محض، کاربردی و آموزش ریاضی):

۱۱- اگر $A=\left\{\frac{3m+2n}{5m+7n}: m,n\geq 3\right\}$، آن‌گاه مقدار اینفیمم A کدام است؟

۱) 0

۲) $\frac{2}{7}$

۳) $\frac{3}{5}$

۴) $\frac{5}{12}$

۱۲- چند جمله‌ای $P(x)=x^4+2x^3-5$، چند ریشهٔ حقیقی دارد؟

۱) فقط دو ریشهٔ متمایز

۲) فقط یک ریشه

۳) ریشهٔ حقیقی ندارد.

۴) چهار ریشه

۱۳- فرض کنیم $\{x_n\}$ دنباله‌ای در $(0,1)\cap\mathbb{Q}$ باشد که $\sup\{x_n : n\in\mathbb{N}\}=1$ و $\inf\{x_n : n\in\mathbb{N}\}=0$ و به‌ازای هر $n\in\mathbb{N}$، $|x_{n+1}-x_n|<\frac{1}{n}$. مجموعهٔ حدود زیر دنباله‌ای $\{x_n\}$ کدام است؟

۱) $(0,1)$

۲) $\{0,1\}$

۳) $[0,1]$

۴) $(0,1)\cap\mathbb{Q}$

۱۴- فرض کنید $a<x_0<b$، تابع $f:(a,b)\to R$ پیوسته و بر بازه‌های (x_0,b) و (a,x_0) مشتق‌پذیر باشد. اگر $\lim\limits_{x\to x_0} f'(x)=A$، آن‌گاه کدام گزینه درست است؟

۱) مشتق f در x_0 لزوماً موجود نیست.

۲) مشتق f در x_0 موجود و برابر A است.

۳) اگر f' بر بازه‌های (x_0,b) و (a,x_0) یکنوا باشد، آن‌گاه مشتق f در x_0 موجود و برابر با A است و شرط یکنوایی f' هم ضروری است.

۴) مشتق f در x_0 موجود است و اگر تابع f' پیوسته باشد، آن‌گاه $f'(x_0)=A$ و شرط پیوستگی f' ضروری است.

۱۵- شعاع همگرایی سری توانی $\sum_{n=0}^{\infty}(n+1)^{n+2}\left(\frac{x-3}{2}\right)^{n(n+1)}$، برابر با کدام است؟

۱) ۲

۲) $\frac{1}{2}$

۳) ∞

۴) 0

مبانی آنالیز عددی(کاربردی و آموزش ریاضی):

۱۶- محاسبهٔ $T=\sqrt{x+\frac{1}{\sqrt{x}}}-\sqrt{x-\frac{1}{\sqrt{x}}}$ به ازای مقادیر مثبت و بزرگ x، به‌طوری‌که $fl(x+\frac{1}{\sqrt{x}})=x$، مدنظر است. (fl مقدار محاسبه شده عبارت). عبارت مناسب برای محاسبهٔ T کدام است؟

۱) $\frac{1}{x}$

۲) $\frac{1}{x\sqrt{x}}$

۳) $\frac{1}{\sqrt{x}}$

۴) $\frac{2}{x\sqrt{x}}$

۱۷- روش نیوتن برای کمینه‌سازی $f(x,y)=2x^2+2y^2-2x-2y+1$ با شروع از .... تکرار همگراست.

۱) تنها برخی نقاط شروع به جواب موضعی f پس از یک

۲) هر نقطه شروع به جواب یکتای سراسری f در یک

۳) هر نقطه شروع به جواب یکتای سراسری پس از دو

۴) تنها برخی نقاط شروع به جواب سراسری f پس از تعدادی متناهی

۱۸- فرض کنید تجزیه متعامد QR به‌صورت A=QR در دست است، به‌طوری‌که Q یک ماتریس متعامد نرمال و R یک ماتریس بالا مثلثی با سطرهای مستقل خطی است. مسألهٔ $\min_x \|Ax-b\|_2$ .... به‌دست آورد.

۱) یک جواب یکتا دارد و آن را می‌توان با حل دو دستگاه بالا مثلثی

۲) یک جواب یکتا دارد و آن را می‌توان با حل دو دستگاه پایین مثلثی

۳) یک جواب یکتا دارد و آن را می‌توان با حل یک دستگاه بالامثلثی

۴) بی‌نهایت جواب دارد و دست کم یکی از آن‌ها را می‌توان با حل یک دستگاه بالامثلثی

۱۹- فرض کنید $g(x)$ یک چند جمله‌ای از درجهٔ p است. فرض کنید $x_{p+2} \leq ... \leq x_1$. در این صورت، $g\left[x_1, ..., x_{p+2}\right]$ برابر است با ....

۱) صفر

۲) $\frac{1}{(p+1)!}$

۳) ۱

۴) صفر اگرو تنها اگر $x_1 = x_{p+2}$

۲۰- حل دستگاه $Ax = b$ با A وارون‌پذیر را درنظر بگیرید. فرض کنید درایه‌های ماتریس A خطایی نسبی تقریباً برابر با 10^{1-t} دارند. این دستگاه را با روشی پایدار روی ماشینی با روند عدد یک برابر با 10^{1-p} حل می‌کنیم. اگر عدد حالت ماتریس A برابر با 10^q، $1 < q$، باشد، آن‌گاه انتظار می‌رود که تعداد ارقام قابل اعتماد در $\overline{x}$، جواب محاسبه شده برای دستگاه، تقریباً برابر باشد با ....

۱) $p - q$

۲) $\max(p - q\,, t - q)$

۳) $t - q$

۴) $\min(p - q\,, t - q)$

مبانی جبر(محض):

۲۱- فرض کنید G یک گروه باشد و y و x عناصری از G باشند. کدام‌یک از گزاره‌های زیر شرطی لازم و کافی برای همریختی بودن تابع $\begin{cases} f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to G \\ (n, m) \mapsto x^n y^m \end{cases}$ است؟

۱) $xy = yx$

۲) x یا y عضو خنثی G باشد.

۳) x و y در مرکز گروه G قرار داشته باشند.

۴) x و y هر دو عضو خنثی G باشند.

۲۲- فرض کنید R یک حلقه باشد و $b \in R$ و a. کدام گزینه صحیح است؟

۱) اگر a و b پوچتوان باشد، آن‌گاه ab نیز پوچتوان است.

۲) اگر ab پوچتوان باشد، آن‌گاه a یا b پوچتوان است.

۳) گر $a+b$ پوچتوان باشد، آن‌گاه a یا b پوچتوان است.

۴) اگر ab پوچتوان باشد، آن‌گاه ba نیز پوچتوان است.

۲۳- فرض کنید G یک گروه متناهی و $\varnothing \neq S \subseteq G$.

تعریف می کنیم $H = \{x \in G : xS = S\}$ کدام گزینه نادرست است؟

۱) اگر $S \leq G$ آن‌گاه $H = S$

۲) $|H| = |S|$

۳) اگر $H = S$ آن‌گاه $S \leq G$

۴) $H \leq G$

۲۴- فرض کنید G یک گروه متناهی و C^* گروه ضربی اعداد مختلط غیر صفر باشد. برای همریختی $f: G \to C^*$ تعریف می‌کنیم: $a = \Pi_{x \in G} f(x)$. کدام گزینه صحیح است؟

۱) $a \in \{-1, i\}$

۲) $a \in \{1, i\}$

۳) $a \in \{-1, 1\}$

۴) $a \in \{-1, \mp i\}$

۲۵- حلقه $\mathbb{Z}_n$ را در نظر بگیرید که در آن $n \geq 3$ عدد طبیعی فردی است. اگر a تعداد اعضای خودتوان و b تعداد اعضای وارون‌پذیر $\mathbb{Z}_n$ باشد، کدام گزینه درست است؟

۱) a توانی از ۲ است و $a \nmid b$

۲) a توانی از ۲ است و $a \mid b$

۳) a توانی از ۲ نیست و $a \nmid b$

۴) a توانی از ۲ است و لزومی ندارد که $a \mid b$

توپولوژی (محض):

۲۶- فرض کنید $f: X \to Y$ که X و Y فضاهای متریک هستند. در این صورت f بر X پیوسته است، اگر و تنها اگر ....

۱) f بر هر زیرمجموعهٔ فشردهٔ X پیوسته باشد.

۲) f هر زیرمجموعه باز X را به زیرمجموعه‌ای باز از Y بنگارد.

۳) $f^{-1}(Y)$ در X باز باشد.

۴) f هر زیرمجموعه فشردهٔ X را به زیرمجموعه‌ای فشرده از Y بنگارد.

۲۷- مجموعهٔ $\mathbb{R}$ را همراه با توپولوژی $\tau = \{A \subseteq \mathbb{R} : \text{متناهی است } \mathbb{R} \setminus A\} \cup \{\varnothing\}$ در نظر بگیرید. کدام گزینه در مورد فضای توپولوژیک $(\mathbb{R}, \tau)$ نادرست است؟

۱) همبند است.

۲) فشرده است.

۳) هاسدورف است.

۴) اگر $E \subseteq \mathbb{R}$ و $\mathbb{R} \setminus E$ شمارا باشد، آنگاه E یک مجموعهٔ G_δ است.

۲۸- فرض کنید X و Y دو فضای توپولوژیک و $f: X \to Y$ تابعی پیوسته و پوشا باشد. کدام‌یک از ویژگی‌های زیر از X به Y منتقل می‌شود؟

۱) متریک‌پذیری

۲) منظم بودن

۳) نرمال بودن

۴) تفکیک‌پذیری

۲۹- فرض کنید (X, τ) یک فضای توپولوژیک و $\{x_n\}$ یک دنباله از اعضای متمایز X باشد. اگر $y \in X$ تنها نقطه حدی مجموعهٔ $A = \{x_n : n \in \mathbb{N}\}$ باشد، آنگاه کدام شرط همگرایی $x_n \to y$ را نتیجه می‌دهد؟

۱) X فشرده باشد.

۲) X کامل (Perfect) باشد.

۳) (X, τ) متریک‌پذیر و کران‌دار باشد.

۴) حتی اگر (X, τ) متریک‌پذیر و فشرده و کامل (Perfect) باشد، ممکن است $\{x_n\}$ واگرا باشد.

۳۰- فرض کنید $(X_۱,\tau_۱)$ و $(X_۲,\tau_۲)$ فضاهای توپولوژیک باشند و $X = X_۱ \times X_۲$. اگر بر X توپولوژی حاصل‌ضربی را در نظر بگیریم و برای $i = ۱,۲$، $\pi_i : X \to X_i$ نگاشت تصویر باشد، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

۱) برای $i = ۱,۲$، نگاشت‌های π_i پیوسته و باز هستند.

۲) خانوادهٔ $\{\pi_i^{-۱}(U_i) : U_i \in \tau_i , i = ۱,۲\}$ یک پایه برای توپولوژی حاصل‌ضربی است.

۳) X همبند مسیری است، اگر و تنها اگر $X_۱$ و $X_۲$ همبند مسیری باشند.

۴) برای فضای توپولوژیک Y، تابع $f : Y \to X$ پیوسته است اگر و تنها اگر نگاشت‌های $\pi_i \circ f$ پیوسته باشند. $(i = ۱,۲)$

<u>مبانی احتمال(کاربردی و آموزش ریاضی):</u>

۳۱- به چند طریق می‌توان ۵ حرف A و ۶ حرف B را در یک ردیف قرارداد که از راست و چپ یکسان خوانده شوند؟

۱) $\frac{۵!}{۳!}$

۲) $\frac{۵!}{۳!۲!}$

۳) $\frac{۱۰!}{۵!۵!}$

۴) $\frac{۱}{۲}\frac{۱۱!}{۵!۶!}$

۳۲- کیسه‌ای شامل ۴ مهره قرمز و ۶ مهره آبی است. کیسه دیگری شامل ۱۶ مهره قرمز و تعدادی مجهول مهره آبی است. یک مهره به تصادف از هر کیسه انتخاب می‌شود، احتمال اینکه دو مهره انتخابی هم رنگ باشند ۰/۴۴ است. تعداد مهره‌های آبی کیسه دوم کدام است؟

۱) ۴

۲) ۶

۳) ۱۲

۴) ۲۰

۳۳- ۹۰ بلیط بخت آزمایی توسط ۹ نفری هر کدام ۱۰ بلیط خریداری می‌شود که شامل ۵ بلیط برنده است. احتمال اینکه هر ۵ بلیط برنده را یک نفر دریافت کند، کدام است؟

۱) $\frac{۷ \times ۸ \times ۹}{۸۷ \times ۸۸ \times ۸۹}$

۲) $\frac{۶ \times ۷ \times ۸ \times ۹ \times ۱۰}{۸۶ \times ۸۷ \times ۸۸ \times ۸۹ \times ۹۰}$

۳) $\frac{۶ \times ۷ \times ۹ \times ۱۰}{۸۶ \times ۸۸ \times ۸۹ \times ۹۰}$

۴) $\frac{۶ \times ۷ \times ۸ \times ۹}{۸۶ \times ۸۷ \times ۸۸ \times ۸۹}$

۳۴- فرض کنید $X_1,...,X_n$ ، $(n \geq 2)$ یک نمونه تصادفی از توزیعی پیوسته با تابع توزیع F باشد، احتمال اینکه دومین آماره ترتیبی کوچکتر یا مساوی میانه توزیع باشد، چقدر است؟

۱) $1-\frac{n}{2^n}$

۲) $1-\frac{n+1}{2^n}$

۳) $1-\frac{n-1}{2^{n-1}}$

۴) $1-\frac{n}{2^{n-1}}$

۳۵- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی گسسته با تابع جرم احتمال $P(X=x, Y=y)=\begin{cases} c(x+y) & x,y \in \{1,2,...,n\} \\ 0 & \text{سایر مقادیر} \end{cases}$ باشند، مطلوبست $P(X<Y)$.

۱) $\frac{1}{n}$

۲) $\frac{1}{2n}$

۳) $\frac{n-1}{2n}$

۴) $\frac{n-1}{n}$

آنالیز حقیقی ۱ (محض، کاربردی و آموزش ریاضی):

۳۶- فرض کنید μ_1 و μ_2 دو تابع روی $P(\mathbb{R})$ باشند، به‌طوری‌که:

$$\mu_1(E)=\begin{cases} 0 & \text{اگر } E \text{ متناهی باشد} \\ 1 & \text{اگر } E \text{ نامتناهی باشد} \end{cases} \quad \text{و} \quad \mu_2(E)=\begin{cases} 0 & \text{اگر } E \text{ حداکثر شمارا باشد} \\ 1 & \text{اگر } E \text{ ناشمارا باشد} \end{cases}$$

کدام گزینه دربارهٔ μ_1 و μ_2 درست است؟

۱) μ_1 و μ_2 هر دو اندازه خارجی‌اند ولی گردایهٔ مجموعه‌های اندازه‌پذیر آن‌ها متفاوت است.

۲) μ_1 و μ_2 هر دو اندازه خارجی‌اند و گردایهٔ مجموعه‌های اندازه‌پذیر آن‌ها یکسان است.

۳) تنها μ_2 اندازه خارجی است و هر زیر مجموعهٔ $\mathbb{R}$ نسبت به آن اندازه‌پذیر است.

۴) تنها μ_2 اندازه خارجی است و گردایهٔ مجموعه‌های اندازه‌پذیر آن $\{E \subseteq \mathbb{R} : E \text{ یا } E^c \text{ حداکثر شماراست}\}$ است.

۳۷- فرض کنید μ اندازه بورل مثبت ناصفر روی فضای هاسدورف X باشد، به‌طوری که برای هر دو مجموعهٔ بستهٔ F_1 و F_2 در X

$$\mu(F_1 \cap F_2) = \mu(F_1)\mu(F_2).$$

کدام گزینه نادرست است؟

۱) $\mu(X) = 1$

۲) μـ اندازه هر زیرمجموعه شمارای X صفر است.

۳) برای هر دو مجموعه باز U_1 و U_2، $\mu(U_1 \cap U_2) = \mu(U_1)\mu(U_2)$

۴) برای هر دو نقطه متمایز $x, y \in X$ و همسایگی‌های مجزای U_x و U_y وجود دارند که $\mu(U_x) + \mu(U_y) = 1$.

۳۸- برای تابع صعودی و از راست پیوسته $F: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$، μ_F^* به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu_F^*(E) = \inf\left\{\sum_{i=1}^{\infty}(F(b_i) - F(a_i)) : a_i, b_i \in \mathbb{R}, E \subseteq \bigcup_{i=1}^{\infty}(a_i, b_i]\right\}$$

σـ جبر متشکل از مجموعه‌های μ_F^*ـ اندازه‌پذیر را با M_F نشان می‌دهیم. کدام گزینه نادرست است؟

۱) M_F شامل σـ جبر بورل است.

۲) اگر تابع F در $a \in \mathbb{R}$ پیوسته باشد، آنگاه $\mu_F^*(\{a\}) = 0$.

۳) M_F زیرمجموعه سره‌ای از $P(\mathbb{R})$، است.

۴) اگر $F(x) = 2x$ آنگاه M_F همان σـ جبر لبگ است.

۳۹- فرض کنید (X, M, μ) یک فضای اندازه با $\mu(X) = 1$ و $\{A_n\}$ دنباله‌ای از اعضای متمایز M باشد، به‌طوری‌که $\limsup \mu(A_n) = 1$. در این صورت زیر دنبالهٔ $\{A_{n_k}\}$ از $\{A_n\}$ وجود دارد به‌طوری‌که:

۱) $\mu\left(\bigcap_{k=1}^{\infty} A_{n_k}\right) \geq \frac{1}{2}$

۲) $\bigcap_{k=1}^{\infty} A_{n_k} = \varnothing$

۳) برای هر k، $\mu(A_{n_k}) = 1$

۴) $\bigcap_{k=1}^{\infty} A_{n_k}^c = \varnothing$

۴۰- فرض کنید $f: [0,1] \to [0,2]$ تابعی لبگ اندازه‌پذیر و m اندازه لبگ روی $[0,1]$ باشد. در این صورت، کدام گزینه نادرست است؟

۱) اگر $\int_0^1 f\,dm = 1$، آنگاه $f = 1$ تقریباً همه‌جا

۲) اگر $\int_0^1 f\,dm = 2$، آنگاه $f = 2$ تقریباً همه‌جا

۳) اگر برای هر $a \in (0,1)$، $\int_0^a f\,dm = 0$، آنگاه $f = 0$ تقریباً همه‌جا

۴) اگر برای هر $a \in (0,1)$، $\int_0^a 4f\,dm = \int_0^a f^2\,dm$، آنگاه $f = 0$ تقریباً همه‌جا

۴۱- تابع $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ با ضابطهٔ زیر تعریف می‌شود:

$$f(x)=\begin{cases}x & x\in\mathbb{Q}\\ \sin x & x\notin\mathbb{Q}\end{cases}$$

کدام گزینه درست است؟

۱) f انتگرال‌پذیر ریمان نیست ولی انتگرال‌پذیر لبگ است.

۲) انتگرال‌پذیر لبگ نیست ولی انتگرال‌پذیر ریمان است.

۳) هم انتگرال‌پذیر ریمان است و هم انتگرال‌پذیر لبگ است.

۴) نه انتگرال‌پذیر ریمان است و نه انتگرال‌پذیر لبگ است.

۴۲- فرض کنید X فضای نرم‌دار مختلط و $f:X\to\mathbb{C}$ تابعک خطی ناصفر باشد، کدام گزینه درست است؟

۱) $\{f(x):\|x\|\leq 1\}$ فشرده است.

۲) f پوشا است و هر مجموعهٔ باز را به باز می‌نگارد.

۳) f پوشا و $\ker f$ زیر فضای بسته X است.

۴) f هر مجموعهٔ باز را به باز می‌نگارد و $\{f(x):\|x\|<1\}\subseteq\{z\in\mathbb{C}:|z|<1\}$.

۴۳- فرض کنید (X,μ) یک فضای اندازه و $\{f_n\}$ دنباله‌ای از توابع اندازه‌پذیر بر X باشد و تابع $f:X\to\mathbb{R}$ نیز اندازه‌پذیر باشد به‌طوری‌که $\sum_{n=1}^{\infty}\int_X|f_n-f|\,d\mu<\infty$. کدام گزینه درست است؟

۱) $\sum_{n=1}^{\infty}f_n$ تقریباً همه‌جا همگراست.

۲) $\{f_n\}$ به‌طور یکنواخت به f همگراست.

۳) $f_n\to f$ تقریباً همه‌جا ولی لزوماً $\{f_n\}$ به‌طور یکنواخت به f همگرا نیست.

۴) زیر دنبالهٔ $\{f_{n_k}\}$ وجود دارد که $f_{n_k}\to f$ تقریباً همه‌جا ولی $f_n\to f$ تقریباً همه‌جا لزوماً برقرار نیست.

۴۴- فرض کنیم (X,μ) یک فضای اندازه $\sigma-$ متناهی باشد، $1<p<\infty$ و q مزدوج نمایی p باشد. $(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1)$
دربارهٔ مجموعهٔ $A=\{f:X\to\mathbb{R}\mid fg\in L_1(\mu)\text{ ،}g\in L_q(\mu)$ تابع f اندازه‌پذیر است و به ازای هر$\}$ کدام گزینه درست است؟

۱) $A=L_p(\mu)$

۲) $L_p(\mu)\subseteq A$ ولی تساوی لزوماً برقرار نیست.

۳) $A\subseteq L_p(\mu)$ ولی تساوی لزوماً برقرار نیست.

۴) هیچ‌کدام

۴۵- فرض کنید $\{e_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ یک پایه متعامدیکه برای فضای هیلبرت H باشد. برای هر $n\in\mathbb{N}$، قرار می‌دهیم.

$$y_n=e_1+\cdots+e_n+e_{n+1}$$
$$z_n=e_1+\cdots+e_n-e_{n+1}$$

کدام گزینه در مورد مجموعه‌های $A=\{y_n:n\in\mathbb{N}\}$ و $B=\{z_n:n\in\mathbb{N}\}$ درست است؟

۱) $A^{\perp}=\{0\}$ و $B^{\perp}=\{0\}$

۲) $A^{\perp}\neq\{0\}$ و $B^{\perp}\neq\{0\}$

۳) $A^{\perp}\neq\{0\}$ و $B^{\perp}=\{0\}$

۴) $A^{\perp}=\{0\}$ و $B^{\perp}\neq\{0\}$

جبر پیشرفته ۱ (محض):

۴۶- فرض کنیم M یک $\mathbb{Z}$ـ مدول باشد. کدام گزینه صحیح است؟

۱) اگر M یکدست باشد، آنگاه هر تصویر همریخت آن نیز یکدست است.

۲) اگر M آزاد باشد، آنگاه هر تصویر همریخت آن نیز آزاد است.

۳) اگر M تصویری باشد، آنگاه هر تصویر همریخت آن نیز تصویری است.

۴) اگر M تزریقی باشد، آنگاه هر تصویر همریخت آن نیز تزریقی است.

۴۷- فرض کنیم $M = \bigoplus_{i\in\mathbb{N}} \mathbb{Z}_3$ و $N = \prod_{i\in\mathbb{N}} \mathbb{Z}_3$ در این صورت در مورد $\mathbb{Z}$ مدول‌های M و N کدام گزاره صحیح است؟

۱) N نیم‌ساده است اما M نیست.　　۲) هر دو نیم‌ساده هستند.

۳) M نیم‌ساده است اما N نیست.　　۴) هیچ‌کدام نیم‌ساده نیستند.

۴۸- اگر رادیکال جیکوبسن حلقه ماتریسی $M_n(\mathbb{Z}_m)$ برابر صفر باشد، آنگاه:

۱) $n=1$ و m توانی از عددی اول است.

۲) $n=1$ و به ازای هر عدد اول p، $p^2 \nmid m$.

۳) n دلخواه و m توانی از عددی اول است.

۴) n دلخواه است و به ازای هر عدد اول p، $p^2 \nmid m$.

۴۹- $Hom_{\mathbb{Z}}(\bigoplus_{i\in\mathbb{N}} \mathbb{Q}, \mathbb{Q}\times\mathbb{Z})$ با کدام‌یک از $\mathbb{Z}$−مدول‌های زیر یکریخت است؟ ($\mathbb{Q}$ میدان اعداد گویا و $\mathbb{Z}$ اعداد صحیح است.)

۱) $\prod_{i\in\mathbb{N}} \mathbb{Q}$

۲) $\bigoplus_{i\in\mathbb{N}} \mathbb{Q}$

۳) $\left(\prod_{i\in\mathbb{N}} \mathbb{Q}\right)\times\mathbb{Z}$

۴) $\left(\bigoplus_{i\in\mathbb{N}} \mathbb{Q}\right)\times\mathbb{Z}$

۵۰- فرض کنیم R یک حلقه و $0 \to N \xrightarrow{f} M \xrightarrow{g} K \to 0$ دنباله دقیق کوتاهی از R− مدول‌ها و R−همریختی‌ها باشد. در همه موارد، این دنباله شکافته می‌شود، به‌جز:

۱) M نیم‌ساده باشد.

۲) R یک میدان باشد.

۳) $M \overset{R}{\cong} N \oplus K$

۴) $K \overset{R}{\cong} \bigoplus_{i\in A} R$ که در آن A یک مجموعه اندیس‌گذار ناتهی است.

۵۱- اگر M یک $\mathbb{Z}_2[x]$− مدول آزاد با تولید متناهی باشد، کدام گزاره در مورد M صحیح نیست؟

۱) M، نوتری است.　　۲) M، آرتینی است.

۳) هر زیر مدول M، آزاد است.　　۴) هر دو پایه M تعداد مساوی عضو دارند.

۵۲- فرض کنیم R حلقه‌ای یکدار باشد به‌طوری‌که به ازای هر $a \in R$، اعداد طبیعی متمایزی مانند n و m موجودند به‌طوری‌که $a^n = a^m$. اگر $J(R)$ رادیکال جیکوبسن R و $Nil(R)$ مجموعه متشکل از تمام اعضای پوچ‌توان R باشند، کدام گزاره همواره صحیح است؟

۱) $Nil(R) \subseteq J(R)$

۲) $Nil(R) = J(R)$

۳) $J(R) \subseteq Nil(R)$

۴) $Nil(R) \neq J(R)$

۵۳- $\mathbb{Z}-$ مدول $\mathbb{Z}[x] \underset{\mathbb{Z}}{\otimes} \mathbb{Z}_۶$ با کدام گزینه یکریخت است؟

۱) $\mathbb{Z}_۶$

۲) $\mathbb{Z}_۶[x]$

۳) $\mathbb{Z}[x]$

۴) $\circ$

۵۴- فرض کنیم R حوزه صحیح باشد به‌طوری‌که اشتراک تمام ایده‌آل‌های ماکسیمال آن ناصفر است. اگر M یک $R-$ مدول با تولید متناهی ناصفر باشد، آنگاه:

۱) M تزریقی نیست.

۲) M تصویری نیست ولی تزریقی است.

۳) M تزریقی و تصویری نیست.

۴) M هم تزریقی است و هم تصویری

۵۵- فرض کنیم R حلقه‌ای جابه‌جایی و یکدار باشد و I و J دو ایده‌آل سره R باشند. اگر $R-$ مدول‌های $M_۱$ و $M_۲$ موجود باشند که $I, J \leq Ann(M_۱) \bigcap Ann(M_۲)$، آنگاه کدام گزینه در مورد کاردینال $M_۱ \underset{\mathbb{Z}}{\otimes} M_۲$ و کاردینال $Hom_{\frac{R}{I}}\left(\frac{R}{I+J}, M_۱\right) \underset{\mathbb{Z}}{\otimes} Hom_{\frac{R}{J}}\left(\frac{R}{I+J}, M_۲\right)$ درست است؟

۱) اولی بیشتر اکید از دومی است.

۲) دومی بیشتر اکید از اولی است.

۳) برابرند.

۴) در حالت کلی نمی‌توان حکمی نتیجه گرفت.

بهینه‌سازی خطی ۱ (کاربردی):

۵۶- اگر به ازای هر x به‌طوری‌که $Ax \leq \circ$ داشته باشیم $\circ \leq c^T x$، آن‌گاه دستگاه $A^T v = c$ با $v \geq \circ$، ....

۱) جواب دارد.

۲) جواب دارد تنها اگر $c \geq \circ$.

۳) جواب ندارد.

۴) جواب ندارد وقتی A ناتکین باشد.

۵۷- فرض کنید مسئلهٔ (P) به‌صورت زیر جواب بهینه برابر با T^* دارد. اگر یکی از قیدهای آمده در $Ax = b$ را حذف کنیم و مسئلهٔ جدید را (P') بنامیم، آن‌گاه (P') ....

$$\begin{aligned} &\mathrm{Min}\ T = c^T x \\ &\text{s.t.} \quad Ax = b \quad (P) \\ &\qquad\quad x \geq \circ \end{aligned}$$

۱) می‌تواند ناشدنی باشد.

۲) می‌تواند بی‌کران باشد.

۳) جواب بهینه با مقدار بهینه نابیشتر از T^* دارد.

۴) جواب بهینه با مقدار بهینه ناکمتر از T^* دارد.

۵۸- مسئلهٔ (P) را به‌صورت زیر در نظر بگیرید که در آن، $b \geq 0$. دوگان (P) را (D) بنامید. گزینه صحیح کدام است؟

$$\begin{aligned} &\text{Min } t = b^T v \\ &\text{s.t.} \quad A^T v \geq c \qquad (P) \\ &\qquad\;\; v \geq 0 \end{aligned}$$

۱) (D) می‌تواند ناشدنی باشد.

۲) (D) همواره جواب بهینه دارد.

۳) (P) و (D) هر دو جواب بهینه دارند.

۴) (P) یا ناشدنی است یا جواب بهینه دارد.

۵۹- مسئلهٔ (P) را به‌صورت زیر در نظر بگیرید و دوگان آن را (D) بنامید. اگر داشته باشیم $u \geq 0$، آن‌گاه ....

$$\begin{aligned} &\text{Min } z = c^T x \\ &\text{s.t.} \quad Ax = 0 \qquad (P) \\ &\qquad\;\; 0 \leq x \leq u \end{aligned}$$

۱) (D) می‌تواند بی‌کران باشد.

۲) (P) و (D) هر دو جواب بهینه دارند.

۳) (D) شدنی است ولی (P) می‌تواند ناشدنی باشد.

۴) (P) شدنی است ولی (D) می‌تواند ناشدنی باشد.

۶۰- فرض کنید x^* باری مسئلهٔ (P) به‌صورت زیر، یک بهینه‌کننده است. قید جدید $d^T x \geq 0$ با بردار داده شدهٔ $d \geq 0$ را به مسئلهٔ (P) اضافه کنید و مسئله جدید را (P') بنامید. گزینهٔ صحیح کدام است؟

$$\begin{aligned} &\text{Min } z = c^T x \\ &\text{s.t.} \quad Ax = b \qquad (P) \\ &\qquad\;\; x \geq 0 \end{aligned}$$

۱) (P') می‌تواند ناشدنی باشد.

۲) x^* جواب بهینه (P') نیز هست.

۳) x' می‌تواند بهینه‌کنندهٔ (P') موجود باشد به‌طوری‌که $c^T x' > c^T x^*$.

۴) x' می‌تواند بهینه‌کنندهٔ (P') موجود باشد به‌طوری‌که $c^T x' < c^T x^*$.

۶۱- مسئلهٔ برنامه‌ریزی خطی (P) را به‌صورت زیر در نظر بگیرید. دوگان مسئلهٔ (P) را (D) بنامید. گزینه صحیح کدام است؟

$$\begin{aligned} &\text{Min } T = \sum_{i=1}^{m} (x_i + y_i) \\ &\text{s.t.} \quad x + y = b \qquad (P) \\ &\qquad\;\; x \geq 0 \\ &\qquad\;\; y \leq 0 \end{aligned}$$

۱) (D) می‌تواند ناشدنی باشد.

۲) (D) می‌تواند بی‌کران باشد.

۳) (P) همواره بی‌نهایت جواب بهینه دارد.

۴) (P) و (D) جواب‌های بهینه یکتا دارند.

۶۲- مسئلهٔ (P) را به‌صورت زیر در نظر بگیرید. گزینه صحیح در مورد (P) کدام است؟

$$\begin{aligned}
&\text{Min} \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij} \\
&\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \ , \ i = 1,\dots,n \qquad (P) \\
&\qquad\quad \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \ , \ j = 1,\dots,n \\
&\qquad\quad x_{ij} \geq 0 \ , \ i = 1,\dots,n, j = 1,\dots,n.
\end{aligned}$$

۱) همواره جواب بهینه دارد.

۲) می‌تواند شدنی یا ناشدنی باشد.

۳) شدنی است ولی می‌تواند بی‌کران باشد.

۴) ممکن است جواب بهینه داشته باشد یا بی‌کران باشد.

۶۳- مسئلهٔ اولیهٔ (P) را به‌صورت زیر با $b \geq 0$، در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned}
&\text{Min } z = c^T x \\
&\text{s.t.} \quad Ax = b \quad (P) \\
&\qquad\quad x \geq 0
\end{aligned}$$

مسئلهٔ مرحلهٔ یک (یا فاز یک) مربوط به (P) را برای تعیین شدنی بودن (P) به‌صورت زیر بنویسید:

$$\begin{aligned}
&\text{Min } w = \sum_{i=1}^{m} y_i \\
&\text{s.t.} \quad Ax + y = b \qquad (M) \\
&\qquad\quad x \geq 0 \ , \ y \geq 0
\end{aligned}$$

اگر در یک روش سیمپلکس اولیه برای حل مسئلهٔ (M)، یک متغیر y در یک جدول سیمپلکس نامزد خروج از پایه باشد، آن‌گاه ....

۱) مسئلهٔ (M) و در نتیجه (P) شدنی است.

۲) مسئلهٔ (M) و (P) هردو می‌توانند ناشدنی باشند.

۳) ممکن است تعیین جواب برای (P) با مشکل مواجه شود.

۴) y_i و ستون مربوط به آن را می‌توان از جدول حذف کرد بدون آن‌که تعیین جواب برای مسئلهٔ (P) تغییر کند.

۶۴- **مسئله‌های اولیه (P) و دوگان آن (D) را در نظر بگیرید:**

$$\begin{array}{lll} \text{Min } z = c^T x & & \\ \text{s.t.} \quad Ax = b & (P) & \\ \quad\quad x \geq 0 & & \end{array} \qquad \begin{array}{lll} \text{Max } y = u^T b & & \\ \text{s.t.} \quad A^T u + \Delta = c & (D) & \\ \quad\quad \Delta \geq 0 & & \end{array}$$

مجموعه‌های F و F^+ را به‌صورت زیر تعریف کنید:

$$F = \{(x, y, \Delta) \mid Ax = b, A^T u + \Delta = c, x \geq 0, \Delta \geq 0\},$$
$$F^+ = \{(x, y, \Delta) \mid Ax = b, A^T u + \Delta = c, x > 0, \Delta > 0\}.$$

گزینه صحیح کدام است؟

۱) x و (u, Δ) به‌ترتیب برای (P) و (D) بهینه هستند اگر و تنها اگر $(x, u, \Delta) \in F \setminus F^+$.

۲) اگر x برای (P) شدنی و $\Delta \geq 0$ موجود باشد به‌طوری‌که $x^T \Delta = 0$، آنگاه x برای (P) بهینه نیست.

۳) اگر x و (u, Δ) به‌ترتیب نقاط بهینه برای (P) و (D) باشند، آنگاه $(x, u, \Delta) \in F \setminus F^+$.

۴) $(x, u, \Delta) \in F^+$ وجود دارد به‌طوری‌که x برای (P) و (u, Δ) برای (D) بهینه باشند.

۶۵- **مسئلهٔ (P') متناظر با مسئلهٔ (P) را به‌صورت زیر در نظر بگیرید:**

$$\begin{array}{ll} \text{Min } z = c^T x & \\ \text{s.t.} \quad Ax = b & (P) \\ \quad\quad x \geq 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \text{Min } V(M) = c^T x + M \sum_{i=1}^{m} (x_a)_i & \\ \text{s.t.} \quad Ax + x_a = b & (P') \\ \quad\quad x \geq 0 & \\ \quad\quad x_a \geq 0 & \end{array}$$

اگر به ازای هر $M > 0$، مسئلهٔ (P') بی‌کران باشد، آنگاه مسئلهٔ (P) ....

۱) ناشدنی است.

۲) می تواند جواب بهینه داشته باشد.

۳) یا بی‌کران است یا ناشدنی.

۴) شدنی است اگر $Ax = b$ جواب داشته باشد.

<u>اصول آموزش ریاضی(آموزش ریاضی):</u>

۶۶- **برگزاری آزمون‌های کتبی ، در سنت‌های آموزشی کدام کشور، ریشه دارد؟**

۱) ژاپن ۲) چین ۳) ایران ۴) انگلستان

۶۷- **از نظر ریچارد اسکمپ، از مؤسسان حوزه روان‌شناسی آموزش ریاضی، «درک رابطه‌ای» چیست؟**

۱) مدل‌سازی ریاضی

۲) درک قواعد، قضیه‌ها و کاربرد فوری آن‌ها

۳) به‌کارگیری رویّه‌های ریاضی برای حل‌مسئله

۴) درگیرشدنِ شخصیِ یادگیرنده با اشیا، موقعیت‌ها، مسئله‌ها و ایده‌های ریاضی

۶۸- **معنای «بازنمایی» ریاضی چیست؟**

۱) ابزار توسعه تفکر ریاضی

۲) دست‌سازه ریاضی

۳) فرایند و محصول یادگیری ریاضی

۴) ملموس‌کردن و قابل مشاهده‌نمودن مفاهیم ریاضی

۶۹- **مورد استفاده «بازنمایی» در فرایند یاددهی ـ یادگیری ریاضی چیست؟**

۱) پیوند بین مفاهیم ریاضی

۲) حل مسئله در دنیای واقعی

۳) یادگیری مفاهیم ریاضی

۴) درک ساختار مشترک بین پدیده‌های ریاضی در زمینه‌های مختلف

۷۰- **روایت‌پژوهی ـ اقدام‌پژوهی ـ درس‌پژوهی، جزو چه نوع پژوهش‌های آموزش ریاضی محسوب می‌شوند؟**

۱) پژوهش‌های مبتنی بر کلاس درس

۲) پژوهش‌های تجربی

۳) پژوهش‌های نظری

۴) پژوهش‌های پیمایشی

۷۱- **سه جنبش معاصر آموزش ریاضی کدام‌اند؟**

۱) هسته مشترک برنامه درسی، آموزش مبتنی بر استانداردها، تلفیق ریاضی و فناوری

۲) حل‌مسئله، ریاضیات قومی، یادگیری سلسله‌مراتبی

۳) سودمندی اجتمایی، یادگیری در حدتسلط، حل‌مسئله

۴) آموزش مبتنی بر استانداردها، یادگیری در حدتسلط، ریاضیات قومی

۷۲- **دو سازمان اصلی آموزش ریاضی در سطح جهانی کدام‌اند؟**

۱) اتحادیه بین‌المللی ریاضی (IMU)، سازمان آموزشی- علمی- فرهنگی ملل متحد (UNESCO)

۲) کنگره بین‌المللی ریاضی‌دان‌ها (ICM)، گروه بین‌المللی روان‌شناسی آموزش ریاضی (PME)

۳) کنگره بین‌المللی آموزش ریاضی (ICME)، کنگره بین‌المللی ریاضی‌دان‌ها (ICM)

۴) گروه بین‌المللی روان‌شناسی آموزش ریاضی (PME)، کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی (ICMI)

۷۳- **«یادگیری یک فرایند فعال است که در آن، یادگیرندگان مفاهیم و ایده‌های خود را بر اساس دانش فعلی و دانش قبلی خود و مبتنی بر ساختارهای شناختی شامل طرحواره‌ها و مدل‌های ذهنی، می‌سازند. یادگیرنده و یاددهنده، به طور فعال، در این فرایند مشارکت می‌کنند». این نظریه متعلق به کدام نظریه‌پرداز آموزشی است؟**

۱) لیو ویگوتسکی

۲) آلن شونفیلد

۳) جروم برونر

۴) ژان پیاژه

۷۴- **سه تحول اصلی که باعث تأسیس رشته آموزش ریاضی در جهان شد، کدام‌اند؟**

۱) روان‌شناسی، سیاسی، تاریخی

۲) روان‌شناسی، برنامه‌های درسی ریاضی، سیاسی

۳) سیاسی، روان‌شناسی، تاریخی

۴) تاریخی، برنامه‌های درسی ریاضی، سیاسی

۷۵- **سه مسئولیت سنتی پژوهشگران آموزش ریاضی، کدام بوده است؟**

۱) ارزشیابی، تدریس ریاضی، تولید برنامه‌های درسی

۲) تدریس ریاضی، تهیه کتاب‌های درسی مناسب، تعامل با ریاضی‌دانان

۳) تولید برنامه‌های درسی، آموزش معلمان، تهیه کتاب‌های درسی مناسب

۴) تولید برنامه‌های درسی، ارزشیابی، تعامل با ریاضی‌دانان