www.konkur.in

675A

کد کنترل
675
A

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۹۷/۱۲/۳
دفترچهٔ شمارهٔ (۱)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دورهٔ دکتری (نیمه‌متمرکز) ـ سال ۱۳۹۸

رشتهٔ فیزیک ـ کد (۲۲۳۸)

تعداد سؤال: ۴۵

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	مجموعه تخصصی: مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته ـ الکترومغناطیس و الکترودینامیک ـ ترمودینامیک و مکانیک آماری پیشرفته ۱	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱۳۹۸

forum.konkur.in

www.konkur.in

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... در جلسهٔ این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- هامیلتونی یک دستگاه کوانتومی $H=\frac{ch}{\lambda}(a_\circ I+\vec{a}.\vec{\sigma})$ است که I و $\vec{\sigma}=(\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z)$ به‌ترتیب ماتریس واحد و ماتریس‌های پاولی در فضای هیلبرت با بعد ۲ هستند. λ، $a_\circ$ و $\vec{a}=(a_x,a_y,a_z)$ ثابت‌اند. اگر این دستگاه گسیل الکترومغناطیسی انجام دهد، طول موج آن چقدر است؟(h ثابت پلانک و c سرعت نور در خلأ است.)

۱) $\frac{\lambda}{۲\sqrt{a_x^۲+a_y^۲+a_z^۲}}$

۲) $\frac{\lambda}{\sqrt{a_x^۲+a_y^۲+a_z^۲}}$

۳) $\frac{\lambda a_\circ}{۲\sqrt{a_x^۲+a_y^۲+a_z^۲}}$

۴) $\frac{\lambda a_\circ}{\sqrt{a_x^۲+a_y^۲+a_z^۲}}$

۲- ذره‌ای به جرم m در چاه پتانسیل یک بعدی $V(x)=\begin{cases}\infty & x<\circ\\ \frac{-\hbar^۲}{ma}\delta(x-a) & x\geq\circ\end{cases}$ در نظر بگیرید $(a>\circ)$. اگر انرژی حالت مقید را به صورت $E=\frac{-\hbar^۲k^۲}{۲m}$ نشان دهیم، مقدار k از کدام رابطه به دست می‌آید؟

۱) $\tan(ka)=\frac{۲}{ka}-۱$

۲) $\tanh(ka)=\frac{۲}{ka}-۱$

۳) $\tan(ka)=\left(\frac{۲}{ka}-۱\right)^{-۱}$

۴) $\tanh(ka)=\left(\frac{۲}{ka}-۱\right)^{-۱}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۳- نمایش عملگر $\hat{O}$ روی حالت $|\alpha\rangle$ در فضای مکان به‌صورت $\langle x'|\alpha\rangle$ است. $\langle x'|\hat{O}|\alpha\rangle = \left(\frac{d}{dx'} + \frac{d^2}{dx'^2}\right)\langle x'|\alpha\rangle$

مقدار $\langle x'|\hat{O}|x''\rangle$ با کدام رابطه برابر است؟

۱) $\left(\frac{2}{(x'-x'')^2} - \frac{1}{(x'-x'')}\right)\delta(x'-x'')$

۲) $\left(\frac{1}{(x'-x'')^2} - \frac{1}{(x'-x'')}\right)\delta(x'-x'')$

۳) $\left(\frac{2}{(x'-x'')^2} + \frac{1}{(x'-x'')}\right)\delta(x'-x'')$

۴) $\left(\frac{1}{(x'-x'')^2} + \frac{1}{(x'-x'')}\right)\delta(x'-x'')$

۴- هامیلتونی یک دستگاه کوانتومی در پایه‌های راست هنجار $\{|+\rangle, |-\rangle\}$ به‌صورت $H = \hbar\omega(|+\rangle\langle+| - i\sqrt{5}|+\rangle\langle-| + i\sqrt{5}|-\rangle\langle+| - 3|-\rangle\langle-|)$ است. در لحظهٔ $t = 0$ دستگاه در حالت $|+\rangle$ است احتمال این که این دستگاه در لحظهٔ $t > 0$ در حالت مانای متناظر با ویژه مقدار بزرگ‌تر انرژی باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{11}{36}$

۲) $\frac{5}{6}$

۳) $\frac{1}{6}$

۴) $\frac{25}{36}$

۵- هامیلتونی سیستمی متشکل از دو نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی جفت شده به‌صورت $H = \frac{P_x^2}{2m} + \frac{P_y^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2(x^2+y^2) + \frac{1}{2}m\omega^2 xy$ است. انرژی اولین تراز برانگیخته این دستگاه کدام است؟

۱) $\sqrt{\frac{3}{8}}\left(1+\sqrt{2}\right)\hbar\omega$

۲) $\frac{3}{\sqrt{8}}\left(1+\sqrt{3}\right)\hbar\omega$

۳) $\sqrt{\frac{3}{8}}\left(1+\sqrt{3}\right)\hbar\omega$

۴) $\frac{3}{\sqrt{8}}\left(1+\sqrt{2}\right)\hbar\omega$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۶- ذره‌ای به جرم m و مقید در چاه پتانسیل یک بعدی $V(x)=-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{|x|}$ در محدوده $-\infty < x < +\infty$ در نظر بگیرید. در تقریب WKB انرژی حالت پایه کدام گزینه است؟ $\left(\int_0^1 \frac{\sqrt{1-u}}{\sqrt{u}}du=\frac{\pi}{2}\right)$

۱) $-\frac{8m}{9\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2$

۲) $-\frac{16m}{9\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2$

۳) $-\frac{16m}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2$

۴) $-\frac{8m}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2$

۷- انتشارگر یک ذره بین دو نقطهٔ $\vec{x}'',\vec{x}'$ به‌صورت $K(\vec{x}'',\vec{x}';t-t_0)=<\vec{x}''|e^{\frac{-i(t-t_0)H}{\hbar}}|\vec{x}'>$ تعریف می‌شود. اگر $\left[T(\vec{\ell}),H\right]=0$ که در آن $T(\vec{\ell})=e^{-\frac{i}{\hbar}\vec{\ell}.\vec{P}}$ عملگر انتقال و $\vec{\ell}$ برداری دلخواه است، کدام خاصیت برای انتشارگر درست است؟

۱) $K(\vec{x}'',\vec{x}',t-t_0)=K(-\vec{x}'',-\vec{x}';t-t_0)$

۲) $K(\vec{x}'',\vec{x}',t-t_0)=K(\vec{x}',\vec{x}'';t-t_0)$

۳) $K(\vec{x}'',\vec{x}',t-t_0)=K(\vec{x}''-\vec{x}';t-t_0)$

۴) $K(\vec{x}'',\vec{x}',t-t_0)=K^*(\vec{x}'',\vec{x}';t-t_0)$

۸- کدام ماتریس می‌تواند نمایش ماتریسی یک عملگر دوران در فضای هیلبرت دو بعدی باشد؟ ($\vec{\sigma}=(\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z)$ ماتریس‌های پاولی، $\vec{a}=\sin\beta\cos\alpha\,\hat{i}+\sin\beta\sin\alpha\,\hat{j}$ است و α,β هر مقدار دلخواهی می‌توانند اختیار کنند.)

۱) $\frac{\cos\beta+i\vec{\sigma}.\vec{a}}{\sin\beta-i\vec{\sigma}.\vec{a}}$

۲) $\cos\beta+i\vec{\sigma}.\vec{a}$

۳) $\sin\beta-i\vec{\sigma}.\vec{a}$

۴) $\frac{\cos\beta+i\vec{\sigma}.\vec{a}}{\cos\beta-i\vec{\sigma}.\vec{a}}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۹- اگر $\hat{D}^{(j=\frac{1}{2})}(\hat{n},\phi)$ عملگر دوران یک دستگاه کوانتومی حول محور $\hat{n}=\frac{1}{\sqrt{3}}\hat{i}+\sqrt{\frac{2}{3}}\hat{j}$ به اندازه زاویه $\phi=+60^\circ$ باشد. دوران یافتهٔ حالت $|+\rangle$ تحت این عملگر کدام است؟ ($|\pm\rangle$ ویژه بردارهای ماتریس پاولی σ_z و $\hat{i},\hat{j}$ بردارهای یکه در جهت محورهای x و y هستند.)

۱) $\frac{1}{2\sqrt{3}}\left((\sqrt{2}-i)|+\rangle+3|-\rangle\right)$

۲) $\frac{1}{2\sqrt{3}}\left(3|+\rangle+(\sqrt{2}-i)|-\rangle\right)$

۳) $\frac{1}{\sqrt{6}}\left(\sqrt{3}|+\rangle+(\sqrt{2}+i)|-\rangle\right)$

۴) $\frac{1}{\sqrt{6}}\left((\sqrt{2}+i)|+\rangle+\sqrt{3}|-\rangle\right)$

۱۰- مجموعه‌ای متشکل از دو ذره هر یک با اسپین یک $(s_1=1,s_2=1)$ در نظر بگیرید. ویژه مقدار $\hat{S}_z$ مجموعه برابر $+\hbar$ است که $\hat{S}_z=\hat{S}_{1z}\otimes\hat{I}_2+\hat{I}_1\otimes\hat{S}_{2z}$ است. اگر P_2 احتمال این که اسپین کل مجموعه $s=2$ و P_1 احتمال این که اسپین کل آن $s=1$ باشد، مقدار $\frac{P_2}{P_1}$ کدام است؟

۱) ۱

۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{3}{5}$

۴) $\frac{1}{4}$

۱۱- اگر ψ_ℓ^{j,m_j} ویژه تابع مشترک عملگرهای J^2، L^2، J_z به‌ترتیب با ویژه مقادیر $\hbar^2j(j+1)$ ، $\hbar^2\ell(\ell+1)$ ، $m_j\hbar$ باشد، کدام عبارت در مورد توابع $\phi_1=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\psi_2^{\frac{5}{2},\frac{3}{2}}+i\,\psi_2^{\frac{5}{2},-\frac{3}{2}}\right)$ و $\phi_2=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\psi_3^{2,2}-\psi_3^{2,-2}\right)$ درست است؟

۱) ϕ_2 ویژه تابع مشترک عملگرهای پاریته و وارونی زمان است.

۲) ϕ_1 ویژه تابع مشترک عملگرهای پاریته و وارونی زمان است.

۳) ϕ_1 و ϕ_2 هر دو ویژه تابع عملگر وارونی زمان هستند اما ϕ_1 ویژه تابع عملگر پاریته نیست.

۴) ϕ_1 و ϕ_2 هر دو ویژه تابع عملگر پاریته هستند اما هیچ‌یک ویژه تابع عملگر وارونی زمان نیستند.

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۲- ذره‌ای به جرم m در چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی $V(x)=\begin{cases}0 & |x|\le a\\ \infty & |x|>a\end{cases}$ در نظر بگیرید. با تابع موج آزمون و بهنجار $\Psi(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{(2\lambda+1)(\lambda+1)}}{2\lambda a^{\lambda}\sqrt{a}}(a^{\lambda}-|x|^{\lambda}) & |x|<a\\ 0 & |x|>a\end{cases}$ و روش وردش، انرژی حالت پایه به ازای کدام λ کمینه است؟

$(\lambda>1)$

۱) $\lambda=\frac{1}{2}(\sqrt{6}-1)$

۲) $\lambda=\frac{1}{4}(\sqrt{6}+1)$

۳) $\lambda=\frac{1}{2}(\sqrt{6}+1)$

۴) $\lambda=\frac{1}{4}(\sqrt{6}-1)$

۱۳- اتم هیدروژنی در حالت برانگیخته $|n\ell m\rangle$ توسط میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}_0$ مختل می‌شود به طوری‌که انرژی پتانسیل برهمکنش به شکل $V(t)=\begin{cases}e\vec{E}_0.\vec{r}\sin(\omega t) & 0\le t\le T\\ 0 & t<0\ ,\ t>T\end{cases}$ است. با استفاده از نظریه اختلال وابسته به زمان مرتبه اول، گذار به کدام حالت‌های نهایی $|n'\ell'm'\rangle$ امکان‌پذیر است؟ $(\Delta m=m'-m, \Delta\ell=\ell'-\ell)$

۱) $\Delta m=0,\pm1,\ \Delta\ell=0$

۲) $\Delta m=0,\pm1,\ \Delta\ell=\pm1$

۳) $\Delta m=\pm1,\pm2,\ \Delta\ell=0,\pm1$

۴) $\Delta m=\pm1,\pm2,\ \Delta\ell=\pm1,\pm2$

۱۴- پرتویی از پروتون که جریانی به شدت $5\times10^{-9}\ A$ تولید می‌کند به هدفی از مس برخورد می‌کند. ضخامت هدف چنان است که چگالی سطحی آن $0/2\frac{mg}{cm^2}$ است. آشکارسازی با مساحت $0/5cm^2$ عمود بر پرتوی پراکنده شده در راستایی معین و به فاصله $20cm$ از هدف قرار دارد. اگر در هر ثانیه ۱۰ پروتون توسط آشکارساز شمرده شود، سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی از مس در این راستا چند $cm^2/atom/steradian$ است؟

۱) $4/0\times10^{-6}$

۲) $8/1\times10^{-7}$

۳) $1/3\times10^{-25}$

۴) $6/7\times10^{-25}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۵- اگر دامنه پراکندگی ذره‌ای به جرم m از یک چاه پتانسیل کروی به عرض a و عمق $-V_0$ تا مرتبه اول تقریب بورن به شکل $f(k,\theta)=-\frac{2mV_0 a}{q^2\hbar^2}\left[\cos(qa)-\frac{\sin(qa)}{qa}\right]$ باشد، جابه‌جایی فاز برای پراکندگی موج S در انرژی‌های پایین $(ka \ll 1)$ کدام است؟ ($q=2k\sin\frac{\theta}{2}$ که در آن θ زاویه پراکندگی نسبت به راستای ذره تابشی و $E_i=\frac{\hbar^2k^2}{2m}$ انرژی ذره تابشی است.)

۱) $\delta_0 \approx \frac{\hbar^2}{2mV_0ka^2}\left(1-\frac{\sin(2ka)}{2ka}\right)$

۲) $\delta_0 \approx \frac{2mV_0ka^2}{\hbar^2}\left(1-\frac{\sin(2ka)}{2ka}\right)$

۳) $\delta_0 \approx \frac{\hbar^2}{2mV_0ka^2}\left(\cos(2ka)-\frac{\sin(2ka)}{2ka}\right)$

۴) $\delta_0 \approx \frac{2mV_0ka^2}{\hbar^2}\left(\cos(2ka)-\frac{\sin(2ka)}{2ka}\right)$

۱۶- در ناحیه‌ای از فضا شامل مبدأ مختصات میدان الکتریکی به شکل $\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}(1-e^{-\frac{r}{R}})\frac{\hat{r}}{r^2}$ وجود دارد که در آن R و q ثابت و r فاصله از مبدأ مختصات است. بار الکتریکی موجود در پوسته کروی با شعاع داخلی $R_1=R$ و شعاع خارجی $R_2=2R$ کدام است؟ ($\hat{r}$ بردار یکّه در امتداد بردار مکان یک نقطه و مرکز پوسته کروی منطبق بر مبدأ مختصات است.)

۱) $q\left(\frac{1}{2}+\frac{\sinh(0/5)}{\exp(1/5)}\right)$

۲) $q\left(1+\frac{2\sinh(0/5)}{\exp(1/5)}\right)$

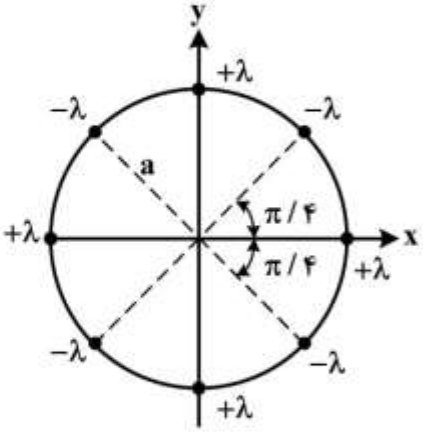
۳) $\frac{2q\sinh(0/5)}{\exp(1/5)}$

۴) $\frac{q\sinh(0/5)}{\exp(1/5)}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۷- ۸ خط بار نامتناهی با چگالی بار خطی $+\lambda$ و $-\lambda$ مطابق شکل موازی محور z (محور استوانه‌ای به شعاع a) قرار دارند. کدام رابطه نشان دهنده چگالی حجمی بار این مجموعه در مختصات استوانه‌ای (ρ,φ,z) است؟



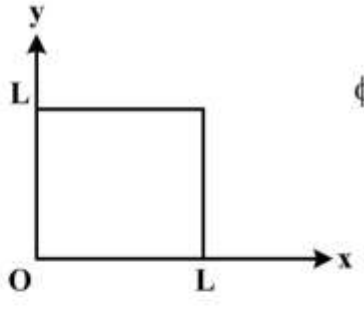
۱) $\frac{\lambda}{a^{۲}}\sum_{n=۱}^{۸}(-۱)^{n}\delta(\rho-a)\delta(\varphi-\frac{n\pi}{۴})$

۲) $\frac{\lambda}{۲\pi a}\sum_{n=۰}^{۷}(-۱)^{n}\delta(\rho-a)\delta(\varphi-\frac{n\pi}{۴})$

۳) $\frac{\lambda}{۲\pi a^{۲}}\sum_{n=۱}^{۸}(-۱)^{n}\rho\delta(\rho-a)\delta(\varphi-\frac{n\pi}{۴})$

۴) $\frac{\lambda}{a}\sum_{n=۰}^{۷}(-۱)^{n}\delta(\rho-a)\delta(\varphi-n\frac{\pi}{۴})$

۱۸- در شکل زیر مقطع یک چهار وجهی که در امتداد z دارای گسترش نامتناهی است نشان داده شده است. حجم داخل چهار وجهی با بار حجمی با چگالی یکنواخت ρ پر شده و وجوه آن در پتانسیل الکتریکی صفر نگه داشته شده‌اند. پتانسیل الکتریکی در نقطهٔ (x,y) داخل چهار وجهی کدام است؟



۱) $\phi(x,y)=\frac{۴\rho L^{۲}}{\pi^{۳}\varepsilon_{۰}}\sum_{m=۰}^{\infty}\frac{\sin(۲m+۱)\pi x/L}{(۲m+۱)^{۳}}\left(۱-\frac{\cosh(۲m+۱)\pi(\frac{y}{L}-\frac{۱}{۲})}{\cosh(۲m+۱)\frac{\pi}{۲}}\right)$

۲) $\phi(x,y)=\frac{۴\rho L^{۲}}{\pi^{۳}\varepsilon_{۰}}\sum_{m=۰}^{\infty}\frac{\sin(۲m+۱)\pi x/L}{(۲m+۱)^{۳}}\left(۱-\frac{\sinh(۲m+۱)\pi\frac{y}{L}}{\sinh(۲m+۱)\pi}\right)$

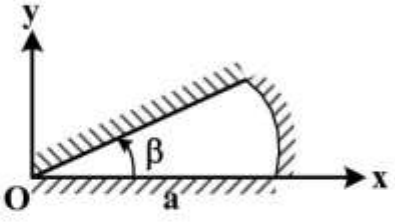
۳) $\phi(x,y)=\frac{۴\rho L^{۲}}{\pi^{۳}\varepsilon_{۰}}\sum_{m=۰}^{\infty}\frac{\sin(۲m+۱)\pi x/L}{(۲m+۱)^{۲}}\frac{\sinh(۲m+۱)\frac{\pi y}{L}}{\sinh(۲m+۱)\pi}$

۴) $\phi(x,y)=\frac{۴\rho L^{۲}}{\pi^{۳}\varepsilon_{۰}}\sum_{m=۰}^{\infty}\frac{\sin(۲m+۱)\pi x/L}{(۲m+۱)^{۳}}\left(۱-\frac{\cosh(۲m+۱)\pi(\frac{y}{L}-\frac{۱}{۲})}{\cosh(۲m+۱)\frac{\pi}{۲}}\right)$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۹- تابع گرین معادلهٔ لاپلاس با شرایط مرزی دیریشله در مختصات استوانه‌ای (ρ,φ) در یک مسأله دو بعدی مطابق شکل با مرزهایی در $\varphi=0$ ، $\varphi=\beta$ و $\rho=a$ کدام است؟ ($\rho_>$ و $\rho_<$ به‌ترتیب اندازهٔ بزرگتر و کوچکتر میان ρ و ρ' هستند.)



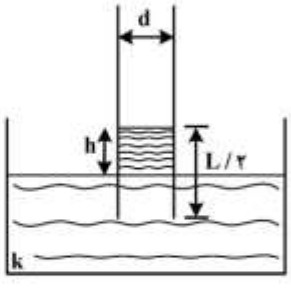
۱) $$G(\rho,\varphi;\rho',\varphi')=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4}{m}\left(\left(\frac{\rho_<}{\rho_>}\right)^{\frac{2\pi m}{\beta}}-\left(\frac{\rho_>\rho_<}{a^2}\right)^{\frac{2\pi m}{\beta}}\right)\sin\left(\frac{\pi m\varphi}{\beta}\right)\sin\left(\frac{m\pi\varphi'}{\beta}\right)$$

۲) $$G(\rho,\varphi;\rho',\varphi')=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4}{m}\left(\left(\frac{a}{\rho_>}\right)^{\frac{2\pi m}{\beta}}-\left(\frac{\rho_<}{a}\right)^{\frac{2\pi m}{\beta}}\right)\sin\left(\frac{2\pi m\varphi}{\beta}\right)\sin\left(\frac{2m\pi\varphi'}{\beta}\right)$$

۳) $$G(\rho,\varphi;\rho',\varphi')=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4}{m}\left(\left(\frac{\rho_<}{\rho_>}\right)^{\frac{\pi m}{\beta}}-\left(\frac{\rho_>\rho_<}{a^2}\right)^{\frac{\pi m}{\beta}}\right)\sin\left(\frac{\pi m\varphi}{\beta}\right)\sin\left(\frac{m\pi\varphi'}{\beta}\right)$$

۴) $$G(\rho,\varphi;\rho',\varphi')=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4}{m}\left(\left(\frac{\rho_<}{a}\right)^{\frac{\pi m}{\beta}}-\left(\frac{a}{\rho_>}\right)^{\frac{\pi m}{\beta}}\right)\sin\left(\frac{2\pi m\varphi}{\beta}\right)\sin\left(\frac{2m\pi\varphi'}{\beta}\right)$$

۲۰- صفحات یک خازن تخت به شکل مربعی به ضلع L هستند و فاصله دو صفحه از هم برابر d است این خازن تا پتانسیل V_0 شارژ شده و از باطری جدا می‌شود. سپس این خازن به‌طور عمودی در یک ظرف پر از مایع با ثابت دی‌الکتریک k و چگالی جرمی ρ_m فرو برده می‌شود به‌طوری که این مایع نصف حجم خازن را اشغال می‌کند. h ارتفاع مایع درون خازن تا سطح آزاد مایع در ظرف، کدام است؟



۱) $$\frac{2\varepsilon_0 V_0^2}{\rho_m g d^2}\left(\frac{k-1}{k+1}\right)^2$$

۲) $$\frac{2\varepsilon_0 V_0^2}{\rho_m g d^2}\frac{(k-1)}{(k+1)^2}$$

۳) $$\frac{4\varepsilon_0 V_0^2}{\rho_m g d^2}\left(\frac{k-1}{k+1}\right)^2$$

۴) $$\frac{4\varepsilon_0 V_0^2}{\rho_m g d^2}\frac{(k-1)}{(k+1)^2}$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۲۱- در ناحیه‌ای از فضا میدان مغناطیسی ثابت $\vec{B} = B_\circ \hat{j}$ موجود است. کره رسانای کامل بدون باری با سرعت غیرنسبیتی $\vec{v} = v_\circ \hat{i}$ در این ناحیه در حرکت است. چگالی بار القایی روی سطح این کره کدام است؟ (پتانسیل الکتریکی در خارج از یک پوستهٔ کروی رسانای بدون بار به شعاع a در میدان الکتریکی یکنواخت $E_\circ \hat{k}$ به‌صورت $\phi = -E_\circ r\cos\theta\left(1-\frac{a^3}{r^3}\right)+\phi_\circ$ است که θ زاویه بین بردار یکه $\hat{k}$ و بردار $\vec{r}$ است.)

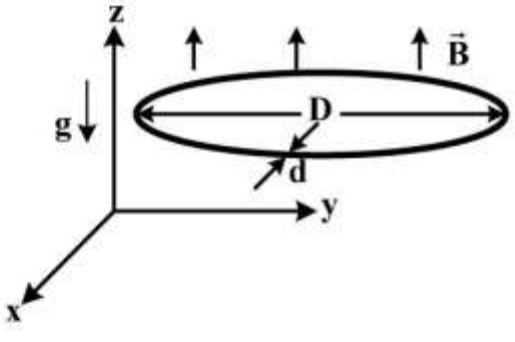
۱) $3\varepsilon_\circ B_\circ V_\circ \cos\theta$

۲) $3\varepsilon_\circ B_\circ V_\circ \sin\theta$

۳) $3\varepsilon_\circ B_\circ V_\circ \cos^2\theta$

۴) $3\varepsilon_\circ B_\circ V_\circ \sin\theta\cos\theta$

۲۲- یک حلقه رسانای دایره‌ای شکل از سیمی به قطر d، مقاومت ویژهٔ ρ و چگالی جرمی ρ_m ساخته شده است. قطر حلقه برابر D است. این حلقه مطابق شکل از ارتفاعی بالای سطح زمین از حالت سکون در میدان مغناطیسی $\vec{B} = B_\circ(1+\alpha z)\hat{k}$ رها می‌شود که α ضریبی ثابت است. صفحه حلقه همواره موازی سطح افق (صفحه xy) است. سرعت حدی این حلقه کدام است؟



۱) $\frac{\rho_m g d^2}{4B_\circ^2 \alpha D^4 \rho}$

۲) $\frac{4B_\circ^2\alpha^2 D^4\rho}{\rho_m g d^2}$

۳) $\frac{16\rho_m \rho g}{B_\circ^2\alpha^2 D^2}$

۴) $\frac{D^2 B_\circ^2 \alpha^2}{16\rho_m\rho g}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۲۳- دو پوسته کروی بسیار نازک رسانای هم‌مرکز یکی به شعاع R و دیگری به شعاع $2R$ در نظر بگیرید. روی پوسته داخلی بار Q و روی پوسته خارجی بار $-Q$ توزیع شده است در مرکز دو کره یک دو قطبی مغناطیسی نقطه‌ای باگشتاور دوقطبی مغناطیسی $\vec{m} = m_0\hat{k}$ قرار دارد. تکانه زاویه‌ای کل میدان الکترومغناطیسی این مجموعه کدام است؟

۱) صفر

۲) $\frac{\mu_0 m_0 Q}{24\pi^2 R}$

۳) $\frac{\mu_0 m_0 Q}{6\pi R}$

۴) $\frac{\mu_0 m_0 Q}{12\pi R}$

۲۴- سیملوله‌ای طویل به شعاع R که در واحد طول آن n دور سیم حامل جریان $I_0 \cos\omega t$ پیچیده شده است در نظر بگیرید. متوسط زمانی انرژی الکترومغناطیسی در بازه $0 \le t \le \frac{2\pi}{\omega}$ در واحد طول سیملوله چقدر است؟

۱) $\frac{\mu_0}{2}\pi R^2 n^2 I_0^2\left(1+\frac{\omega^2 R^2}{8c^2}\right)$

۲) $\frac{\mu_0}{4}\pi R^2 n^2 I_0^2\left(1+\frac{\omega^2 R^2}{8c^2}\right)$

۳) $\frac{\mu_0}{2}\pi R^2 n^2 I_0^2\left(1+\frac{\omega^4 R^4}{8c^4}\right)$

۴) $\frac{\mu_0}{4}\pi R^2 n^2 I_0^2\left(1+\frac{\omega^4 R^4}{8c^4}\right)$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۲۵- اگر در یک موجبر با ضریب شکست n بسامدهای زاویه‌ای قابل انتشار برای امواج الکترومغناطیسی با طول موج λ به شکل $\omega_m = \frac{c}{n}\sqrt{\left(\frac{۲\pi}{\lambda}\right)^۲ + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^۲}$ $(m = ۱,۲,۳,...)$ باشد، سرعت گروه هر کدام از این مُدها کدام است؟ c سرعت نور در خلأ و a عدد ثابتی است.

۱) $\frac{c}{n}\left[۱+\left(\frac{m\lambda}{۲a}\right)^۲\right]^{\frac{۱}{۲}}$

۲) $\frac{c}{۲n}\left[۱+\left(\frac{m\lambda}{۲a}\right)^۲\right]^{\frac{۱}{۲}}$

۳) $\frac{c}{n}\left[۱+\left(\frac{m\lambda}{۲a}\right)^۲\right]^{\frac{۱}{۲}}$

۴) $\frac{۲c}{n}\left[۱+\left(\frac{m\lambda}{۲a}\right)^۲\right]^{\frac{۱}{۲}}$

۲۶- امواج الکترومغناطیسی تخت با شدت I به‌طور عمودی از هوا $(n=۱)$ بر یک تیغه شیشه‌ای با ضریب شکست n می‌تابند. اگر از هر نوع اثر تداخلی چشم‌پوشی شود فشار تابشی وارد بر تیغه شیشه‌ای کدام است؟ ضرایب فرنل عبور و بازتاب برای یک موج الکترومغناطیسی که از محیط عایقی با ضریب شکست $n_۱$ به محیط عایق دیگری با ضریب شکست $n_۲$ به‌طور عمودی می‌تابد به‌ترتیب $\frac{۲n_۱}{n_۱+n_۲}, \frac{n_۲-n_۱}{n_۲+n_۱}$ است. (c سرعت نور در خلأ است.)

۱) $\frac{I}{c}\left(\frac{n-۱}{n+۱}\right)$

۲) $۲\frac{I}{c}\left(\frac{n-۱}{n+۱}\right)$

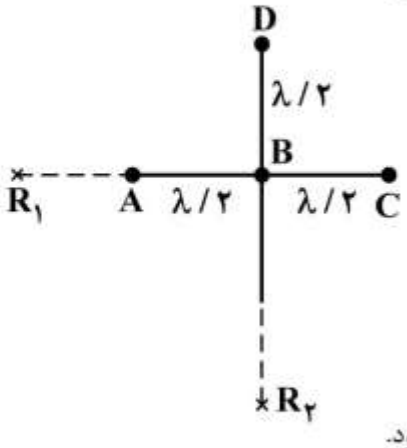
۳) $۲\frac{I}{c}\left(\frac{n-۱}{n+۱}\right)^۲$

۴) $\frac{I}{c}\left(\frac{n-۱}{n+۱}\right)^۲$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۲۷- چهار چشمه امواج الکترومغناطیسی نقطه‌ای یکسان همدوس A، B، C و D مطابق شکل زیر نسبت به هم قرار دارند و امواجی با طول موج یکسان λ منتشر می‌کنند. دو گیرندهٔ R_1 و R_2 در فواصل دور و یکسان از چشمهٔ B قرار دارند. کدام عبارت در مورد شدت امواج دریافتی توسط دو گیرنده درست است؟



۱) شدت دریافتی گیرندهٔ (۲) بیشتر از گیرنده (۱) است.

۲) شدت دریافتی گیرندهٔ (۱) بیشتر از گیرنده (۲) است.

۳) شدت دریافتی هر دو گیرندهٔ با هم برابر است.

۴) اگر چشمهٔ D خاموش شود شدت دریافتی هر دو گیرنده با هم برابر می‌شود.

۲۸- محیط شفاف فعالی را در نظر بگیرید که ضریب شکست آن برای نور با قطبش دایروی راستگرد برابر $n_+ = n + \beta$ و برای نور با قطبش دایروی چپگرد برابر $n_- = n - \beta$ است (β, n اعداد حقیقی مثبتند). نوری با قطبش خطی و بسامد زاویه‌ای ω وارد این محیط می‌شود پس از طی کردن فاصله d درون این محیط مقدار زاویه‌ای که قطبش نور می‌چرخد کدام است؟

۱) $2\frac{\omega}{c}\beta d$

۲) $2\frac{\omega}{c}n\beta d$

۳) $\frac{\omega}{c}\beta d$

۴) $\frac{\omega}{c}n\beta d$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۲۹- ذره‌ای به جرم m و بار q تحت تأثیر نیروی کولنی ذره ثابتی با بار $-q$ در حرکت است. اگر در لحظه $t = ۰$ ذره m در مداری تقریباً دایروی به شعاع R حول ذرهٔ ثابت در حرکت باشد. در چه زمانی فاصله ذره متحرک از ذره ثابت به $\frac{R}{۲}$ کاهش می‌یابد. توان تابشی کل لحظه‌ای از یک بار نقطه‌ای q که با شتاب $\vec{a}$ حرکت می‌کند برابر با $\frac{q^۲ |\vec{a}|^۲}{۶\pi\varepsilon_۰ c^۳}$ است. (c سرعت نور در خلأ است.)

۱) $\frac{۷\pi^۲\varepsilon_۰^۲ c^۳ R^۲ m^۲}{۳q^۴}$

۲) $\frac{۷\pi^۲\varepsilon_۰^۲ c^۳ R^۳ m^۲}{۴q^۴}$

۳) $\frac{۷\pi^۲\varepsilon_۰^۳ c^۳ R^۲ m^۲}{۶q^۴}$

۴) $\frac{۷\pi^۲\varepsilon_۰^۲ c^۳ R^۳ m^۲}{۲q^۴}$

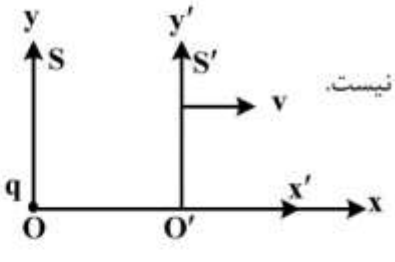
۳۰- دو چارچوب لخت S و S' در نظر بگیرید که S' با سرعت v به موازات محور x چارچوب لخت S در حرکت است. مبدأهای دو چارچوب در لحظهٔ صفر از نظر ناظرهای هر دو چارچوب برهم منطبق است. بار نقطه‌ای q در نقطهٔ O و همواره نسبت به چارچوب S ساکن است. کدام عبارت در لحظهٔ $t = t' = ۰$ درست است؟

۱) $E_y = E'_y$

۲) در هر دو چارچوب میدان الکتریکی شعاعی است.

۳) میدان الکتریکی در چارچوب S' شعاعی است ولی در چارچوب S شعاعی نیست.

۴) $E_x = \gamma E'_x$ که $\gamma = \frac{۱}{\sqrt{۱ - \frac{v^۲}{c^۲}}}$



۳۱- دمای ۵ مول گاز ایدئال تک اتمی در یک فرایند بی‌دررو از $۳۰۰K$ به $۴۰۰K$ افزایش می‌یابد. گرمای ویژه مولی در فشار ثابت برای این گاز به‌صورت $C_p = ۲/۵R + ۰/۰۲T$ با دما تغییر می‌کند. $R = ۸/۳ \frac{J}{mol.K}$ ثابت جهانی گازها، T دما برحسب کلوین و C_p برحسب $\frac{J}{mol.K}$ است. کار انجام شده در این فرایند چند ژول است؟

۱) ۵۵۷۵

۲) ۶۸۷۵

۳) ۹۷۲۵

۴) ۱۳۸۷۵

forum.konkur.in

www.konkur.in

۳۲- سیالی درون ظرفی به صورت تک‌دما فشرده می‌شود. این فرایند به آرامی انجام می‌شود و معادلـه سـیال در ایـن فرایند به شکل $\ln\frac{V}{V_0} = -A(P-P_0)$ است که P و V فشار و حجم سیال و A، P_0 و V_0 مقادیر ثابـت مثبتـی هستند. اگر حجم سیال از $V_1 = \alpha V_0$ به $V_2 = \beta V_0$ تغییر کند، کار انجام شده در این فرایند کدام است؟

۱) $P_0V_0(\beta-\alpha)+\frac{V_0}{A}\ln(\frac{\beta}{\alpha})$

۲) $P_0V_0(\beta-\alpha)+\frac{V_0}{A}(\alpha\ln\alpha-\beta\ln\beta)$

۳) $(P_0+\frac{1}{A})(\beta-\alpha)V_0+\frac{V_0}{A}\ln(\frac{\beta}{\alpha})$

۴) $(P_0+\frac{1}{A})(\beta-\alpha)V_0+\frac{V_0}{A}(\alpha\ln\alpha-\beta\ln\beta)$

۳۳- یک ماده مغناطیسی به حجم $20\,cm^3$ در دمای ثابت $300K$ درون یک میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد که مقـدارش از صفر تا $10^6\frac{A}{m}$ تغییر می‌کند. اگر بردار مغناطش برحسب شدت میدان مغناطیسـی و دمـا بـه شـکل $\vec{M}=\frac{1/8\vec{H}}{T}$ تغییر کند که M و H برحسب $\frac{A}{m}$ و T برحسب کلوین است، چند ژول کار برای انجام این فرایند نیاز است؟

۱) ۰/۰۶

۲) ۰/۰۷۵

۳) 6×10^4

۴) $7/5\times10^4$

۳۴- یک گاز ایدئال تک اتمی از یک حالت تعادل اولیه طی دو فرایند مستقل، از دمای T_1 به دمای T_2 تحول می‌یابد. اگر تحول تک فشار باشد تغییر آنتروپی ΔS_P و اگر تحول تک حجم باشد تغییر آنتروپی ΔS_V است. نسبت $\frac{\Delta S_V}{\Delta S_P}$ کدام است؟

۱) ۰/۴

۲) ۰/۶

۳) ۰/۸

۴) ۱

forum.konkur.in

www.konkur.in

۳۵- انرژی یک دستگاه بسته شامل N نوسانگر هماهنگ سه بعدی همسانگرد با بسامد زاویه‌ای یکسان ω، برابر U است. در حد ترمودینامیکی، T دمای منتسب به این دستگاه در کدام رابطه صدق می‌کند؟

۱) $\frac{\hbar\omega}{k_B T} = \ln\left(\frac{U + 3N\hbar\omega}{U - 3N\hbar\omega}\right)$

۲) $\frac{\hbar\omega}{k_B T} = \ln\left(\frac{2U + 3N\hbar\omega}{U - 3N\hbar\omega}\right)$

۳) $\frac{\hbar\omega}{k_B T} = \ln\left(\frac{U + 3N\hbar\omega}{2U - 3N\hbar\omega}\right)$

۴) $\frac{\hbar\omega}{k_B T} = \ln\left(\frac{2U + 3N\hbar\omega}{2U - 3N\hbar\omega}\right)$

۳۶- هامیلتونی یک دستگاه ترمودینامیکی یک بعدی $H = \frac{P^2}{2m} + V_0 |x|^3$ است که $-\infty < x < +\infty$. متوسط انرژی گرمایی دستگاه در مجاورت با منبعی به دمای T کدام است؟

(به ازای $n \geq 0$ و $m \geq 0$ داریم: $\int_0^\infty dx\, x^m e^{-\alpha x^n} = \frac{1}{n} \frac{\Gamma\left(\frac{m+1}{n}\right)}{\alpha^{\frac{m+1}{n}}}$)

۱) $k_B T$

۲) $\frac{4}{3} k_B T$

۳) $\frac{5}{6} k_B T$

۴) $\frac{7}{6} k_B T$

۳۷- اگر $A(N, V, T)$ انرژی آزاد هلمهولتز یک دستگاه ترمودینامیکی باشد، کدام رابطه صحیح است؟

۱) $A = N\left(\frac{\partial A}{\partial N}\right)_{V,T} + V\left(\frac{\partial A}{\partial V}\right)_{N,T}$

۲) $A = T\left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_{N,V} + V\left(\frac{\partial A}{\partial V}\right)_{N,T}$

۳) $A = N\left(\frac{\partial A}{\partial N}\right)_{V,T} + T\left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_{N,V}$

۴) $A = N\left(\frac{\partial A}{\partial N}\right)_{V,T} + V\left(\frac{\partial A}{\partial V}\right)_{N,T} + T\left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_{N,V}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۳۸- یک دستگاه ترمودینامیکی شامل N نوسانگر هماهنگ و همسانگرد سه بعدی هر یک به جرم m، بار q و بسامد زاویه‌ای ω تحت‌تأثیر میدان الکتریکی $\vec{E} = E_0 \hat{z}$ در نظر بگیرید. تابع پارش این دستگاه کدام است؟ $\beta = \frac{1}{k_B T}$

۱) $\frac{e^{\beta N q^2 E_0^2 / 2m\omega^2}}{\left(2\sinh(\frac{\beta\hbar\omega}{2})\right)^{3N}}$

۲) $\frac{e^{-3\beta N q^2 E_0^2 / 2m\omega^2}}{\left[2\sinh(\beta\hbar\omega)\right]^{N}}$

۳) $\frac{e^{3N\beta q^2 E_0^2 / 2m\omega^2}}{\left(2\sinh(\frac{\beta\hbar\omega}{2})\right)^{3N}}$

۴) $\frac{e^{-\beta N q^2 E_0^2 / 2m\omega^2}}{\left[2\sinh(\beta\hbar\omega)\right]^{N}}$

۳۹- تابع پارش کانونی بزرگ یک گاز به حجم V، فشار P و دمای T به شکل $Z = \exp\left(e^{\beta\mu}\frac{8\pi V}{(\beta ch)^3}\right)$ است. $\mu(T,P)$ پتانسیل شیمیایی گاز کدام است؟ $\beta = \frac{1}{k_\beta T}$

۱) $\frac{1}{\beta}\ln\left(\frac{h^3 c^3 \beta^3}{8\pi V}\right)$

۲) $\frac{1}{\beta}\ln\left(\frac{h^3 c^3 \beta^4 P}{8\pi}\right)$

۳) $\frac{1}{\beta}\ln\left(\frac{h^3 c^3 \beta^2}{8\pi P^2 V^2}\right)$

۴) $\frac{1}{\beta}\ln\left(\frac{h^3 c^3 \beta P}{8\pi V}\right)$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۴۰- کاواکی به حجم V_0 در دمای T_0 در نظر بگیرید. اگر حجم این کاواک به آرامی (برگشت‌پذیر) و بی‌دررو افزایش یافته و به $2V_0$ برسد، دمای نهایی کاواک چند برابر T_0 است؟ (کاواک را جسم سیاه در نظر بگیرید.)

۱) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

۲) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

۳) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

۴) $\frac{1}{2\sqrt[3]{2}}$

۴۱- ماتریس چگالی یک دستگاه ترمودینامیکی در پایه ویژه بردارهای عملگر S_z به شکل $\rho=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1+\cos\beta & e^{-i\alpha}\sin\beta\\ e^{i\alpha}\sin\beta & 1-\cos\beta\end{pmatrix}$ است، α و β پارامترهای ثابت حقیقی هستند. مقدار کمیت $< S_x >$ کدام است؟

۱) $\frac{\hbar}{2}\cos\beta$

۲) $\frac{\hbar}{2}\sin\beta\cos\alpha$

۳) $\frac{\hbar}{2}\sin\alpha$

۴) $\frac{\hbar}{2}\cos\beta\sin\alpha$

۴۲- برای مدل آیزینگ یک بعدی $H=-\varepsilon\sum_{i=1}^{N}S_iS_{i+1}$ با شرط مرزی دوره‌ای، $S_{N+1}=S_1$، تابع پارش (به ازای $S_i=\pm1$) به‌صورت $Z=2^N\left(\cosh^N(\beta\varepsilon)+\sinh^N(\beta\varepsilon)\right)$ است. ظرفیت گرمایی این سیستم در حد ترمودینامیکی، $N\to\infty$، کدام است؟ $\beta=\frac{1}{k_BT}$

۱) $Nk_B(\beta\varepsilon)^2\operatorname{sech}^2(\beta\varepsilon)$

۲) $Nk_B(\beta\varepsilon)^2\left(\operatorname{csch}^2(\beta\varepsilon)+\operatorname{sech}^2(\beta\varepsilon)\right)$

۳) $Nk_B(\beta\varepsilon)^2\operatorname{csch}^2(\beta\varepsilon)$

۴) $Nk_B(\beta\varepsilon)^2\left(\operatorname{csch}^2(\beta\varepsilon)-\operatorname{sech}^2(\beta\varepsilon)\right)$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۴۳- معادله حالت n مول گاز واندر والس به شکل $(P+\frac{an^2}{V^2})(V-nb)=nRT$ است. اگر C_P و C_V به‌ترتیب ظرفیت گرمایی گاز در فشار و حجم ثابت باشند، حاصل (C_P-C_V) کدام است؟

۱) $nR\left(1-\frac{2ab^2n^3}{V^3RT}\right)^{-1}$

۲) $nR\left(1+\frac{2ab^2n^3}{V^3RT}\right)$

۳) $nR\left(1+\frac{2an(V-nb)^2}{V^3RT}\right)$

۴) $nR\left(1-\frac{2an(V-nb)^2}{V^3RT}\right)^{-1}$

۴۴- میانگین عدد اشغال در دمای T برای تراز انرژی ε_i در یک سیستم فرمیونی به شکل $<n_i>=\frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_i-\mu)}+1}$ است. برای این سیستم حاصل عبارت $\frac{\sqrt{<n_i^2>-<n_i>^2}}{<n_i>}$ کدام است؟ $\beta=\frac{1}{k_BT}$

۱) $\sqrt{1+e^{\beta(\varepsilon_i-\mu)}}$

۲) $e^{\frac{\beta}{2}(\varepsilon_i-\mu)}$

۳) $\sqrt{1-e^{-\beta(\varepsilon_i-\mu)}}$

۴) $e^{-\frac{\beta}{2}(\varepsilon_i-\mu)}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۴۵- برای یک گاز فرمیونی با چگالی حالت‌های $g(\varepsilon)$، رابطهٔ $\mu(T)$ انرژی پتانسیل شیمیایی در دمای T برحسب انرژی فرمی (ε_F) کدام است؟ ($g'(\varepsilon_F)$ مشتق تابع $g(\varepsilon)$ در نقطه $\varepsilon = \varepsilon_F$ است.)

۱) $$\mu(T) = \varepsilon_F + \frac{\pi^2}{6}(k_B T)^2 \frac{g'(\varepsilon_F)}{g(\varepsilon_F)}$$

۲) $$\mu(T) = \varepsilon_F - \frac{\pi^2}{6}\varepsilon_F(k_B T)\frac{g'(\varepsilon_F)}{g(\varepsilon_F)}$$

۳) $$\mu(T) = \varepsilon_F + \frac{\pi^2}{6}\varepsilon_F(k_B T)\frac{g'(\varepsilon_F)}{g(\varepsilon_F)}$$

۴) $$\mu(T) = \varepsilon_F - \frac{\pi^2}{6}(k_B T)^2 \frac{g'(\varepsilon_F)}{g(\varepsilon_F)}$$

forum.konkur.in