

کد کنترل

523

A



523A

## آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - سال ۱۴۰۰

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه

۹۹/۱۲/۱۵



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»

امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

### رشته مهندسی صنایع - (کد ۲۳۵۰)

مدت پاسخ گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: - تحقیق در عملیات (۲۰۱) - تئوری احتمالات و آمار مهندسی - طراحی سیستم‌های صنعتی	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- صفحه شطرنجی  $4 \times 4$  به شکل زیر را در نظر بگیرید. فرض کنید ۱۶ گوی داریم که ۱۰ تای آنها سیاه و ۶ تای باقی مانده سفید هستند. صفحه شطرنجی دارای ۴ سطر، ۴ ستون، یک قطر اصلی و یک قطر فرعی است. می‌خواهیم به نحوی گوی‌ها را روی صفحه بچینیم که تعداد سطر یا ستون یا قطرهای هم‌رنگ حداقل باشد. متغیر تصمیم صفرویک  $x_{ij}$  را به این شکل تعریف کنید که اگر در خانه‌ی سطر  $i$  و ستون  $j$  گوی سیاه قرار گیرد مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار صفر بگیرد. متغیر صفرویک  $r_i$  را برابر ۱ تعریف کنید در صورتی که سطر  $i$  هم‌رنگ شود همچنین متغیر صفرویک  $c_j$  را برابر ۱ تعریف کنید اگر ستون  $j$  هم‌رنگ شود. به‌طور مشابه متغیرهای صفرویک  $d_1$  و  $d_2$  را متناظر قطر اصلی و فرعی تعریف کنید. (سطر هم‌رنگ سطری است که همه گوی‌های آن هم‌رنگ باشند). چه ارتباطی باید بین متغیرهای  $x_{ij}$  و  $d_1$  (متغیر صفرویک مرتبط با قطر اصلی) وجود داشته باشد؟

	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
$i=1$				
$i=2$				
$i=3$				
$i=4$				

$$\begin{cases} x_{11} + x_{22} + x_{33} + x_{44} - 2d_1 \leq 2 \\ x_{11} + x_{22} + x_{33} + x_{44} + d_1 \geq 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{22} + x_{33} + x_{44} - d_1 \leq 3 \\ x_{11} + x_{22} + x_{33} + x_{44} + d_1 \geq 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{22} + x_{33} + x_{44} \geq 5 - 3d_1 \\ x_{11} + x_{22} + x_{33} + x_{44} \geq 1 - d_1 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} d_1 \geq x_{11} + x_{22} + x_{33} + x_{44} - 3 \\ 4d_1 \geq 1 + x_{11} + x_{22} + x_{33} + x_{44} \end{cases} \quad (4)$$

۲- جدول بهینه سیمپلکس برای یک مدل برنامه ریزی خطی به شکل زیر است:

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	
$z$	۳	۰	۰	۲	۰	۵	
$x_3$	$a$	۰	۱	۵	۰	۳	۱۰۰
$x_2$	-۱	۱	۰	-۲	$b$	۱	۴۰
$x_5$	۴	۰	۰	-۳	$c$	-۴	۱۵

$x_4$ ،  $x_5$  و  $x_6$  متغیرهای لقی (slack variables) برای محدودیت‌های کوچکتر و مساوی هستند. به منظور حفظ بهینگی این جدول دامنه تغییرات مجاز مقادیر سمت راست محدودیت اول و دوم برابر کدام است؟

$$(۱) \quad \Delta_2 \geq -15, -5 \leq \Delta_1 \leq 20$$

$$(۲) \quad \Delta_2 \geq -15, -20 \leq \Delta_1 \leq 5$$

$$(۳) \quad 0 \leq \Delta_2 \leq 15, -5 \leq \Delta_1 \leq 20$$

$$(۴) \quad 0 \leq \Delta_2 \leq 15, -20 \leq \Delta_1 \leq 5$$

۳- فرض کنید  $A_1$ ، ماتریس ضرایب محدودیت‌ها در مدل بهینه‌سازی مسئله حمل و نقل با  $m$  مبدأ و  $n$  مقصد باشد. همچنین  $A_2$  ماتریس ضرایب محدودیت‌ها در مدل بهینه‌سازی مسئله تخصیص  $n$  فرد به  $n$  کار باشد. اگر  $d_1$  و  $d_2$  به ترتیب بیانگر چگالی ماتریس‌های  $A_1$  و  $A_2$  باشند، نسبت  $d_1$  به  $d_2$  چه مقداری است؟ (چگالی یک ماتریس عبارت است از نسبت تعداد عناصر غیر صفر آن ماتریس به تعداد کل عناصر آن)

$$(۱) \quad \frac{n}{2(m+n)}$$

$$(۲) \quad \frac{n}{(m+n)^2}$$

$$(۳) \quad \frac{n^2}{m+n}$$

$$(۴) \quad \frac{2n}{m+n}$$

۴- مدل زیر را در نظر بگیرید:

$$\min z = \max \left\{ |2x_1 - 3x_2 - x_3|, |x_1 - x_2 - x_3| \right\}$$

$$\text{s.t.} \quad Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

در مورد این مدل کدام گزینه صحیح است؟  
(۱) یک مدل برنامه ریزی محدب است.

(۲) فقط با کمک متغیرهای صفر و یک می‌توان مدل را به صورت خطی درآورد.

(۳) با افزودن حداقل ۳ متغیر و ۶ محدودیت جدید قابل تبدیل به یک مدل برنامه ریزی خطی است.

(۴) با افزودن حداقل ۲ متغیر و ۴ محدودیت جدید قابل تبدیل به یک مدل برنامه ریزی خطی است.

۵- جدول سیمپلکس برای حل یک مدل کمینه سازی خطی را در نظر بگیرید ( $R_1$  و  $R_2$  متغیرهای مصنوعی هستند و  $M$  یک عدد مثبت به اندازه کافی بزرگ است).

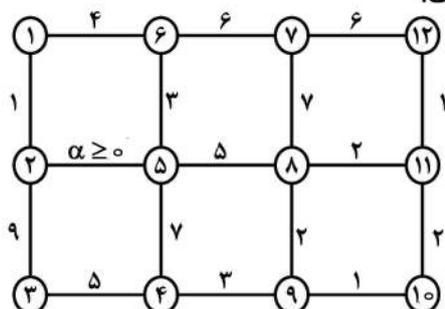
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$R_1$	$R_2$	
$z$	۰	۰	۰	۱	$-M-2$	$-M-1$	-۳
$x_1$	۱	-۱	۰	-۱	۲	۱	۳
$x_3$	۰	۰	۱	-۱	۱	۱	۲

آنگاه مدل:

(۱) در جهت  $(1, 2, 2, 1)^T$  بی کران است. (۲) در جهت  $(3, 3, 2, 5)^T$  بی کران است.

(۳) جواب بهینه چندگانه دارد. (۴) جواب موجه ندارد.

۶- گراف زیر را در نظر بگیرید که در آن اعداد روی یال بیانگر طول یالهاست:



درخت فراگیری را در این گراف لحاظ کنید که دارای کمترین مقدار مجموع طول یالهاست. این مقدار بهینه

(۱) برای  $\alpha \geq 3$ ، ثابت است. (۲) برای  $\alpha \geq 4$ ، ثابت است.

(۳) برای  $\alpha \geq 3$ ، حداکثر ۳۳ است. (۴) برای  $\alpha \leq 4$ ، حداقل ۳۰ است.

۷- مدل بهینه سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\max z = 3x_1 + 4x_2$$

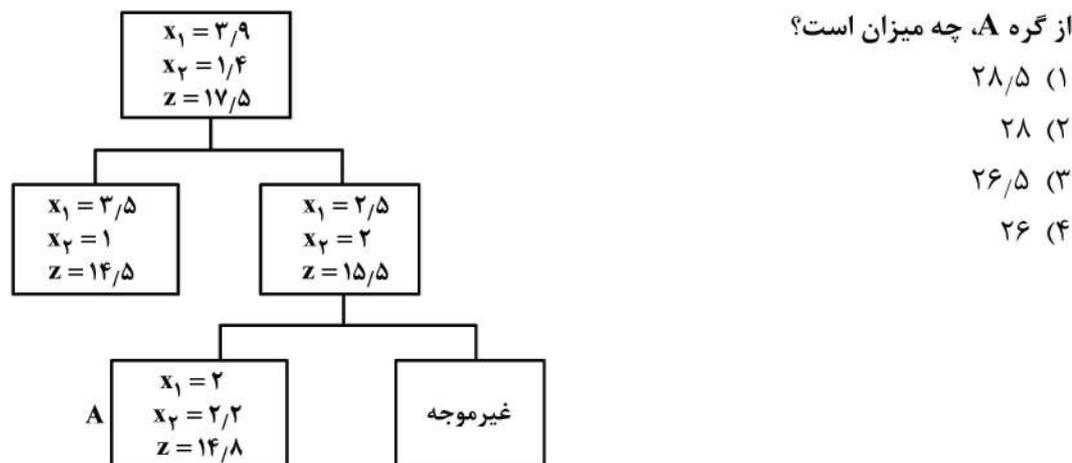
$$\text{s.t. } 2x_1 + 5x_2 \leq 15$$

$$2x_1 - 2x_2 \leq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ عدد صحیح و}$$

بخشی از درخت حل این مدل به روش شاخه و کران به شکل زیر است. مجموع مقادیر کران بالا در گره های منشعب

از گره A، چه میزان است؟



۸- مدل بهینه‌سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = -12x_1 - 3x_1^2 + 2x_1^3 - 12x_2 + x_2^3 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 \geq 3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

به دنبال حل این مدل با روش برنامه‌ریزی پویای روبه‌عقب هستیم. مقدار بهینه متغیر تصمیم مرحله دوم ( $x_2$ ) براساس متغیر حالت مرحله دوم ( $s_2$ ) کدام است؟ ( $s_i$  حداقل  $x_i$  در هر مرحله)

$$(1) \text{ به ازای } x_2^* = s_2, s_2 \geq 0$$

$$(2) \text{ به ازای } x_2^* = 2, s_2 \geq 0$$

$$(3) \text{ به ازای } 0 \leq s_2 \leq 2, x_2^* = 2 \text{ و به ازای } s_2 \geq 2, x_2^* = s_2$$

$$(4) \text{ به ازای } 0 \leq s_2 \leq 2, x_2^* = s_2 \text{ و به ازای } s_2 \geq 2, x_2^* = 2$$

۹- در حل مدل بهینه‌سازی زیر با استفاده از شرایط KKT، ضریب لاگرانژ متناظر با محدودیت مدل چه مقدار است؟

$$\begin{aligned} \min \quad & z = x_1^2 - 8x_1 + x_2^2 - 2x_2 \\ \text{s.t.} \quad & -x_1 - 3x_2 \geq -8 \end{aligned}$$

$$(1) \quad -\frac{1}{2}$$

$$(3) \quad -\frac{1}{5}$$

۱۰- می‌دانیم که اگر الگوریتم سیمپلکس را برای مدل زیر

$$\begin{aligned} P \quad \min \quad & z = c^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

استفاده کنیم دچار دور تباهدگی می‌شود. مدل  $P'$  را همین مدل در نظر بگیرید که در آن  $b$  با  $b'$  جایگزین شده است به طوری که:  $b'_1 = b_1 + \varepsilon_1$  و  $b'_2 = b_2 + \varepsilon_2, \dots, b'_m = b_m + \varepsilon_m$ . الگوریتم سیمپلکس در حل مدل  $P'$  دچار دور نمی‌شود وقتی که:

$$(1) \quad \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m \text{ مقادیر مثبت کوچکتر از } 1 \text{ داشته باشند.}$$

$$(2) \quad \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m \text{ مقادیر مثبت داشته باشند.}$$

$$(3) \quad \varepsilon_1 = \varepsilon, \varepsilon_2 = \varepsilon^2, \dots, \varepsilon_m = \varepsilon^m \text{ به ازای } \varepsilon \text{ بسیار کوچک مثبت.}$$

$$(4) \quad \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m \text{ مقادیری متفاوت داشته باشند.}$$

۱۱- مدل بهینه‌سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = \frac{1}{2} x^T Q x + b^T x + c \\ \text{s.t.} \quad & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

که در آن تمامی مقادیر ویژه ماتریس متقارن  $Q$  مثبت است و می‌دانیم مدل فوق دارای جواب بهینه است. جواب‌های بهینه این مدل همواره (نقاط فرین extreme points)

(۱) یکتا هستند. (۲) نقاط فرین فضای موجه هستند.

(۳) نقاط مرزی فضای موجه که لزوماً فرین نیستند. (۴) تشکیل یک مجموعه محدب می‌دهند.

۱۲- مدل زیر و فضای ترسیمی آن را در نظر بگیرید. بزرگ‌ترین بازه‌ای که مقدار سمت راست محدودیت اول می‌تواند از آن انتخاب شود به طوری که هیچ یک از محدودیت‌های مدل زاید نباشند، کدام است؟

$$\max z = 2x_1 + 3x_2$$

$$\text{s.t.} \quad 3x_1 + 6x_2 \leq 12$$

$$2x_1 + x_2 \leq 3$$

$$x_1 - x_2 \leq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$A \begin{vmatrix} 0 \\ 2 \end{vmatrix}$$

$$B^* \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \\ 3 \end{vmatrix}$$

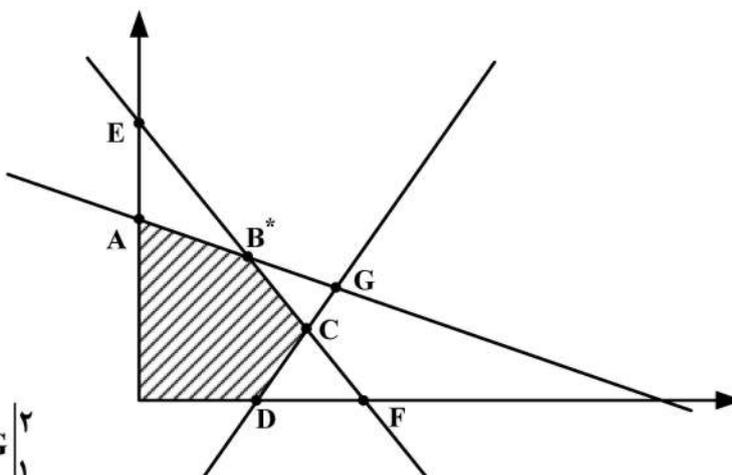
$$C \begin{vmatrix} 4 \\ -1 \\ -1 \\ 3 \end{vmatrix}$$

$$D \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$E \begin{vmatrix} 0 \\ 3 \end{vmatrix}$$

$$F \begin{vmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$G \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \end{vmatrix}$$



$$(1) (3, 12)$$

$$(2) (6, 12)$$

$$(3) (3, 18)$$

$$(4) (6, 18)$$

۱۳- تابع زیر را در نظر بگیرید:

$$f^*(y) = \sup_{x \in \mathbb{R}^n} \{x^T y - f(x)\}$$

که در آن  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  یک تابع داده شده است. آن‌گاه، تابع  $f^*$ :

(۱) همواره محدب است.

(۲) همواره مقعر است.

(۳) محدب است تنها اگر  $f$  محدب باشد.

(۴) محدب است اگر و فقط اگر  $f$  محدب باشد.

۱۴- دوگان مدل بهینه‌سازی زیر با فرض  $A^T + A = 0$ ، معادل کدام مدل می‌شود؟

$$\min z = c^T x$$

$$\text{s.t.} \quad Ax \leq c$$

$$x \geq 0$$

$$\max c^T x$$

$$\text{s.t.} \quad A^T x \geq c \quad (2)$$

$$x \leq 0$$

$$\min c^T x$$

$$\text{s.t.} \quad A^T x \leq c \quad (1)$$

$$x \geq 0$$

$$\max c^T x$$

$$\text{s.t.} \quad Ax \geq -c \quad (4)$$

$$x \geq 0$$

$$\min c^T x$$

$$\text{s.t.} \quad Ax \leq c \quad (3)$$

$$x \geq 0$$

۱۵- فرض کنید مقادیر سمت راست دچار تغییر شوند لکن این تغییر منتج به تغییر پایه بهینه فعلی در مدل اولیه برنامه ریزی خطی استاندارد نشود، آنگاه:

- (۱) پایه بهینه دوگان تغییر می کند.  
 (۲) مقدار بهینه تابع هدف دوگان بهبود می یابد.  
 (۳) جواب بهینه دوگان، بهینه باقی می ماند.  
 (۴) اظهار نظر قطعی نمی توان نمود.

۱۶- تابع چگالی احتمال (pdf) متغیر تصادفی  $X$  به صورت  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & \theta > x > 0 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$  است. برآورد به روش

ماکزیمم درستنمایی (MLE)،  $P(X \leq 2)$ ، کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{2} - e^{-\frac{2}{x}}$

(۲)  $1 - e^{-\frac{2}{x}}$

(۳)  $e^{-\frac{2}{x}}$

(۴)  $\frac{1}{2} e^{-\frac{2}{x}}$

۱۷- با فرض آن که  $X \sim N(\mu = 1, \sigma^2 = 4)$  باشد، احتمال  $P(1 < X^2 < 9)$ ، کدام است؟

(۱)  $0.4772$

(۲)  $0.4992$

(۳)  $0.9552$

(۴)  $0.9772$

۱۸- تابع توزیع تجمعی (CDF) متغیر تصادفی  $X$  به صورت  $F_X(x) = 1 - \frac{1}{x^2}, x > 1$  است. در این صورت  $E(\sqrt{X})$ ،

کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{4}{3}$

(۴)  $2$

۱۹- فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی با تابع توزیع تجمعی (CDF) زیر باشد. مقدار  $(E(X), V(X))$ ، کدام است؟

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{3}x & 0 \leq x < 1 \\ 1 + \frac{2}{3}(x-2) & 1 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

$$(1) \left(\frac{7}{6}, \frac{13}{36}\right) \quad (2) \left(\frac{6}{7}, \frac{11}{36}\right)$$

$$(3) \left(\frac{6}{7}, \frac{13}{36}\right) \quad (4) \left(\frac{7}{6}, \frac{11}{36}\right)$$

۲۰- فرض کنید  $X_1, \dots, X_{81}$  یک نمونه تصادفی از توزیعی با میانگین ۵ و واریانس ۴ باشد. مقدار تقریبی

$$P\left(\sum_{i=1}^{81} X_i > 369\right) \text{، کدام است؟}$$

$$(1) 0.90$$

$$(2) 0.95$$

$$(3) 0.975$$

$$(4) 0.9772$$

۲۱- میانگین متغیر تصادفی  $X$  برابر ۳ است. چنانچه متغیر تصادفی  $Y = X - 1$  دارای واریانس ۹ باشد، مقدار

$$E[(X+1)^2] \text{، کدام است؟}$$

$$(1) 16$$

$$(2) 24$$

$$(3) 25$$

$$(4) 27$$

۲۲- فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی گسسته با تابع توزیع (CDF) به صورت زیر باشد:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{3} & 0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x < \infty \end{cases}$$

تابع جرم (چگالی) احتمال (pmf) متغیر تصادفی  $X$ ، کدام است؟

$$(1) P(i) = 0, i \geq 2 \text{ و } P(1) = \frac{1}{3}, P(0) = \frac{2}{3}$$

$$(2) P(i) = 0, i \geq 2 \text{ و } P(1) = \frac{2}{3}, P(0) = \frac{1}{3}$$

$$(3) \sum_{i=1}^{\infty} P(i) = \frac{2}{3}, P(0) = \frac{1}{3}$$

$$(4) \sum_{i=1}^{\infty} P(i) = \frac{1}{3}, P(0) = \frac{2}{3}$$

۲۳- فرض کنید یک آزمایش با نتیجه  $\circ$  یا ۱ سه بار و به طور مستقل تکرار شود. چنانچه  $X$  متغیر تصادفی نمایشگر تعداد ۱ در سه آزمایش باشد و  $E[X] = 2/4$  فرض شود، در این صورت احتمال این که در تکرار دوم نتیجه  $\circ$  باشد، چقدر است؟

(۱)  $0/2$

(۲)  $0/3$

(۳)  $0/5$

(۴)  $0/8$

۲۴- زمان دریافت محصول سفارش داده شده از تولیدکننده دارای توزیع گاما به میانگین ۱۲ روز و واریانس ۴۸ روز مربع است. احتمال آن که محصول سفارش داده شده در زمانی کمتر از ۸ روز دریافت شود، چقدر است؟

(۱)  $1 - 5e^{-2}$

(۲)  $\frac{1}{2} - 5e^{-2}$

(۳)  $1 - 3e^{-2}$

(۴)  $\frac{1}{2} - 3e^{-2}$

۲۵- متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع یکنواخت  $(\circ, \theta)$  است. براساس نمونه‌ای تصادفی به اندازه  $n$  پارامتر  $\theta$  به روش گشتاور (MME) برآورد می‌شود. برآورد  $\theta$  کدام است؟

(۱)  $\bar{X}$

(۲)  $2\bar{X}$

(۳)  $\frac{n}{n+1} \bar{X}$

(۴) آماره ترتیبی  $n$  ام

۲۶- متغیر تصادفی  $Z$  دارای توزیع نرمال استاندارد است. نمونه‌ای تصادفی به اندازه  $n$  از این توزیع انتخاب می‌شود و

$$Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2$$

تعریف می‌شود. توزیع نمونه‌ای متغیر تصادفی  $Y$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{n} \chi^2(n)$

(۲)  $n \chi^2(n)$

(۳)  $n \chi^2(n-1)$

(۴)  $\frac{1}{n} \chi^2(n-1)$

۲۷- چنانچه  $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu_1, \sigma^2)$  و  $Y_1, \dots, Y_n \sim N(\mu_1 + \mu_2, \sigma^2)$  باشند. برآوردکننده ماکزیمم درست‌نمایی پارامتر  $\mu_2$  بر اساس هر دو نمونه کدام است؟

$$(1) \frac{\sum y_i - \sum x_i}{2n}$$

$$(2) \frac{\sum y_i - \sum x_i}{n}$$

$$(3) \frac{\sum y_i - \sum x_i}{n}$$

$$(4) \frac{\sum y_i}{n}$$

۲۸- در یک مدل رگرسیونی خطی ساده  $Y = \alpha + \beta x + \varepsilon$ ، خلاصه اطلاعات زیر براساس یک نمونه  $20$  تایی حاصل شده است. گزینه صحیح برای  $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$  کدام است؟

$$\sum x_i = 35 \quad \sum y_i = 48 \quad \sum x_i y_i = 960 \quad \sum x_i^2 = 680 \quad \sum y_i^2 = 1348$$

$$(1) (0.05, 1)$$

$$(2) (-0.05, 1)$$

$$(3) (0.05, 1/4)$$

$$(4) (-0.05, 1/4)$$

۲۹- چنانچه متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس  $9$  باشد، در این صورت میانگین متغیر تصادفی  $Y = X^2(X+1)$  کدام است؟

$$(1) 3$$

$$(2) 9$$

$$(3) 12$$

$$(4) 16$$

۳۰- چنانچه زمان مکالمه در تلفن‌های عمومی (برحسب دقیقه) یک متغیر تصادفی با تابع چگالی احتمال (pdf) زیر باشد، احتمال این که مدت زمان مکالمه شخصی بیشتر از  $9$  دقیقه باشد، کدام است؟

$$f(x) = Ae^{-\frac{x}{3}}, \quad x > 0, \quad A > 0$$

$$(1) Ae^{-3}$$

$$(2) 1 - Ae^{-3}$$

$$(3) e^{-3}$$

$$(4) 1 - e^{-3}$$

۳۱- اگر در فرایند مکان‌یابی - تخصیص،  $3$  وسیله جدید و  $4$  وسیله موجود داشته باشیم، تعداد ترکیب‌های  $Z_{ij}$  که باید بررسی شود، کدام است؟

$$(1) 10$$

$$(2) 8$$

$$(3) 7$$

$$(4) 6$$

۳۲- محدودیت عدم هم‌پوشانی در مدل «ABSMODEL2» کدام است؟

$$|x_i - x_j| \geq \left(\frac{l_i + l_j}{\rho}\right) + s_{ij} \quad (۱)$$

$$|x_i - x_j| + |y_i - y_j| \geq ۱ \quad (۲)$$

$$|y_i - y_j| + M(1 - z_{ij}) \geq \left(\frac{b_i + b_j}{\rho}\right) + dv_{ij} \quad (۳)$$

$$|x_i - x_j| + Mz_{ij} \geq \left(\frac{l_i + l_j}{\rho}\right) + dh_{ij} \quad (۴)$$

۳۳- گزینه نادرست کدام است؟

الف - از الگوریتم Weiszfeld برای حل مسائل مکان‌یابی تک‌وسيله‌ای با فاصله اقلیدسی استفاده می‌شود.

ب - از الگوریتم Elzinga & Hearn برای حل مسائل پوشش دایره‌ای از همه انواع می‌توان استفاده کرد.

ج - برای حل مسئله پوشش کلی (SCLP) می‌توان از رویه حل ترگاس استفاده کرد.

د - روش VNZ یکی از روش‌های ابتکاری در حل مسئله QAP است.

(۱) ج (۲) ب (۳) ب و د (۴) الف و ب

۳۴- در یک مسئله مکان‌یابی چند تسهیلی، قرار است مکان بهینه ۳ تسهیل جدید ۱ و ۲ و ۳، در بین ۵ تسهیل موجود

$P_1 = (10, 10)$ ,  $P_2 = (12, 8)$ ,  $P_3 = (14, 6)$ ,  $P_4 = (16, 4)$  و  $P_5 = (18, 2)$  مکان‌یابی شود. اگر نوع فواصل

متعامد باشد و تعاملات تسهیلات به صورت ماتریس‌های زیر در نظر گرفته شود، جواب بهینه ۳ تسهیل جدید

به ترتیب کدام است؟

$$W = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 2 & 7 \\ 4 & 5 & 5 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 6 & 10 \end{pmatrix}, V = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$x_r = (16, 4), x_r = (14, 6), x_1 = (16, 10) \quad (۱)$$

$$x_r = (16, 4), x_r = (10, 6), x_1 = (16, 5) \quad (۲)$$

$$x_r = (10, 10), x_r = (14, 6), x_1 = (16, 10) \quad (۳)$$

$$x_r = (16, 4), x_r = (14, 6), x_1 = (16, 5) \quad (۴)$$

۳۵- در یک مسئله مکان‌یابی مرکز، ۳ مکان حادثه‌خیز  $A = (1, 3)$ ,  $B = (2, 4)$ ,  $C = (1, 1)$  مورد بررسی هستند.

مدت زمان لازم برای رساندن فرد حادثه دیده در هر یک از مکان‌های حادثه به نزدیک‌ترین بیمارستان به ترتیب

۳، ۴ و ۱ است. می‌خواهیم مکان قرار گرفتن یک آمبولانس برای رساندن فرد حادثه‌دیده به نزدیک‌ترین

بیمارستان را به گونه‌ای تعیین کنیم که بیشترین زمان ممکن حداقل گردد. مقدار تابع هدف، کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴/۵ (۴) ۳/۷۵

۳۶- در مسئله مکان‌یابی مرکز تک وسیله‌ای با فاصله متعامد،  $P_1 = (2, 1)$ ,  $P_2 = (3, 1)$ ,  $P_3 = (0, 2)$  و  $P_4 = (1, 5)$

و همه  $W_i = 1$ . برای اینکه مجموعه تراز  $S(k)$  غیرتهی باشد، حداقل مقدار  $k$  کدام است؟

(۱) ۲/۵ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۷- اگر قرار باشد دو قلم کالای  $A_1 = 8$ ,  $A_2 = 4$  در انباری با سه بارانداز مطابق شکل زیر ذخیره شوند، در قفسه شماره ۱۴ کدام نوع کالا قرار می‌گیرد و هزینه مربوط به آن چقدر است؟ (قفسه‌ها دارای ابعاد واحد هستند).

		$P_1$	
۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
۹	۱۰	۱۱	۱۲
۵	۶	۷	۸
۱	۲	۳	۴
	$P_2$		$P_3$

$$W = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

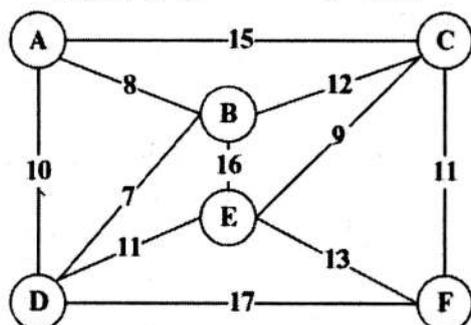
(۱) کالای ۲ با هزینه  $\frac{8}{3}$

(۲) کالای ۱ با هزینه  $\frac{8}{3}$

(۳) کالای ۲ با هزینه  $\frac{10}{3}$

(۴) کالای ۱ با هزینه  $\frac{10}{3}$

۳۸- اگر مسیرهای ممکن بین مناطق مختلف A, B, C, D, E و F و فواصل بین آن‌ها مطابق شکل زیر باشد و شعاع پوشش ۱۱ منظور شود، با اعمال قواعد کاهش سطر و ستون جهت ساده‌سازی و حل مسئله، ماتریس نهایی چند در چند خواهد بود؟



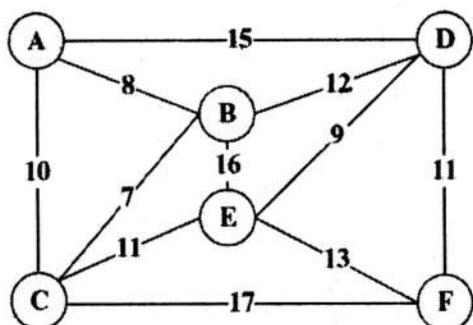
(۱)  $2 \times 2$

(۲)  $3 \times 3$

(۳)  $4 \times 4$

(۴)  $5 \times 5$

۳۹- مسیرهای ممکن بین مناطق مختلف A, B, C, D, E و F و فواصل آن‌ها به صورت شکل زیر است. اگر شعاع پوشش را ۱۳ در نظر بگیریم و یک مسئله پوشش کامل مدنظر باشد، مسئله دارای چند جواب بهینه خواهد بود؟



(۱) ۱

(۲) ۹

(۳) ۴

(۴) ۸

۴۰- در یک مسئله مکان‌یابی مرکز تک تسهیلاتی، تسهیلات موجود در مکان‌های  $P_1 = (2, 11)$ ,  $P_2 = (7, 10)$ ,  $P_3 = (6, 12)$ ,  $P_4 = (4, 15)$  مقرر هستند. همچنین:  $\forall_i w_i = 1$ ,  $g_1 = 2$ ,  $g_2 = 3$ ,  $g_3 = 1$ ,  $g_4 = 0$  اگر مقدار  $g_4$  از صفر به ۴ تغییر کند، جواب بهینه چند درصد اضافه می‌شود؟

(۱) ۳۵

(۲) ۵۰

(۳) ۴۰

(۴)  $36/4$

۴۱- در یک مسئله مکان‌یابی (MFLP) با مربع فاصله اقلیدسی، اطلاعات زیر در اختیار است. مکان بهینه استقرار وسایل جدید کدام است؟

$$m = 3; P_1 = (10, 15), P_2 = (20, 25), P_3 = (40, 5)$$

$$n = 2; v_{12} = 2, W = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$X^* = (18, 4, 25, 1), Y^* = (15, 2, 10, 5) \quad (1)$$

$$X^* = (18, 0, 4, 10, 5), Y^* = (15, 2, 25, 1) \quad (2)$$

$$X^* = (18, 0, 4, 15, 2), Y^* = (25, 1, 10, 5) \quad (3)$$

$$X^* = (25, 1, 10, 5), Y^* = (18, 0, 4, 15, 2) \quad (4)$$

۴۲- در یک مسئله مکان‌یابی، تسهیلات موجود در مکان‌های زیر مستقر هستند:

$$P_1 = (4, 4), P_2 = (4, 10), P_3 = (6, 5), P_4 = (10, 5), P_5 = (10, 9), P_6 = (12, 3)$$

قرار است وسیله‌ای جدید میان این تسهیلات مکان‌یابی شود که با آن‌ها به صورت زیر رابطه دارد:

$$W_1 = 4, W_2 = 4, W_3 = 2, W_4 = 3, W_5 = 5, W_6 = 6$$

کران پایین و بالا برای تابع هزینه بهینه کل با فرض فاصله اقلیدسی، کدام است؟

$$88, 1, 124, 5 \quad (1)$$

$$88, 1, 100, 54 \quad (2)$$

$$88, 1, 100, 54 \quad (3)$$

۴۳- در مسئله مکان‌یابی (SELP) با مجذور فاصله اقلیدسی وسایل موجود در مکان‌های زیر مستقر هستند:

$$P_1 = (0, 0), P_2 = (2, 4); W_1 = 6; W_2 = 2$$

شعاع دایره تراز گذرنده از نقطه (5, 8)، کدام است؟

$$69, 25 \quad (1)$$

$$72, 25 \quad (2)$$

$$8, 3 \quad (3)$$

$$8, 5 \quad (4)$$

۴۴- محدودیت مرتبط با تسهیل اول و دوم در مدل ABS MODEL 1، کدام است؟

(ابعاد تسهیلات به صورت زیر و حداقل فاصله بین هر جفت تسهیلات ۳ واحد فرض شود.)

$$|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| \geq 1 \quad (1)$$

$$|x_1 - x_2| \geq 30 \quad (2)$$

$$|x_1 - x_2| \geq 33 \quad (3)$$

$$|x_1 - x_2| \leq 63 \quad (4)$$

۴۵- با توجه به رویه حل برنامه‌ریزی خطی و رویکرد دوگان برای مسئله مکان‌یابی تک‌تسهیلاتی، کدام گزینه صحیح نیست؟

(۱) تعداد متغیرهای مسئله دوگان و تعداد محدودیت‌های مسئله اولیه با هم برابر است.

(۲) مقدار بهینه تابع هدف دوگان یک کران بالا، برای تابع هدف مسئله اولیه است.

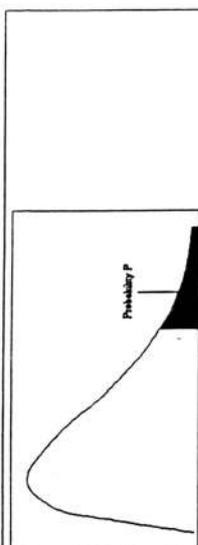
(۳) مقدار تابع هدف بهینه در هر دو مسئله با هم برابر است.

(۴) تابع هدف مسئله دوگان، از نوع بیشینه‌سازی است.

شماره تسهیل	۱	۲	۳	۴
طول تسهیل	۲۰	۴۰	۲۵	۳۰

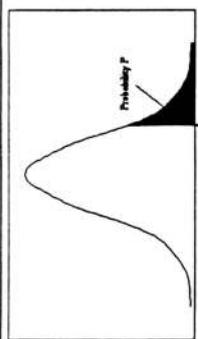






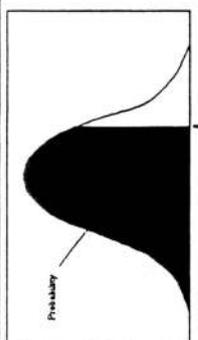
مقادیر بحرانی توزیع مربع کای

دوره	.995	.990	.975	.950	.925	.900	.875	.850	.825	.800	.775	.750
1	4E-5	0.0001	0.0009	0.0039	3.8414	5.0238	6.6349	7.879	10.596	12.838	14.860	16.749
2	0.010	0.0201	0.0506	0.1025	5.9914	7.3777	9.2103	10.596	12.838	14.860	16.749	18.547
3	0.071	0.1148	0.2158	0.3518	7.8147	9.3484	11.344	12.838	14.860	16.749	18.547	20.277
4	0.206	0.2971	0.4844	0.7107	9.4877	11.143	13.276	15.086	16.749	18.547	20.277	22.041
5	0.411	0.5543	0.8312	1.1454	11.070	12.832	14.860	16.749	18.547	20.277	22.041	23.688
6	0.675	0.8720	1.2373	1.6353	12.591	14.449	16.811	18.475	20.277	22.041	23.688	25.523
7	0.989	1.2390	1.6898	2.1673	14.067	16.012	18.475	20.277	22.041	23.688	25.523	27.488
8	1.344	1.6465	2.1797	2.7326	15.507	17.534	20.090	21.954	23.589	25.523	27.488	29.424
9	1.734	2.0879	2.7003	3.3251	16.918	19.022	21.665	23.589	25.523	27.488	29.424	31.556
10	2.155	2.5582	3.2469	3.9403	18.307	20.483	23.209	25.188	26.756	28.299	29.819	31.919
11	2.603	3.0534	3.8157	4.5748	19.675	21.920	24.724	26.756	28.299	29.819	31.919	33.408
12	3.073	3.5705	4.4037	5.2260	21.026	23.336	26.216	28.299	29.819	31.919	33.408	34.805
13	3.565	4.1069	5.0087	5.8918	22.362	24.735	27.688	29.819	31.919	33.408	34.805	36.190
14	4.074	4.6604	5.6287	6.5706	23.684	26.118	29.141	31.319	32.801	34.296	35.718	37.566
15	4.600	5.2293	6.2621	7.2609	24.995	27.488	30.577	32.801	34.296	35.718	37.566	38.932
16	5.142	5.8122	6.9076	7.9616	26.296	28.845	31.999	34.296	35.718	37.566	38.932	40.289
17	5.697	6.4077	7.5641	8.6717	27.587	30.191	33.408	35.718	37.566	38.932	40.289	41.641
18	6.264	7.0149	8.2307	9.3904	28.869	31.526	34.805	37.156	38.582	39.996	41.401	42.995
19	6.843	7.6327	8.9065	10.117	30.143	32.852	36.190	38.582	39.996	41.401	42.995	44.341
20	7.433	8.2604	9.5907	10.850	31.410	34.169	37.566	39.996	41.401	42.995	44.341	45.681
21	8.033	8.8972	10.282	11.591	32.670	35.478	38.932	41.401	42.995	44.341	45.681	46.993
22	8.642	9.5424	10.982	12.338	33.924	36.780	40.289	42.995	44.341	45.681	46.993	48.289
23	9.260	10.195	11.688	13.090	35.172	38.075	41.638	44.181	45.681	46.993	48.289	49.544
24	9.886	10.856	12.401	13.848	36.415	39.364	42.979	45.558	46.993	48.289	49.544	50.793
25	10.52	11.523	13.119	14.611	37.652	40.646	44.314	46.927	48.289	49.544	50.793	52.035
26	11.16	12.198	13.843	15.379	38.885	41.923	45.641	48.289	49.544	50.793	52.035	53.271
27	11.80	12.878	14.573	16.151	40.113	43.194	46.962	49.644	50.793	52.035	53.271	54.503
28	12.46	13.564	15.307	16.927	41.337	44.460	48.278	50.993	52.035	53.271	54.503	55.731
29	13.12	14.256	16.047	17.708	42.556	45.722	49.587	52.335	53.271	54.503	55.731	56.955
30	13.78	14.953	16.790	18.492	43.772	46.979	50.892	53.671	54.503	55.731	56.955	58.175



مقادیر بحرانی توزیع t

df	.10	.05	.025	.01	.005
1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756



سطح زیر منحنی نرمال استاندارد

z	0.0	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359
0.1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753
0.2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141
0.3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517
0.4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0.5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
0.6	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549
0.7	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852
0.8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133
0.9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389
1.0	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621
1.1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830
1.2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015
1.3	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177
1.4	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9292	9306	9319
1.5	9332	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9429	9441
1.6	9452	9463	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545
1.7	9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
1.8	9641	9649	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706
1.9	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761	9767
2.0	9772	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817
2.1	9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857
2.2	9861	9864	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890
2.3	9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916
2.4	9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936
2.5	9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952
2.6	9953	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964
2.7	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974
2.8	9974	9975	9976	9977	9977	9978	9979	9979	9980	9981
2.9	9981	9982	9982	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986
3.0	9987	9987	9988	9988	9988	9989	9989	9989	9990	9990
3.1	9990	9991	9991	9992	9992	9992	9992	9992	9993	9993
3.2	9993	9993	9994	9994	9994	9994	9994	9995	9995	9995
3.3	9995	9995	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9997
3.4	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9998