

مجموعه قدم به قدم  
پاسخ تشریحی سوالات ریاضی رشته  
انسانی کنکور ۹۴

مهندس هادی فولادی

دبیر کنکور دبیرستان های تهران و شهرستان

hadifouladi@gmail.com

بسمه تعالی

با ارزوی موفقیت برای تمامی دانش آموزان عزیز ، پاسخ سوالات ریاضی کنکو ۹۴ رشته انسانی خدکت شما عزیزان عرضه میگردد.باشد که موجب خوشنودی خداوند متعال واقع گردد.

در پایان از شما خوانندگان محترم تقاضا دارم اشتباهات اینجانب را به بنده گوشزد کنید تا بنده در راستای اصلاح آنها اقدام کنم. نهایت سعی خود را کردم که پاسخ ها به سرعت در اختیار شما قرارگیرد،چنانچه اشکالی در این سیاهه مشاهده کردید بر بنده ببخشایید.

با تشکر

هادی فولادی

دبیر کنکور دبیرستان های تهران و شهرستان

[hadifouladi@gmail.com](mailto:hadifouladi@gmail.com)

۰۹۳۵۹۶۴۹۲۷۳

۱۰۱- اجتماع دو مجموعه A و B دارای ۴۰ عضو است. مجموعه‌های (A-B) و (B-A) به ترتیب ۱۲ و ۱۸ عضو دارند. اگر از هر یک از مجموعه‌های A و B، ۹ عضو برداشته شود، از مجموعه اشتراک آنها ۴ عضو کم می‌شود. تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه جدید، کدام است؟

(۱) ۲۲      (۲) ۲۳      (۳) ۲۴      (۴) ۲۶

گزینه ۴

بهترین راه برای حل این سوالات رسم نمودار ون است

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 40$$

همچنین داریم  $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 12$  این یعنی ۱۲ عضو داریم که مختص مجموعه A میباشد و در قسمت مشترک A و B نیستند

به همین ترتیب برای ۱۸  $n(B - A) = 18$

$$\begin{cases} n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 12 \\ n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 18 \end{cases}$$

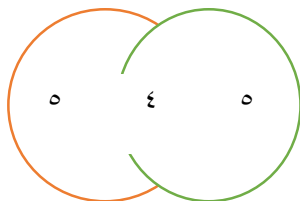
حال این دو معادله را باهم جمع میکنیم

$$\underbrace{n(A) - n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B)}_{n(A \cup B)} = 12 + 18$$

$$40 - n(A \cap B) = 12 + 18 \Rightarrow 40 - 30 = n(A \cap B)$$

در ادامه سوال داریم که از هر یک از مجموعه‌ها ۹ عضو برداشته ایم اما از اشتراک آنها ۴ عضو کاسته شده یعنی از اعضای مجموعه A که در ناحیه مشترک نیستند ۵ عضو برداشته ایم

تعداد عضوهای برداشته شده از هر سه ناحیه



تعداد اعضای مجموعه جدید برابر است با

$$n(A') = 12 - 5$$

$$n(B') = 18 - 5 \Rightarrow 7 + 13 + 6 = 26$$

$$n(A \cap B)' = 10 - 4$$

۱۰۲- ساده شده عبارت  $\left(\sqrt[2]{5 + \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + (-\sqrt{2})^2}\right)^{-\frac{2}{3}} + \left(\sqrt[2]{\frac{1}{4}}\right)^3$  کدام است؟

۳/۵ (۲)	۳/۲۵ (۱)
۴/۵ (۴)	۳/۷۵ (۳)

گزینه ۴

داریم:

$$\left(\sqrt[2]{\frac{1}{4}}\right)^3 = \sqrt[2]{2/25}^3 = 1/5^3 = \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$$

$$\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)^4 = \frac{1}{9} \quad \text{و} \quad (-\sqrt{2})^2 = 2$$

$$\begin{aligned} \left(\sqrt[2]{5 + \left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)^4 + (-\sqrt{2})^2}\right)^{-\frac{2}{3}} &= \sqrt[2]{5 + \frac{1}{9} + 2} = \sqrt[2]{7 + \frac{1}{9}} = \sqrt[2]{\frac{63 + 1}{9}} = \left(\frac{64}{9}\right)^{\frac{1}{2} \times -\frac{2}{3}} \\ &= \left(\frac{64}{9}\right)^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\left(\frac{64}{9}\right)^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\frac{27}{125} + \frac{3}{4} = \frac{36}{125} + \frac{9}{125} = \frac{45}{125} = \frac{9}{25} = \frac{4}{5}$$

۱۰۳- در تقسیم عبارت  $(8x^3 - 2x^2 + x)$  بر دو جمله‌ای  $2x - 3$ ، مجموع ضرایب چندجمله‌ای خارج قسمت،

کدام است؟

۱۷ (۴)

۱۵ (۳)

۱۳ (۲)

۱۱ (۱)

گزینه ۲

باید تقسیم مقابل را انجام دهیم که خارج قسمت برابر  $8 + 5X + 4X^2$  کیگردد و مجموع ضرایب برابر  $4+5+8=13$  میشود

۱۰۴- حاصل عبارت  $(\frac{X}{X^2-4X+4} - \frac{1}{X-2})$  کدام است؟

$\frac{2X}{4}$  (۴)       $\frac{2X-1}{3}$  (۳)       $\frac{2X-2}{2}$  (۲)       $\frac{2X-4}{1}$  (۱)

گزینه ۱

باید از تجزیه اتحادها استفاده کنیم:

$$X^2 - 4X + 4 = (X - 2)^2 \text{ و } X^2 - 6X^2 + 12X - 8 = (X - 2)^3$$

حال داریم

$$(X - 2)^3 \left( \frac{X}{(X - 2)^2} - \frac{1}{X - 2} \right) = (X - 2)^3 \left( \frac{X - (X - 2)}{(X - 2)^2} \right) = (X - 2)(+2) = 2X - 4$$

۱۰۵- اگر  $x = 7 - 2\sqrt{6}$  باشد، حاصل عبارت  $\sqrt{\frac{x+2}{25}} + \frac{1}{x}$  کدام است؟

$\frac{1}{4}$  (۴)       $\frac{1}{2}$  (۳)       $\frac{5}{8}$  (۲)       $\frac{5}{6}$  (۱)

گزینه ۲

کافیست عبارت X را جایگذاری کنیم

$$\sqrt{\frac{7 - 2\sqrt{6} + 2}{25}} + \frac{1}{7 - 2\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{9 - 2\sqrt{6}}{25} + \frac{1}{7 - 2\sqrt{6}} \times \frac{7 + 2\sqrt{6}}{7 + 2\sqrt{6}}}$$

گویا کردن

$$= \sqrt{\frac{9 - 2\sqrt{6}}{25} + \frac{7 + 2\sqrt{6}}{49 - 24}} = \sqrt{\frac{9 - 2\sqrt{6}}{25} + \frac{7 + 2\sqrt{6}}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} = \frac{5}{8}$$

۱۰۶- در دسته‌بندی داده‌های آماری، مناسب‌ترین مقداری که می‌توانیم به هر یک از افراد یک دسته نسبت دهیم، کدام است؟

- (۱) مرکز دسته      (۲) کران پایین      (۳) میانگین مقادیر دسته      (۴) کران بالا

گزینه ۱

۱۰۷- داده‌های آماری، به صورت نمودار ساقه و برگ مقابل داده شده است. چند درصد این داده‌ها در بازه  $[۳۴, ۴۵)$  است؟

ساقه	برگ	
۲	۵ ۶ ۷	۳۲ (۱)
۳	۰ ۱ ۱ ۲ ۴ ۵ ۹	۳۲٫۵ (۲)
۴	۰ ۰ ۲ ۳ ۳ ۴ ۵ ۷	۳۶ (۳)
۵	۲ ۳ ۴ ۴ ۶ ۸ ۸	۳۷٫۵ (۴)

گزینه ۱

داده‌های مورد نظر عبارتند از ۳۴، ۳۵، ۳۹، ۴۰، ۴۰، ۴۰، ۴۲، ۴۳، ۴۳ و ۴۴ که تعداد این داده‌ها برابر ۹ داده است.

$$\frac{\text{تعداد}}{\text{کل}} \times 100 = \frac{9}{25} \times 100 = 36\% = \text{درصد داده‌ها}$$

۱۰۸- در  $۵۰$  داده آماری، مجموع اختلافات داده‌ها از عدد  $۱۲$  برابر صفر است و مجموع مجذورات اختلاف داده‌ها از عدد  $۴۵۰$  برابر می‌باشد. ضریب تغییرات این داده‌ها، کدام است؟

- (۱)  $۰٫۲$       (۲)  $۰٫۲۵$       (۳)  $۰٫۳$       (۴)  $۰٫۳۵$

گزینه ۲

از ذوق علمی طراح محترم سوال درمیابیم که میانگین  $= ۱۲$

طبق رابطه واریانس داریم

$$\sum \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{450}{50} = 9$$

و همچنین داریم انحراف معیار برابر است با  $3 = \sqrt{\text{واریانس}}$  و ضریب تغییرات  $= \frac{\text{انحراف معیار}}{\bar{x}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

۱۰۹- اگر  $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + |2x|$  باشد،  $f(2\sqrt{2} - 3)$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{3}$       (۲)  $-\frac{2}{3}$       (۳)  $\frac{1}{3}$       (۴)  $\frac{2}{3}$

گزینه ۳

با جایگذاری داریم:

$$\begin{aligned} f(2\sqrt{2} - 3) &= \frac{-1}{3}(2\sqrt{2} - 3)^2 + \left| 2(2\sqrt{2} - 3) \right| = \frac{-1}{3}(8 - 12\sqrt{2} + 9) - 2(2\sqrt{2} - 3) \\ &= \frac{-1}{3}(17 - 12\sqrt{2}) - 4\sqrt{2} + 6 = \frac{-17}{3} + 4\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 6 = \frac{-17}{3} + 6 \\ &= \frac{-17 + 18}{3} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

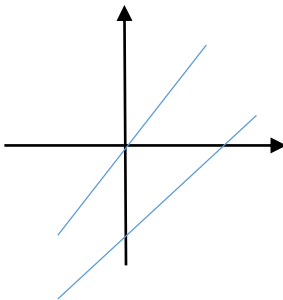
۱۱۰- به ازای کدام مقادیر  $m$ ، خط به معادله  $y = mx + m - 3$ ، از ناحیه دوم محورهای مختصات، نمی‌گذرد؟  
 (۱)  $0 \leq m \leq 3$       (۲)  $m \geq 3$       (۳)  $m \leq 0$       (۴) هیچ مقدار  $m$

گزینه ۱

برای اینکه خط از ناحیه دوم عبور نکند باید دوشروط زیر را داشته باشد

الف) شیب مثبت

ب) عرض از مبدا منفی



$$y = \underbrace{m}_{\text{شیب}} x + \underbrace{m - 3}_{\text{عرض از مبدا}} \Rightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m - 3 \leq 0 \Rightarrow m \leq 3 \end{cases}$$

در نهایت باید از دو شرط  $m \geq 0$  و  $m \leq 3$  اشتراک بگیریم که پاسخ برابر  $0 \leq m \leq 3$  می‌گردد

۱۱۱- در معادله درجه دوم  $6x^2 + (k+1)x + k = 0$ ، اگر مجموع دو ریشه حقیقی برابر  $\frac{1}{6}$  باشد، ریشه مثبت

آن، کدام است؟

$\frac{4}{3}$  (۴)

۱ (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

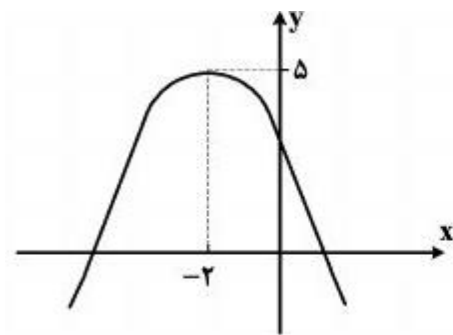
گزینه ۲

میدانیم مجموع ریشه ها برابر  $\frac{-b}{a}$  است پس داریم:

$$\frac{-b}{a} = -\frac{k+1}{6} = \frac{1}{6} \Rightarrow -(k+1) = 1 \Rightarrow -k-1 = 1 \Rightarrow k = -2$$

حال معادله  $x^2 - x - 2 = 0$  را باید حل کنیم که به نظر جایگذاری گزینه سرعت به نظر میرسد (دقت کنید که ۱ ریشه این معادله نیست، چرا؟)

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{2}{3} - 2 = 0$$



۱۱۲- شکل روبه‌رو، نمودار کدام تابع زیر است؟

$y = x^2 + 4x + 3$  (۱)

$y = -x^2 - 2x + 4$  (۲)

$y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$  (۳)

$y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$  (۴)

گزینه ۴

با کمی دقت درمیابیم گزینه ۱ صحیح نیست زیرا ضریب  $x^2$  عدد ۱ است در حالی که شاخکهای سهمی به سمت پایین است. همچنین محل برخورد سهمی با محور  $y$  باید عددی کوچکتر از ۵ باشد پس گزینه ۳ هم حذف میشود.

حال به سراغ مختصات راس سهمی میرویم میدانیم مختصات طول سهمی برابر  $\frac{-b}{2a}$  است پس داریم:



$$\frac{-b}{2a} = -2 \Rightarrow -b = -4a \Rightarrow b = 4a$$

در نتیجه گزینه ای صحیح است که در آن ضریب  $X$  چهار برابر ضریب  $X^2$  باشد که این ویژگی در گزینه ۴ وجود دارد

۱۱۳- با حروف کلمه RANGIN، چند کلمه رمز ۳ حرفی می توان ساخت؟

۱۲۰ (۴)

۸۴ (۳)

۷۲ (۲)

۶۰ (۱)

گزینه ۲

از آنجایی که حرف N دوبرار تکرار شده باید سه حالت در نظر بگیریم:

$$P(4,3) = 24$$

الف) از حرف N استفاده نشود: تعداد جایگشت های ۳ از ۴

$$\binom{3}{1} \times p(4,2) = 3 \times 4 \times 3 = 36$$

ب) فقط از یک حرف N استفاده شود:

$$\binom{3}{2} \times p(4,1) = 3 \times 4 = 12$$

ج) هر دو حرف N استفاده شوند:

$$پاسخ نهایی برابر است با  $72 = 12 + 36 + 24$$$

۱۱۴- در یک دنباله هندسی، جمله چهارم ۸ برابر جمله اول است. اگر جمله ششم ۲۴ باشد، مجموع شش جمله اول آن، کدام است؟

۴۸٫۵ (۴)

۴۷٫۷۵ (۳)

۴۷٫۵ (۲)

۴۷٫۲۵ (۱)

گزینه ۳

$$\frac{a_4}{a_1 q^3} = 8a_1 \Rightarrow a_1 q^3 = 8a_1 \Rightarrow q = 2$$

$$a_6 = 24 \Rightarrow a_1 \times 2^5 = 24 \Rightarrow a_1 = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$$

$$S_6 = \frac{a_1(1 - q^6)}{1 - q} = \frac{\frac{3}{4}(1 - 2^6)}{1 - 2} = -\frac{3}{4}(1 - 64) = \frac{3}{4} \times 63 = 47.75$$

۱۱۵- در دنباله اعداد  $a_1 = 1$ ،  $a_{n+1} = a_n + 2n + 1$ ، جمله بیست و سوم، کدام است؟

۴) ۵۷۶                      ۳) ۵۲۹                      ۲) ۵۱۷                      ۱) ۴۸۴

گزینه ۱!!!

۱۱۶- اگر  $\log 144 = \frac{1}{2} \log 15 + \log 2 + 4 \log x$  باشد، عدد  $x$  کدام است؟

۴) ۴                      ۳) ۳                      ۲) ۲                      ۱) ۰.۵

گزینه ۴

$$\log(x + 1) x = \log 2^4 + \log 15 - \log \frac{144}{\sqrt{144} = 12}$$

$$\log(x + 1) = \log \frac{16 \times 15}{12} \Rightarrow \log x(x + 1) = \log 4 \times 5 \Rightarrow x(x + 1) = 4 \times 5$$

$$\Rightarrow x = 4$$

۱۱۷- برای بیهوش کردن یک پرنده ۱۰ میلی‌گرم دارو، برای هر یک کیلوگرم وزن آن لازم است. نیم عمر زوال دارو، در بدن پرنده ۶۰ دقیقه است. چه مقدار دارو برای بیهوش نگهداشتن یک پرنده ۵ کیلوگرمی، در مدت

۱۵ دقیقه، لازم است؟ ( $\log 2 = 0.30$ ،  $\log 1.2 = 0.075$ )

۴) ۵۴                      ۳) ۶۴                      ۲) ۶۰                      ۱) ۷۵

گزینه ۲

۱۱۹- هر یک از ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، بر روی ۵ گوی یکسان نوشته شده است. یک گوی از بین آنها برداشته و با ثبت شماره آن، دوباره به ظرف برمی‌گردانیم. با تکرار متوالی این آزمایش، عدد تصادفی سه رقمی حاصل می‌شود. با کدام احتمال، در این عدد سه رقمی، لااقل دو رقم مساوی هستند؟

۴) ۰.۵۴                      ۳) ۰.۵۲                      ۲) ۰.۴۸                      ۱) ۰.۴۵

گزینه ۲

لااقل دو رقم مساوی یعنی دو رقم مساوی باشند و یا هر رقم ، هرگاه احساس میکنیم که نمیتوان مساله را بطور مستقیم حل کنیم روش غیرمستقیم و یا متمم را امتحان میکنیم

متمم این عبارت برابر هیچ کدام برابر نباشند است ، گوی اول ۵ انتخاب و برای گوی دوم ۴ و برای گوی سوم ۳ انتخاب داریم پس:

$$\frac{5}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{25} = \frac{12 * 4}{25 * 4} = \frac{48}{100}$$

۱۲۰- دو تاس را با هم ۵۰ بار پرتاب کرده‌ایم، در ۹ بار این آزمایش، مجموع هر دو عدد ظاهر شده، کمتر از ۵ می‌باشد. تفاضل احتمال نظری از تخمین احتمال آن، کدام است؟

$$\frac{1}{45} \quad (۴) \quad \frac{1}{50} \quad (۳) \quad \frac{1}{60} \quad (۲) \quad \frac{1}{75} \quad (۱)$$

گزینه ۱

تخمین احتمال برابر  $\frac{9}{50}$  است زیرا بنا به اطلاعات مساله از ۵۰ پرتاب فقط ۹ بار دو عدد ظاهر شده کمتر از ۵ میباشد.

اما احتمال نظری ، میدانیم کل حالات ممکن برای پرتاب دو تاس برابر ۳۶ حالت است که حالات فضای نمونه ای دلخواه سوال برابر با ۶ حالت (۳و۱) (۲و۲) (۲و۱) (۱و۳) (۱و۲) (۱و۱) هستند در نتیجه احتمال برابر  $\frac{6}{36}$  است.

$$\frac{9}{50} - \frac{6}{36} = \frac{9}{50} - \frac{1}{6} = \frac{27 - 25}{150} = \frac{2}{150} = \frac{1}{75}$$