۱۲۶- گزینه ③

به ترتیب زیر دقت کنید

شماره عدد اولین حلقه اول = ۱

شماره اولین عدد حلقه دوم = ۲

شماره اولین عدد حلقه سوم = $1+2+1$

" " " " چهارم = $1+2+3+1$

" " " " پنجم = $1+2+3+4+1$

" " " " n اُم = $(1+2+3+\dots+n-1)+1$

پس اولین عدد حلقه‌ی ۳۰ اُم برابر است با

$$(1+2+\dots+29)+1=\frac{29\times 30}{2}+1=29\times 15+1=436$$

شماره‌ی آخرین عدد حلقه‌ی اول = ۱

" " " " دوم = $1+2$

" " " " سوم = $1+2+3$

" " " " n اُم = $1+2+\dots+n$

در نتیجه آخرین عدد حلقه‌ی ۳۰ اُم برابر

$$1+2+\dots+30=\frac{30\times 31}{2}=15\times 31=465$$

در نتیجه باید ۴۳۶ اُمین عدد فرد را با ۴۶۵ اُمین عدد فرد جمع نماییم (جمله n امین عدد فرد = $2n-1$)

۴۳۶ جمله = $2\times 436-1=871$

۴۶۵ = = $2\times 465-1=929$ جمع: ۱۸۰۰

۱۲۷- گزینه ④

نمودار تابع f به گونه‌ایست که در بازه‌ی $[3,8]$ مقادیر تابع از مقادیر دامنه بزرگترند (زیرا بالای خط $y=x$ قرار گرفته است)

در بازه‌ی تابع $f^{-1}(x)$ این مطلب معکوس می‌گردد یعنی در بازه‌ی $[3,8]$ مقادیر تابع کوچکتر از دامنه هستند

$x-f^{-1}(x)>0$ ...

۱۲۸- گزینه ①

$$\cos(285)=\cos(270+15)=\sin 15$$

$$\sin(225)=\sin(270-15)=-\cos 15$$

$$\sin(525)=\sin(360+165)=\sin(180-15)=\sin 15$$

$$\sin(105)=\sin(90+15)=\cos 15$$

$$\frac{\sin 15+\cos 15}{\sin 15-\cos 15}$$

$$tg 15=\frac{\sin 15}{\cos 15}=0/28 \Rightarrow \sin 15=0/28\cos 15$$

$$\frac{0/28\cos 15+\cos 15}{0/28\cos 15-\cos 15}=\frac{1/28}{-0/72}=-\frac{16}{9}$$

۱۲۹- گزینه ④

$$A-B=\begin{bmatrix}2&-2\\3&2\end{bmatrix}\qquad x=\begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix}$$

$$x^{-1}=\frac{1}{|x|}\times\begin{bmatrix}d&-b\\-c&a\end{bmatrix}$$

$$(A-B)^{-1}=\frac{1}{4+6}\begin{bmatrix}2&2\\-3&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0/2&0/2\\-0/3&0/2\end{bmatrix}$$

۱۳۰- گزینه ③

بزرگترین دسته، دسته‌ی ۱۸-۱۵ است که باید ۲ داده را از فراوانی اش کم کنیم: پس فراوانی جدید این دسته = ۱۹ می‌شود. همچنین از کل داده‌ها نیز ۳ داده کاهش می‌یابد پس

زاویه دسته ۱۸-۱۵ = $\frac{19}{57}\times 360=\frac{1}{3}\times 360=120$

۱۳۱- گزینه ①

سایت کنکور

۱۳۲ـ گزینه ۳

این سوال را با مسیر حل می کنیم

احتمال اینکه هم رنگ باشند

$$\frac{\overset{\text{عدد سفید}}{\binom{3}{2}}+\overset{\text{عدد سیاه}}{\binom{2}{2}}+\binom{5}{2}}{\binom{10}{2}} \leftarrow \text{عدد قرمز}$$

$$\frac{3+1+10}{45}=\frac{14}{45}$$

هم رنگ نباشند = $1-\frac{14}{45}=\frac{31}{45}$

۱۳۳ـ گزینه ۴

$$1+tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$1+\frac{1}{4}=\frac{1}{\cos^2\alpha}\Rightarrow \cos^2\alpha=\frac{4}{5}$$

$$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=\frac{8}{5}-1=\frac{3}{5}$$

$$\sin^2 2\alpha+\cos^2 2\alpha=1$$

$$\frac{9}{25}+\sin^2 2\alpha=1\Rightarrow \sin^2 2\alpha=\frac{16}{25}$$

$$\sin 2\alpha=\pm\frac{4}{5}$$

۱۳۴ـ گزینه ۱

نکته: شخصاً ترجیح می دهم این تست را با جایگذاری گزینه ها حل کنیم

$$f(g(x))=\sqrt{3-g(x)}=\sqrt{3-\log_2(x^2+3x)}$$

در جایگذاری اعداد از اعداد ساده ای شروع می کنیم که حداکثر گزینه ها را تست کنند. به عنوان مثال با جایگذاری صفر می توان ۲ گزینه ی ۳ و ۴ را رد کرد و یا پذیرفت

$$f(g(0))=\sqrt{3-\log 0}\rightarrow \times$$

پس گزینه I و II صحیح می باشند

حال عدد ۲ را جایگذاری می کنیم

$$f(g(2))=\sqrt{3-\log_2 8}=\sqrt{3-3}=0 \checkmark$$

پس گزینه I صحیح است

۱۳۵ـ گزینه

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim\frac{\text{بزرگترین جمله صورت}}{\text{مخرج}}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{ax^n}{3x-|2x|}=\lim\frac{ax^n}{5x}=-1$$

$$\Rightarrow n=1 \ ,\ a=-5$$

$$\lim_{x\to3}\frac{-5x+15}{3x-\sqrt{4x^2+15x}}=\frac{-15+15}{9-\sqrt{36+45}}=\frac{0}{0}$$

$$\overset{H}{\Rightarrow}\lim_{x\to3}\frac{-5}{3-\frac{8x+15}{2\sqrt{4x^2+15x}}}$$

۹

$$\frac{-5}{3-\frac{24+15}{2\times9}}=\frac{-5}{3-\frac{39}{2\times9}}=\frac{-5}{3-\frac{13}{6}}$$

$$\frac{-5}{\frac{18-13}{6}}=\frac{-5}{\frac{5}{6}}=-6$$

۱۳۶ـ گزینه ۲

$$\lim_{x\to6^-}f(x)=\lim_{x\to6^+}f(x)$$

$$\lim_{x\to6^-}\sin\frac{\pi}{6}=\lim_{x\to6^+}a+\cos^2\frac{\pi\times6}{36}$$

$$\frac{1}{2}=a+\cos^2\frac{\pi}{6}$$

$$\frac{1}{2}=a+\frac{3}{4}\Rightarrow a=-\frac{1}{4}$$

۱۳۷ـ گزینه ۱

آهنگ متوسط = $\frac{f(1.21)-f(1)}{1.21-1}=\frac{\sqrt{1.21}-1}{0.21}$

$$=\frac{1.1-1}{0.21}=\frac{0.1}{0.21}$$

آهنگ لحظه ای = مشتق = $\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2}-\frac{\frac{1}{10}}{\frac{21}{100}}=\frac{1}{2}-\frac{10}{21}=\frac{21-20}{42}=\frac{1}{42}$$

سایت کنکور

۱۳۸- گزینه ۲

← انتخاب ۲ تیر

سکه → زوج → $1/2 \rightarrow \binom{4}{2}\times(2/3)^2\times(1/3)^2$

سکه → فرد → $1/2 \rightarrow \binom{3}{2}(2/3)^2\times(1/3)$

انتخاب ۳ تیر

$\frac{1}{2}(\cancel{6}^{2}\times\frac{4}{\cancel{9}_{3}}+\frac{1}{9})+1/2(3\times 4/9\times 1/3)$

$1/2(\frac{8}{27}+\frac{12}{27})=1/2\times\frac{20}{27}=\frac{10}{27}$

۱۳۹- گزینه ۴

$\alpha'=\frac{1}{\alpha}-1$

$\beta'=\frac{1}{\beta}-1$

$\Rightarrow S'=\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}-2$

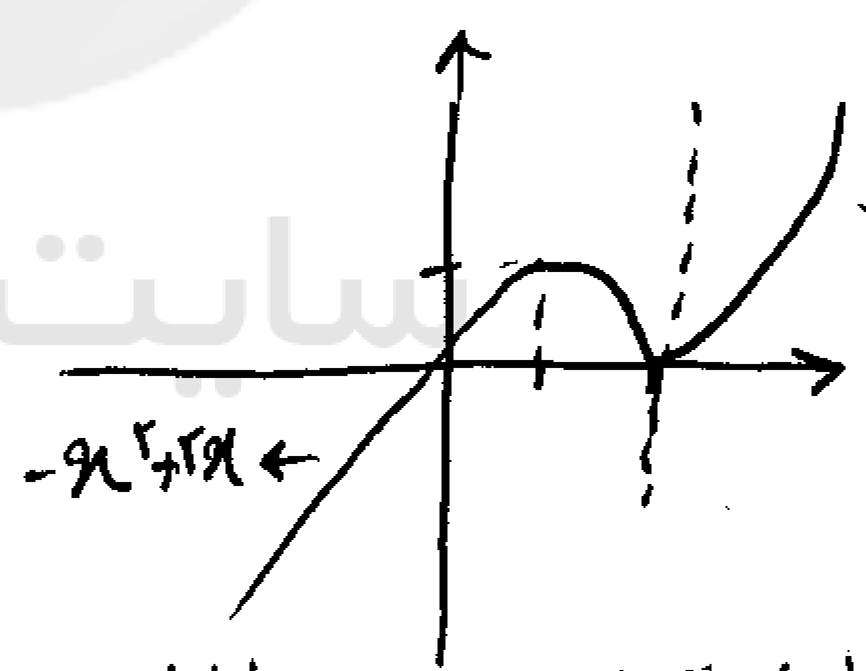
$=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}-2=\frac{S}{P}-2$

$=\frac{3/2}{-1/2}-2$

$=-5$

فقط گزینه ۴ دارای $S=-5$ می‌باشد

۱۴۰- گزینه ۳



تابع فقط در $(1,2)$ نزولی است!!!

$y=-x^2+2x+1-1$

$=-(x-1)^2+1$

$(x-1)^2=-y+1\Rightarrow(x-1)=\sqrt{-y+1}$

$x=\sqrt{-y+1}+1$

$f^{-1}(x)=\sqrt{-x+1}+1$

۱۴۱- گزینه ۴

$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\lim\frac{4^{n-1}}{4^n}=1/4$ همگرا، کراندار

$a_1=\frac{7+1}{2+4}=8/6$ و حد همگرا $1/4$ $\Rightarrow$ نزولی

۱۴۲- گزینه ۲

$70=90-40e^{-0.02t}$

$40e^{-0.02t}=20\Rightarrow e^{-0.02t}=1/2$

$\ln e^{-0.02t}=-\ln 2$

$-0.02t=-0.68\Rightarrow t=\frac{0.68}{0.02}=34$

۱۴۳- گزینه ۱

$2\cos^2x+2\sin x\cos x=1$

$2\sin x\cos x=1-2\cos^2x$

$\sin2x=-\cos2x$

$tg2x=-1=-tg\pi/4$

$2x=k\pi-\pi/4$

$x=k\pi/2-\pi/8$

۱۴۴- گزینه ۲

$f(g(x))=4/5\,g(x)-1/5\,g(x)$

$\frac{4}{5}(4x+|x|)-1/5|4x+|x||$

$\Rightarrow\begin{cases}x\geq0: 4/5(4x+x)-1/5|5x|=3x\\ x<0: 4/5(4x-x)-1/5|3x|=3x\end{cases}$

بنابراین fog تابعی با ضابطه $y=3x$ است

۱۴۵- گزینه ۳

$f(2)=\sqrt{2\times2}\,e^{2-2}=2\times1=2$

$y'=\sqrt{2}\times\frac{1}{2\sqrt{x}}e^{2-x}+\sqrt{2x}\times-1\times e^{2-x}$

$y'_{(2)}=\cancel{\sqrt{2}}\times\frac{1}{2\cancel{\sqrt{2}}}\times e^0+2\times-1\times e^0$

$=1/2-2=-3/2$

$y-y_0=m(x-x_0)$

$y-2=-3/2(x-2)\Rightarrow x=0$

$y=-3/2(-2)+2=5$

سایت کنکور

۱۴۶ - گزینه ۳

۱۴۷ - گزینه ۲

برای حل این تست باید ۳ شرط زیر را اعمال کنیم

الف) نمودار تابع با خط $y=0$ یک ریشه مضاعف دارد

$y=0 \Rightarrow \Delta=0$

$ax^2+bx+8=0$

$\Delta = b^2-4a\times 8=0 \Rightarrow \boxed{b^2=32a}$

ب) مشتق تابع در $x=0$ باید منفی شود زیرا در حالت نزولی از این نقطه عبور کرده

$$y'=\frac{(2ax+b)(x^2+4)-2x(ax^2+bx+8)}{(x^2+4)^2}$$

$$y'_{(0)}<0 \Rightarrow \frac{4b}{(4)^2}<0 \Rightarrow \boxed{b<0}$$

ج) مجموع طول ریشه‌های مشتق (اکسترمم‌ها) = طول عطف = صفر

$y'=0 \Rightarrow$

$2ax^3+8ax+bx^2+4b-2ax^3-2bx^2-16x=0$

$-bx^2+x(8a-16)+4b=0$

مجموع طول اکسترمم‌ها $=0 \Rightarrow S=0 \Rightarrow -\frac{b}{a}=0$

$$-\frac{8a-16}{-b}=0 \Rightarrow \boxed{a=2}$$

$b^2=32a=32\times \cancel{a}^{2}=64$

$$\Rightarrow b=\pm 8 \xrightarrow[\text{قابل قبول } b=-8 \text{ :ب}]{\text{با توجه به مورد}} a+b = 2-8=-6$$

۱۴۸ - گزینه ۳

۱۴۹ - گزینه ۱

۱۵۰ - گزینه ۲

$$\int_0^{\pi}\frac{dx}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}}=\int_0^{\pi}\frac{dx}{\frac{1}{|\cos x|}}$$

$$\int_0^{\pi}|\cos x| = \int_0^{\pi/2}\cos x-\int_{\pi/2}^{\pi}\cos x$$

$$\sin x\Big|_0^{\pi/2}-\sin x\Big|_{\pi/2}^{\pi}$$

$$1-(0-1)=2$$

۱۵۱ - گزینه ۳

$$\int\frac{7x^2}{x^{2/3}}dx-\int\frac{4x}{x^{2/3}}dx$$

$$7\int x^{4/3}dx-4\int x^{1/3}dx$$

$$7\times\frac{1}{\frac{4}{3}+1}x^{\frac{4}{3}+1}-4\times\frac{1}{\frac{1}{3}+1}x^{\frac{1}{3}+1}dx$$

$$\cancel{7}\times\frac{3}{\cancel{7}}x^{1/3}\times x^2-\cancel{4}\times\frac{3}{\cancel{4}}x^{1/3}\times x+c$$

$$3x^{1/3}\underbrace{(x^2-x)}_{f(x)}+c$$

۱۵۲ - گزینه ۱

۱۵۳ - گزینه ۴

۱۵۴ - گزینه ۴

۱۵۵ - گزینه ۴

سایت کنکور