

کد کنترل



271E

271

E

دفترچه شماره (۱)
صبح جمعه
۹۸/۱۲/۹



جمهوری اسلامی ایران

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمترکز) - سال ۱۳۹۹

رشته ریاضی - کد (۲۲۳۳)

* قذکر مهم: دقت لازم در پاسخ به مواد امتحانی، رشته و زمینه‌های مورد نظر به عمل آید.

تعداد سؤال: ۷۵
مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی

دورسون گارشنسن ارسند					دورسون گارشنسن ارسند											
اصول آموزش ریاضی	بیهده‌سازی	جبر خطی ۱	جبر پیشرفته ۱	آنالیز حلقی ۱	مبانی احتمال	توپولوژی	مبانی جبر	مبانی آنالیز تابعی عددی	مبانی ریاضی	مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی	مبانی علم ریاضی	زیبینه	کواریس	رشته		
-	-	✓	✓	-	✓	✓	-	✓	✓	✓	✓	✓	محض	-	ریاضی	
-	✓	-	✓	✓	-	-	✓	✓	✓	✓	✓	✓	کاربردی	-	ریاضی	
✓	-	-	✓	✓	-	-	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	-	آموزش	ریاضی*

- متفاضسان رشته ریاضی، زمینه بحث عی‌یابستی به دروس (مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی جبر، توپولوژی، آنالیز حلقی ۱ و جبر پیشرفته ۱) پاسخ دهدند.
- متفاضسان رشته ریاضی، زمینه گاربردی عی‌یابستی به دروس (مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی، مبانی احتمال، آنالیز حلقی ۱ و بیهده‌سازی خطی) پاسخ دهدند.
- متفاضسان رشته ریاضی، زمینه آموزش ریاضی عی‌یابستی به دروس (مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی، مبانی احتمال، آنالیز حلقی ۱ و اصول آموزش ریاضی) پاسخ دهدند.

این آزمون نمرة منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق جاپ، تکیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، درای نهایی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برای مقررات و قفار می‌شود.

۱۳۹۹

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، بهمنزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچه سوالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سوالات و پائین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

مبانی علوم ریاضی (محض، کاربردی و آموزش ریاضی)

۱- گزاره «تابع $f : X \rightarrow Y$ دوسویی است» را در نظر بگیرید.

کدام گزینه نقض گزاره فوق نیست؟ (در اینجا $\nexists x \in X$ به معنی آن است که هیچ x ای در X وجود ندارد.)

$$(\exists x_1, x_2 \in X (f(x_1) = f(x_2) \wedge x_1 \neq x_2)) \vee (\exists y \in Y \nexists x \in X (f(x) = y)) \quad (1)$$

$$(\forall x_1, x_2 \in X (x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2))) \Rightarrow (\exists y \in Y \nexists x \in X (f(x) = y)) \quad (2)$$

$$(\exists x_1, x_2 \in X (x_1 \neq x_2 \wedge f(x_1) = f(x_2))) \vee (\exists y \in Y \forall x (x \in X \Rightarrow f(x) \neq y)) \quad (3)$$

$$(\forall x_1, x_2 \in X (x_1 = x_2 \vee f(x_1) \neq f(x_2))) \vee (\exists y \in Y \forall x (x \in X \Rightarrow f(x) \neq y)) \quad (4)$$

-۲ اگر $f : X \rightarrow Y$ یک تابع باشد، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟ (Δ تفاضل متقارن است)

$$\text{اگر } f^{-1}(A \Delta B) \subseteq f^{-1}(A) \Delta f^{-1}(B), \text{ آنگاه } A, B \subseteq Y \quad (1)$$

$$\text{اگر } f(A \Delta B) \subseteq f(A) \Delta f(B), \text{ آنگاه } A, B \subseteq X \quad (2)$$

$$\text{اگر } f^{-1}(A) \Delta f^{-1}(B) \subseteq f^{-1}(A \Delta B), \text{ آنگاه } A, B \subseteq Y \quad (3)$$

$$\text{اگر } f(A) \Delta f(B) \subseteq f(A \Delta B), \text{ آنگاه } A, B \subseteq X \quad (4)$$

-۳ فرض کنید R رابطه‌ای روی مجموعه ناتهی X باشد به‌گونه‌ای که $X^2 = R \cup R^{-1}$. سه خصیت انعکاسی، تقارنی و تعدی را در نظر می‌گیریم. رابطه R ضرورتاً چند تا از این خصیت‌ها را دارد؟

۱) ○

۲) ۱۲

۳) ۲

۴) ۳

-۴ رابطه هم ارزی \cong را بین زیر مجموعه‌های N با ضابطه زیر تعریف می‌کنیم. $A \cong B$ یعنی تفاضل متقارن

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) \quad \text{مجموعه‌ای متناهی است. کدام گزینه نادرست است؟}$$

۱) مجموعه رده‌های هم ارزی شمارای نامتناهی است.

۲) رابطه \cong ترتیب جزئی نیست.

۳) هر رده هم ارزی شمارای نامتناهی است.

۴) تمام زیر مجموعه‌های متناهی N ، در یک رده هم ارزی قرار دارند.

- ۵ عدد اصلی مجموعه متشکل از توابع $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ با ویژگی $\forall n \in \mathbb{N} (f(n+1) > f(n) + n)$ کدام است؟
- (۱) \aleph_0
 - (۲) \beth_{\aleph_0}
 - (۳) \beth_1
 - (۴) متناهی است.

مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی (محض، کاربردی و آموزش ریاضی):

- ۶ فرض کنید A یک ماتریس 10×3 و B یک ماتریس 3×10 با درایه‌های حقیقی باشند. اگر $1, 2, 4, 10$ مقادیر ویژه ماتریس AB باشند، آنگاه تمامی مقادیر ویژه متمایز BA عبارتند از:

- (۱) $-1, 2, 4$
- (۲) $0, -1, 2, 4$
- (۳) $-1, 0, 1, 2, 4$
- (۴) $-1, 0, 1, -2, 2, -4, 4$

- ۷ فرض کنید $(A \in M_{10}(\mathbb{R}))$ ماتریس قطری شدنی و λ یک مقدار ویژه A با تکرار ۷ باشد. اگر J ماتریسی 10×10 باشد که تمام درایه‌های آن ۱ است، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) λ یک مقدار ویژه $J + A$ با تکرار حداقل ۷ است.
- (۲) λ یک مقدار ویژه $J + A$ با تکرار ۶ است.
- (۳) λ یک مقدار ویژه $J + A$ با تکرار حداقل ۶ است.
- (۴) λ یک مقدار ویژه $J + A$ با تکرار ۷ است.

- ۸ فرض کنید A یک ماتریس 2×2 با درایه‌های حقیقی باشد به‌طوری‌که $3 = \text{tr}(A) = \text{tr}(A^T)$. در این صورت

سایت کنکور

- (۱) 0
- (۲) 1
- (۳) 2
- (۴) 3

- ۹ فرض کنیم A یک ماتریس مربعی با درایه‌های صحیح باشد. در این صورت اگر $n \in \mathbb{N}$ یک مقدار ویژه A باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $\det(A) | n$
- (۲) $n | \text{tr}(A)$
- (۳) $n | \text{rank}(A)$
- (۴) $n | \det(\Lambda)$

- ۱۰ اگر $P_n(\mathbb{R})$ فضای برداری چند جمله‌ای‌های از درجه حداقل n روی میدان اعداد حقیقی باشد و $T : P_n(\mathbb{R}) \rightarrow P_4(\mathbb{R})$ با ضابطه $T(f(x)) = x^7 f(x) + x f'(x)$ و رتبه $a = ۰$ و $b = ۷$ باشد، آنگاه داریم:
- (۱) $b = ۷, a = ۰$
 (۲) $b = ۷, a = ۱$
 (۳) $b = ۰, a = ۷$
 (۴) $b = ۱, a = ۷$

مبانی آنالیز ریاضی (محض، کاربردی و آموزش ریاضی):

- ۱۱ مجموعه نقاط حدی $\left\{ \frac{n+m}{2n+m+1} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$ کدام است؟
- (۱) $\left[\frac{1}{2}, 1 \right]$
 (۲) $\{\} \cup \left\{ \frac{m}{m+1} : m \in \mathbb{N} \right\}$
 (۳) $\left\{ 1, \frac{1}{2} \right\}$
 (۴) $\{\} \cup \left\{ \frac{m}{(m+1)^2} : m \in \mathbb{N} \right\} \cup \left\{ \frac{n}{(2n+1)^2} : n \in \mathbb{N} \right\}$

- ۱۲ فرض کنید $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی انتگرال پذیر ریمان باشد به طوری که $\int_a^b f(x) dx = ۰$. اگر D مجموعه نقاط پیوستگی تابع f و $Z(f)$ مجموعه صفرهای تابع f باشد، آنگاه کدام گزینه درست است؟
- (۱) $Z(f) \subseteq D$
 (۲) $D \subseteq Z(f)$
 (۳) D شمارا است.
 (۴) $Z(f)$ شمارا است.

- ۱۳ فرض کنید $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی یکنواخت پیوسته باشد و تابع $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ را با ضابطه $f(x) = g(x)(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x})$ در نظر می‌گیریم. کدام گزینه در مورد f درست است؟
- (۱) یکنواخت پیوسته و کراندار است.
 (۲) لزوماً کراندار و یکنواخت پیوسته نیست.
 (۳) یکنواخت پیوسته است ولی لزوماً کراندار نیست.
 (۴) کراندار است ولی لزوماً یکنواخت پیوسته نیست.

- ۱۴ فرض کنید $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی پیوسته باشد که به ازای هر $x \in (0, 1)$ $|f'(x)| \leq 1$ موجود است و درباره مجموعه $A = \{x \in [0, 1] : f(x) = x\}$ داریم. کدام گزینه درست است؟
- (۱) همبند است ولی لزوماً فشرده نیست.
 (۲) فشرده است ولی لزوماً همبند نیست.
 (۳) لزوماً فشرده با همبند نیست.
 (۴) فشرده و همبند است.

سایت کنکور

- ۱۵- شعاع همگرایی سری توانی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+(-1)^n}{n} n^{(n-1)!} \left(\frac{x-x_0}{2}\right)^n$ کدام است؟
- (۱) ۱
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) ۲
 (۴) ∞

مبانی آنالیز عددی (کاربردی و آموزش ریاضی):

- ۱۶- دستگاه ممیز شناور نرمال شده را با نمایش عدد حقیقی ناصفر به صورت $2^{\pm d_5 d_4} \times 2^{\pm d_3 d_2 d_1 d_0}$ در نظر بگیرید که در آن، $d_1 = 1$ یا $= 0$ ، $d_0 = 1$ یا $= 0$ ، به ازای $i = 2, \dots, 6$. فرض کنید که روش بریدن ارقام غیرقابل نمایش به کار می‌رود. اگر نمایش ممیز شناور برای $t + 2$ برابر با عدد ۲ باشد، آن‌گاه مقدار t کدام است؟
- (۱) ۰/۵
 (۲) ۰/۲۵
 (۳) ۰/۱۲۵
 (۴) ۰/۳۷۵

- ۱۷- کدامیک از دنباله‌های زیر، مرتبه همگرایی برابر با ۲ دارد؟

- (۱) $\left\{ \frac{1}{e^n} \right\}$
 (۲) $\left\{ \frac{1}{\sqrt{n}} \right\}$
 (۳) $\left\{ \frac{1}{n^2} \right\}$
 (۴) $\left\{ \frac{1}{2^n} \right\}$

- ۱۸- فرض کنید \bar{x} جواب دستگاه $Ax = b$ است که در آن، A ناتکین (وارون پذیر) است. \tilde{x} را یک جواب تقریبی محاسبه شده برای این دستگاه بگیرید و قرار دهید $r = b - A\tilde{x}$ و $\bar{x} - \tilde{x} = e$ در این صورت، داریم:

$$\|e\| \geq \dots$$

- (۱) $\|A^{-1}\| \cdot \|r\|$
 (۲) $\frac{\|r\|}{\|A\|}$
 (۳) $\frac{\|r\|}{\|A^{-1}\|}$
 (۴) $|r| \cdot \|A\|$

-۱۹- روش نیوتن را برای حل مسئله $\min_x (x^4 - 8x^2)$ در نظر بگیرید. گزینه صحیح کدام است؟

(۱) روش واگرایست.

(۲) همگرایی مجانبی می‌تواند خطی باشد.

(۳) همگرایی مجانبی از درجه دوم است.

(۴) همگرایی مجانبی به یک مینیمم کننده، خطی و به مینیمم کننده دیگر از درجه دوم است.

-۲۰- فرض کنید $p(x) = \sin 2x + a_1 \phi_1(x) + a_2 \phi_2(x)$. تابع درون یاب داده‌های $(0, 1)$ و $(-\frac{\pi}{4}, 0)$ به صورت

$\dots = a_1 \phi_1(x) + a_2 \phi_2(x)$

$= -\sin 2x + \cos 2x$ (۱)

$= \sin 2x - \cos 2x$ (۲)

$= \sin 2x + \cos 2x$ (۳)

$= -\sin 2x - \cos 2x$ (۴)

مبانی جبر (محض):

-۲۱- فرض کنید $|G| = p^q q$ که در آن p و q دو عدد اول متمایزند. اگر N زیرگروه فرمالی از G از مرتبه q باشد، آنگاه کدام مورد صحیح است؟

$$G = G'N \quad (۱)$$

$$Z(G) = N \quad (۱)$$

G' دوری است.

(۳) G غیر آبلی است.

-۲۲- فرض کنید $G = Q_A \times S_p$ ، که در آن Q_A گروه کوازنیون‌های A عضوی است. در این صورت تعداد اعضای

$$Z\left(\frac{G}{Z(G)}\right)$$

۱ (۱)

۲ (۲)

۴ (۳)

۶ (۴)

-۲۳- فرض کنید $G = \mathbb{Z}_p \times \mathbb{Z}_{p^2} \times \mathbb{Z}_{p^3} \times \mathbb{Z}_{p^4}$ ، که در آن p عددی اول است. در این صورت تعداد عضوهای مرتبه p در G کدام است؟

$$(p^4 - 1)(p^3 - 1) \quad (۱)$$

$$p^4 - 1 \quad (۲)$$

$$1 + p + p^2 + p^3 \quad (۳)$$

$$(p - 1)(p^3 - 1)(p^3 + 1) \quad (۴)$$

۲۴ - حلقة R کدام باشد تا مجموعه $\left\{ \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in R \right\}$ به همراه اعمال جمع و ضرب ماتریس‌ها، یک میدان باشد؟

(۱) C (۲) Z_5 (۳) $Z[i]$ (۴) Z_7

۲۵ - فرض کنید $F = \{0, 1, a, b\}$ یک میدان چهار عضوی باشد. در این صورت $a^3 + a^2 + 1$ برابر است با:

(۱) ۰

(۲) a

(۳) ۱

(۴) b

توبولوژی (محض):

۲۶ - فرض کنید (X, τ) یک فضای توبولوژیک و A و B در X چگال باشند. کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر $B \neq A$ آنگاه $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ در X چگال است.(۲) اگر A باز باشد آنگاه $A \cap B$ در X چگال است.(۳) اگر $\phi \neq A \cap B$ آنگاه $A \cap B$ در X چگال است.(۴) $A^\circ \cup B^\circ$ در X چگال است، که در آن A° درون A است.

۲۷ - فرض کنید (X, d) و (Y, ρ) دو فضای متریک و تابع $f: X \rightarrow Y$ یک همسان ریختی باشد. کدام گزینه درست است؟

(۱) X کراندار است اگر و تنها اگر Y کراندار باشد.(۲) دنباله $\{x_n\}$ در X کوشی است اگر و تنها اگر دنباله $\{f(x_n)\}$ در Y کوشی باشد.(۳) تابع $g: Y \rightarrow \mathbb{R}$ یکنواخت پیوسته است اگر و تنها اگر $g \circ f$ یکنواخت پیوسته باشد.(۴) هر نقطه $x \in X$ یک نقطه حدی X است اگر و تنها اگر هر نقطه $y \in Y$ یک نقطه حدی Y باشد.

۲۸ - فضای توبولوژیک (X, τ) را نرمال گوییم، هرگاه هر مجموعه تک عضوی در X بسته باشد و برای هر دو مجموعه

بسته مجزای A و B در X دو مجموعه باز مجزا شامل A و B موجود باشند. کدام گزینه نادرست است؟

(۱) هر فضای متریک، نرمال است.

(۲) هر فضای فشرده و هاوسدورف، نرمال است.

(۳) هر فضای دکارتی دو فضای نرمال، نرمال است.

۲۹ - فرض کنید (X, τ) یک فضای توبولوژیک شمارای دوم باشد و $X \neq A$ زیر مجموعه ناشمارای X است. کدام

گزینه در مورد A با توبولوژی القایی (نسبی) نادرست است؟

(۱) گسسته است.

(۲) تعداد ناشمارا نقطه حدی دارد.

(۳) شمارای دوم است.

(۴) جدایی پذیر است.

- ۳۰- فرض کنید (X, τ) یک فضای توپولوژیک است و $A \subseteq X$. اگر A' مجموعه نقاط حدی A و \bar{A} بستار A باشد، کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) اگر نقطه $x \in X$ حد دنباله‌ای از اعضای A باشد آنگاه $x \in \bar{A}$.
- (۲) اگر نقطه $x \in X$ حد دنباله‌ای از اعضای متمایز A باشد آنگاه $x \in A'$.
- (۳) اگر $x \in \bar{A}$ ، آنگاه دنباله‌ای در A وجود دارد که به x همگراست.
- (۴) اگر $x \in A'$ ، آنگاه هر مجموعه باز شامل x مجموعه A را قطع می‌کند.

مبانی احتمال (کاربردی و آموزش ریاضی):

- ۳۱- در یک دانشکده که دروس به صورت ۲، ۳ و ۴ واحدی ارائه می‌گردد، معدل ترم یک دانشجو که ۱۲ واحد داشته برابر ۱۵ شده است. اگر نمره یک درس ۴ واحدی این دانشجو به جای ۱۴ به اشتباه ۱۶ وارد شده باشد، معدل این دانشجو پس از اصلاح کدام است؟

- (۱) ۱۴/۱۳
- (۲) ۱۴/۲۳
- (۳) ۱۴/۵
- (۴) ۱۴/۷۵

- ۳۲- هر خانه صفحه شطرنج را می‌توان با زوج مرتب (i, j) که در آن $i, j = 1, 2, \dots, 8$ مشخص کرد. دو خانه (i_1, j_1) و (i_2, j_2) از صفحه شطرنج را همسایه گوییم هرگاه $|i_1 - i_2| + |j_1 - j_2| = 1$. اگر دو خانه به تصادف از صفحه شطرنج انتخاب شوند، احتمال این که دو خانه همسایه باشند، کدام است؟

- (۱) $\frac{56}{64}$
- (۲) $\frac{64}{64}$
- (۳) $\frac{112}{64}$
- (۴) $\frac{224}{64}$

سایت کنکور

Konkur.in

- ۳۳- ظرفی شامل دوازده کارت با شماره‌های ۱ تا ۱۲ است. اگر از این ظرف، ده کارت به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب شود، احتمال آنکه مجموع ده کارت انتخابی ۶۵ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{11}$
 (۲) $\frac{3}{12}$
 (۳) $\frac{4}{12}$
 (۴) $\frac{1}{11}$

- ۳۴- مربع OABC به رئوس مقابل $(0,0)$ و (a,a) ، $a > 0$ را در نظر بگیرید. یک نقطه به تصادف از داخل این مربع انتخاب می‌شود. احتمال اینکه فاصله نقطه انتخابی از قطر AC کمتر از $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$
 (۲) $\frac{1}{3}$
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) $\frac{3}{4}$

- ۳۵- کیسه شماره ۱ دارای یک مهره سفید و دو مهره سیاه، کیسه شماره ۲ دارای دو مهره سفید و یک مهره سیاه و کیسه شماره ۳ دارای سه مهره سفید و سه مهره سیاه است. یک تاس پرتاب می‌شود. اگر نتیجه پرتاب یکی از اعداد ۱، ۲ یا ۳ باشد کیسه ۱، اگر نتیجه پرتاب ۴ باشد کیسه ۲ و اگر نتیجه پرتاب ۵ یا ۶ باشد کیسه ۳ انتخاب می‌شود. از کیسه انتخاب شده مهره‌ای به تصادف استخراج می‌شود. اگر مهره انتخاب شده سفید باشد، احتمال انتخاب کیسه ۲ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$
 (۲) $\frac{1}{8}$
 (۳) $\frac{1}{9}$
 (۴) $\frac{4}{9}$

آنالیز حقیقی ۱ (محض، کاربردی و آموزش ریاضی):

- ۳۶- کدام گزینه درست است؟

- (۱) اجتماع تعداد متناهی سیگما جبر، سیگما جبر است.
- (۲) سیگما جبری وجود دارد که شمارای نامتناهی است.
- (۳) اگر \mathcal{F} یک سیگما جبر روی X و $Y \rightarrow X : T$ یک تابع باشد، آنگاه $G = \{T(A) : A \in \mathcal{F}\}$ یک سیگما جبر روی Y است.
- (۴) اگر \mathcal{F} یک سیگما جبر روی X و $Y \rightarrow X : T$ یک تابع باشد، آنگاه $G = \{T^{-1}(\Lambda) : \Lambda \in \mathcal{F}\}$ یک سیگما جبر روی Y است.

- ۳۷- فرض کنید E زیر مجموعه‌ای اندازه‌پذیر از بازه بسته $[0, 1]$ باشد. کدام گزینه درست است؟

- (۱) مجموعه $E \cap \mathbb{Q}^c$ اندازه‌پذیر است.
 - (۲) مجموعه $E + \mathbb{N} = \{e + n : e \in E, n \in \mathbb{N}\}$ اندازه‌پذیر است.
 - (۳) اگر $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی کراندار باشد آنگاه مجموعه $f(E \cap \mathbb{Q})$ اندازه‌پذیر است.
 - (۴) اگر $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی یک به یک و پوشانده باشد آنگاه مجموعه $f(E)$ اندازه‌پذیر است.
- ۳۸- فرض کنید $\Lambda, B \subseteq \mathbb{R}$ مجموعه‌های لبگ اندازه‌پذیر و m اندازه لبگ روی \mathbb{R} باشد. کدام گزینه درست است؟
- (۱) اگر A ناشمارا باشد آنگاه $m(A) > 0$.
 - (۲) اگر $0 < m(A) < \infty$ آنگاه درون A ناتهی است.
 - (۳) اگر $0 < m(\Lambda) < \infty$ آنگاه $m(\Lambda) = 0$ که در آن $\Lambda = \{a^\circ : a \in A\}$ است.
 - (۴) $\Lambda + B = \{a + b : a \in \Lambda, b \in B\}$ که در آن $m(\Lambda + B) = m(\Lambda) + m(B)$ است.

- ۳۹- فرض کنید $A \subseteq \mathbb{R}$ مجموعه‌ای لبگ اندازه‌پذیر و m اندازه لبگ روی \mathbb{R} است. کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) هر تابع کراندار اندازه‌پذیر $\mathbb{R} \rightarrow A$ با تابع ساده‌ای مانند $g : A \rightarrow \mathbb{R}$ تقریباً همه‌جا برابر است.
 - (۲) هر تابع ساده اندازه‌پذیر $\mathbb{R} \rightarrow A$ با تابعی کراندار مانند $\mathbb{R} \rightarrow \Lambda$ تقریباً همه‌جا برابر است.
 - (۳) هر تابع کراندار اندازه‌پذیر $\mathbb{R} \rightarrow A$ عضو $L^1(A)$ است اگر و تنها اگر $m(A) < +\infty$.
 - (۴) هر تابع ساده اندازه‌پذیر $\mathbb{R} \rightarrow A$ عضو $L^1(m)$ است اگر و تنها اگر $m(A) < +\infty$.
- ۴۰- فرض کنید (X, μ) یک فضای اندازه و f بر X انتگرال‌پذیر لبگ باشد و $\mu(f(x)) \neq 0$. کدام گزینه درست است؟
- (۱) $\mu(E) = 0$
 - (۲) E یک مجموعه σ -متناهی است.
 - (۳) $0 < \mu(E) < \infty$
 - (۴) $\mu(E) = \infty$

- فرض کنید A زیرمجموعه‌ای اندازه‌پذیر و کراندار از اعداد حقیقی و m اندازه لیگ بر A باشد. بعلاوه $\{f_n\}$ دنباله‌ای از توابع اندازه‌پذیر و نامتفاوت بر A باشد به طوری که برای هر عدد طبیعی $n \leq 4$, $\int_A f_n dm \leq 4$. کدام گزینه

A

درست است؟

$$(1) \text{ سری } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_n}{n^2} \text{ تقریباً همه‌جا بر } A \text{ همگرا است.}$$

$$(2) \text{ سری } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_n}{n^{n+1}} \text{ تقریباً همه‌جا بر } A \text{ همگرا است.}$$

$$(3) \text{ سری } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{f_n}{n^2} \text{ تقریباً همه‌جا به طور مشروط بر } A \text{ همگرا است.}$$

$$(4) \text{ سری } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{f_n}{n^2} \text{ فقط روی زیر مجموعه‌های فشرده } A \text{ تقریباً همه‌جا همگرا است.}$$

- فرض کنید $\{f_n\}$ دنباله‌ای از توابع انتگرال‌پذیر نامتفاوت در یک فضای اندازه (X, m, μ) باشد و $f_n \rightarrow f(a.e.)$ باشد و که f نیز تابع انتگرال‌پذیر است. کدام گزینه درست است؟

$$\int_X |f_n - f| d\mu \rightarrow 0 \quad (1)$$

$$\liminf_X \int f_n d\mu \leq \int f d\mu \quad (2)$$

$$\int_X f_n d\mu - \int_X |f_n - f| d\mu \rightarrow \int_X f d\mu \quad (3)$$

$$\limsup_X \int f_n d\mu \leq \int f d\mu \quad (4)$$

- در فضای اندازه (X, m, μ) کدام یک از گزینه‌ها نادرست است؟

$$(1) \text{ اگر } 1 < p < \infty \text{ آنگاه } L^1 \cap L^\infty \subseteq L^p$$

$$(2) \text{ اگر } 1 \leq p < q \leq \infty \text{ آنگاه } L^q \subseteq L^p$$

$$(3) \text{ اگر } 1 \leq p < r < q < \infty \text{ آنگاه } L^p \cap L^q \subseteq L^r$$

$$(4) \text{ با نرم } \| \cdot \|_2 \text{ و } \| \cdot \|_1 + \| \cdot \|_\infty \text{ یک فضای کامل است.}$$

- فرض کنید $A = C(X)$, $X = [a, b]$ (تابع پیوسته بر X), $B = C^1(X)$ (تابع با مشتق پیوسته بر X) و $C = P(X)$ (تابع چندجمله‌ای بر X). کدام گزینه درست است؟

$$(1) A \text{ و } B \text{ و } C \text{ در } L^2(X) \text{ چگال هستند.}$$

$$(2) A \text{ در } L^2(X) \text{ چگال است ولی } B \text{ و } C \text{ نیستند.}$$

$$(3) A \text{ و } B \text{ در } L^2(X) \text{ چگال هستند ولی } C \text{ نیست.}$$

$$(4) \text{ هیچ کدام از سه مجموعه } A \text{ و } B \text{ و } C \text{ در } L^2(X) \text{ چگال نیستند.}$$

- ۴۵- فرض کنید C_{∞} فضای تمام دنباله‌هایی از اعداد حقیقی است که به جز تعداد متناهی بقیه جملات آن‌ها صفر هستند.

تابع $f: C_{\infty} \rightarrow \mathbb{R}$ را با اصطبله $f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} x_k$ و نرم‌های $\|x\|_{\infty}$ و $\|x\|_2$ ارا بر C_{∞} با

اصطبعله‌های $\|x\|_{\infty} = \sup_{k \in \mathbb{N}} |x_k|$ و $\|x\|_2 = \left(\sum_{k=1}^{\infty} |x_k|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$. $x = \{x_k\} \in C_{\infty}$ کدام گزینه درست است؟

(۱) تابع f با هر دو نرم پیوسته است.

(۲) تابع f با هیچ کدام از دو نرم پیوسته نیست.

(۳) تابع f با نرم $\|x\|_2$ پیوسته ولی با نرم $\|x\|_{\infty}$ ناپیوسته است.

(۴) تابع f با نرم $\|x\|_{\infty}$ ناپیوسته و با نرم $\|x\|_2$ پیوسته است.

جبر پیشرفته ۱ (محض):

- ۴۶- رادیکال جیکوبسن حلقه \mathbb{Z}_{24} کدام است؟

$$\{0, 2, 4, 6, \dots, 22\} \quad (۱)$$

$$\{0, 5, 10, 15, 20\} \quad (۲)$$

$$\{0, 6, 12, 18\} \quad (۳)$$

$$\{0, 3, 6, 9, \dots, 21\} \quad (۴)$$

- ۴۷- کدام گزینه در مورد \mathbb{Z} مدول $\mathbb{Z}_{200} \times \mathbb{Z}_{200}$ صحیح است؟

(۱) هم انزکیتو است و هم متناهی مولد است.

(۲) انزکیتو نیست ولی متناهی مولد است.

(۳) نه انزکیتو است و نه متناهی مولد نیست.

(۴) انزکیتو است ولی متناهی مولد نیست.

- ۴۸- کدام یک از گزاره‌های زیر در مورد جمع و ضرب مدول‌ها صحیح است؟

(۱) هر جمعوند یک مدول آزاد، آزاد است.

(۲) هر جمعوند یک مدول آزاد، تصویری است.

(۳) هر حاصل جمع از مدول‌های انزکیتو، انزکیتو است.

(۴) هر حاصل ضرب از مدول‌های تصویری، تصویری است.

- ۴۹- کدام یک از \mathbb{Z} -مدول‌های زیر ناصرف است؟

$$\text{Hom}_{\mathbb{Z}}\left(\bigoplus_{n>2} \mathbb{Z}_n, \mathbb{Q}\right) \quad (۱)$$

$$\text{Hom}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Q}, \mathbb{Z}) \quad (۲)$$

$$\text{Hom}_{\mathbb{Z}}\left(\prod_{n \geq 2} \mathbb{Z}_n, \mathbb{Q}\right) \quad (۳)$$

$$\text{Hom}_{\mathbb{Z}}\left(\mathbb{Z}_{1398}, \prod_{n \geq 2} \mathbb{Q}\right) \quad (۴)$$

- ۵۰- اگر R حلقه‌ای جابه‌جایی و یکدار باشد و $a \in J(R)$ آن‌گاه کدام گزینه در مورد تابع $\phi: R \rightarrow R$ که برای هر $r \in R$ $\phi(r) = ar$ صحیح است؟

(۱) یک R -بروریختی است ولی هم‌بریختی حلقه‌ای نیست.

(۲) یک R -بروریختی است و یک هم‌بریختی حلقه‌ای هم است.

(۳) یک R -بروریختی نیست ولی هم‌بریختی حلقه‌ای است.

(۴) نه یک R -بروریختی است و نه یک هم‌بریختی حلقه‌ای است.

۵۱- فرض کنید R حلقه‌ای جابه‌جایی و یکدار و I ایده‌آل در R و $f: \frac{R}{I} \rightarrow \frac{R}{I}$ یک هم‌ریختی R -مدولی باشد. در

این صورت کدام گزاره صحیح است؟

(۱) اگر f یک به یک باشد، حتماً پوشاست.

(۲) f حتماً پوشاست.

(۳) اگر f پوش باشد حتماً یک به یک است.

(۴) اگر f پوش باشد حتماً یک به یک است.

۵۲- اگر \mathbb{Z}_7 را به صورت طبیعی به عنوان \mathbb{Z}_{14} -مدول در نظر بگیریم، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) \mathbb{Z}_7 هم پروژکتیو است و هم انژکتیو است.

(۲) \mathbb{Z}_7 پروژکتیو نیست ولی انژکتیو است.

(۳) \mathbb{Z}_7 پروژکتیو است ولی انژکتیو نیست.

(۴) \mathbb{Z}_7 نه پروژکتیو است نه انژکتیو.

۵۳- فرض کنید $S = \frac{\mathbb{Q}[x,y]}{\langle x+y \rangle}$ و $R = \frac{\mathbb{Q}[x]}{\langle x^2 \rangle}$ در این صورت:

(۱) R و S آرتینی هستند.

(۲) R غیرآرتینی و S آرتینی است.

(۳) R آرتینی و S غیرآرتینی است.

(۴) R و S غیرآرتینی هستند.

۵۴- فرض کنید $\circ \rightarrow \mathbb{Z}_4 \rightarrow G \rightarrow \mathbb{Z}_4 \rightarrow \circ$ دنباله‌ای دقیق از \mathbb{Z} -مدول‌ها باشد. حداقل چند انتخاب برای G

وجود دارد که دو به دو غیر یکریخت باشند؟

(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

۵۵- فرض کنید I یک ایده‌آل راست سره و غیر صفر در حلقه $(\mathbb{R})M_2$ باشد. کدام یک از گزینه‌های زیر لزوماً درست نیست؟

(۱) I یک ایده‌آل راست مینیمال است.

(۲) I یک ایده‌آل راست پوج توان ا است.

(۳) I یک ایده‌آل راست اصلی است.

(۴) I یک ایده‌آل راست ماکسیمال است.

بهینه‌سازی خطی ۱ (گاربردی):

۵۶- فرض کنید جدول بهینه‌گرایی سیمپلکس برای حل یک مسئله برنامه‌ریزی خطی به صورت زیر است. شرایط برای این که مجموعه جواب‌های بهینه کران‌دار باشد، کدام است؟

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RHS
Z	1	0	α	0	0	β	γ
x_1	0	1	-1	0	0	0	1
x_3	0	0	1	1	0	-1	0
x_4	0	0	1	0	1	-2	-1

$$\beta = 0, \alpha, \gamma \leq 0 \quad (2)$$

$$\beta > 0, \alpha, \gamma \leq 0 \quad (4)$$

$$\gamma = 0, \alpha, \beta \leq 0 \quad (1)$$

$$\alpha = 0, \beta, \gamma \leq 0 \quad (3)$$

- ۵۷ - فرض کنید جدول زیر متناظر با یکی از تکرارهای مرحله (فاز) اول در روش دو مرحله‌ای (دو فازی) برای حل مسئله (p) است. R_i متغیر مصنوعی مربوط به قید i - ام قیود تساوی در مسئله (p) است. مقدار α کدام است؟

$$(p): \min c^T x$$

s.t.

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

	z	x_1	x_2	x_3	x_4	R_1	R_2	R_3	RHS
z	1					α			-1 (1)
x_2	0					0			0 (2)
R_2	0					2			4 (3)
R_3	0					3			5 (4)

- ۵۸ - جدول زیر، جدول نهایی روش M -بزرگ برای حل یک مسئله مینیمم‌سازی استاندارد (p) است. متغیر مصنوعی مربوط به قید i - ام قیود تساوی در مسئله (p) را با R_i نمایش داده‌ایم. مقدار α برابر است با

$$\min c^T x$$

s.t.

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

	z	x_1	x_2	x_3	R_1	R_2	RHS
z	1	1	0	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	α
R_1	0	0	0	0	1	1	3
x_2	0	-2	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1

- ۵۹ - در یک تکرار الگوریتم سیمپلکس با قاعده جلوگیری از دور Lexico (الفبایی)، ستون مربوط به متغیر وارد شونده،

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 2 & 0 \\ 12 & 4 & 4 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 16 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \bar{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 2 \\ 10 \end{pmatrix} \quad \text{و وارون ماتریس پایه، } y_k = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$x_B = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad \text{علاوه، بردار متغیرهای پایه‌ای به صورت}$$

$$x_3 (2)$$

$$x_5 (4)$$

$$x_1 (1)$$

$$x_4 (3)$$

- ۶۰ - کدام گزینه درباره الگوریتم سیمپلکس با متغیرهای کراندار برای حل مسئله زیر درست است؟

$$\min c^T x$$

s.t.

$$Ax = b$$

$$l \leq x \leq u$$

(۱) الگوریتم هرگز به دور نمی‌افتد.

(۲) الگوریتم جواب بهینه چندگانه را تشخیص نمی‌دهد.

(۳) مقدار تابع هدف در هر تکرار کاهش می‌یابد.

(۴) مقدار برعی مؤلفه‌های جواب‌های پایه‌ای شدنی می‌توانند منفی شوند.

- ۶۱ - اگر A یک ماتریس $m \times n$ باشد و $m < n$ رتبه (A)، آن‌گاه گزینه صحیح در مورد مسئله زیر کدام است؟

$$\min z = c^T x$$

s.t. (P)

$$Ax = b$$

(۱) ناشدنی است.

(۲) بی‌نهایت جواب شدنی دارد.

(۳) یا بی‌کران است یا جواب بهینه دارد.

(۴) یا ناشدنی است یا بی‌کران است یا جواب بهینه دارد.

- ۶۲ - فرض کنید که مسئله (P) به صورت:

$$\max w = u^T b$$

s.t. (P)

$$\Lambda^T u = e$$

جواب بهینه دارد. دوگان (P) را (D) بنامید. فرض کنید در مسئله (P)، c_j به ازای برخی j به \bar{c} تغییر یابد.

مسئله جدید را (P') و دوگان آن را (D') بنامید. در مورد مسئله (P') کدام گزینه صحیح است؟

(۱) جواب بهینه دارد.

(۲) می‌تواند بی‌کران باشد.

(۳) یا بی‌کران است یا جواب بهینه دارد.

- ۶۳ - مسئله (P) را به صورت

$$\min z = 3x_1 + 2x_2$$

s.t.

$$(1) x_1 + x_2 \leq 2 \quad (P)$$

$$(2) x_1 - x_2 = 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

در نظر بگیرید و دوگان آن را (D) بنامید. فرض کنید u_1 و u_2 به ترتیب متغیرهای دوگان مربوط به قیدهای (1) و

(2) در (P) هستند. گزینه صحیح کدام است؟

(۱) مسئله (D) ناشدنی است.

(۲) مسئله (D) می‌تواند بی‌کران باشد.

(۳) در هر جواب شدنی برای (D) داریم $0 \leq u_1$.

(۴) در هر جواب شدنی برای (D) داریم $0 > u_1$.

۶۴- مسئله‌های اولیه (P) و دوگان (D) را به صورت‌های

$$\begin{array}{ll} \min z = c^T x & \max u = b^T y \\ \text{s.t.} & \text{s.t.} \\ (P) \quad Ax = b & (D) \quad A^T y + s = c \\ x \geq 0 & s \geq 0 \end{array}$$

و مجموعه‌های F^+ و F^- را به صورت‌های

$$F = \{(x, y, s) | Ax = b, A^T y + s = c, x \geq 0, s \geq 0\}$$

$$F^+ = \{(x, y, s) | Ax = b, A^T y + s = c, x > 0, s > 0\}$$

در نظر بگیرید. اگر x و y به ترتیب برای (P) و (D) نقاط بینه باشند، آنگاه.....

$$(x, y, s) \in F \cap F^+ \quad (2)$$

$$(x, y, s) \notin F^+ \quad (1)$$

$$(x, y, s) \in F \cup F^+ \quad (4)$$

$$(x, y, s) \notin F \quad (3)$$

۶۵- مسئله اولیه (P) را به صورت زیر در نظر بگیرید که در آن، درایه‌های b همگی اعدادی مثبت و درایه‌های c همگی اعدادی منفی هستند. گزینه صحیح برای جواب بینه (P) کدام است؟ (فرض کنید x^* در صورت وجود، جواب بینه برای (P) است).

$$\begin{array}{ll} \max z = c^T x & \\ \text{s.t.} & (P) \\ Ax \leq b & \\ x \geq 0 & \end{array}$$

$$x^* = 0 \quad (1)$$

(P) می‌تواند ناشدنی باشد.

(P) می‌تواند بی‌کران باشد.

(4) x^* می‌تواند برخی درایه‌های مثبت داشته باشد و $c^T x^* < 0$.

أصول آموزش ریاضی (آموزش ریاضی):

۶۶- دو نیاز اساسی که فلیکس کلاین، برای ایجاد رشته «آموزش ریاضی» به عنوان یک رشته مستقل دانشگاهی اعلام کرد، چه بودند؟

(1) پیشبرد علم ریاضی و تربیت نخبگان ریاضی

(2) توسعه ریاضی دانشگاهی و تربیت ریاضی‌دان

(3) آموزش معلمان ریاضی و تدوین برنامه درسی ریاضی دوره متوسطه

(4) آموزش معلمان ریاضی برای آموزش عمومی و آموزش استادان ریاضی برای دانشگاه

۶۷- در نهضت «دوران ریاضی جدید»، برنامه‌های درسی ریاضی بر چه اساسی استوار بوده‌اند؟

(1) نظریه مجموعه‌ها

(2) ریاضیات اصل موضوعی

(3) ساختارهای ریاضی به سبک گروه بورباکی

(4) نظریه مجموعه‌ها، منطق صوری و تابع به عنوان مفهوم هماهنگ‌کننده

-۶۸- تعریف «سوانح ریاضی» چیست؟

۱) سوانح عددی

۲) حل مسئله ریاضی

۳) انجام محاسبات ریاضی و اثبات مسئله‌های ریاضی

۴) استفاده از ریاضی در حل مسئله‌های دنیای واقعی

-۶۹- مبدع ریاضیات قومی کدام ریاضیدان و از چه کشوری است؟

۱) هانس فروتنال - هلند

۲) آلن بیشاپ - استرالیا

۱) یوبراتان دی آمیروزبیو - برزیل

۲) فلیکس کلاین - آلمان

-۷۰- منظور از توسعه حرفه‌ای معلمان ریاضی چیست؟

۱) بهروز شدن دانش محتوایی ریاضی

۲) بهروز شدن دانش روشنی و دانش محتوایی ریاضی

۳) آشنایی با روش‌های جدید تدریس از طریق دوره‌های ضمن خدمت

۴) آموزش‌های تعاملی و مشارکتی مبتنی بر تقاضاهای برآمده از تدریس واقعی ریاضی

-۷۱- نهضت حل مسئله، در مقابل چه نوع برنامه‌ای مطرح شد؟

۱) برنامه درسی سودمندی اجتماعی

۲) برنامه درسی دوران ریاضی جدید

۱) برنامه درسی درسی ریاضی اصل موضوعی

۲) برنامه درسی دوران ریاضی جدید

-۷۲- با مطالعه تاریخ آموزش ریاضی، عامل پُر تکرار اثربار ناگهانی برنامه‌های درسی ریاضی، چه بوده است؟

۱) بحران‌های سیاسی

۲) تغییرات جمعیتی

۱) نتایج ارزیابی‌های بین‌المللی

۲) تغییرات اساسی در حوزه ریاضی

-۷۳-

هدف اصلی از «مطالعه بین‌المللی روندهای ریاضی و علوم» چیست؟

۱) استفاده از نتایج برای دوباره‌نگری در سیاست‌گذاری‌ها و تصمیم‌گیری‌های کلان برنامه‌های درسی ریاضی و علوم

۲) بهبود عملکرد ریاضی و علوم دانش آموزان در دوره‌های ابتدایی و متوسطه اول

۳) مقایسه عملکرد دانش آموزان کشورهای شرکت‌کننده با یکدیگر

۴) بازنگری در برنامه‌های آموزش ریاضی و علوم

-۷۴- ماهیت نتایج تحقیقات آموزش ریاضی، چیست؟

۱) قطعی

۲) بعضی قطعی و بعضی نسبی

۱) وابسته به زمان و مکان

۲) نسبی

-۷۵- جنبش «آموزش ریاضیات واقعیت‌مدار» در پاسخ به کدام جنبش تاریخی در برنامه درسی ریاضی بود و در کدام کشور

رخ داد؟

۱) جنبش ریاضی جدید - آمریکا

۲) جنبش ریاضی جدید - هلند



سایت کنکور

Konkur.in



سایت کنکور

Konkur.in



سایت کنکور

Konkur.in