



684A

کد کنترل

684

A

 <p>جمهوری اسلامی ایران وزارت علوم، تحقیقات و فناوری سازمان سنجش آموزش کشور</p>	<p>«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.» امام خمینی (ره)</p>			
<p>صبح جمعه ۹۷/۱۲/۳ دفترچه شماره (۱)</p>				
<p>آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۳۹۸</p>				
<p>رشته علوم کامپیوتر - کد (۲۲۴۷)</p>				
<p>مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه</p>	<p>تعداد سؤال: ۴۵</p>			
<p>عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات</p>				
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: ساختمان گسسته - منطق - نظریه علوم کامپیوتر	۴۵	۱	۴۵
<p>این آزمون نمره منفی دارد.</p>		<p>استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.</p>		
<p>حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.</p>				
<p>۱۳۹۸</p>				

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- مجموعه $X = \{1, 2, \dots, 40\}$ مفروض است. حداقل تعداد اعضای زیرمجموعه دلخواه A از X چقدر باشد تا گزاره زیر همیشه صحیح باشد؟

«دو عضو متمایز a و b در A موجود هستند به طوری که $a + b$ مضرب ۴ است.»

(۱) ۱۰

(۲) ۱۱

(۳) ۱۲

(۴) ۱۳

۲- اگر عبارت $G(x) = \frac{e^{2x}}{1-x}$ به صورت $G(x) = \sum_{i \geq 0} g_i x^i$ بسط داده شود، مقدار $\frac{g_{100} - g_{98}}{g_{99} - g_{98}}$ برابر است با:

(۱) ۰٫۹۹

(۲) ۱٫۰۲

(۳) ۱٫۷۴

(۴) ۲٫۳

۳- با در اختیار داشتن حروف a, b, c, d, e چند کلمه به طول ۹ می‌توان ساخت مشروط بر آنکه هر حرف حداکثر ۲ بار به کار رود؟

(۱) ۵۲۸۰۰

(۲) ۷۵۴۴۰

(۳) ۱۰۱۴۳

(۴) ۱۱۳۴۰۰

۴- چند تابع پوشا مانند f از مجموعه $\{1, 2, \dots, 10\}$ به مجموعه $\{1, 2, 3\}$ می‌توان تعریف کرد به طوری که نامساوی‌های $0 \leq f(k+1) - f(k) \leq 1$ به ازای هر $1 \leq k \leq 9$ برقرار باشند؟

(۱) ۳۶

(۲) ۳^۸

(۳) ۳^۹

(۴) ۴۵

۵- تعداد تطابق‌های کاملی از گراف کامل 10 رأسی برچسب‌گذاری شده G که شامل یال $\{1, 2\}$ نیستند برابر است با:

(۱) ۱۲۶

(۲) ۶۴۲

(۳) ۸۴۰

(۴) ۱۰۴۸

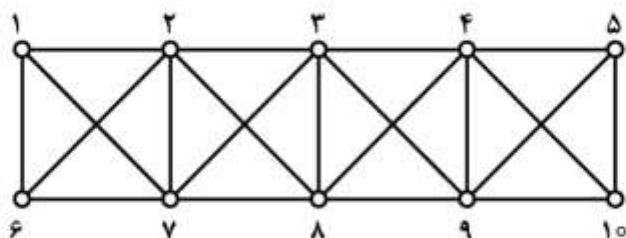
۶- تعداد تطابق‌های کامل گراف زیر چقدر است؟

(۱) ۱۱

(۲) ۲۱

(۳) ۳۴

(۴) ۴۲



۷- در چند درخت فراگیر از K_6 با مجموعه رئوس $V = \{1, 2, \dots, 6\}$ دو رأس ۱ و ۲ مجاور هستند و با حذف این یال از درخت، دو مولفه هم‌بندی از مرتبه ۳ ایجاد می‌شود؟

(۱) ۵۴

(۲) ۱۰۸

(۳) ۱۲۸

(۴) ۲۱۶

۸- در چند درخت فراگیر از K_6 با مجموعه رئوس $V = \{1, 2, \dots, 6\}$ فاصله دو رأس ۱ و ۲ برابر ۳ است؟

(۱) ۱۴۴

(۲) ۲۸۸

(۳) ۲۴۰

(۴) ۴۸۸

۹- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) هر گراف ناهمبند از مرتبه 10 ، حداکثر ۳۶ یال دارد.

(۲) یک گراف دو بخشی است اگر تنها اگر دور با طول فرد نداشته باشد.

(۳) یک گراف و مکمل آن هر دو می‌توانند ناهمبند باشند.

(۴) اگر k عدد صحیح مثبتی باشد، در یک گراف دو بخشی k -منظم، اندازه هر دو بخش برابر است.

۱۰- چند رابطه هم‌ارزی روی مجموعه $A = \{1, 2, \dots, 7\}$ می‌توان تعریف کرد به طوری که شامل مجموعه

 $B = \{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (4, 5)\}$ باشد؟

(۱) ۱۵

(۲) ۲۵

(۳) ۲۴

(۴) ۱۸

۱۱- n نفر در جلسه‌ای حضور دارند. می‌خواهیم مطمئن باشیم لااقل یک ماه از ماه‌های سال وجود دارد که متولدین آن ماه در میان حاضران جلسه، حداکثر ۳ نفر هستند. حداکثر مقدار n کدام است؟

(۱) ۲۵

(۲) ۳۷

(۳) ۴۷

(۴) ۴۹

۱۲- به چند طریق می‌توان چهار زیرمجموعه A, B, C و D از مجموعه $\{0,1\}$ انتخاب کرد به طوری که $A \cup B = C \cup D$ یا $A \cap B = C \cap D$ ؟

(۱) ۱۳۶

(۲) ۱۴۴

(۳) ۱۶۴

(۴) ۲۰۰

۱۳- جدول زیر را به چند طریق می‌توان با اعداد ۱ تا ۴ پر کرد به طوری که یک مربع لاتین شود؟ (در هر مربع لاتین اعداد هر سطر و هم‌چنین هر ستون، متفاوت هستند).

۱	۲		
		۱	۲
			۱

(۱) ۷

(۲) ۶

(۳) ۵

(۴) ۴

۱۴- فرض کنید G یک گراف و k عددی طبیعی باشد. گراف G^k به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V(G^k) = V(G)$$

$$E(G^k) = \{\{x, y\} \mid x, y \in V(G), d(x, y) \leq k, x \neq y\}$$

چند تا از گراف‌های $(P_5^2, P_{10}^2, C_{10}^2, C_{11}^2)$ مسطح هستند؟ (P_n مسیر n رأسی و C_n دور n رأسی است).

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۵- گراف G را خوب گوییم هرگاه بتوان به یال‌های آن اعداد صحیح ناصفر نسبت داد به طوری که مجموع اعداد یال‌های متصل به هر رأس برابر ۱ باشد. کدام یک از گراف‌های زیر خوب نیستند؟

(۲) دور ۱۰ رأسی

(۱) گراف پیترسن

(۴) گراف کامل ۷ رأسی

(۳) گراف دو بخشی کامل $K_{3,3}$

- ۱۶- چندتا فرمول گزاره‌ای دو به دو غیر هم‌ارز منطقی وجود دارد به طوری که نهادهای گزاره‌ای اتمی (ساده) آن‌ها تنها از مجموعه $\{A_1, A_2, A_3\}$ انتخاب شده باشند؟
- (۱) ۳
 - (۲) ۱۲۸
 - (۳) ۸
 - (۴) ۲۵۶
- ۱۷- کدام یک از موارد زیر نادرست است؟
- (۱) $\{A \rightarrow B, A \vee \neg B\}$ صدق پذیر است.
 - (۲) B نتیجه منطقی $\{A, A \rightarrow B\}$ می‌باشد.
 - (۳) اگر گزاره B معتبر باشد آنگاه گزاره $A \rightarrow B$ به ازای هر گزاره A معتبر است.
 - (۴) هر دو گزاره‌ای که هم از منطقی باشند صدق پذیر (ارضای پذیر) هستند.
- ۱۸- فرض کنید $\Gamma \cup \{\phi\}$ یک مجموعه از فرمول‌ها باشد به طوری که $\Gamma \models \phi$ در این صورت:
- (۱) Γ دارای مدل است.
 - (۲) $\Gamma \cup \{\phi\}$ سازگار است.
 - (۳) $\Gamma \cup \{\neg \phi\}$ ناسازگار است.
 - (۴) ϕ توتولوژی است.
- ۱۹- فرض کنید Σ یک مجموعه تصمیم‌پذیر از اصول در یک زبان تصمیم‌پذیر باشد و Σ^* مجموعه همه نتایج منطقی Σ باشد، در این صورت:
- (۱) Σ^* کامل است.
 - (۲) Σ^* به طور مؤثر شمارش پذیر است.
 - (۳) Σ^* سازگار است.
 - (۴) مکمل Σ^* به طور مؤثر شمارش پذیر است.
- ۲۰- اگر $\sigma = \neg[(p \vee q) \rightarrow r]$ آنگاه:
- (۱) σ را می‌توان تنها با رابط \rightarrow نوشت.
 - (۲) σ در حداقل نیمی از سطرهای جدول ارزش‌اش درست است.
 - (۳) $\sigma \rightarrow \neg \sigma$ و $\neg \sigma \rightarrow \sigma$ هر یک سازگارند.
 - (۴) $\neg \sigma \rightarrow \sigma$ دست‌کم در دو سطر از جدول ارزش‌ها نادرست است.
- ۲۱- مجموعه Γ از گزاره‌ها را مستقل گوییم اگر برای هر $B \in \Gamma$ داشته باشیم $B \notin \Gamma \setminus \{B\}$. همه گزینه‌ها صحیح‌اند، به جز:
- (۱) $\{\perp\}$ مستقل است.
 - (۲) برای هر گزاره $A, \{A, \neg A\}$ مستقل است.
 - (۳) اگر Γ و Δ مستقل باشند، $\Gamma \cap \Delta$ نیز مستقل است.
 - (۴) اگر Γ غیرمستقل باشد، $\Delta \subseteq \Gamma$ هست که Δ متناهی است و Δ غیرمستقل است.
- ۲۲- همه احکام زیر صحیح‌اند، به جز:
- (۱) $\{\wedge, \vee, \rightarrow, \top\}$ به طور تابعی کامل است.
 - (۲) $\{\vee, \rightarrow, \perp, \bot\}$ به طور تابعی کامل است.
 - (۳) $\{\wedge, \vee, \perp, \top\}$ به طور تابعی کامل نیست.
 - (۴) $\{\rightarrow, \neg\}$ به طور تابعی کامل است.

۲۳- همه احکام زیر صحیح اند، به جز:

(۱) هیچ گزاره‌ای مثل A وجود ندارد که $\vdash A \leftrightarrow \neg A$

(۲) اگر A و B تنها به کمک رابط \rightarrow درست شده باشند، $A \vee B$ را می‌توان تنها به کمک رابط \rightarrow نوشت.

(۳) برای مجموعه دل‌خواه Γ از گزاره‌ها، مجموعه $\{A: \Gamma \vdash A\}$ نسبت به استنتاج بسته است.

(۴) اگر A و B تنها به کمک رابط \rightarrow درست شده باشند، $A \wedge B$ را می‌توان تنها به کمک رابط \rightarrow نوشت.

۲۴- درخت تابلو برای گزاره A را رسم کرده‌ایم، کدام یک از احکام زیر درست است؟

قرارداد: یک شاخه را بسته گوییم اگر در انتهای آن یک اتم و نقیض آن وجود داشته باشد. یک شاخه را بازگوییم اگر بسته نباشد.

(۱) اگر دست‌کم یک شاخه باز داشته باشیم، $\neg A$ همانگو نیست.

(۲) اگر دست‌کم یک شاخه بسته داشته باشیم، $\neg A$ همانگو نیست.

(۳) اگر دست‌کم یک شاخه باز داشته باشیم، A همانگو است.

(۴) اگر همه شاخه‌ها بسته باشد، A همانگو است.

۲۵- کدام یک از نام‌های t (terms) زیر را نمی‌توان به جای متغیر x در فرمول A جانشین کرد؟ یا به عبارت دیگر در

کدام یک از گزینه‌ها، نام t برای متغیر x در فرمول A آزاد نیست؟

(۱) $t := x$ و $A := \forall y \exists z (y > z)$

(۲) $t := y + z$ و $A := \forall x \exists u (x > u)$

(۳) $t := x + y$ و $A := \forall y \exists z (z > x + y)$

(۴) $t := \circ$ و $A := \exists z (x > y)$

۲۶- با فرض این که R و S و T سه نماد رابطه‌ای (محمولی) یک موضعی (یک متغیره) باشند، کدام یک از گزینه‌ها یک

صورت نرمال پیشوندی برای گزاره زیر است؟

$(\forall x R(x) \rightarrow \exists x S(x)) \rightarrow (T(x) \wedge \forall y R(y) \wedge \exists x S(y))$

(۱) $\forall x \exists y (R(x) \rightarrow S(y)) \rightarrow \forall y \exists x (T(x) \wedge R(y) \wedge S(y))$

(۲) $\forall u \forall v \forall w [(R(u) \wedge S(y) \wedge T(x)) \vee (\neg S(w) \wedge R(v))]$

(۳) $\forall x \forall y \forall z [(R(x) \rightarrow S(y)) \rightarrow (T(u) \wedge R(z) \wedge S(v))]$

(۴) $\forall x \forall y \forall z \exists w [(R(x) \rightarrow S(y)) \rightarrow (T(u) \wedge R(z) \wedge S(v))]$

۲۷- تابع f به صورت استقرایی روی مجموعه همه گزاره‌ها به صورت زیر تعریف می‌شود:

- $f(P) = \{P\}$ برای P اتمی

- $f(\perp) = \emptyset$

- $f(A \wedge B) = f(A \vee B) = f(A \rightarrow B) = f(A) \cup f(B)$

- $f(\neg A) = f(A)$

کدام یک از احکام زیر در مورد f صحیح است؟

(۱) $f(A)$ مجموعه همه زیر فرمول‌های A را بر می‌گرداند.

(۲) $f(A)$ مجموعه همه زیر فرمول‌هایی از A را بر می‌گرداند که به صورت $\neg B$ نیستند.

(۳) $f(A)$ مجموعه همه متغیرهای اتمی به کار رفته در A را بر می‌گرداند.

(۴) $f(A)$ همواره مجموعه‌ای تک عضوی است.

۲۸- فرض کنید J و I دو تابع تعبیر برای منطق گزاره‌ای باشند.

گوییم $I \leq J$ اگر برای هر متغیر اتمی p داشته باشیم $I(p) \leq J(p)$

گوییم گزاره A صعودی است اگر برای هر $I \leq J$ داشته باشیم $I(A) \leq J(A)$

گوییم گزاره A نزولی است اگر برای هر $I \leq J$ داشته باشیم $I(A) \geq J(A)$

کدام گزینه نادرست است؟

(۱) هر گزاره A ، یا صعودی است و یا نزولی.

(۲) A صعودی است اگر و فقط اگر $\neg A$ نزولی باشد.

(۳) اگر A صعودی و نزولی باشد، A همان‌گو است یا $\neg A$ همان‌گو است.

(۴) اگر B و A صعودی باشند و P یک متغیر اتمی باشد، $A[P:B]$ نیز صعودی است.

۲۹- از گزاره‌های زیر کدام یک همان‌گو نیست؟

$$(1) ((p \rightarrow \perp) \rightarrow (q \rightarrow \perp)) \rightarrow (q \rightarrow p)$$

$$(2) (p \rightarrow r) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r))$$

$$(3) \neg(p \leftrightarrow q) \rightarrow ((p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p))$$

$$(4) ((p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r) \rightarrow (p \leftrightarrow r)$$

۳۰- فرض کنید برای گزاره A در منطق گزاره‌ای، $r(A)$ برابر با حداقل عددی مثل k است که $\vdash A \leftrightarrow \bigvee_{i=1}^k A_i$ و برای

هر $1 \leq i \leq k$ داریم $A_i = \bigwedge_{j=1}^{n_i} A_{ij}$ و A_i اتمی یا نقیض اتمی است. کدام گزینه صحیح است؟

$$\bigvee_{i=1}^k A_i = \perp \text{ قرارداد:}$$

(۱) اگر در گزاره A ، از 5 اتم استفاده شده باشد، $r(A) \leq 31$

(۲) برای هر A داریم $r(A) = r(\neg A)$

(۳) A وجود دارد که از سه اتم در آن استفاده شده و $r(A) = 8$

(۴) گزاره‌ای مثل A وجود ندارد که $r(A) = 0$ و A دست‌کم یک متغیر اتمی داشته باشد.

۳۱- کدام گزینه در مورد انکدینگ مسأله دلخواه A صحیح است؟

(۱) طول هر نمونه مسأله از A در همه الفباهای حداقل دو حرفی هم مرتبه است.

(۲) همه نمونه‌های مسأله A در یک الفبای مشخص طول‌های هم مرتبه دارند.

(۳) طول انکدینگ‌های مختلف مسأله A در الفباهای مختلف یکسان است.

(۴) مسأله A در هر الفبای ناتپی قابل بیان است.

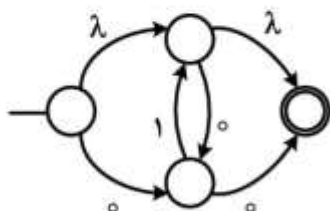
۳۲- کدام گزینه در مورد اتوماتون متناهی زیر صحیح است؟

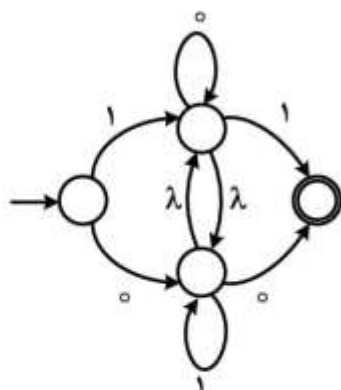
(۱) این اتوماتون قطعی است.

(۲) زبان این اتوماتون متناهی، متناهی است.

(۳) اتوماتون کمینه معادل آن دارای همین تعداد حالت است.

(۴) برای پذیرش هر ورودی $x \neq \lambda$ باید از تمام حالات این اتوماتون گذر کرد.





۳۳- زبان اتوماتون متناهی زیر کدام است؟

(۱) $(0+1)^*$

(۲) $(0+1)^+$

(۳) $(0+1)^* - (\lambda + 0 + 1)$

(۴) $(0+1)^+ - (0+1)(0+1)$

۳۴- کدام گزینه در مورد زبان مستقل از متن $a^n (ba)^k b^n$ صحیح است؟

(۱) مقدار k باید صفر باشد.

(۲) حداقل یکی از مقادیر n یا k باید ثابت باشد.

(۳) مقدار k باید ضریب صحیحی از n باشد.

(۴) مقدار n و k باید برابر باشند.

۳۵- در چه صورتی گزاره زیر در مورد زبان منظم L صحیح است؟

«اگر $x \in L$ آنگاه $y \in L$ که y با حذف بخشی پیوسته از x به دست آمده است و $|x| > |y|$ »

(۱) زبان L نامتناهی باشد.

(۲) طول x بزرگتر از صفر باشد.

(۳) زبان L متناهی و x بیشترین طول را در بین اعضای L داشته باشد.

(۴) زبان L نامتناهی و طول x از مقدار مشخصی بیشتر باشد.

۳۶- زبان گرامر مستقل از متن زیر کدام است؟

$S \rightarrow A|\lambda$

$A \rightarrow aSb|aA$

$B \rightarrow b$

(۱) $(ab)^n$

(۲) $(a^n b^n)$

(۳) $a^n b^n, n \geq m$

(۴) $(a^n b^n)^k, n \geq m$

۳۷- کدام گزینه در مورد یک اتوماتون پشت‌پشته‌ای که طول پشت‌پشته آن همواره از مقدار ثابت k کمتر است، صحیح است؟

(۱) زبان این اتوماتون متناهی است.

(۲) زبان این اتوماتون منظم است ولی لزوماً متناهی نیست.

(۳) تعداد حالات این اتوماتون کمتر از k است.

(۴) تعداد اعضای زبان این اتوماتون ضریبی از 2^k است.

۳۸- کدام گزینه در مورد یک اتوماتون پشته‌ای که طول پشته آن همواره افزایش پیدا کند صحیح است؟
 (۱) زبان این اتوماتون تهی است.

(۲) زبان این اتوماتون متناهی است ولی لزوماً تهی نیست.

(۳) زبان این اتوماتون منظم است ولی لزوماً متناهی نیست.

(۴) زبان این اتوماتون مستقل از متن است ولی لزوماً منظم نیست.

۳۹- زبان گرامر زیر کدام است؟

$$S \rightarrow EaSbE \mid \lambda$$

$$aSb \rightarrow AB$$

$$aA \rightarrow Ab$$

$$Bb \rightarrow aB$$

$$EA \rightarrow b$$

$$BE \rightarrow a$$

$$E \rightarrow \lambda$$

$$a^n b^n + b^n a^n \quad (۱)$$

$$a^n b^n \quad (۲)$$

$$b^n a^n \quad (۳)$$

$$a^* b^* \quad (۴)$$

۴۰- کدام گزینه در مورد زبان $L = \{a^n b^m \mid n = m, n < 3\}$ صحیح است؟

(۱) زبان L منظم است.

(۲) زبان L منظم نیست ولی اتوماتون پشته‌ای قطعی دارد.

(۳) زبان L دارای اتوماتون پشته‌ای قطعی نیست ولی اتوماتون پشته‌ای غیر قطعی دارد.

(۴) زبان L دارای اتوماتون پشته‌ای نیست.

۴۱- اگر ماشین تورینگ تک نواره M قادر به نوشتن در بخشی از نوار که شامل ورودی است نباشد چه زبانی را می‌پذیرد؟

(۱) منظم (۲) مستقل از متن (۳) حساس به متن (۴) بازگشتی

۴۲- کدام یک از زبان‌های زیر تصمیم‌پذیر تورینگ نیست؟

(۱) مجموعه زبان‌های مستقل از متن

(۲) مجموعه زوج تورینگ‌های (M_1, M_2) که $L(M_1) = L(M_2)$

(۳) مجموعه (G, w) ‌هایی که G گرامر مستقل از متن است و $w \in L(G)$

(۴) مجموعه اتوماتون‌های متناهی قطعی که زبان آن‌ها Σ^* است.

۴۳- اگر G یک گرامر نامحدود (نوع صفر) باشد، آنگاه کدام گزینه در مورد مسئله $L(G) = \emptyset$ صحیح است؟

(۱) بازگشتی شمارش ناپذیر است.

(۲) بازگشتی شمارش پذیر است.

(۳) در مکمل خانواده زبان های بازگشتی قرار دارد.

(۴) در مکمل خانواده زبان های بازگشتی شمارش پذیر قرار دارد.

۴۴- کدام گزینه در مورد ماشین های تورینگ نادرست است؟

(۱) تعداد ماشین های تورینگ متفاوت شمارش پذیر است.

(۲) هر ماشین تورینگ غیرقطعی دارای یک ماشین تورینگ قطعی معادل است.

(۳) توان پردازش ماشین تورینگ چند نواره با ماشین تورینگ تک نواره برابر است.

(۴) برای هر زبان دلخواه L یک ماشین تورینگ M وجود دارد که $L(M) = L$.

۴۵- تابع f که به صورت زیر تعریف شده است چه نوع تابعی است؟

$$f(n) = \begin{cases} 1 & : n = 0 \\ \sqrt{2} & : n > 0 \end{cases}$$

n : n > 0 امین رقم بعد از اعشار در نمایش عدد

(۱) f یک تابع غیرقابل محاسبه است.

(۲) f یک تابع ثابت است.

(۳) f یک تابع بازگشتی اولیه است.

(۴) f یک تابع بازگشتی جزئی است.

