www.konkur.in

کد کنترل

713

C

713C

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«در زمینه مسائل علمی، باید دنبال قلّه بود.»
مقام معظم رهبری

عصر جمعه
۱۴۰۲/۱۲/۰۴

دفترچه شماره ۳ از ۳

آزمون ورودی دوره‌های دکتری (نیمه‌متمرکز) ـ سال ۱۴۰۳

مهندسی مکاترونیک (کد ۲۳۷۳)

تعداد سؤال: ۶۰ — مدت‌زمان پاسخگویی: ۱۳۵ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤال‌ها

ردیف	مواد امتحانی		تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	ریاضیات (معادلات دیفرانسیل ـ ریاضیات مهندسی) ـ سیستم‌های کنترل خطی		۳۰	۱	۳۰
۲	مدارهای الکتریکی(۱و ۲)	داوطلب می‌بایست یکی از دروس «مدارهای الکتریکی (۱ و ۲)» یا «دینامیک» را انتخاب و به آن پاسخ دهد.	۱۵	۳۱	۴۵
۳	دینامیک		۱۵	۴۶	۶۰

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

این آزمون، نمره منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به‌منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤال‌ها، نوع و کد کنترل درج‌شده بر روی دفترچه سؤال‌ها و پایین پاسخنامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

ریاضیات (معادلات دیفرانسیل ـ ریاضیات مهندسی) ـ سیستم‌های کنترل خطی):

۱- فرض کنید محور yها پاره‌خط واصل بین خط مماس بر منحنی و محور x را نصف کند. کدام خانواده از منحنی‌ها (مسیرها) دارای این خاصیت است؟

۱) $x^۳ = cy$

۲) $x = ۲cy^۳$

۳) $y^۲ = cx$

۴) $y = ۲cx^۲$

۲- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $yy'' + (۱+y)y'^۲ = ۰$ کدام است؟

۱) $e^y(y-۱) = c_۱x + c_۲$

۲) $e^y(y+۱) = c_۱x + c_۲$

۳) $e^{-y}(y-۱) = c_۱x + c_۲$

۴) $e^{-y}(y+۱) = c_۱x + c_۲$

۳- جواب معادلهٔ انتگرالی دیفرانسیل $u''(x) = e^{۲x} - \int_۰^x e^{۲(x-t)}u'(t)\,dt$ که در شرایط $u(۰) = u'(۰) = ۰$ صدق می‌کند، کدام است؟

۱) $u(x) = \frac{x^۲}{۲}$

۲) $u(x) = ۱ - e^{۲x} + ۲xe^{۲x}$

۳) $u(x) = \frac{۱}{۲} + \frac{x^۲}{۲} - \frac{e^x}{۲} + \frac{xe^x}{۲}$

۴) $u(x) = ۱ - e^x + xe^x$

۴- تبدیل لاپلاس معکوس $F(s) = \frac{۱}{\sqrt{s(s-۱)}}$، کدام است؟

۱) $\frac{۲e^t}{\sqrt{\pi}}\int_۰^{\sqrt{t}} e^{-x^۲}dx$

۲) $\frac{e^t}{\pi}\int_۰^{\sqrt{t}} e^{-x^۲}dx$

۳) $\frac{e^t}{۲\pi}\int_۰^{t} e^{-x^۲}dx$

۴) $\frac{۲e^t}{\sqrt{\pi}}\int_۰^{t} e^{-x^۲}dx$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۵- یک جواب معادله دیفرانسیل $y'' + (e^{-x} - ۱)\, y = ۰$ کدام است؟ (راهنمایی: از تغییر متغیر $e^{-x} = Au^{۲}$ که در آن A عدد ثابت است، استفاده کنید.)

۱) $y(x) = J_{۲}(۲e^{-x})$

۲) $y(x) = J_{۲}(۲e^{-\frac{x}{۲}})$

۳) $y(x) = J_{۴}(۴e^{-\frac{x}{۲}})$

۴) $y(x) = J_{۴}(۴e^{-x})$

۶- با استفاده از سری فوریهٔ تابع $f(x) = x(\pi^{۲} - x^{۲})$ در بازهٔ $[-\pi, \pi]$، مقدار $\sum_{n=۱}^{\infty} \frac{۱}{(n\pi)^{۶}}$ کدام است؟

۱) $\frac{۸}{۳۱۵}$

۲) $\frac{۸}{۹۴۵}$

۳) $\frac{۱}{۳۱۵}$

۴) $\frac{۱}{۹۴۵}$

۷- فرض کنید $F(\omega)$ تبدیل فوریهٔ تابع $f(x) = \begin{cases} ۱ & |x| < a \\ ۰ & |x| > a \end{cases}$ باشد. اگر مساحت سطح زیر منحنی تابع $F^{۲}(x)$ در $\mathbb{R}$ برابر ۱۶π باشد، آنگاه مقدار a کدام است؟ $\left(F\{f(x)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\omega x} dx \right)$

۱) ۱۶

۲) ۸

۳) ۴

۴) ۲

۸- مقدار $u(۷, ۴)$ از جواب مسئلهٔ ارتعاش زیر، کدام است؟

$$\begin{cases} u_{tt} = ۴ u_{xx} \; ; x > ۰ \;,\; t > ۰ \\ u(x, ۰) = \begin{cases} ۳x - ۴ & ۰ \le x \le ۲ \\ ۰ & x > ۲ \end{cases} \\ u_t(x, ۰) = \begin{cases} -۵x + ۷ & ۰ \le x < ۱ \\ ۲ & x \ge ۱ \end{cases} \\ u(۰, t) = ۲t \;, \quad t \ge ۰ \end{cases}$$

۱) $\frac{۱۵}{۲}$

۲) $\frac{۱۷}{۲}$

۳) ۱۱

۴) ۱۲

۹- مسئله زیر دارای جواب کران‌دار است. مقدار $A + B$ کدام است؟

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = \begin{cases} x - ۲y & ۰ < x \le ۱ \\ & ۰ < y < \pi \\ Ax & x > ۱ \end{cases} \\ u(x, ۰) = \begin{cases} ۲x - ۴ & ۰ < x < \pi \\ B & x > \pi \end{cases} \\ u(x, \pi) = ۰ \\ u_x(۰, y) = ۶y(\pi - y) \end{cases}$$

۱) ۱۲

۲) ۶

۳) صفر

۴) -۱۲

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۱۰- سری لوران تابع $f(z)=\frac{۱}{z^۲-۴}$ حول $z=۲$ در ناحیهٔ $|z-۲|>۴$، کدام است؟

۱) $\sum_{n=۰}^{\infty}\frac{(-۴)^n}{(z-۲)^{n+۲}}$

۲) $\sum_{n=۰}^{\infty}\frac{۴^n}{(z-۲)^{n+۲}}$

۳) $\sum_{n=۰}^{\infty}\frac{(z-۲)^{n-۱}}{۴^{n+۱}}$

۴) $\sum_{n=۰}^{\infty}\frac{(-۱)^n(z-۲)^{n-۱}}{۴^{n+۱}}$

۱۱- مقدار $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin(ax)dx}{x(x^۲+۱)^۲}$ با فرض $a\neq ۰$، کدام است؟

۱) $۲\pi\left(۱+\frac{a+۲}{۴}e^{-a}\right)$

۲) $\pi\left(۱+\frac{a+۲}{۲}e^{-a}\right)$

۳) $۲\pi\left(۱-\frac{a+۲}{۴}e^{-a}\right)$

۴) $\pi\left(۱-\frac{a+۲}{۲}e^{-a}\right)$

۱۲- کدام ناحیه از صفحهٔ مختلط $z=x+iy$ تحت نگاشت $w=\frac{۱}{z}$ به درون نیم‌دایره فوقانی $(u+\frac{۱}{۲})^۲+v^۲=۱$ در صفحهٔ $w=u+iv$ تبدیل می‌شود؟

۱) $x<-۱\ ,\ y>۰$

۲) $x<-۱\ ,\ y<۰$

۳) $x>۱\ ,\ y>۰$

۴) $x>۱\ ,\ y<۰$

۱۳- فرض کنید $w=w(z)$ یک نگاشت دوخطی (موبیوس) باشد که نقاط ۱ و $i+۱$ و صفر را از صفحهٔ z به‌ترتیب به نقاط i و $-i$ و ۱ در صفحهٔ w می‌نگارد. مقدار $w(۱-i)$ کدام است؟

۱) $۲+i$

۲) $۲-i$

۳) $۱+۲i$

۴) $۱-۲i$

۱۴- مقدار $\oint_{|z|=۲}\tanh(z)dz$ کدام است؟

۱) $-۲\pi i$

۲) صفر

۳) $۲\pi i$

۴) $۴\pi i$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۱۵- ماندهٔ تابع $f(z)=\frac{\sqrt{z}}{1-z}$ در شاخهٔ $3\pi < \arg z < 5\pi$، در نقطهٔ $z=1$، کدام است؟

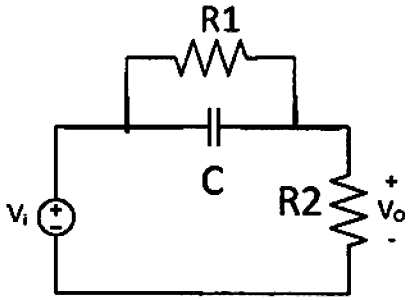
۱) $-2\pi i$

۲) -1

۳) 1

۴) $2\pi i$

۱۶- سیستم نشان‌داده‌شده شکل زیر، به‌عنوان چه کنترل‌کننده‌ای عمل می‌کند؟



۱) به‌ازای $R_1 > R_2$ پس‌فاز درغیراین‌صورت پیش‌فاز

۲) به‌ازای $R_1 > R_2$ پیش‌فاز درغیراین‌صورت پس‌فاز

۳) همواره پس‌فاز

۴) همواره پیش‌فاز

۱۷- به‌ازای ورودی صفر و شرایط اولیه $x_0^1=\begin{bmatrix}0/5\\0\end{bmatrix}$ و $x_0^2=\begin{bmatrix}0\\-1\end{bmatrix}$ پاسخ سیستم $S_1:\begin{cases}\frac{d}{dt}x=\begin{bmatrix}0&1\\-2&-3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}\sqrt{2}\\1\end{bmatrix}u\\ y=x\end{cases}$

به‌ترتیب $y_1=\begin{bmatrix}e^{-t}-0/5e^{-2t}\\e^{-2t}-e^{-t}\end{bmatrix}$ و $y_2=\begin{bmatrix}e^{-2t}-e^{-t}\\-2e^{-2t}+e^{-t}\end{bmatrix}$ است. به‌ازای ورودی صفر و شرایط اولیه $x_0=\begin{bmatrix}0/5\\-0/5\end{bmatrix}$،

پاسخ سیستم $S_2:\begin{cases}\frac{d}{dt}x=\begin{bmatrix}1&1\\-2&-2\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\\sqrt{2}\end{bmatrix}u\\ y=x\end{cases}$ کدام است؟

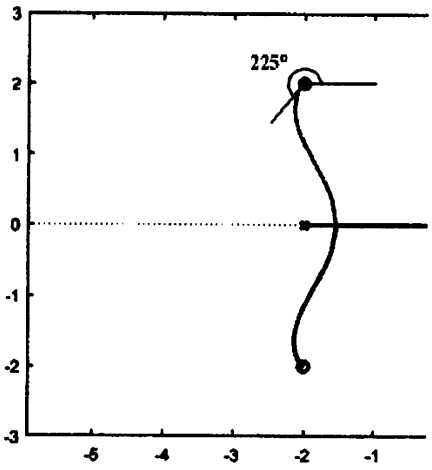
۱) $\begin{bmatrix}0/5\\-0/5\end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix}e^{-t}-e^{-2t}\\0/5e^{-t}-e^{-2t}\end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix}-0/5\\0/5\end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix}e^{-2t}-e^{-t}\\e^{-2t}-0/5e^{-t}\end{bmatrix}$

۱۸- قسمتی از مکان هندسی ریشه‌های عبارت $1+kG(s)=0$ در شکل زیر رسم شده است. $G(s)$ کدام می‌تواند باشد؟



۱) $\frac{s^2+4s+8}{s^2(s+2)}$

۲) $\frac{s^2+4s+8}{s(s+2)}$

۳) $\frac{s^2+4s+8}{s^3(s+2)}$

۴) $\frac{s^2+4s+8}{s^4(s+2)}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۱۹- تابع تبدیل $G(s) = K\frac{s^2 + 3s + 30}{s^n(s+5)}$ در مسیر مستقیم یک حلقه فیدبک واحد منفی قرار دارد. بین ورودی $10\,tu(t)$ و پاسخ سیستم حلقه بسته در حالت ماندگار $\frac{1}{6000}$ تفاوت وجود دارد. مقادیر n و K، به‌ترتیب کدام است؟

۱) ۱ و ۱۰۰۰۰

۲) ۲ و ۶۰۰۰

۳) ۱ و ۱۰۰۰

۴) ۲ و ۶۰۰

۲۰- پاسخ پله یک تابع تبدیل با فرض شرایط اولیه صفر، دارای ناپیوستگی در لحظه اعمال ورودی است. شیب پاسخ فرکانسی در این تابع تبدیل در فرکانس‌های بالا چند dB/dec است؟

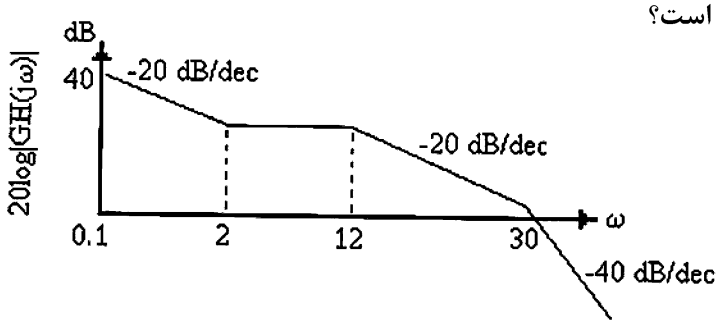
۱) ۲۰-

۲) ۱۰-

۳) صفر

۴) ۴۰-

۲۱- دیاگرام اندازه تابع تبدیل حلقه یک سیستم فیدبک واحد منفی در شکل داده شده است. خطای حالت دائم برای ورودی‌های پله، شیب و سهمی به‌ترتیب کدام است؟



۱) محدود، محدود و محدود

۲) صفر، محدود و نامحدود

۳) نامحدود، صفر و محدود

۴) صفر، صفر و محدود

۲۲- برای یک سیستم با دو ریشه متقارن، جدول راث ـ هرویتس به‌صورت زیر به‌دست آمده است:

s^4	۱	$۲-\alpha$	-۲α
s^3	x	x	x
s^2	۲	-۲α	x
s^1	x	x	x
s^0	x	x	x

کدام مورد درخصوص ریشه‌های این سیستم درست است؟

۱) اندازه ریشه‌های متقارن α است و یک ریشه در مبدأ و دیگری در نیم‌صفحه راست است.

۲) اندازه ریشه‌های متقارن $\sqrt{\alpha}$ است و یک ریشه در مبدأ و دیگری در نیم‌صفحه چپ است.

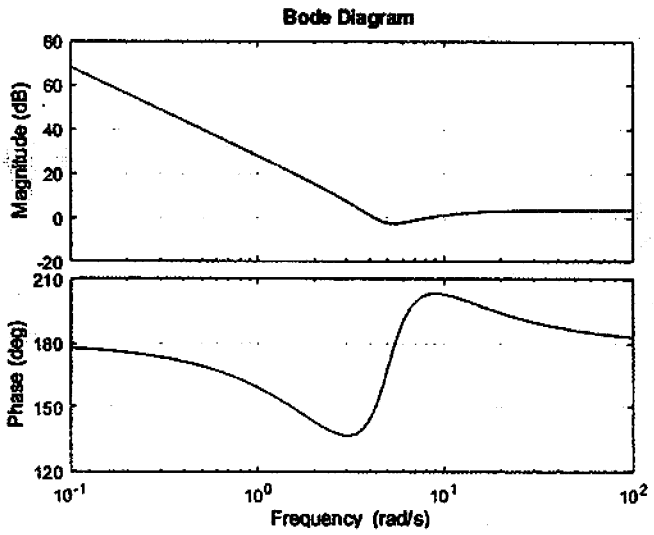
۳) اندازه ریشه‌های متقارن $\sqrt{\alpha}$ است و ریشه‌های غیرمتقارن هر دو در نیم‌صفحه راست هستند.

۴) اندازه ریشه‌های متقارن α است و ریشه‌های غیرمتقارن یکی در نیم‌صفحه راست و دیگری در نیم‌صفحه چپ است.

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۲۳- نمودار بودی مطابق شکل زیر داده شده است. تابع تبدیل سیستم کدام است؟



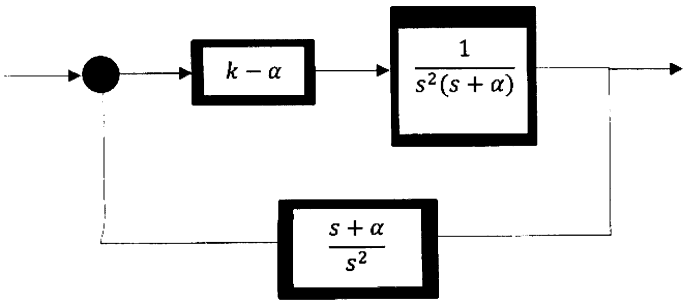
۱) $\frac{(1+2s)(s^2+3s+25)}{s^2(1-0/2s)}$

۲) $\frac{(1+0/3s)(s^2+3s+25)}{s^2(1+0/2s)}$

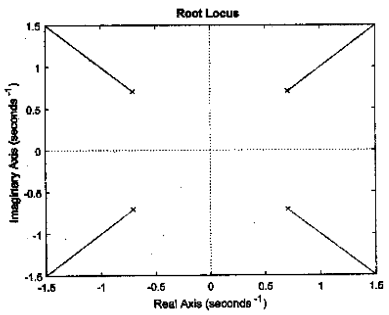
۳) $\frac{(1-2s)(s^2+3s+25)}{s^2(1+0/2s)}$

۴) $\frac{(1-0/3s)(s^2+3s+25)}{s^2(1+0/2s)}$

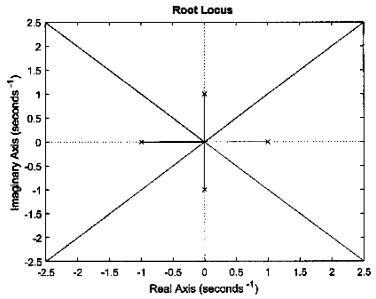
۲۴- مکان ریشه‌های سیستم زیر به‌ازای $\alpha \geq 0$ و تغییرات $k \in (-\infty, +\infty)$، کدام مورد زیر نمی‌تواند باشد؟



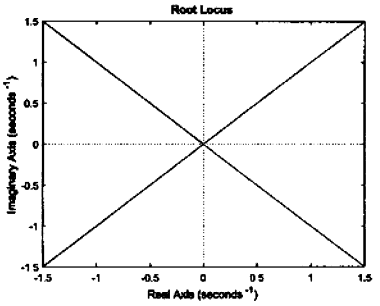
۱)



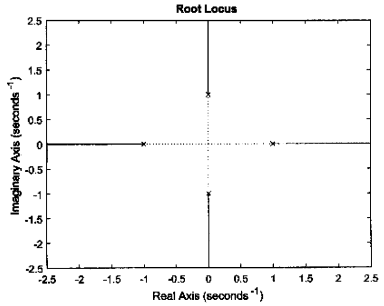
۲)



۳)



۴)



Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۲۵- با فرض بهره حلقه $L(s)=\frac{a(s)}{b(s)}$ در یک سیستم کنترل با فیدبک واحد منفی، می‌خواهیم نمودار مکان ریشه را به‌ازای تغییر بهره تناسبی K در بازه $-\infty < K < \infty$ رسم کنیم. برای محاسبه نقاط شکست معادله $a(s)\frac{db(s)}{ds}=b(s)\frac{da(s)}{ds}$ را حل کرده و می‌دانیم $s=s_0$ در این معادله صدق می‌کند. کدام مورد نادرست است؟

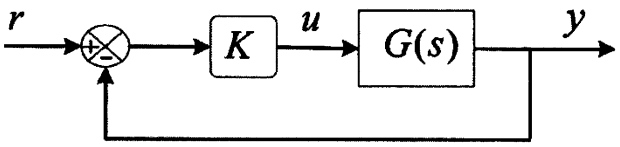
۱) اگر s_0 عدد حقیقی و منفی باشد، $s=s_0$ نقطه شکست نمودار مکان ریشه نیست.

۲) اگر s_0 عدد حقیقی و مثبت باشد، $s=s_0$ نقطه شکست نمودار مکان ریشه است.

۳) اگر s_0 عدد مختلط باشد، ممکن است نقطه شکست نمودار مکان ریشه باشد.

۴) اگر s_0 جزو نمودار مکان ریشه باشد، حتماً نقطه شکست است.

۲۶- سیستم کنترل نمایش‌داده‌شده در شکل را به‌ازای $K=5$ و $G(s)=\frac{s+2}{s(s+1)}$ درنظر بگیرید. با فرض اعمال ورودی پله، مقدار انتگرال $I=\int_0^\infty u(t)dt$ کدام است؟ (سیگنال u در شکل مشخص شده است و $y(0)=0$).



۱) ۰/۲۵

۲) ۰/۵

۳) ۱

۴) ۲

۲۷- منحنی مکان هندسی سیستمی با تابع تبدیل $G(s)=\frac{s+z}{(s+p)^2}$ که در آن z و p مقادیر مثبت هستند، می‌تواند شامل کدام مورد باشد؟

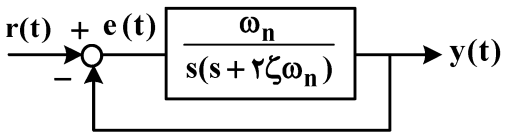
۱) دایره‌ای به مرکز z و شعاع $r=p-z$

۲) یک بیضی به مرکز z و شعاع کوچک $r=p-z$

۳) دایره‌ای به مرکز z و شعاع $r=z-p$

۴) یک بیضی به مرکز z و شعاع کوچک $r=z-p$

۲۸- سیستم زیر که در حالت میرای بحرانی قرار دارد را درنظر بگیرید. حساسیت خطا نسبت به فرکانس نوسانات طبیعی با اعمال ورودی پله پس از گذشت دو ثانیه کدام است؟



۱) $\frac{-4\omega_n}{1+2\omega_n}$

۲) $\frac{-2\omega_n^2}{1+2\omega_n}$

۳) $\frac{-2\omega_n}{1+2\omega_n}$

۴) $\frac{-4\omega_n^2}{1+2\omega_n}$

Telegram: @uni_k

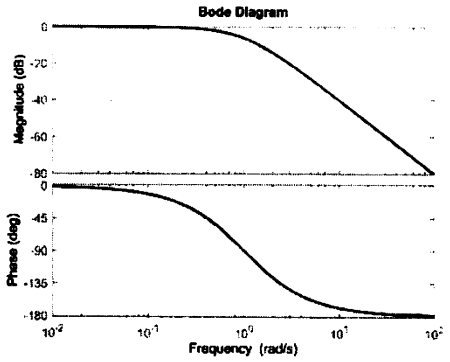
www.konkur.in

۲۹- یک تابع تبدیل، اکیداً حقیقی مثبت (SPR) نامیده می‌شود، اگر و فقط اگر:

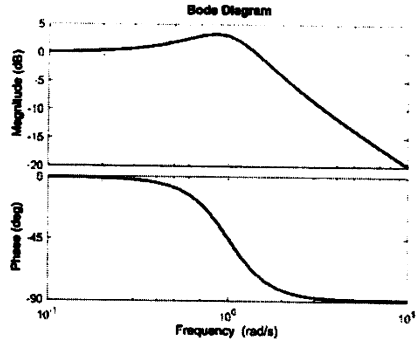
- تابع تبدیل $G(s)$ اکیداً پایدار باشد و $\forall \omega > 0 , Re\{G(j\omega)\} \geq 0$

با عنایت به این توضیح؛ کدام مورد، نمودار بودی (Bode) یک تابع تبدیل SPR است؟

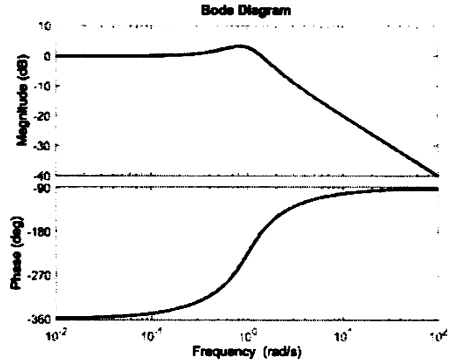
۱)



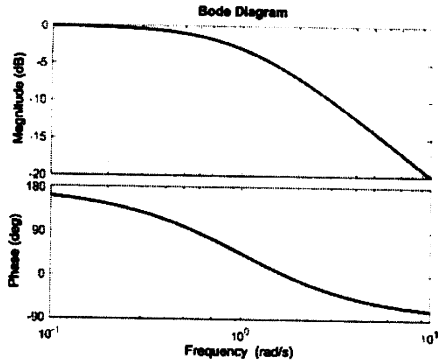
۲)



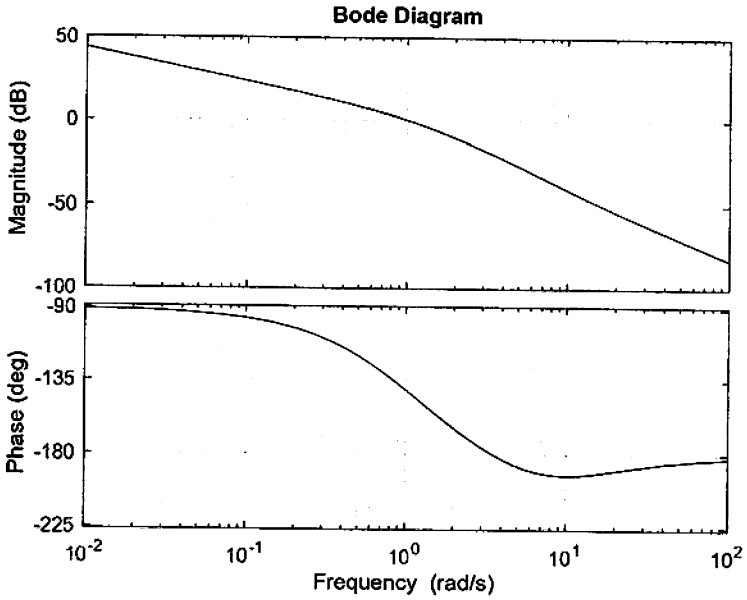
۳)



۴)



۳۰- دیاگرام بودی (Bode) تابع تبدیل حلقه یک سیستم فیدبک واحد منفی در شکل نشان داده شده است. سیستم حلقه بسته به‌ازای ..... دارد.



۱) $(k > k_1 , k > 0)$ دو ریشه سمت راست و به‌ازای $k < 0$ یک ریشه سمت راست

۲) $(k > k_1 , k > 0)$ یک ریشه سمت راست و به‌ازای $k < 0$ دو ریشه سمت راست

۳) $k > 0$ پایدار است و برای $k < 0$ یک ریشه سمت راست

۴) $(k > k_1 , k > 0)$ و $k < 0$ یک ریشه سمت راست

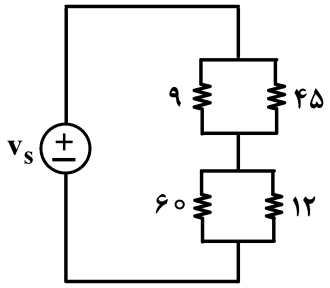
Telegram: @uni_k

www.konkur.in

راهنمایی: داوطلب گرامی می‌بایست از میان دروس «مدارهای الکتریکی (۱ و ۲)» به شماره سؤال‌های ۳۱ تا ۴۵ در صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴ یا «دینامیک» شماره سؤال‌های ۴۶ تا ۶۰ در صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷، فقط یک درس را انتخاب نموده و به آن پاسخ دهد.

مدارهای الکتریکی (۱ و ۲):

۳۱- در مدار زیر، جریان کدام دو مقاومت، برابر است؟ (واحد همه مقاومت‌ها اهم است.)



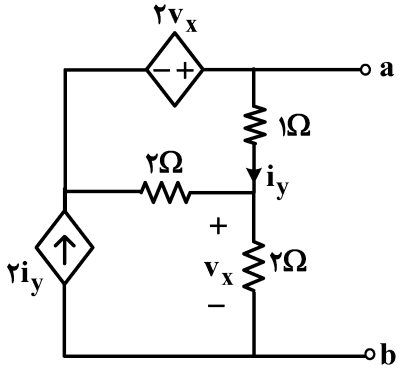
۱) ۹ و ۱۲

۲) ۹ و ۴۵

۳) ۹ و ۶۰

۴) هیچ دو مقاومتی، جریان برابر ندارند.

۳۲- مقاومت دیده‌شده از دو سر a و b، چند اُهم است؟



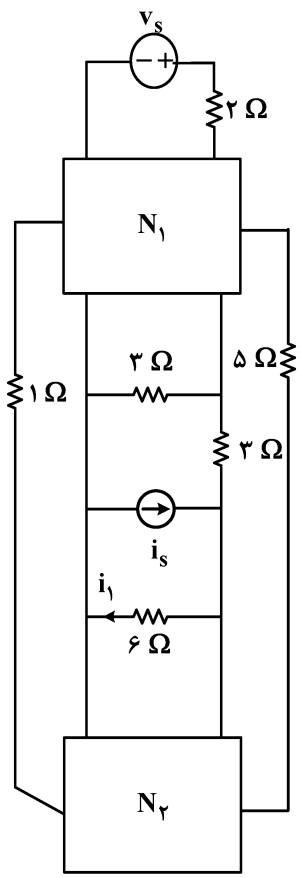
۱) $\frac{۴}{۳}$

۲) $\frac{۳}{۴}$

۳) $-\frac{۳}{۴}$

۴) $-\frac{۴}{۳}$

۳۳- شبکه‌های $N_۱$ و $N_۲$، از عناصر مقاومتی خطی تغییرناپذیر با زمان و مثبت تشکیل شده‌اند. به‌ازای $i_s = ۲ + \cos t$ و $v_s = ۱ + \cos ۲t$ داریم: $i_۱ = ۸ + ۲\cos ۲t + ۳\cos t$. اگر $v_s = ۰$ و $i_s = \cos ۲t + ۲\cos ۳t$ باشد، جریان $i_۱$ کدام است؟



۱) $۳\cos ۲t - ۶\cos ۳t$

۲) $۳\cos ۲t + ۶\cos ۳t$

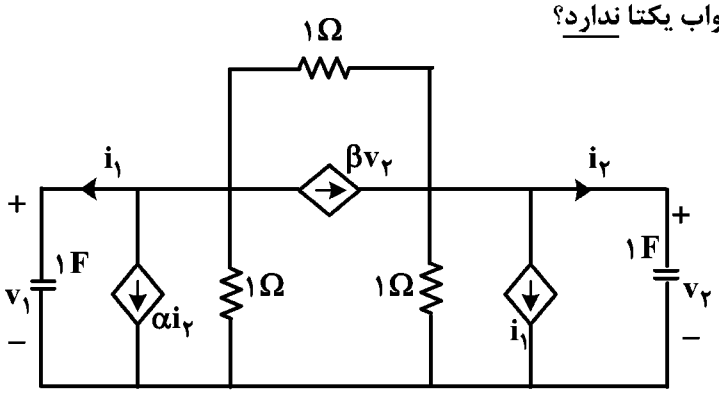
۳) $۳\cos ۳t + ۶\cos ۲t$

۴) قابل محاسبه نیست.

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۳۴- به‌ازای کدام مقادیر α و β، به‌ترتیب، مدار جواب یکتا ندارد؟



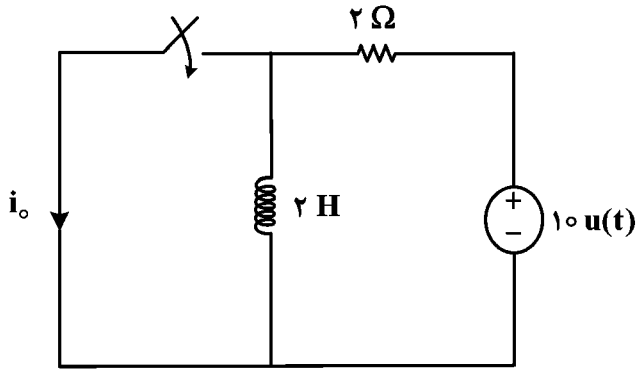
۱) ۱، ۱

۲) ۳، ۱

۳) ۱، ۳

۴) ۲، ۲

۳۵- در مدار زیر، کلید در لحظه $t = 2\,s$ بسته می‌شود. اگر جریان اولیه سلف در $t = 0^-$ صفر باشد، جریان i_0 در لحظات بعد از بسته شدن کلید، کدام است؟



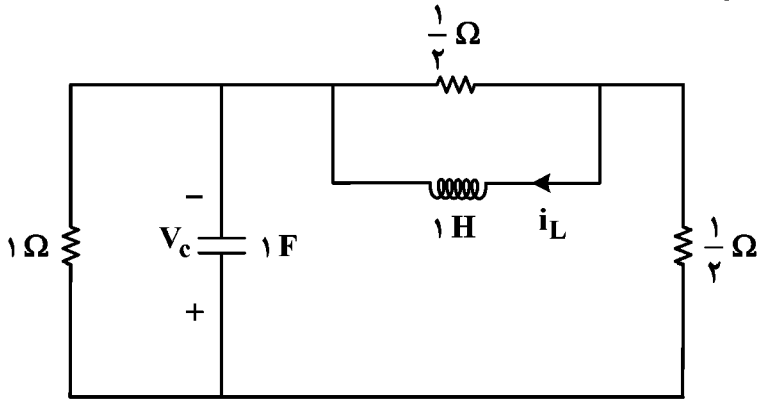
۱) $5e^{-2}$

۲) $5e^{-1}$

۳) ۵

۴) $5(1-e^{-2})$

۳۶- اگر در مدار زیر، $V_c(0^+) = 2\,V$ و $V_c'(0^+) = 3\frac{V}{s}$ باشد، $i_L(0^+)$ چند آمپر است؟



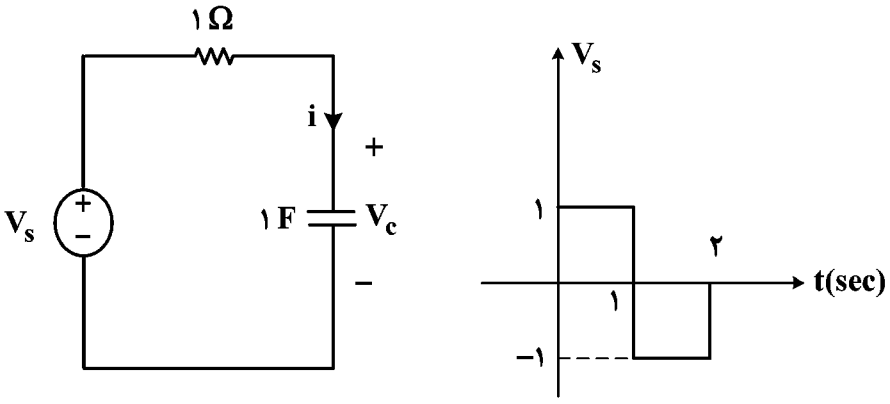
۱) −۱۸

۲) −۱۴

۳) ۱۴

۴) ۱۸

۳۷- در مدار زیر، مقدار $i(2^+) - i(2^-)$ چند آمپر است؟ (ولتاژ اولیه خازن، صفر است.)



۱) −۱

۲) −۰/۵

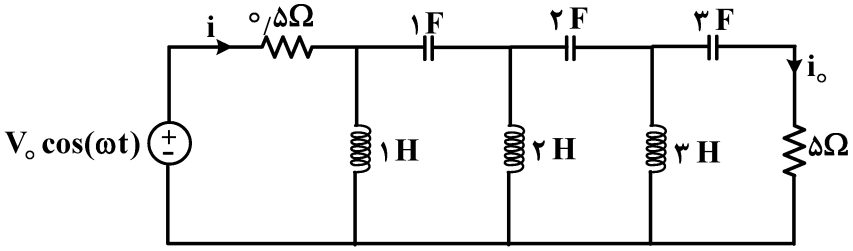
۳) ۰/۵

۴) ۱

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۳۸- اگر در مدار زیر، در حالت دائمی سینوسی داشته باشیم: $i(t)=\frac{V_\circ}{۲}\cos(\omega t-۶۰^\circ)$. دامنه جریان خروجی $i_\circ(t)$ در حالت دائمی سینوسی، کدام است؟



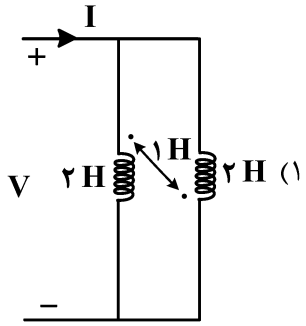
۱) $\frac{V_\circ}{۲\sqrt{۱۰}}$

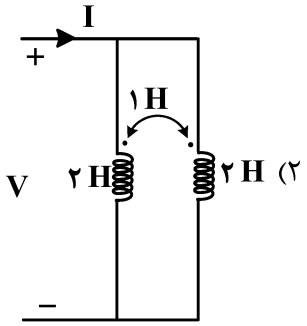
۲) $\frac{V_\circ}{\sqrt{۲۰}}$

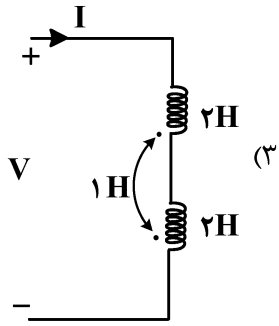
۳) $\frac{V_\circ}{۲}$

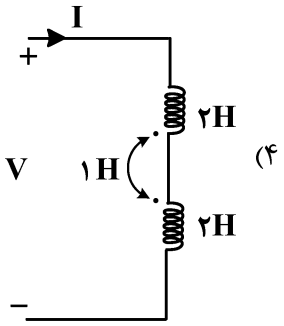
۴) $\frac{V_\circ}{\sqrt{۲}}$

۳۹- کدام مدار، اندوکتانس معادل ورودی بزرگتری دارد؟

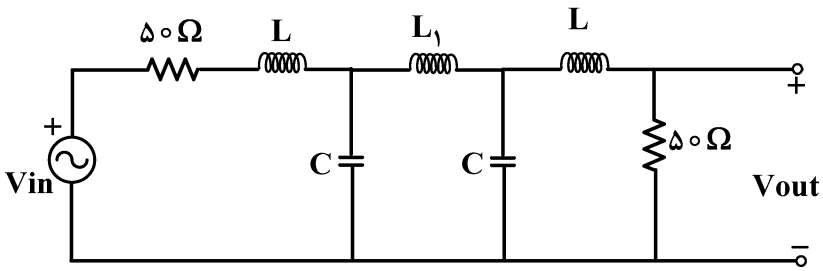
۱)


۲)


۳)


۴)


۴۰- نوع فیلتر مدار زیر، کدام است؟



۱) بالاگذر

۲) میان‌گذر

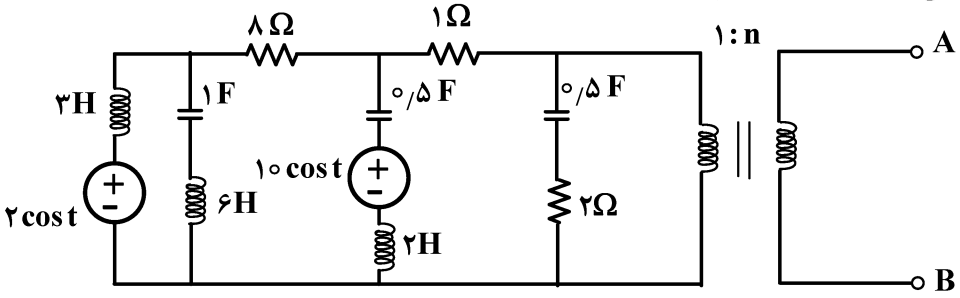
۳) میان‌نگذر

۴) پایین‌گذر

Telegram: @uni_k

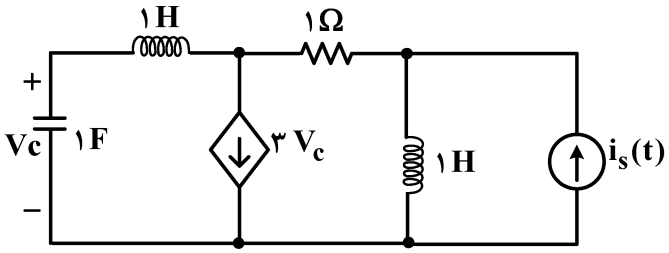
www.konkur.in

۴۱- در مدار زیر، اگر به دو سر AB یک مقاومت R سری با سلف $L=\frac{۸}{۱۳}H$ وصل شود، حداکثر توان متوسط به این اتصال سری RL انتقال می‌یابد. مقدار n، کدام است؟



۱) ۰/۵
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۴

۴۲- فرکانس‌های طبیعی مدار زیر، کدام‌اند؟



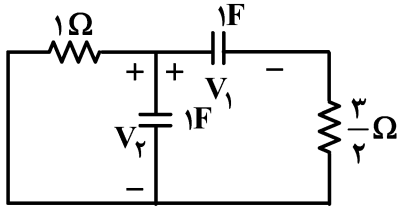
۱) $\pm j$
۲) $-۱\pm j$
۳) صفر و $\pm j$
۴) صفر و $-۱\pm j$

۴۳- در یک مدار با مقاومت‌های خطی تغییرناپذیر با زمان پسیو، ماتریس ادمیتانس گره در دستگاه معادلات گره، به‌صورت زیر است. مقاومت دیده‌شده میان گره‌های ۲ و ۳ ، چند اُهم است؟

$$Y_n=\begin{bmatrix} ۵ & -۲ & -۱ \\ -۲ & ۶ & -۱ \\ -۱ & -۱ & ۲ \end{bmatrix}$$

۱) $\frac{۲۱}{۱۱}$
۲) $\frac{۲۱}{۲۲}$
۳) $\frac{۲۱}{۳۳}$
۴) $\frac{۲۱}{۳۷}$

۴۴- در مدار زیر، به ازای شرایط اولیه مختلف، کدام مورد درخصوص مسیر حالت به جز مبدأ درست است؟

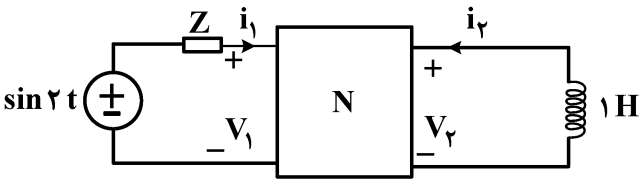


۱) ممکن است در یک نقطه یکی از دو محور افقی و قائم را قطع کند.
۲) همواره در یک نقطه هریک از دو محور افقی و قائم را قطع می‌کند.
۳) بی‌نهایت بار هر دو محور افقی و قائم را قطع می‌کند.
۴) هیچ‌گاه دو محور افقی و قائم را قطع نمی‌کند.

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

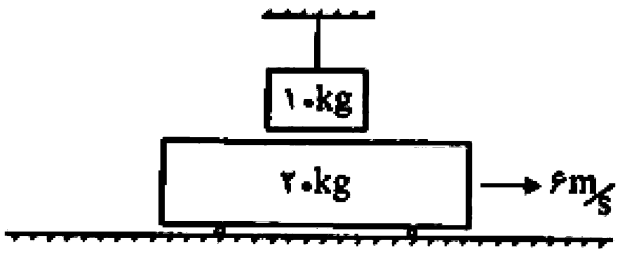
۴۵- در مدار زیر، پارامترهای امپدانس دوقطبی N به‌صورت $Z=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 4 & 2\end{bmatrix}$ است. امپدانس Z در فرکانس ۲ رادیان بر ثانیه چقدر باشد تا توان متوسط تحویل داده‌شده به آن، ماکزیمم شود؟



۱) $1-2j$
۲) $1-j$
۳) $1+j$
۴) $1+2j$

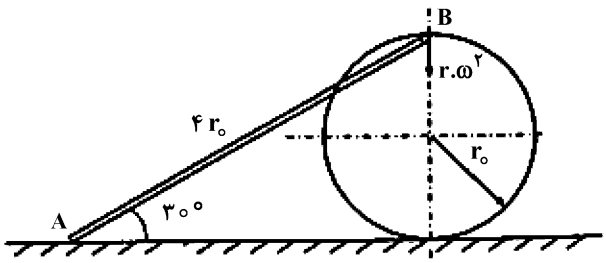
دینامیک:

۴۶- یک گاری به جرم ۲۰ kg با سرعت $6\frac{m}{s}$ به‌سمت راست حرکت می‌کند. در این هنگام طناب بریده می‌شود و قطعه ۱۰ کیلوگرمی روی گاری می‌افتد. چنانچه ضریب اصطکاک بین گاری و قطعه ۰/۲۵ باشد و فرض کنیم که قطعه ۱۰ کیلوگرمی قبل از ترک گاری روی آن بایستد، سرعت مشترک قطعه و گاری در هنگام ایستادن قطعه روی گاری چند متر بر ثانیه است؟



۱) صفر
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۸

۴۷- در مکانیزم زیر، دیسک به شعاع r_0 با سرعت زاویه‌ای ثابت ω روی سطح افقی دارای حرکت غلتشی خالص است. انتهای A میله AB به طول $4r_0$ روی سطح افقی لغزیده و انتهای B آن به محیط دیسک لولا شده است. شتاب زاویه‌ای میله AB در لحظهٔ نشان‌داده‌شده کدام است؟ (جهت مثلثاتی مثبت فرض شده است.)

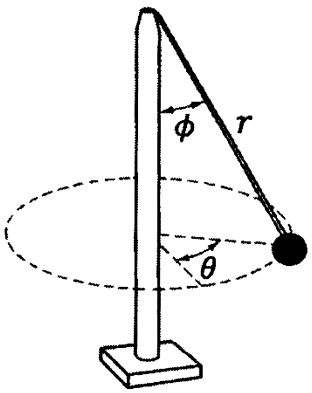


۱) $-\omega^2$
۲) $\frac{\sqrt{3}}{6}\omega^2$
۳) $-\frac{\sqrt{3}}{6}\omega^2$
۴) ω^2

۴۸- گوی کوچک زیر به انتهای طنابی متصل شده و طناب با سرعت ثابت به داخل لولهٔ قائم کشیده می‌شود. در لحظه‌ای که طول طناب 2 m می‌شود، $\phi=30^\circ$، $\theta=0^\circ$ و بردار سرعت و شتاب گوی در مختصات کروی به‌صورت زیر است. شعاع انحنای مسیر گوی در این لحظه چند متر است؟

$$\mathbf{v}=-2\hat{e}_r-2\hat{e}_\phi\ \ (\frac{m}{s})$$

$$\mathbf{a}=-10\hat{e}_r-5\hat{e}_\theta\ \ (\frac{m}{s^2})$$



۱) $\frac{8}{5\sqrt{3}}$
۲) ۱
۳) $\frac{5\sqrt{3}}{8}$
۴) ۲

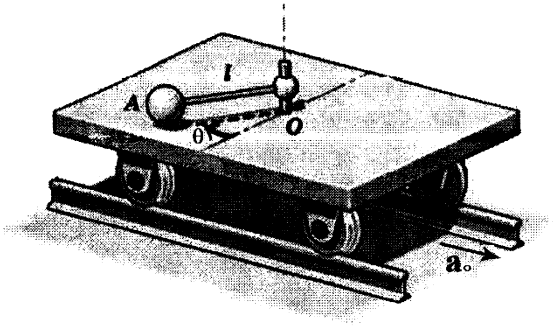
Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۴۹- فرض کنید نقطهٔ C مرکز آنی دوران (مرکز آنی سرعت ـ صفر) یک جسم صلب در حرکت صفحه‌ای باشد. کدام رابطه نادرست است؟ (I_C گشتاور اصلی جرم حول نقطه C با محور اصلی عمود بر صفحهٔ حرکت، ω سرعت زاویه‌ای و α شتاب زاویه‌ای جسم صلب است.)

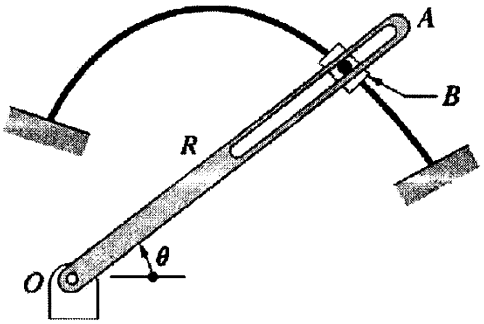
۱) $T = \frac{1}{2} I_C \omega^2$: انرژی جنبشی
۲) $\sum M_C = I_C \alpha$: گشتاور
۳) $H_C = I_C \omega$: اندازه حرکت زاویه‌ای
۴) $a_c \neq 0$: شتاب

۵۰- گوی A به جرم $10\ kg$ به میله سبک وزن به طول $\ell = 0/8\ m$ متصل شده است. مجموعه گوی ـ میله می‌تواند آزادانه حول محور قائمی که از نقطه O می‌گذرد دوران کند. در ابتدا، ارابه، میله و گوی در موقعیت $\theta = 0$ در حالت سکون هستند تا اینکه به ارابه شتاب ثابت $a_0 = 3 \frac{m}{s^2}$ داده می‌شود. نیروی کشش در میله در موقعیت $\theta = \frac{\pi}{2}$ چند نیوتن است؟



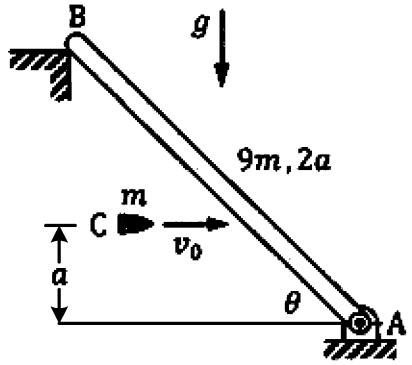
۱) ۱۲۰
۲) ۱۱۰
۳) ۱۰۰
۴) ۹۰

۵۱- لغزنده B روی میلهٔ قوسی شکل زیر حرکت می‌کند به‌طوری‌که $R = 0/3 - 0/4\left(\frac{\theta}{\pi}\right)$ برحسب متر و سرعت زاویه‌ای میله ثابت و برابر ۲ رادیان بر ثانیه است. وقتی $\theta = 90^\circ$ می‌شود، مؤلفه‌های سرعت لغزنده B در امتداد (V_R) و در عمود بر میله OA (V_Q) به‌ترتیب، چند متر بر ثانیه هستند؟



۱) $\frac{-0/8}{\pi}$ ، $0/4$
۲) $\frac{0/8}{\pi}$ ، $0/2$
۳) $\frac{0/8}{\pi}$ ، $0/4$
۴) $\frac{-0/8}{\pi}$ ، $0/2$

۵۲- میله صلب و باریک AB به جرم $9\ m$ و طول $2a$ در وضعیت $\theta = 45^\circ$ در صفحه قائم، در حال سکون است. مطابق شکل، گلوله C به جرم m با سرعت v_0 به میله برخورد کرده و به آن می‌چسبد. سرعت زاویه‌ای میله، درست در لحظه چسبیدن گلوله به آن چند برابر $\frac{v_0}{a}$ است؟

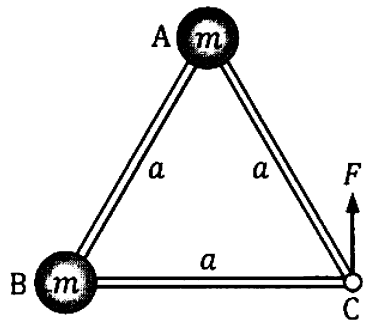


۱) $\frac{1}{5}$
۲) $\frac{3}{10}$
۳) $\frac{1}{14}$
۴) $\frac{3}{40}$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

۵۳- در دو گوشه **A** و **B** از قاب صلب و سبک، به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع **a**، دو جرم کوچک **m** متصل شده است. قاب و جرم‌ها روی سطح افقی بدون اصطکاک در حال سکون هستند. مطابق شکل، به گوشه **C** از قاب نیروی $F = mg$ وارد می‌شود. اندازه و جهت شتاب زاویه‌ای قاب در لحظه نخست کدام است؟



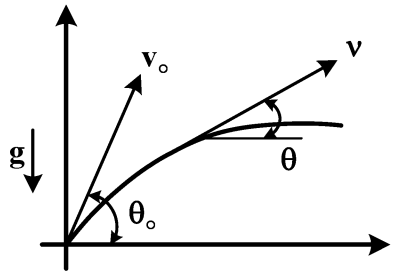
۱) $\alpha = \frac{g}{a}$، ساعت‌گرد

۲) $\alpha = \frac{۳}{۲}\frac{g}{a}$، ساعت‌گرد

۳) $\alpha = \frac{۳}{۲}\frac{g}{a}$، پادساعت‌گرد

۴) $\alpha = \frac{g}{a}$، پادساعت‌گرد

۵۴- پرتابه‌ای با سرعت $v_\circ$ تحت زاویه $\theta = \theta_\circ$ پرتاب شده است و در میدان جاذبه ثابت **g** حرکت می‌کند. شعاع انحنای مسیر پرتابه برحسب پارامتر مسیر θ کدام است؟



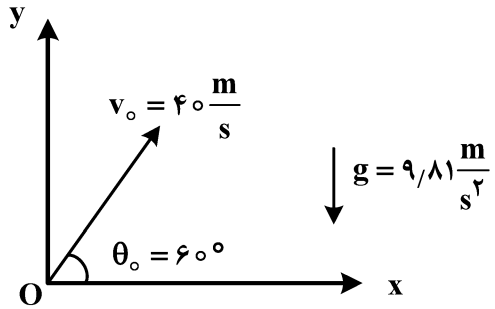
۱) $\frac{v_\circ^۲ \cos\theta_\circ}{g\cos\theta\sin\theta}$

۲) $\frac{v_\circ^۲ \cos^۲\theta_\circ}{g\cos^۳\theta}$

۳) $\frac{v_\circ^۲ \cos\theta_\circ}{g\cos^۲\theta}$

۴) $\frac{v_\circ^۲ \cos^۲\theta_\circ}{g\cos^۲\theta\sin\theta}$

۵۵- پرتابه‌ای با شرایط اولیه زیر پرتاب می‌شود. بادی افقی به سمت چپ می‌وزد که باعث ایجاد شتاب ثابت $a_x = -۲\frac{m}{s^۲}$ برای پرتابه می‌شود. شعاع انحنای مسیر حرکت پرتابه درست در لحظهٔ بعد از پرتاب چند متر است؟



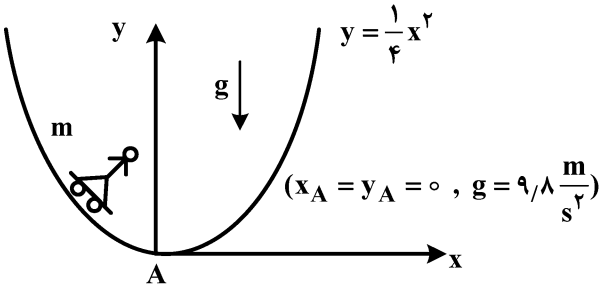
۱) ۵۰۴

۲) ۳۲۶

۳) بی‌نهایت

۴) صفر

۵۶- با فرض جرم ذره‌ای ۵۰ kg برای کودک و اسکیت بُرد در حال حرکت بر روی مسیر زیر، نیروی عکس‌العمل مسیر در لحظه‌ای که از نقطهٔ **A** عبور می‌کند، چند نیوتن است؟ (سرعت عبور از نقطهٔ **A**، ۱۰ متر بر ثانیه است.)



۱) ۴۹۰

۲) ۱۷۴۰

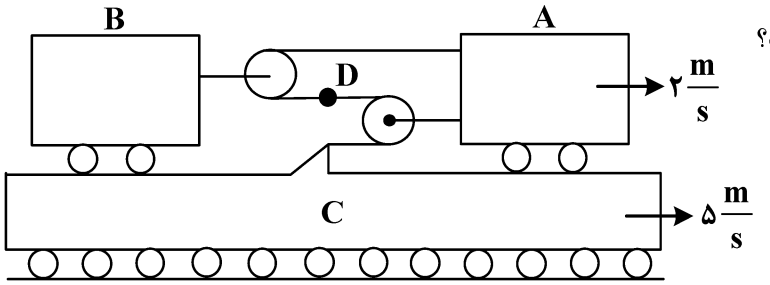
۳) ۲۹۹۰

۴) ۴۲۴۰

Telegram: @uni_k

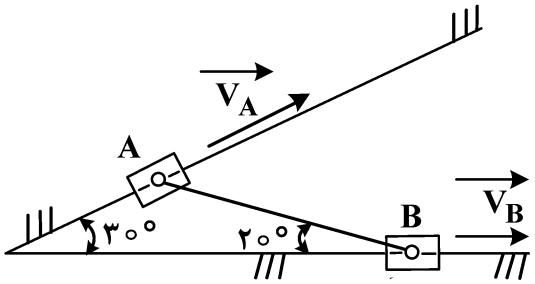
www.konkur.in

۵۷- در شکل زیر سرعت بلوک A، $۲\frac{m}{s}$ به‌سمت راست و سرعت بلوک C، $۵\frac{m}{s}$ به‌سمت راست است. سرعت نقطه D روی طناب چند $\frac{m}{s}$ و به کدام سمت است؟



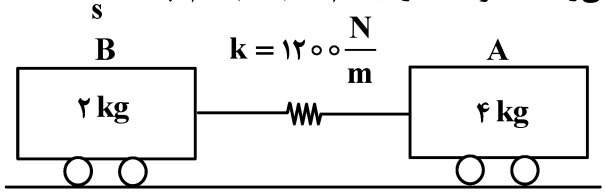
۱) ۰/۵، چپ
۲) ۱، راست
۳) ۱، چپ
۴) ۰/۵، راست

۵۸- در مکانیزم زیر، سرعت لغزندهٔ A برابر $۱\frac{m}{s}$ است. اگر میلهٔ رابط AB صلب باشد، سرعت لغزندهٔ B چند $\frac{m}{s}$ است؟



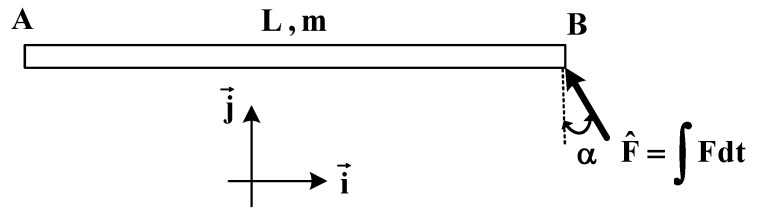
۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲\cos ۵۰^\circ}$
۲) $\frac{۲\cos ۵۰^\circ}{\sqrt{۳}}$
۳) $\frac{\cos ۲۰^\circ}{\cos ۵۰^\circ}$
۴) $\frac{\cos ۵۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ}$

۵۹- دو جسم A و B از طریق فنری با سختی $k = ۱۲۰۰\frac{N}{m}$ به‌هم متصل شده‌اند. دو جسم را به‌هم نزدیک می‌کنیم تا فنر به اندازه ۱۰۰ mm فشرده شود و در همین حالت فشردگی به کل سیستم به‌سمت راست سرعت داده و سیستم را رها می‌کنیم. در لحظاتی که فنر به طول آزاد خود می‌رسد، سرعت دو جسم نسبت به‌هم چند $\frac{m}{s}$ است؟ (از اصطکاک صرف‌نظر شود.)



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۶۰- میله باریک و یکنواخت AB به طول L و جرم m ابتدا در حالت سکون است. ضربه $\hat{F}$ تحت زاویه α به انتهای B مطابق شکل وارد می‌شود. سرعت نقطه B کدام است؟



۱) $\frac{\hat{F}}{m}(-\sin\alpha\vec{i} + ۴\cos\alpha\vec{j})$
۲) $\frac{\hat{F}}{m}(-\sin\alpha\vec{i} + ۲\cos\alpha\vec{j})$
۳) $\frac{\hat{F}}{۲m}(-\sin\alpha\vec{i} + \cos\alpha\vec{j})$
۴) $\frac{\hat{F}}{۳m}(\sin\alpha\vec{i} + ۳\cos\alpha\vec{j})$

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

Telegram: @uni_k

www.konkur.in

Telegram: @uni_k