

کد کنترل

275

E



نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

 <p>«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.» امام خمینی (ره)</p> <p>جمهوری اسلامی ایران وزارت علوم، تحقیقات و فناوری سازمان سنجش آموزش کشور</p>	<p>صبح جمعه ۱۳۹۶/۱۲/۴ دفترچه شماره (۱)</p>			
<p><b>آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۳۹۷</b></p> <p><b>رشته علوم و فناوری نانو - نانوفیزیک (کد ۲۲۳۷)</b></p>				
<p>مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه</p>	<p>تعداد سؤال: ۴۵</p>			
<p>عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات</p>				
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: فیزیک پایه ۱، ۲ و ۳ (شامل کل کتاب فیزیک هالیدی آخرین ویرایش) - مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته - الکترومغناطیس و الکترودینامیک - ترمودینامیک و مکانیک آماری پیشرفته ۱ - مبانی نانوتکنولوژی	۴۵	۱	۴۵
<p>این آزمون نمره منفی دارد.</p>		<p>استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.</p>		
<p>حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متغییرن برابر حررات رفتار می‌شود.</p>				

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

- ۱- شتاب ذره‌ای که روی صفحه افقی  $xy$  حرکت می‌کند با  $\vec{a} = 3t\vec{i} + 4t\vec{j}$  داده شده که در آن  $a$  بر حسب متر بر مجذور ثانیه است. در زمان  $t = 0$  بردار سرعت ذره  $\vec{v}_0 = 5\vec{i} - 8\vec{j}$  است. زاویه بین بردارهای سرعت و شتاب ذره در لحظه  $t = 2s$  چقدر است؟

$$\text{Arccos} \frac{1}{5} \quad (1)$$

$$\text{Arccos} \frac{2}{5} \quad (2)$$

$$\text{Arccos} \frac{3}{5} \quad (3)$$

$$\text{Arccos} \frac{4}{5} \quad (4)$$

- ۲- توپی را از ارتفاع  $h$  نسبت به سطح زمین رها می‌کنیم. این توپ بعد از سه بار برخورد به زمین به ارتفاع  $\frac{1}{64}h$  می‌رسد. ضریب ارتجاع بین توپ و زمین (نسبت تندی توپ قبل از برخورد به تندی آن پس از برخورد) کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{8} \quad (3)$$

$$\frac{1}{16} \quad (4)$$

۳- جسم  $M$  به جرم  $70 \text{ kg}$  به مجموعه‌ای از دو قرقره متحرک و یک قرقره ثابت مطابق شکل بسته شده است. نیروی  $F$  به انتهای آزاد یک ریسمان چنان وارد می‌شود که جسم  $M$  در حال سکون قرار دارد. اندازه نیروی



عکس‌العمل وارد از سقف به مجموعه چند نیوتن است؟ ( $g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

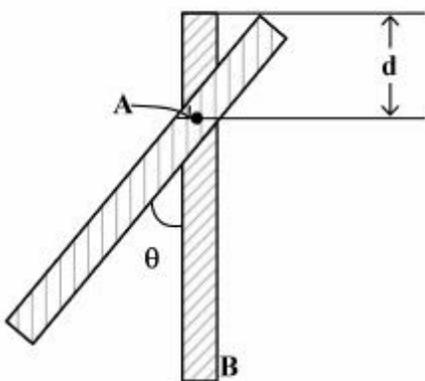
۵۸۸ (۱)

۶۸۶ (۲)

۷۸۴ (۳)

۸۸۲ (۴)

۴- میله نازک یکنواختی به جرم  $6 \text{ kg}$  و طول  $3 \text{ m}$  مطابق شکل حول محور افقی  $A$  که عمود بر میله است و از نقطه‌ای به فاصله  $d = 1 \text{ m}$  از انتهای میله می‌گذرد. آزادانه می‌چرخد. انرژی جنبشی میله وقتی از وضعیت قائم می‌گذرد برابر با  $27 \text{ J}$  است. در این وضعیت تندی خطی نقطه  $B$  در انتهای میله چند  $\frac{\text{m}}{\text{s}}$  است؟



۹ (۱)

۶ (۲)

$\frac{9}{\sqrt{2}}$  (۳)

$\frac{27}{2\sqrt{2}}$  (۴)

۵- میله‌ای با توزیع بار خطی  $\lambda = \lambda_0 y^2$  روی محور  $y$ ها در محدوده  $[-\frac{L}{4}, \frac{L}{4}]$  قرار گرفته است. شار الکتریکی

گذرنده از کره‌ای به شعاع  $r$  به طوری که  $r \geq \frac{L}{4}$  باشد، کدام است؟ (مرکز کره در مبدأ مختصات است.)

صفر (۱)

$\frac{\lambda_0 L^3}{24\epsilon_0}$  (۲)

$\frac{3\lambda_0 L^3}{8\epsilon_0}$  (۳)

$\frac{\lambda_0 L^3}{12\epsilon_0}$  (۴)

۶- در ناحیه‌ای از فضا میدان الکتریکی به شکل  $\vec{E} = \Delta x \hat{i} + 2y^2 \hat{j}$  است (در سیستم SI)، نقطه A روی محور x در نقطه  $x = 2\text{m}$  و نقطه B روی محور y در نقطه  $y = 3\text{m}$  قرار دارد. اختلاف پتانسیل  $V_B - V_A$  چند ولت است؟

(۱) -۲۸

(۲) -۸

(۳) +۸

(۴) +۲۸

۷- خازنی با ظرفیت C توسط سیمی به مقاومت R به یک باتری با ولتاژ ۴ ولت وصل شده است. وقتی خازن کاملاً پر شد، به‌طور ناگهانی باتری برداشته می‌شود و به جای آن یک باتری ۲ ولتی جایگزین می‌شود. بعد از جایگزینی باتری، مدت زمانی که طول می‌کشد تا ولتاژ دو سر خازن صفر شود چند برابر RC است؟

(۱)  $3 \ln 2$

(۲)  $2 \ln 3$

(۳)  $\ln 2$

(۴)  $\ln 3$

۸- در دمای  $T_0$ ، یک قطعه سیم مسی به طول  $L_0$ ، ضریب انبساط طولی  $\lambda$  و مقاومت الکتریکی R به شکل یک دایره در آورده می‌شود. میدان مغناطیسی ثابت  $\vec{B}_0$  عمود بر صفحه سیم وجود دارد. اگر دمای سیم از مقدار  $T_0$  با

آهنگ ثابت  $\frac{dT}{dt} = \alpha$  افزایش یابد، مقدار جریان القایی در دمای مشخص  $T > T_0$  کدام است؟ (مقاومت الکتریکی سیم ثابت فرض شود.)

(۱)  $\frac{\lambda \alpha B_0 L_0^2}{2\pi R} [1 + \lambda(T - T_0)]^2$

(۲)  $\frac{\lambda \alpha B_0 L_0^2}{2\pi R} [1 + \lambda(T - T_0)]$

(۳)  $\frac{\lambda \alpha B_0 L_0^2}{R} [1 + \lambda^2(T - T_0)^2]$

(۴)  $\frac{\lambda \alpha B_0 L_0^2}{2R} [1 + 2\lambda(T - T_0)]$

۹- چهار مول از یک گاز کامل طی یک فرایند برگشت‌پذیر در دمای ثابت  $400\text{K}$  از حجم  $0.01\text{m}^3$  به  $0.02\text{m}^3$  منبسط می‌شود. تغییر آنتروپی این گاز چقدر است؟ (R ثابت جهانی گازها است.)

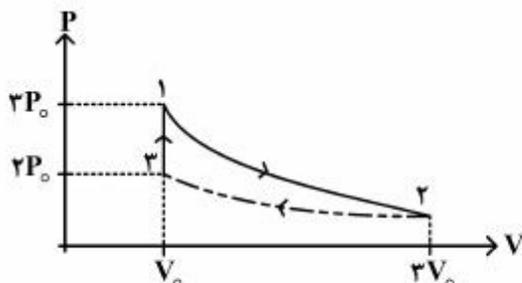
(۱)  $\frac{R}{4} \ln 2$

(۲)  $R \ln 2$

(۳)  $2R \ln 2$

(۴)  $4R \ln 2$

- ۱۰- دو مول از یک گاز کامل تک‌اتمی چرخه زیر را طی می‌کند به طوری که فرایند تک‌حجم ۳ به ۱ و فرایند تک‌دمای ۱ به ۲ برگشت‌پذیر و فرایند ۲ به ۳ برگشت‌ناپذیر است. اگر کار انجام شده در فرایند ۲ به ۳ برابر  $3P_0V_0 \ln 3 - P_0V_0$  باشد، گرمای مبادله شده در این فرایند کدام است؟ (کار انجام شده در فرایند انقباض گاز منفی فرض شده است.)



$$(1) -\frac{1}{2}(3 + 2 \ln 3)P_0V_0$$

$$(2) -(3 + \ln 3)P_0V_0$$

$$(3) \frac{1}{2}(2 \ln 3 - 3)P_0V_0$$

$$(4) (3 - 2 \ln 3)P_0V_0$$

- ۱۱- از یک لوله آب گرم فولادی استوانه‌ای شکل با ضریب رسانش  $14 \frac{W}{mK}$  که ضخامت بدنه آن  $7.07$  شعاع درونی لوله می‌باشد، آب گرم با دمای  $54$  درجه سانتی‌گراد عبور می‌کند. با توجه به اینکه دمای هوای بیرون  $14$  درجه سانتی‌گراد است، در هر ثانیه از واحد طول این لوله تقریباً چند کیلوژول گرما به خارج از لوله انتقال می‌یابد؟

$$(1) 8$$

$$(2) 25$$

$$(3) 50$$

$$(4) 80$$

- ۱۲- ریسمان یکنواختی به جرم  $m$  و طول  $L$  از سقفی آویزان است. مدت زمانی که یک موج عرضی برای طی کل طناب صرف می‌کند چقدر است؟

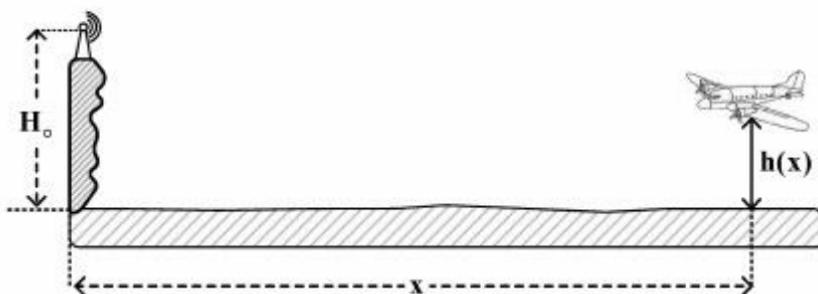
$$(1) \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$(2) \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$(3) \sqrt{\frac{2L}{g}}$$

$$(4) 2 \sqrt{\frac{L}{g}}$$

- ۱۳- طبق شکل دستگاه رادار روی صخره مشرف به آب دریا در ارتفاع  $H_0$  با ارسال امواج میکروویو با طول موج  $\lambda_0$  نزدیک شدن هواپیماها را به سمت خود ردیابی می‌کند. اگر هواپیما بخواهد که در رادار مزبور دیده نشود باید ارتفاع  $h(x)$  خود را برحسب فاصله  $x$  چنان تنظیم کند که نتیجه تداخل امواجی که به‌طور مستقیم از هواپیما به رادار می‌رسد با امواجی که پس از بازتاب از سطح آب به رادار می‌رسد ویرانگر باشد.  $h(x)$  برحسب  $H_0$ ،  $\lambda_0$  و  $x$  و عدد طبیعی  $N$  کدام است؟ (در نظر بگیرید که  $x \gg H_0 + h(x)$ )



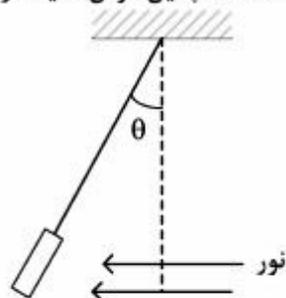
$$N \frac{\lambda_0}{H_0} x \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} N \frac{\lambda_0}{H_0} x \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \left(N + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_0}{H_0} x \quad (3)$$

$$\left(N + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_0}{H_0} x \quad (4)$$

- ۱۴- صفحه تخت نازکی به جرم  $m$  جذب‌کننده کامل نور است به‌طوری که انرژی جذب شده به‌وسیله آن در واحد زمان وقتی نور عمود به سطحش بتابد  $W$  است. مطابق شکل وقتی به این صفحه نور به‌طور افقی بتابد تحت زاویه  $\theta$  نسبت به قائم در حالت تعادل قرار می‌گیرد. مقدار  $W$  چقدر است؟ ( $c$  سرعت نور است. همچنین فرض کنید در این وضعیت بردار عمود بر صفحه نازک، در صفحه شکل (کاغذ) واقع است.)



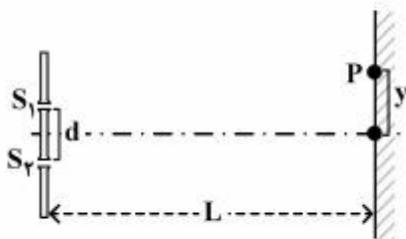
$$mgc \tan \theta \quad (1)$$

$$mgc \sin \theta \quad (2)$$

$$mgc \cos \theta \quad (3)$$

$$mgc \cot \theta \quad (4)$$

- ۱۵- در آزمایش دو شکاف یانگ مطابق شکل، نور با طول موج  $\lambda$  و شدت  $I_0$  از سمت چپ به دو شکاف  $S_1$  و  $S_2$  تابیده می‌شود. شدت نور در نقطه  $P$  برحسب پارامترهای مشخص شده روی شکل، کدام است؟



$$I_0 \cos^2 \left( \pi \frac{yd}{\lambda L} \right) \quad (1)$$

$$I_0 \left( 1 + \cos \left( \pi \frac{yd}{\lambda L} \right) \right) \quad (2)$$

$$I_0 \left( 1 + \cos \left( 2\pi \frac{yd}{\lambda L} \right) \right) \quad (3)$$

$$I_0 \cos^2 \left( \pi \frac{yd}{\lambda L} \right) \quad (4)$$

۱۶- عملگر  $a = i|1\rangle\langle 2|$  را که در آن  $|1\rangle$  و  $|2\rangle$  حالت‌های بهنجار متعامد هستند در نظر بگیرید. حاصل جابه‌جاگر

$$[a, a^\dagger] \text{ کدام است؟ } (i = \sqrt{-1})$$

$$|1\rangle\langle 1| - |2\rangle\langle 2| \quad (۱)$$

$$|1\rangle\langle 1| + |2\rangle\langle 2| \quad (۲)$$

$$|1\rangle\langle 2| - |2\rangle\langle 1| \quad (۳)$$

$$|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1| \quad (۴)$$

۱۷- هامیلتونی دستگاهی به صورت  $H = a_0 \hat{A} + \vec{\sigma} \cdot \vec{a}$  است که در آن  $\hat{A}$  ماتریس واحد،  $\vec{a}$  برداری حقیقی با مؤلفه‌های

$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ ، ضربی حقیقی و  $\vec{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  است.  $\sigma_i$  ها  $(i = 1, 2, 3)$  ماتریس‌های پائولی

هستند. قدرمطلق تفاضل بین ویژه مقادیر انرژی این دستگاه کدام است؟

$$\sqrt{a_1^2 + |a_2^2 - a_3^2|} \quad (۱)$$

$$2\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \quad (۲)$$

$$\sqrt{a_2^2 + |a_1^2 - a_3^2|} \quad (۳)$$

$$2(a_1 + a_2 + a_3) \quad (۴)$$

۱۸- اگر  $|n\rangle$  ویژه حالت انرژی یک نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی به جرم  $m$  و بسامد زاویه‌ای  $\omega$  و

عملگر پایین آورنده باشد، حاصل عبارت  $\langle m | xp + px | n \rangle$  کدام است؟  $a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left( x + \frac{ip}{m\omega} \right)$

$$i\hbar \left( \sqrt{(m+1)n} \delta_{m+1, n-1} - \sqrt{m(n+1)} \delta_{m-1, n+1} \right) \quad (۱)$$

$$i\hbar \left( -\sqrt{m(m-1)} \delta_{m-2, n} - \sqrt{n(n-1)} \delta_{m, n-2} \right) \quad (۲)$$

$$i\hbar \left( \sqrt{(m+1)(m+2)} \delta_{m+2, n} - \sqrt{n(n-1)} \delta_{m, n-2} \right) \quad (۳)$$

$$i\hbar \left( \sqrt{m(n+1)} \delta_{m-1, n+1} - \sqrt{n(m+1)} \delta_{m+1, n-1} \right) \quad (۴)$$

۱۹- در یک فضای سه بعدی، ماتریس چگالی یک دستگاه بر حسب پایه‌های بهنجار متعامد  $|\Psi_1\rangle, |\Psi_2\rangle, |\Psi_3\rangle$  به شکل  $\rho = \cos^2 \theta |\Psi_1\rangle\langle\Psi_1| + \sin^2 \theta |\Psi_2\rangle\langle\Psi_2| + 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta |\Psi_3\rangle\langle\Psi_3|$  است که در آن  $0 \leq \theta \leq \pi$  می‌باشد. اگر  $[A]$  میانگین آنسامبلی عملگر  $A = |\Psi\rangle\langle\Psi|$  باشد که در آن  $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\Psi_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\Psi_2\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\Psi_3\rangle$  کدام نامساوی درست است؟

$$\frac{1}{8} \leq [A] \leq \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} \leq [A] \leq \frac{3}{8} \quad (2)$$

$$\frac{1}{8} \leq [A] \leq \frac{3}{8} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \leq [A] \leq \frac{1}{2} \quad (4)$$

۲۰-  $D^{(j)} = e^{\frac{-i}{\hbar} \vec{J} \cdot \hat{n} \phi}$  عملگر دوران حول  $\hat{n}$  به اندازه  $\phi$  است. برای  $\hat{n}$  و  $\phi$  دلخواه، عملگر  $D^{(j_1=\frac{1}{2})} \otimes D^{(j_2=\frac{1}{2})}$  در پایه‌های  $|j, m\rangle$  حداکثر چند عنصر صفر دارد؟  $(|j, m\rangle$  ویژه حالت مشترک  $J_x$  و  $J_z$  است که  $\vec{J} = \vec{J}_1 \otimes \vec{1} + \vec{1} \otimes \vec{J}_2$  است.)

۵ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)

۲۱- هامیلتونی دستگاهی به شکل  $H = \sum_{n=1}^N E_0 |n\rangle\langle n| + \sum_{n=1}^N W \{|n\rangle\langle n+1| + |n+1\rangle\langle n|\}$  است که حالت‌های  $|n\rangle$  متعامد و بهنجار هستند و  $E_0$  و  $W$  ضرایب ثابت‌اند. اگر شرط تناوبی  $|N+1\rangle = |1\rangle$  برقرار باشد، ویژه مقادیر  $H$  کدام‌اند؟ ( $n = 1, 2, \dots, N$ )

$$E_n = E_0 + 2W \sin \frac{\pi n}{N} \quad (1)$$

$$E_n = E_0 + 2W \cos \frac{\pi n}{N} \quad (2)$$

$$E_n = E_0 + 2W \cos \frac{2\pi n}{N} \quad (3)$$

$$E_n = E_0 + 2W \sin \frac{2\pi n}{N} \quad (4)$$

۲۲- هامیلتونی یک نوسانگر هماهنگ ساده سه بعدی همسانگرد  $H = \frac{\vec{P} \cdot \vec{P}}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 \vec{x} \cdot \vec{x}$  است. اگر این نوسانگر با

انرژی پتانسیل  $\lambda y x^2 z$  مختل شود، انرژی نخستین حالت برانگیخته تا اولین مرتبه غیر صفر  $\lambda$  کدام است؟  
( $\vec{P}$  و  $\vec{x}$  به ترتیب عملگر مکان و تکانه خطی در سه بعد هستند.)

$$\frac{3}{2} \hbar \omega \pm 2\lambda \left( \frac{\hbar}{2m\omega} \right)^2, \frac{3}{2} \hbar \omega \quad (1)$$

$$\frac{3}{2} \hbar \omega \pm \frac{2}{\hbar \omega} \lambda^2 \left( \frac{\hbar}{2m\omega} \right)^4, \frac{3}{2} \hbar \omega \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \hbar \omega \pm \frac{1}{\hbar \omega} \lambda^2 \left( \frac{\hbar}{2m\omega} \right)^4, \frac{3}{2} \hbar \omega \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \hbar \omega \pm \lambda \left( \frac{\hbar}{2m\omega} \right)^2, \frac{3}{2} \hbar \omega \quad (4)$$

۲۳- سطح مقطع پراکندگی کل کُشسان ذره‌ای به جرم  $m$  از یک کره نرم با پتانسیل  $V(r) = \begin{cases} V_0 & r \leq a \\ 0 & r > a \end{cases}$  در تقریب

اول بورن به ازای  $ka \ll 1$  ( $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ ) کدام است؟

$$\frac{16\pi}{9} \left( \frac{mV_0 a^2}{\hbar^2} \right)^2 a^2 \quad (1)$$

$$\frac{16\pi}{9} \left( \frac{mV_0 a^2}{\hbar^2} \right) a^2 \quad (2)$$

$$\frac{4\pi}{9} \left( \frac{mV_0 a^2}{\hbar^2} \right) a^2 \quad (3)$$

$$\frac{4\pi}{9} \left( \frac{mV_0 a^2}{\hbar^2} \right)^2 a^2 \quad (4)$$

۲۴- بر روی یک سطح رسانای کروی به شعاع  $R$  پتانسیل الکتریکی برابر با  $\phi = V_0 \cos^2 \theta$  است که در آن  $V_0$  ضریبی ثابت و  $\theta$  زاویه قطبی در دستگاه مختصات کروی است. مبدأ مختصات بر مرکز کره و محور  $z$  بر یکی از قطره‌های کره منطبق است. درون این سطح باری وجود ندارد. پتانسیل الکتریکی در مرکز کره کدام است؟

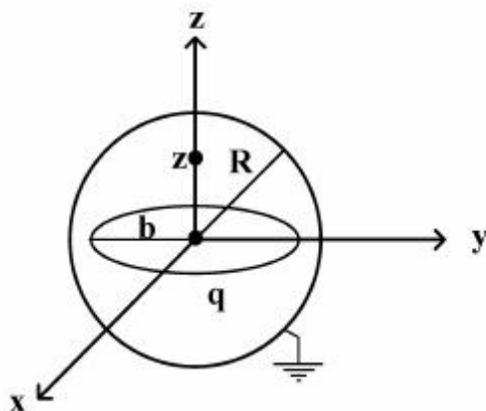
$$(1) \text{ صفر}$$

$$(2) V_0$$

$$(3) \frac{1}{3} V_0$$

$$(4) \frac{1}{2} V_0$$

۲۵- یک پوسته کروی رسانا به شعاع  $R$  در پتانسیل صفر نگه داشته شده است. مبدأ مختصات در مرکز کره قرار دارد. مطابق شکل، درون این کره یک حلقه باردار به شعاع  $b$  ( $b < R$ ) و بار  $q$  که به صورت یکنواخت بر روی محیط آن توزیع شده است، هم‌مرکز با کره (در صفحه  $xy$ ) قرار دارد. پتانسیل الکتریکی درون کره در نقطه‌ای روی محور  $z$  کدام است؟



$$\phi(z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{\sqrt{z^2 + b^2}} - \frac{R}{\sqrt{b^2 z^2 + R^2}} \right] \quad (1)$$

$$\phi(z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{b}{R\sqrt{z^2 + b^2}} - \frac{b}{\sqrt{b^2 z^2 + R^2}} \right] \quad (2)$$

$$\phi(z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{b}{R\sqrt{z^2 + b^2}} - \frac{R}{\sqrt{b^2 z^2 + R^2}} \right] \quad (3)$$

$$\phi(z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{\sqrt{z^2 + b^2}} - \frac{b}{\sqrt{b^2 z^2 + R^2}} \right] \quad (4)$$

۲۶- یک پوسته استوانه‌ای به شعاع  $R$  و طول  $L$  با دو قاعده رسانا که در پتانسیل الکتریکی صفر نگه داشته شده‌اند در نظر بگیرید. در دستگاه مختصاتی که مبدأ آن واقع بر یک قاعده و محور  $z$  آن منطبق بر محور استوانه است، پتانسیل الکتریکی روی سطح جانبی پوسته با  $V(\phi, z)$  داده شده است. قاعده دیگر پوسته در  $z = L$  واقع است. کدام عبارت ممکن است پتانسیل الکتریکی نقطه دلخواهی داخل پوسته به مختصات استوانه‌ای  $(\rho, \phi, z)$  را به درستی بیان کند؟  $I_m(x)$  و  $K_m(x)$  توابع بسل اصلاح شده هستند.

$$V(\rho, \phi, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left( A_{mn} e^{im\phi} \sin \frac{n\pi z}{L} I_m \left( \frac{n\rho}{L} \right) \right) \quad (1)$$

$$V(\rho, \phi, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left( (A_{mn} \sin m\phi + B_{mn} \cos m\phi) \sin \frac{n\pi z}{L} K_m \left( \frac{n\rho}{L} \right) \right) \quad (2)$$

$$V(\rho, \phi, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left( A_{mn} e^{im\phi} \sin \frac{n\pi z}{L} K_m \left( \frac{n\rho}{L} \right) \right) \quad (3)$$

$$V(\rho, \phi, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left( (A_{mn} \sin m\phi + B_{mn} \cos m\phi) \sin \frac{n\pi z}{L} I_m \left( \frac{n\rho}{L} \right) \right) \quad (4)$$

۲۷- یک کره فلزی به شعاع  $a$  توسط یک پوسته کروی نازک فلزی هم مرکز به شعاع  $b$  ( $b > a$ ) احاطه شده است. فضای میان کره و پوسته با ماده‌ای پر شده است که ضریب رسانندگی الکتریکی آن تابع خطی از میدان الکتریکی است یعنی  $\sigma = kE$  که در آن  $k$  عددی ثابت است. اگر اختلاف پتانسیل  $V$  بین کره و پوسته ایجاد شود، جریان الکتریکی میان کره و پوسته کدام است؟

$$4\pi k \left( \frac{V}{\ln(b/a)} \right)^2 \quad (1)$$

$$2\pi k \left( \frac{V^2}{\ln(b/a)} \right) \quad (2)$$

$$4\pi kab \left( \frac{V}{b-a} \right)^2 \quad (3)$$

$$2\pi ka \frac{V^2}{(b-a)} \quad (4)$$

۲۸- اگر میدان الکتریکی مستقل از زمان و میدان مغناطیسی در همه زمان‌ها متناهی باشد، کدام رابطه همواره درست است؟

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0 \quad (3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} \quad (4)$$

۲۹- کدام عبارت نادرست است؟

$$(1) \text{ انرژی کل یک میدان الکترومغناطیسی در حجم } V \text{ از خلاء برابر } \frac{\epsilon_0}{2} \int_V (E^2 + c^2 B^2) d^3x \text{ است.}$$

$$(2) \text{ بردار پوینتینگ یک میدان الکترومغناطیسی در خلاء برابر } \vec{E} \times \vec{B} \text{ است.}$$

$$(3) \text{ تکانه خطی یک میدان الکترومغناطیسی در حجم } V \text{ از خلاء برابر } \epsilon_0 \int_V (\vec{E} \times \vec{B}) d^3x \text{ است.}$$

$$(4) \text{ تکانه زاویه‌ای یک میدان الکترومغناطیسی در حجم } V \text{ از خلاء برابر } \epsilon_0 \int_V \vec{x} \times (\vec{E} \times \vec{B}) d^3x \text{ است.}$$

۳۰- نیروی وارد بر ذره‌ای به جرم  $m$  و بار  $q$  در میدان الکتریکی  $\vec{E}$  و میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  برابر

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B}) \text{ است. کدام رابطه درست است؟ } \left( \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right)$$

$$\frac{d}{dt}(mv^{\gamma}) = q \vec{E} \cdot \vec{v} \quad (۱)$$

$$\frac{d}{dt}(mc^{\gamma} + mv^{\gamma}) = q \vec{E} \cdot \vec{v} \quad (۲)$$

$$\frac{d}{dt}(mc^{\gamma}) = q \vec{E} \cdot \vec{v} \quad (۳)$$

$$\frac{d}{dt}(mc^{\gamma} - mv^{\gamma}) = q \vec{E} \cdot \vec{v} \quad (۴)$$

۳۱- تعداد حالت‌های قابل دسترس یک دستگاه ترمودینامیکی بسته شامل  $N$  ذره در حجم  $V$  به صورت

$$\Omega(U, N, V) = f(U) \tau g(N, V) \text{ است که } g(N, V) = \left( \frac{V}{V_0} \right)^N \text{ و } V > V_0 \text{ اگر دمای وابسته به این دستگاه } T$$

باشد معادله حالت دستگاه کدام است؟

$$PV = Nk_B T (\ln \tau) \left( \frac{V}{V_0} \right)^N \quad (۱)$$

$$PV = \tau Nk_B T \left( \frac{V}{V_0} \right) \quad (۲)$$

$$PV = Nk_B T (\ln \tau) \left( \frac{V}{V_0} \right) \quad (۳)$$

$$PV = \tau Nk_B T \left( \frac{V}{V_0} \right)^N \quad (۴)$$

۳۲- آنتروپی یک دستگاه ترمودینامیکی  $S(N, V, U)$  است. کدام رابطه درست است؟

$(U, T, P, V, N)$  و  $\mu$  به ترتیب تعداد ذرات، حجم، فشار، دما، انرژی داخلی و پتانسیل شیمیایی دستگاه است.

$$U + PV - TS + N\mu = 0 \quad (۱)$$

$$U - PV - TS - N\mu = 0 \quad (۲)$$

$$U + PV - TS - N\mu = 0 \quad (۳)$$

$$U + PV + TS - N\mu = 0 \quad (۴)$$

۳۳- یک ستاره نوترونی را متشکل از  $N$  نوترون بدون برهم‌کنش در نظر بگیرید. اگر  $T_F$  دمای فرمی ستاره و  $U$  انرژی داخلی ستاره باشد، کدام رابطه درست است؟

$$U = \frac{3}{5} N k_B T_F \quad (1)$$

$$U = \frac{3}{4} N k_B T_F \quad (2)$$

$$U = \frac{5}{3} N k_B T_F \quad (3)$$

$$U = \frac{4}{3} N k_B T_F \quad (4)$$

۳۴- تعداد فوتون‌ها در کواکی به حجم  $V$  و دمای  $T$  برابر  $N = 6 \cdot V \left( \frac{k_B T}{hc} \right)^3$  است که  $k_B$ ،  $c$  و  $h$  به ترتیب ثابت بولتزمن، سرعت نور و ثابت پلانک است. دمای متوسط عالم در حال حاضر  $2.7K$  است. به طور متوسط چند فوتون در هر سانتی متر مکعب عالم وجود دارد؟

$$4 \times 10^{11} \quad (1)$$

$$4 \times 10^8 \quad (2)$$

$$4 \times 10^5 \quad (3)$$

$$4 \times 10^2 \quad (4)$$

۳۵- تابع توزیع احتمالی تندی ماکسولی ذرات در دمای  $T$  به صورت  $P(v) = \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} e^{-mv^2/2k_B T} 4\pi v^2$  است.

حاصل عبارت  $\langle \frac{1}{v} \rangle$  کدام است؟

$$\frac{\lambda}{\pi} \quad (1)$$

$$\frac{4}{\sqrt{\pi}} \quad (2)$$

$$\frac{4}{\pi} \quad (3)$$

$$\frac{\lambda}{\sqrt{\pi}} \quad (4)$$

۳۶- انرژی یک گاز فوتونی در کاواکی به حجم  $V$  و دمای  $T$  برابر  $U = \frac{\pi^2 (k_B T)^4}{15 (hc)^3} V$  است.  $S$  آنتروپی و  $\mu$  پتانسیل

شیمیایی این گاز کدام است؟

$$\mu = \frac{\lambda \pi^4 (k_B T)^4}{45 (hc)^3} V \text{ و } S = \frac{32 \pi^4}{45} V \left( \frac{k_B T}{hc} \right)^3 k_B \quad (1)$$

$$\mu = \frac{\pi^4 (k_B T)^4}{45 (hc)^3} V \text{ و } S = \frac{4 \pi^4}{45} V \left( \frac{k_B T}{hc} \right)^3 k_B \quad (2)$$

$$\mu = 0 \text{ و } S = \frac{4 \pi^4}{45} V \left( \frac{k_B T}{hc} \right)^3 k_B \quad (3)$$

$$\mu = 0 \text{ و } S = \frac{32 \pi^4}{45} V \left( \frac{k_B T}{hc} \right)^3 k_B \quad (4)$$

۳۷- چگالی حالت‌ها برای ذرات آزاد غیرنسبیتی به جرم  $m$  و اسپین  $\frac{1}{2}$  محصور در حجم  $V$  و با انرژی بین  $\varepsilon$  و  $\varepsilon + d\varepsilon$

برابر با  $D(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{2V}{(2\pi)^3} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon$  است. تعداد ذرات در واحد حجم ظرف در دمای  $T$  کدام است؟

$$\frac{2}{\pi^3} \left( \frac{2mk_B T}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^{(x^2 - \mu)/k_B T} + 1} \quad (1)$$

$$\frac{2}{\pi^3} \left( \frac{2mk_B T}{\hbar^2} \right)^{3/2} \frac{k_B T}{\mu} \int_0^\infty \frac{x dx}{e^{(x^2 - \mu)/k_B T} + 1} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\pi^3} \left( \frac{2mk_B T}{\hbar^2} \right)^{3/2} \frac{k_B T}{\mu} \int_0^\infty \frac{x dx}{e^{(x^2 - \mu)/k_B T} + 1} \quad (3)$$

$$\frac{1}{\pi^3} \left( \frac{2mk_B T}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^{(x^2 - \mu)/k_B T} + 1} \quad (4)$$

۳۸- چگالی الکترون‌های رسانش در یک چاه کوانتومی به ضخامت  $10$  نانومتر در چه محدوده‌ای قرار دارد؟

$$1 - 10^4 \mu\text{m}^{-2} \quad (1)$$

$$10^{-4} - 1 \mu\text{m}^{-2} \quad (2)$$

$$1 - 10^3 \text{nm}^{-2} \quad (3)$$

$$10^{-2} - 1 \text{nm}^{-2} \quad (4)$$

- ۳۹- کدام عبارت در مورد شیشه‌های حاوی نانوخوشه‌های فلزی نادرست است؟  
 (۱) یکی از روش‌های ساخت آن‌ها روش کاشت یونی است.  
 (۲) از خود آثار اپتیک غیرخطی بروز می‌دهند.  
 (۳) ضریب شکست آن‌ها مستقل از شدت نور ورودی است.  
 (۴) با کاهش قطر نانوذرات، فله جذب اپتیکی آن‌ها به طول موج‌های کوتاه‌تر منتقل می‌شود.
- ۴۰- مواد نانو کریستال مغناطیسی تولید شده توسط رسوب‌دهی الکتریکی در مقایسه با ماده حجیم آن چه مشخصاتی دارد؟  
 (۱) اشباع مغناطیسی آن‌ها تغییری نمی‌کند اما نیروی پسماندزداي پایینی دارند.  
 (۲) اشباع مغناطیسی آن‌ها افزایش می‌یابد اما نیروی پسماندزداي آن‌ها تغییری نمی‌کند.  
 (۳) ناهمسانگری مغناطیسی آن‌ها افزایش یافته اما اشباع مغناطیسی آن‌ها کاهش یافته است.  
 (۴) ناهمسانگری مغناطیسی آن‌ها تغییری نمی‌کند اما نیروی پسماندزداي بالاتری دارند.
- ۴۱- برای تولید نانوپودر سرامیک‌های دیرگداز کدام روش به عنوان روشی با کارایی بالا و ارزان به کار می‌رود؟  
 (۱) نشست شیمیایی بخار (CVD)  
 (۲) سل - ژل  
 (۳) آلیاژ سازی مکانیکی  
 (۴) کندوپاش (sputtering)
- ۴۲- در روش برآرایی باریکه مولکولی (MBE) جهت تولید لایه‌های بسیار نازک، از کدام روش برای کنترل ساختار بلور نگاری سطح برآراستی استفاده می‌شود؟  
 (۱) طیف‌سنج جرمی  
 (۲) آنالیزور اوژه  
 (۳) تحلیل زمان پرواز  
 (۴) RHEED (پراش سنج الکترون پراثرزی)
- ۴۳- کدام عبارت در مورد روش پاشش حرارتی (thermal spraying) درست است؟  
 (۱) برای برقراری پیوند مناسب بین پوشش و زیرلایه نیازی به چربی‌زدایی از سطح زیرلایه نیست.  
 (۲) ذرات جامد اولیه با عبور از یک منبع حرارتی به صورت مذاب یا نیمه‌مذاب در می‌آیند.  
 (۳) محیط اطراف زیرلایه تأثیری بر ریزساختار نهایی پوشش ندارد.  
 (۴) این روش فقط برای پوشش نانوذرات غیرفلزی کاربرد دارد.
- ۴۴- برای تشکیل ساختارهای شبکه‌ای از نانوذرات، کدام مواد به عنوان بستر مناسب‌ترند؟  
 (۱) بلورهای فوتونی (۲) زئولیت‌ها (۳) فولرین‌ها (۴) پلیمرهای رسانا
- ۴۵- به منظور مطالعه پلاسمون‌های سطحی موضعی (localized surface Plasmon) نانو ذرات فلزی، یکی از روش‌ها استفاده از تقریب شبه استاتیک (quasi-static approximation) است. این روش در چه صورتی قادر است تغییر فرکانس تشدید را توصیف کند؟  
 (۱) در صورت تغییر اندازه نانو ذره فلزی  
 (۲) در صورت تغییر شکل هندسی نانو ذره فلزی  
 (۳) در صورت تغییر جنس نانو ذره فلزی  
 (۴) در صورت تغییر ماده دی‌الکتریک اطراف نانو ذره فلزی

