

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۱۳

جمعه ۱۰/۰۹/۹۶

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می‌شود.  
امام خمینی (ره)



# آزمون‌ها کسر است گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۳۹۶-۹۷

## آزمون عمومی

گروه‌های آزمایشی علوم ریاضی و علوم تجربی

چهارم دبیرستان (پیش‌دانشگاهی)

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۶۰ دقیقه	تعداد سوالاتی که باید پاسخ دهید: ۸۰

عنوانین مواد امتحانی آزمون عمومی گروه‌های آزمایشی علوم ریاضی و علوم تجربی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

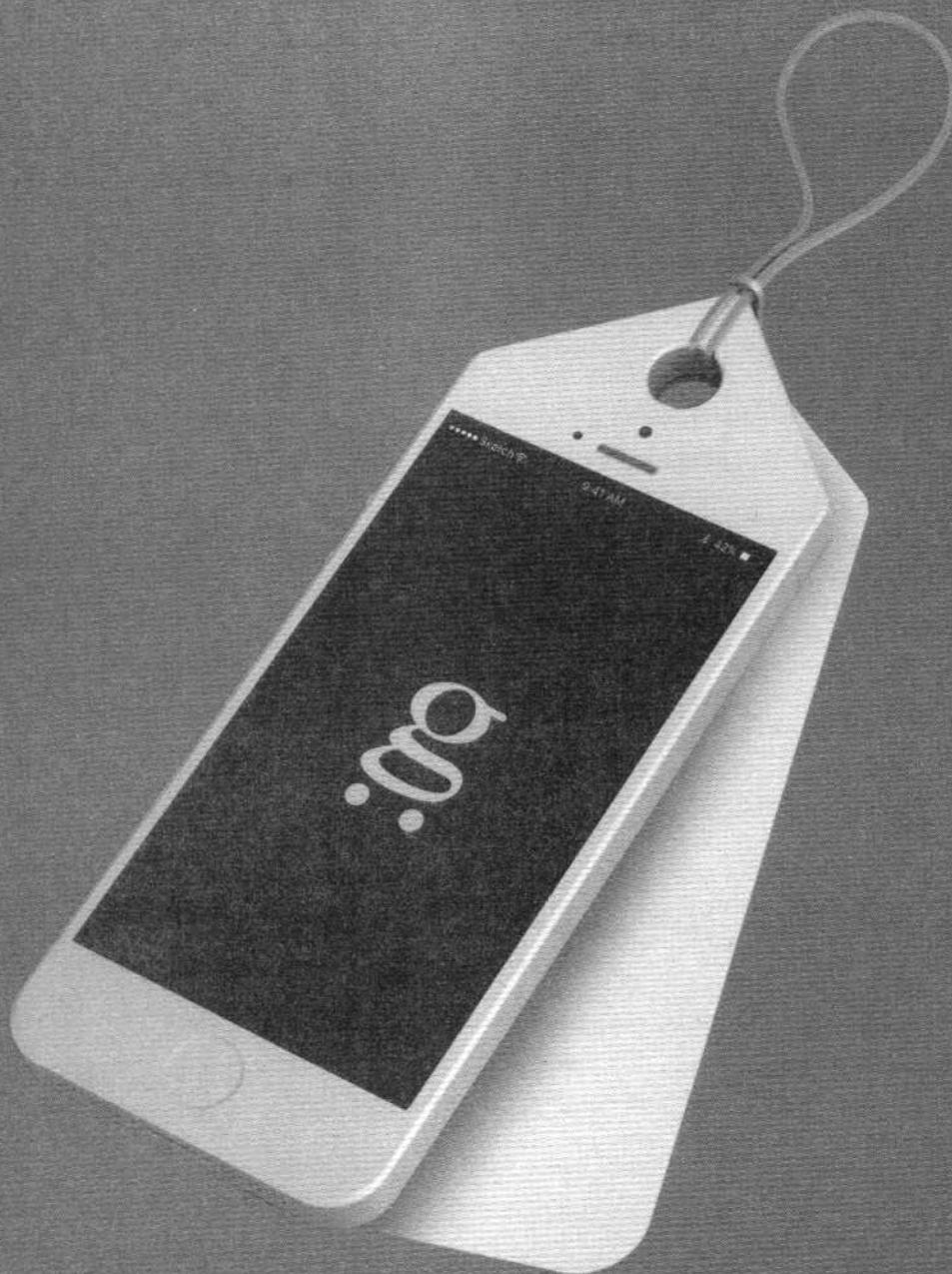
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	شماره سوال	مدت پاسخگویی
۱	زبان و ادبیات فارسی	۲۰	۱	۱۵ دقیقه
۲	زبان عربی	۲۰	۲۱	۱۵ دقیقه
۳	فرهنگ و معارف اسلامی	۲۰	۴۱	۱۵ دقیقه
۴	زبان انگلیسی	۲۰	۶۱	۱۵ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سوالات آزمون برای نسخه اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع می‌باشد و بیگرد قانونی دارد.

برای اطلاع از نتایج آزمون و زمان دقیق اعلام آن باید در کانال تلگرام گاج عضو شوید. @Gaj\_ir



gajmarket



## فروشگاه اینترنتی کتاب و لوازم دانش آموزی

فروشگاه اینترنتی گاج مارکت، وبسایت تخصصی حوزه فروش مایحتاج دانش آموزی است. هدف از راه اندازی «گاج مارکت» ایجاد فروشگاه جامعی است که با ورود به آن، امکان خرید تمام لوازم مورد نیاز یک دانشجو فراهم می‌باشد.



خرید آنلاین  
خرید ارزان



## زبان و ادبیات فارسی

در کدام گزینه به معنی درست واژه‌های «مصادره - مضرّت - زجر - هرّا» اشاره شده است؟

- (۱) مال کسی را به خون او فروختن - زیان - شکنجه - صدا و غوغا  
 (۲) توان گرفتن - گزند رسیدن - اذیت - آواز مهیب  
 (۳) خون کسی را به مال او فروختن - آسیب - سختی - هراسیدن  
 (۴) جریمه کردن - زیان رسیدن - آزار - لرزیدن
- معنی چند واژه رویه‌روی آن نادرست نوشته شده است؟

چرگه: زمرة / شرنگ: هر چیز تلخ / صعوه: گنجشک / صولت: هیبت / جرز: بازو بند / سماط: راهنمای / وعاظ: اندرزگوی / بام: صحیحگاه

- (۱) چهار (۲) سه (۳) دو (۴) یک
- در کدام بیت غلط املایی وجود ندارد؟

زیرا که خوش آید سخن نفر به تکرار  
 از شکوفه رخ و از سبزه ازار آید  
 دل را قیامت آمد، شادان چگونه باشد؟  
 که بعد از آن به خفا خواره‌اش ننهاده است

- (۱) در شعر ز تکرار سخن پاک نباشد  
 (۲) روی بستان را چون چهره‌ی دلبندان  
 (۳) بر دل غم فراغت آسان چگونه باشد؟  
 (۴) گلی به دست که داده است روزگار بگوی

در کدام گزینه آرایه‌های «اسلوب معادله - تضاد - تلمیح - استعاره - تفاصیل - تشبیه - وجود دارد؟

در کاسه‌ی سرها می‌غوغای دگر دارد  
 در خم قرار نیست شراب رسیده را  
 همچو ماهی در میان آب خوابم می‌برد  
 زمانه بر سر شور است در شب مهتاب

- (۱) در سینه‌ی خم هرچند، فریاد نمی‌باشد  
 (۲) زندان جان پاک بود تنگنای جسم  
 (۳) از سرم تا نگذرد می‌کم نگردد رعشه‌ام  
 (۴) زمین ز خنده‌ی لبریز مه نمکدانی است

چنان‌چه بخواهیم ابیات زیر را به ترتیب داشتن آرایه‌های «استعاره - ایهام - تضمن - تشبیه - اسلوب معادله» مرتب کنیم، کدام گزینه درست است؟

می‌به مستان بده و توبه به هشیاران ده  
 ترانه‌ی غزل شهریار را مانی  
 کاندر آید بامداد از روزنست  
 هرچه کوه از ابر می‌گیرد، به صحراء می‌دهد!  
 کاوحدي را می‌کشی با این وفاداری که هست

- الف) این جواب غزل قاسم انوار که گفت  
 ب) غزال من تو به افسون فسانه در همه شهر  
 ج) شرمش از روی تسو باید آفتاب  
 د) سربلندان، ممال صرف زیبستان می‌کنند  
 ه) دیگری را کی خلاصی باشد از دستان تو

- (۱) ج - الف - د - ه - ب (۲) ه - ب - ج - الف - د (۳) ج - ه - الف - ب - د (۴) ه - الف - د - ج - ب

در کدام گزینه به آثاری دیگر از پدیدآورندگان «ارگونون - دیدار صبح - صور خیال در شعر فارسی - دستجین» اشاره نشده است؟

- (۱) آخر شاهنامه - سفر پنجم - بوی جوی مولیان - تا ناکجا  
 (۲) زستان - سد و بازوان - در کوچه‌یانگه‌های نیشاپور - خط خون  
 (۳) آخر شاهنامه - طنین در دلتا - از بودن و سرودن - چمن لاله  
 (۴) از این اوستا - رهگذر مهتاب - شبگیر - در سایه‌سار نخل ولایت

کدام عبارت نادرست است؟

(۱) محمد بن منور، نواده‌ی ابوسعید ابوالخیر کتاب «اسرار التوحید فی مقامات الشیخ ابی سعید» را در احوال جد خود ابوسعید در سه باب نوشته است.

(۲) محمدحسن رهی معیّری از غزل‌سرايان نامی معاصر بیشتر به پیروی از سعدی، غزل گفته و شیوه‌ای و روانی سخن سعدی در سروده‌های او محسوس است.

(۳) عبدالحسین زین‌کوب کتاب «پله تا ملاقات خدا» را در شرح حال مولانا و «فاراز مدرسه» را درباره‌ی زندگی احمد غزالی به رشته‌ی تحریر درآورد.

(۴) سلطان مراکش پس از بازگشت این بوطه در سال ۷۵۴ به دبیر خود این جزی فرمان داد که داستان‌ها و شرح این بوطه را ثبت و ضبط کند.



-۸ «ساختمان واژه‌ی قافیه» در کدام گزینه متفاوت است؟

پچان و سوگوارم چون زلف تابدارت  
یا مرگ جان گزینم یا وصل خوشگوارت  
گواز کجات پرسم چونست روزگارت  
بیگانگی گرفتی از یار دوستدارت

- ۱) در آرزوی رویت دور از سعادت تو
- ۲) بامات در نگیرد مایم و نیم جانی
- ۳) ای جان و روشنایی به زین همی باید
- ۴) ما رانگوبی ای جان کاخربه چه عنایت

-۹

آن که باشد که زگفتار تو شادان نشود  
آن لب پر شکر و دز تو خندان نشود  
صدق این قول چه داند که خراسان نشود  
هر که در کودکی از جهد سخندان نشود»

«چون ز آرایش کوی تو شود شاد فلک  
دیوگریان نشود تابه سخن بر کرسی  
نیست عالم چو تو در هیچ نواحی و کسی  
سستگفتار بود درگه پیری در علم

(۴) هشت

(۳) هفت

(۲) شش

(۱) پنج

-۱۰ نوع واژه‌ها در همه‌ی گزینه‌ها یکسان است به جز.....

- ۱) خوشبخت - زیردست - کمدوم - سفیدپوست
- ۲) بیابان‌گرد - چادرنشین - نفرتبار - خودبین
- ۳) زودگذر - بدگمان - رادمرد - ریشسفید
- ۴) خداشناس - دیریاب - دستبوس - بالابلند

-۱۱

الگوی ساخت واژه‌ی «مرکب» در کدام گزینه متفاوت است؟

قیمت‌گوهر چه داند هر که نابینا بود  
گو دلت بی رحم و بازوی ستم پرزور باش  
حور و زبردستی مکن ای خودپسند بی وفا  
از هیچ رادمرد به صد شعر یک شعار

- ۱) تنگ‌چشمان را نباید روی زبایا در نظر
- ۲) کار ما و کار وحشی پیش تیغت چون یکیست
- ۳) بر ما چنین پستی مکن تندي و بدمستی مکن
- ۴) هرگز نیافتم به چنین شعرهای نیک

-۱۲

تا باید آن امام راستین فخر دیار  
سوی مصنوعات شو آن گه صنایع کن نظر  
گه بر سر آتشم گهی بر سر آب  
عید وصال دوست علی رغم دشمن است

- ۱) گفت امیرالمؤمنین ای مرد پردعوی بباش
- ۲) ماه در افزایش و نقصان و خود بر حال خوش
- ۳) القله چو خار و خس درین دیر خراب
- ۴) امشب به راستی شب ما روز روشن است

-۱۳

کاربرد و معنی واژه‌ی «تا» در همه‌ی گزینه‌ها با عبارت زیر یکسان است، به جز.....

«و زینهار تا بدی نکنید و از بدان دور باشید که بدکننده را زندگانی کوتاه باشد.»

که نکوکار بدمشود ز بدان  
مختصر تیست چون تویی معنیش  
بدان کوش تا دور مانی ز رنج  
که گرکار بندی پشیمان شوی

- ۱) تابناشی حریف بی خردان
- ۲) تانگوبی که شعر مختصر است
- ۳) چنین است رسیم سرای سپنج
- ۴) ز صاحب غرض تا سخن نشنوی

-۱۴

در کدام گزینه معنی واژه‌ی «آهو» متفاوت است؟

تو را روشن آید همی خوی خویش  
بپویم و در چاره آهه و شویم  
تو دانی هنرهای آهه و من  
تو را خود ز آغاز بود این سرشت

- ۱) ولیکن نبیند کس آهی خویش
- ۲) بپریم تام رغ جادو شویم
- ۳) چه فرمائیم چیست نیروی من
- ۴) که آهوس است بر مرد گفتار رشت



۱۵- کدام گزینه با بیت «نه سایه دارم و نه بر بیفکنندم و سزاست / اگر نه بر درختِ ترکسی تبر نمی‌زند» تناسب معنایی دارد؟

در ریاض (=باغ) زندگی چون بید بی حاصل مشو  
شوریختی بین که در آغوش دریا سوختم  
جامی بده که من ز سرانجام فارغم  
مگر این نهال نورس ز وفا ثمر ندارد؟

- ۱) این است از سوختن تا نخل صاحب میوه است
- ۲) سوختم از آتش دل در میان موج اشک
- ۳) کس چون کند ز بهر سرانجام ترک جام؟
- ۴) ز نهال قامت تو ثمیری نچیدهای من

۱۶- کدام گزینه با بیت «هان ای دل عبرت‌بین از دیده عبر کن هان / ایوان مداین را آینه‌ی عبرت دان» تناسب معنایی ندارد؟

کسی که یک نظر اعتبار بگشاید؟  
برو ز مردن امثال خویش عبرت گیر  
خار دیوارم، ویال هیچ دامان نیستم  
آینه‌ی مکدر عبرت‌نمای خاک

- ۱) گشاد باغ ز ترگس هزار چشم و کجاست
- ۲) زمان ز مرگ بسی چون تو پند داد تو را
- ۳) کردهایم با خاکساری جمع، اوج اعتبار
- ۴) عبرت بسی نمود اگر جائی روشن است

۱۷- کدام گزینه با بیت «حسب حالی نوشته و شد ایامی چند / محرومی کوکه فرستم به تو پیغامی چند؟» تناسب معنایی ندارد؟

تو پس پرده چه دانی که، که خوب است و که رشت؟  
که آشنا سخن آشنا نگه دارد  
که جز عاشق نمی‌داند حکایت‌های مرمزوم  
کجا دانند حال ما سبکباران ساحل‌ها؟

- ۱) نامیدم مکن از سابقه‌ی لطف ازل
- ۲) حدیث دوست نگویم مگر به حضرت دوست
- ۳) مگو احوال درد من به پیش هر هوس‌بازی
- ۴) شب تاریک و بیم موج و گردابی چنین هایل

۱۸- مفهوم کدام گزینه با دویستی زیر متناسب نیست؟

«مکن کاری که بر پاسنگ آیو  
چو فردا نامه‌خوانان نامه‌خوانند  
(۱) جور بر من مکن امروز که مظلوم تو ام  
(۲) حساب خود این جا کن، آسوده‌دل شو  
(۳) چو شاه جور کند، خلق در امید نجات  
(۴) اگر داری به زیر خاک، چشم خواب آسایش

۱۹- کدام گزینه با بیت «هر سبزه که بر کنار جویی رسته است / گویی ز لب فرشته‌خوبی رسته است» تناسب معنایی دارد؟

خون خوری گر طلب روزی نهاده کنی  
حالا فکر سبوکن که پراز باده کنی  
مگر اسباب بزرگی همه آماده کنی  
گر نگاهی سوی فرهاد دل افتاده کنی

- ۱) بشنو این نکته که خود را ز غم آزاده کنی
- ۲) آخرالامر گل کوزه‌گران خواهی شد
- ۳) تکیه بر جای بزرگان نتوان زد به گزاف
- ۴) اجره‌ها باشدت ای خسرو شیرین‌دهنان

۲۰- کدام گزینه با بیت «سرود عشق ز مرغان بوستان بشنو / جمال یار ز گل برگی سبز، تابان شد» تناسب معنایی دارد؟

زلف خود را بگشات ادل ما بگشاید  
یک ساعتم بگنجان در سایه‌ی عنایت  
یک فروغ رخ ساقی است که در جام افتاد  
پرتو خورشید عالم تاب را دیوانه‌تر

- ۱) نگشاید دل ماتانگشایی خم زلف
- ۲) ای آفتاب خوبان، می‌جوشد اندرونم
- ۳) این همه عکس می و نقش نگارین که نمود
- ۴) می‌کند از روشنی آینه‌ی دل‌های پاک



## زبان عربی

### ■ عین الأصح و الأدق في الجواب للترجمة أو التعريب أو المفهوم (٢٦ - ٢١):

٢١- «إن بعض الناس يظلون أن النعم تنزل من السماء جاهزة ولكن الراحة ثمرة الكدح.»:

(١) همانا برخی مردم گمان کردند که نعمت‌ها حاضر و آماده از آسمان نازل می‌شوند اماً راحتی، ثمرة زحمت است.

(٢) گمان بعضی مردم بر این است که نعمت از آسمان آماده فرو فرستاده می‌شود اماً موقفیت، نتیجه تلاش است.

(٣) بعضی مردم گمان می‌کنند که نعمت‌ها، آماده از آسمان نازل می‌شوند ولی آسودگی، نتیجه زحمت است.

(٤) مردم گمان می‌کنند که برخی نعمت‌ها به راحتی از آسمان فرستاده می‌شوند لکن آسودگی، حاصل تلاش است.

٢٢- «كان الشعرا الإيرانيون يسافرون إلى البلاد العربية لكي يتعلموا لغة القرآن.»:

(١) شاعران ایرانی به کشورهای عربی سفر می‌کردند تا زبان قرآن را یاد بگیرند.

(٢) شعرای ایرانی برای آموختن زبان قرآن به کشورهای عربی سفر می‌کنند.

(٣) شاعران ایران به کشورهای عربی سفر کردند تا بتوانند زبان قرآن را بیاموزند.

(٤) سفر شاعران ایرانی به کشورهای عربی برای این بود که زبان قرآن را فرا بگیرند.

٢٣- عین الصحيح:

(١) لا يتحذّل العاقل الكاذب ولِيَا: عاقل، دروغگو را به دوستی نمی‌گیرد.

(٢) «فلينظر الإنسان ممّ حلق». پس ای انسان، بنگر که از چه چیزی آفریده شده‌ای.

(٣) إنه قد أصبح من الوجوه الخالدة: قطعاً او از چهره‌های ماندگار می‌شود.

(٤) لا شيء أغلى من الأدب في العالم: هیچ چیزی در جهان ارزشمندتر از ادب نیست.

٢٤- عین الخطأ:

(١) يجب أن نذكر الأيات الماضية: باید روزهای گذشته را به خاطر بیاوریم،

(٢) لعلنا نتمتع بفرصنا القليلة: ای کاش از فرصت‌های اندکمان بهره‌مند شویم،

(٣) و نعتبر بتجاربنا القيمة التي حصلنا عليها: و از تجربه‌های ارزشمندمن که آن‌ها را به دست آوردیم، عبرت بگیریم،

(٤) و لا نتكرر أخطاءنا من بعد هذا: و از این به بعد اشتیاهاتمان را تکرار نکنیم.

٢٥- «لم تقولون ما لا تفعلون» عین المناسب للمفهوم:

(١) فكّر ثم تكلّم تسلّم من الزلل.

(٢) تأمل كنان در خطأ و صواب / به از ژاڙخایان حاضر جواب

(٣) تكلّموا تعرفوا فإنَّ المرء محبُوه تحت لسانه.

(٤) دو صد گفته چون نیم کردار نیست.

٢٦- «كارمندي شايسته را برای اين کار پيچيده انتخاب می‌کنم که توصيه‌ای از ديگران نداشته باشد.»:

(١) اختار موظفاً لائقاً لهذا الأمر المعقد ما كان له توصية من الآخرين.

(٢) إني اختار هذا الموظف اللائق لأمر معقد حيث ليس له توصية من الآخرين.

(٣) اخترت لذلك الأمر المعقد موظفاً لائقاً ما كان له توصية من الآخرين.

(٤) انتخب الموظف اللائق للأمر المعقد هو لا يحمل توصية من الآخرين.



## ■■■ اقرأ النص التالي بدقة ثم أجب عن الأسئلة التالية بما يناسب النص (٣٤ - ٢٧):

هل شاهدت حتى الآن النملة وهي تحاول لحمل حبة أكبر من وزنها؟ من الممكن أن لا تستطيع في المرة الأولى و حتى في ستين مرة ولكن لا تيأس و تمارس أكثر من قبل و في النهاية تنتهي من عملها جيداً. هناكأشخاص كثيرون يجعلون أعمال هذا الحيوان نصب أعينهم و لا يتذكرون الجهد و لا يقتنطون. إن كثيراً منهم هم الذين تجربوا طعم الحياة المرة في طفولتهم وقد تعلموا أن يحصلوا على أشياء غالبة في حياتهم مع الكد و الأغرب أنه ما كانت لديهم إمكانيات واسعة في غالب الأحيان حيث قد نقل أن أحد العلماء لم يكن في بيته مصباح فالزمه الفقر أن يطالع خارج المدينة في ضوء قنديل الحراس. نعم، هذه هي سنته الدنيا أن من طلب شيئاً و جد، وجد و لا يستطيع شيء أن يمنعه عن التوفيق.

- عين الصحيح: «إن النملة .....» ٢٧

- (٢) لا تحمل شيئاً و هو أثقل من وزنها.
- (٤) تسعى لحمل حبة كلّ مرة ستين مرة.

- عين الخطأ ٢٨

- (١) على الإنسان أن يتعلم من أي شيء في العالم حتى حيوان صغير كالنملة.
- (٢) من أسباب الفشل في الحياة فقدان الإمكانيات و القدرات.
- (٣) إذا واجهنا مشاكل في طريقنا إلى الأهداف فعلينا بالمراسلة.
- (٤) من يجتهد و لا يفقد رجاءه و يواصل عمله يصل إلى مكانة عالية.

- عين الخطأ حسب مفهوم النص: ٢٩

- (١) إن الفقر يساعد الناس على التقدم في جميع مراحل الحياة.
- (٢) لا مشكلة و إن كانت كبيرة قادرة على هزيمة الشخص الساعي.
- (٣) من كبرت في عيونه أهدافه صغرت أمامه الصعوبات.
- (٤) «ليس للإنسان إلا ما سعى»

## ■ عين الصحيح في التشكيل (٣٠ و ٣١):

- ٣٠ - «هل شاهدت حتى الآن النملة وهي تحاول لحمل حبة أكبر من وزنها؟»:
- (٢) الثملة - حمل - حبة - أكبر - وزن
- (٤) الثملة - حمل - حبة - أكبر
- ٣) شاهدث - الثملة - تحاول - حمل

- ٣١ - «قد تعلموا أن يحصلوا على أشياء غالبة في حياتهم مع الكد.»:

- (٢) تعلموا - أشياء - حياة - الكد
- (٤) تعلموا - أشياء - غالبة - حياة
- ١) يحصلوا - غالبة - حياة
- ٣) يحصلوا - أشياء - غالبة - الكد

## ■ عين الصحيح في الإعراب و التحليل الصرف (٣٢ - ٣٤):

- ٣٢ - «تجربوا»:

- (١) مضارع - للمخاطبين - مبني للمعلوم - معرب / فعل مرفوع و فاعله ضمير «الواو» البارز
- (٢) فعل ماضٍ - متعدٌ - مزيد ثالثي من باب تفعيل - مبني / فعل و فاعله ضمير «الواو» البارز
- (٣) فعل مضارع - لازم - مزيد ثالثي من باب تفعيل - مبني للمعلوم / فعل مجزوم بحذف «نون» الإعراب
- (٤) متعدٌ - مجرّد ثالثي - مبني للمجهول - للغائبين / فعل مرفوع و الجملة نعت و مرفوع محلاً
- ٣٣ - «ألزم»:

١) مضارع - للمتكلّم وحدة - معرب - متعدٌ / فعل و فاعله ضمير «أنا» المستتر

٢) فعل ماضٍ - مزيد ثالثي - مبني - متعدٌ / فعل و فاعله «الفقر»

٣) لازم - مبني للمعلوم - مزيد ثالثي من باب إفعال - للغائب / فعل و فاعله «الفقر»

٤) فعل ماضٍ - مبني للمجهول - مبني - لازم / فعل و فاعله ضمير «هو» المستتر



- ۳۴ - «واسعة»:

- ۱) اسم - منoun من الصرف - مفرد مؤثث - مشتق / مضاف إليه و مجرور
- ۲) نكرة - مفرد مؤثث - مبني - جامد / صفة و مجرور بالتبعية
- ۳) منصرف - نكرة - اسم فاعل - معرب / صفة و مرفوع بالتبعية
- ۴) مفرد مؤثث (معنوي) - صفة مشبهة - نكرة - منصرف / نعت و منصوب بالتبعية

### ■■ عین المناسب في الجواب عن الأسئلة التالية (٤٠ - ٣٥):

- «إن المجاهدين يدافعون عن أراضي وطننا». عین الصحيح مع «كان»:

- ۱) كان المجاهدون يدافعون ...
- ۲) كان المجاهدون يدافعون ...
- ۳) كانوا المجاهدون يدافعون ...
- ۴) كانوا المجاهدون يدافعون ...

### - ۳۶ - عین ما ليس فيه من الأفعال الناقصة:

- ۱) لا يكون الشعب الإيراني مستسلماً أمام الأعداء.
- ۲) لن يدوم الملك مع الظلم وإن يبقى مع الكفر.
- ۳) تنزل الأمطار كثيرة قريباً فتصير الأرض مخضرة.
- ۴) سيصبح قدوة لجميع زملائه في الأدب والأخلاق.

### - ۳۷ - عین الخطأ بالنسبة إلى النوا藓:

- ۱) أرجو أن لا تقول في نهاية السنة يا ليتني قرأت دروسي جيداً.
- ۲) أنتصر أتنى ناجح حتى هذه المرحلة من الحياة.
- ۳) صاروا واثقين بأنفسهم حينما شاهدوا نتيجة أعمالهم في النهاية.
- ۴) كأن هؤلاء الرجال نادمين من أفعالهم.

- «لقد كان في يوسف وإخوته آيات للسائلين» عین الصحيح في خبر الفعل الناقص:

- ۱) آيات
- ۲) في يوسف
- ۳) للسائلين
- ۴) إخوته

### - ۳۹ - عین الخبر ليس مقدماً:

- ۱) ليتم ما كتم عن القراءة المتواصلة غافلين.
- ۲) «ولم يكن له كفواً أحد»
- ۳) ليست لدى الآن فكرة لحل هذه القضية.
- ۴) ما كان عندنا معلم في الحصة الثالثة في يوم الثلاثاء.

### - ۴۰ - عین الخبر ليس جملة فعلية:

- ۱) إن المؤمنين يحددون في الآخرة ما يزرعون في الدنيا.
- ۲) فاعلم أن ربك يرحم الناس جميعاً لعلهم يتّقون.
- ۳) هلك من ليس له حكيم يرشده.
- ۴) كانت هؤلاء النساء يطبخن الرز و السمك.



## فرهنگ و معارف اسلامی



۴۱- تجلی تقدیر و زمینه‌ساز حرکت و پویایی انسان و به کارگیری اراده و اختیار او چیست؟

- (۲) قانونمندی و نظام حاکم بر جهان خلقت
- (۴) شناخت قوانین حاکم بر زندگی انسان‌ها
- (۱) درک صحیح نظام حاکم بر جهان خلقت
- (۳) شناخت قوانین جهان خلقت

۴۲- کدام گزینه از پیامدهای اعتقاد به زندگی در یک جهان قانونمند نیست؟

- (۲) به فعلیت رساندن استعدادها
- (۴) احساس هویت و خودباعری
- (۱) بطرف کردن نیازها
- (۳) پیمودن قله‌های کمال

۴۳- اگر معتقد باشیم همه چیز در جهان دارای خصوصیات و ویژگی‌های معین است، به مضمون کدام آیه اشاره کرده‌ایم؟

- (۱) ﴿إِنَّا كُلَّ شَيْءٍ خَلَقْنَا بِقِدْرٍ﴾
- (۲) ﴿إِنَّا هَدَيْنَاهُ السَّبِيلَ إِمَّا شَاكِرًا وَ إِمَّا كَفُورًا﴾
- (۳) ﴿الَّهُ الَّذِي سَخَّرَ لَكُمُ الْبَحْرَ ...﴾
- (۴) ﴿إِنَّ اللَّهَ يَمْسِكُ السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضَ ...﴾

۴۴- از مفهوم کدام آیه موضوع «هیچ یک از مخلوقات جهان از قانونمندی خود خارج نمی‌شود.» دریافت نمی‌گردد؟

- (۲) ﴿إِنَّ اللَّهَ يَمْسِكُ السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضَ ...﴾
- (۴) ﴿هُوَ الَّذِي يَحْيِي وَ يَمْتِ ...﴾
- (۱) ﴿لَا الشَّمْسُ يَنْبَغِي لَهَا أَنْ تَدْرِكَ الظُّرُفَ ...﴾
- (۳) ﴿الَّهُ الَّذِي سَخَّرَ لَكُمُ الْبَحْرَ ...﴾

۴۵- از لحاظ موضوع، کدام آیه با آیه‌ی «كَلَّا نَمَدَ هُؤُلَاءِ وَ هُؤُلَاءِ مِنْ عَطَاءِ رَبِّكِ وَ مَا كَانَ عَطَاءُ رَبِّكِ مَحْظُورًا» مرتبط است؟

- (۱) ﴿إِنَّا هَدَيْنَاهُ السَّبِيلَ إِمَّا شَاكِرًا وَ إِمَّا كَفُورًا﴾
- (۲) ﴿إِنَّا كُلَّ شَيْءٍ خَلَقْنَا بِقِدْرٍ﴾
- (۴) ﴿إِنَّ اللَّهَ يَمْسِكُ السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضَ ...﴾
- (۳) ﴿إِنَّا أَنْزَلْنَا لَكَ الْكِتَابَ ...﴾

۴۶- فرو رفتن مُصرانه در فساد و فاسدله‌گیری قدم به قدم از انسانیت، نشان دهنده‌ی سنت ..... است و با آیه‌ی ..... ارتباط مفهومی دارد.

- (۱) املاء - ﴿وَ لَا يَحْسِنَ الَّذِينَ كَفَرُوا أَنَّمَا نَمْلَى ...﴾
- (۲) استدراج - ﴿وَ الَّذِينَ كَذَبُوا بِأَيْمَانِنَا سَنَسْتَدْرِجُهُمْ ...﴾
- (۳) امداد الهی - ﴿كَلَّا نَمَدَ هُؤُلَاءِ وَ هُؤُلَاءِ ...﴾
- (۴) تقاویت در پاداش و کیفر - ﴿مَنْ جَاءَ بِالْحَسَنَهِ ...﴾

۴۷- «چگونگی و فرآیند رشد و تکامل انسان» و «ظهور و بروز استعدادها» به ترتیب مربوط به سنت ..... و ..... است و ..... سنت عام است.

- (۲) ابتلاء - ابتلاء - دومین
- (۴) ابتلاء - امداد - اولین
- (۱) ابتلاء - امداد - دومین
- (۳) امداد - ابتلاء - اولین

۴۸- فراهم کردن امکانات و لوازم رسیدن به خواسته‌ها و اهداف از سوی خدا مرتبط با کدام آیه است؟

- (۲) ﴿أَحَسِبَ النَّاسُ أَنْ يَتَرَكَوْا أَنْ يَقُولُوا آمَنَّا ...﴾
- (۴) ﴿وَ لَوْ أَنَّ أَهْلَ الْقَرِيٍّ آمَنُوا وَ اتَّقُوا ...﴾
- (۱) ﴿كَلَّا نَمَدَ هُؤُلَاءِ وَ هُؤُلَاءِ ...﴾
- (۳) ﴿وَ لَا يَحْسِنَ الَّذِينَ كَفَرُوا أَنَّمَا نَمْلَى ...﴾

۴۹- این‌که می‌گوییم خداوند با حکمت خود نقشه‌ی پدیده‌ها را به وجود می‌آورد و با اراده‌ی خود محقق می‌سازد، به چه معناست و به ترتیب منظور از حکمت و اراده چیست؟

- (۱) حوادث جهان و از جمله کارهای انسان تحت تدبیر و اراده‌ی خداوند است - تقدیر - تقدیر
- (۲) حوادث جهان و از جمله کارهای انسان تحت تدبیر و اراده‌ی خداوند است - تقدیر - قضا
- (۳) جهان دارای حافظ و نگهبانی است که اشتباہ در کار او راه ندارد - قضا - قضا
- (۴) جهان دارای حافظ و نگهبانی است که اشتباہ در کار او راه ندارد - قضا - تقدیر



- ۵۰- کدام آیه‌ی شریفه بیانگر «تنظیم ایام و عدم جایه‌جایی شب و روز» است؟
- (۱) ﴿إِنَّا هُدِينَاهُ السَّبِيلُ إِمَّا شَاكِرًا وَ إِمَّا كَفُورًا﴾
  - (۲) ﴿وَالَّذِينَ جَاهَدُوا فِينَا لِنَهْدِيَهُمْ سَبِيلًا﴾
  - (۳) ﴿لَا الشَّمْسُ يَنْبَغِي لَهَا أَنْ تَدْرِكَ الظَّمَرَ﴾
  - (۴) ﴿إِنَّمَا يَنْبَغِي لَهَا أَنْ تَدْرِكَ الظَّمَرَ﴾
- ۵۱- کدامیک از مصادیق پستی و حقارت انسان می‌باشد؟
- (۱) نگاه ابزاری افراد هوسران و گناهکار به انسان و بی‌توجهی به شخصیت و کرامت انسان
  - (۲) خودآرایی برای دیگران برای انجام گناه و در نتیجه به جنگ با خدا برخاستن
  - (۳) عرضه‌ی نابه‌جای زیبایی‌ها و از بین رفتن دو گوهر مقدس عفت و حیا
  - (۴) لباس نازک و بدنه‌نما پوشیدن و عدم رعایت پوشش مناسب
- ۵۲- از مفهوم کدام عبارت به پذیرش سابقه‌ی حجاب و معرفی حدود آن دست می‌یابیم؟
- (۱) ﴿...لَا يَبْدِينَ زِينَتَهُنَّ إِلَّا مَا ظَهَرَ مِنْهُنَّ...﴾
  - (۲) ﴿...وَلَيُضَرِّبُنَّ بِخَمْرٍ هُنَّ عَلَى جَيْوَهِنَّ...﴾
  - (۳) ﴿...وَلَيُضَرِّبُنَّ بِخَمْرٍ هُنَّ عَلَى جَيْوَهِنَّ...﴾
  - (۴) ﴿...وَلَيُضَرِّبُنَّ بِخَمْرٍ هُنَّ عَلَى جَيْوَهِنَّ...﴾
- ۵۳- فراهم ساختن مقدمات گناهان بزرگ‌تر و عدم توانایی محافظت از خود در مقابل لغزش‌ها، پیامد عدم اطاعت از کدام دستور قرآنی است؟
- (۱) ﴿...يَغْضُوا مِنْ أَبْصَارِهِمْ وَيَحْفَظُوا فِرَوجَهُمْ...﴾
  - (۲) ﴿...وَلَيُضَرِّبُنَّ بِخَمْرٍ هُنَّ عَلَى جَيْوَهِنَّ...﴾
  - (۳) ﴿...يَغْضُضُنَّ مِنْ أَبْصَارِهِنَّ وَيَحْفَظُنَّ فِرَوجَهِنَّ...﴾
  - (۴) ﴿...يَدْنِينَ عَلَيْهِنَّ مِنْ جَلَابِيهِنَّ...﴾
- ۵۴- عبارت «زنان باید حجاب خود را به گونه‌ای تنظیم کنند که علاوه بر موی سر، گریبان و گردن آن‌ها را هم بپوشانند.» بیانگر چیست و با کدام آیه مرتبط است؟
- (۱) **کیفیت و حد حجاب** - ﴿...يَغْضُضُنَّ مِنْ أَبْصَارِهِنَّ وَيَحْفَظُنَّ فِرَوجَهِنَّ...﴾
  - (۲) **علت و فلسفه‌ی حجاب** - ﴿...ذَلِكَ أَدْنَى أَنْ يَعْرَفَنَّ فَلَا يَؤْذِنَّ...﴾
  - (۳) **علت و فلسفه‌ی حجاب** - ﴿...يَدْنِينَ عَلَيْهِنَّ مِنْ جَلَابِيهِنَّ...﴾
  - (۴) **کیفیت و حد حجاب** - ﴿...وَلَيُضَرِّبُنَّ بِخَمْرٍ هُنَّ عَلَى جَيْوَهِنَّ...﴾
- ۵۵- کدام گزینه نادرست است؟
- (۱) احساسات لطیف زن که بیانگر زیبایی‌های درونی و بیرونی وی می‌باشد، هم‌جون سایه‌ی رحمت الهی آرامش‌بخش کانون گرم خانواده است.
  - (۲) عرضه‌ی نابه‌جای زیبایی، به جای گرمی بخشیدن به کانون خانواده، حیا و عفت را از بین می‌برد.
  - (۳) اندیشه‌ها، اخلاق و روحیات، اعمال و ظواهر را می‌سازند.
  - (۴) اگر انسان لباس تقوا را بر خود بپوشاند، خواهد توانت پوشش و لباس ظاهری را مراعات کند.
- ۵۶- کدام گزینه به ترتیب به شرط «حفظ پوشش ظاهری» و «عامل پاکی و صفاتی زندگی» اشاره دارد؟
- (۱) حفظ عفاف و آراستگی - رعایت روزانه‌ی آراستگی و پاکی
  - (۲) رعایت تقوا - تکرار دائمی نماز در شبانه‌روز
  - (۳) حفظ عفاف و آراستگی - الگوگیری از پیامبر (ص) و پیشوایان دین
  - (۴) الگوگیری از پیامبر (ص) و پیشوایان دین - تکرار دائمی نماز در شبانه‌روز
- ۵۷- بالا رفتن سلامت اخلاقی جامعه معمول ..... است و همسر از محارم ..... است و آیه‌ی شریفه‌ی «...ذَلِكَ أَدْنَى أَنْ يَعْرَفَنَّ فَلَا يَؤْذِنَّ...» مرتبط با آیه‌ی شریفه‌ی ..... است.
- (۱) پوشش زنان - سببی - ﴿...يَدْنِينَ عَلَيْهِنَّ مِنْ جَلَابِيهِنَّ...﴾
  - (۲) عفاف زنان - نسبی - ﴿...يَدْنِينَ عَلَيْهِنَّ مِنْ جَلَابِيهِنَّ...﴾
  - (۳) عفاف زنان - سببی - ﴿...يَغْضُوا مِنْ أَبْصَارِهِمْ وَيَحْفَظُوا فِرَوجَهُمْ...﴾
  - (۴) پوشش زنان - نسبی - ﴿...يَغْضُضُوا مِنْ أَبْصَارِهِنَّ وَيَحْفَظُنَّ فِرَوجَهِنَّ...﴾



۵۸ - امکان سازش پذیری جریان حق و باطل از مفهوم کدام آیه مستفاد می‌گردد؟

- (۱) ﴿قُلْ إِنْ كَنْتُمْ تَحْبَّونَ اللَّهَ فَاتَّبِعُونِي ...﴾
- (۲) ﴿... وَ الَّذِينَ ءامَنُوا أَشَدُ حِبًا لِّلَّهِ ...﴾
- (۳) ﴿... حَتَّىٰ تُؤْمِنُوا بِاللَّهِ وَحْدَهُ﴾
- (۴) ﴿لَا تَجِدُ قَوْمًا يُؤْمِنُونَ بِاللَّهِ ...﴾

۵۹ - کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) پایه و اساس دین داری، عبارت لا اله الا الله است که از لحظه تقدم و تأخیر، تولی مقدم بر تبری است.
  - (۲) خبری که علی (ع) در ماجرای حج مامور اطلاع‌رسانی اش به مردم بود، آن بود که اعلام کند خدا و رسولش از مشرکین بیزارند.
  - (۳) احساس حیات دوباره و شور و شوق فرج بخش یافتن، معلول عشق و محبت الهی است.
  - (۴) دین داری با دوستی با خدا آغاز می‌شود و برایت از باطل و دشمنان خدا را به دنبال دارد.
- ۶۰ - جوانه زدن عشق به سعادت حقیقی در دل انسان و آسان شدن هر سختی، معلول ..... است و با آیهی ..... ارتباط مفهومی دارد.
- (۱) پیروی از خداوند - ﴿قُلْ إِنْ كَنْتُمْ تَحْبَّونَ اللَّهَ فَاتَّبِعُونِي ...﴾
  - (۲) دوستی با دوستان خدا - ﴿وَ مِنَ النَّاسِ مَنْ يَتَّخِذُ مِنْ دُونِ اللَّهِ أَنْدَادًا ...﴾
  - (۳) بیزاری از دشمنان خدا - ﴿لَا تَجِدُ قَوْمًا يُؤْمِنُونَ بِاللَّهِ ...﴾
  - (۴) مبارزه با دشمنان خدا - ﴿قَدْ كَانَ لَكُمْ أَسْوَةٌ حَسَنَةٌ فِي إِبْرَاهِيمَ وَالَّذِينَ مَعَهُ ...﴾



## PART A: Grammar and Vocabulary

**Directions:** Questions 61-67 are incomplete sentences. Beneath each sentence you will see four words or phrases, marked (1), (2), (3), and (4). Choose the one word or phrase that best completes the sentence. Then mark your answer sheet.



**PART B: Cloze Test**

**Directions:** Questions 68-72 are related to the following passage. Read the passage and decide which choice, (1), (2), (3), or (4), best fits each space. Then mark your answer sheet.

Vast areas of Africa, the Americas, Asia, and Australia consist of grasslands – areas too dry for forests, ...68... . Grasses themselves are flowering plants that can grow again quickly after animals eat ...69... . Grasses also recover quickly if fire sweeps across the plains in the hot, dry season. The fire burns only the upper parts of the grass, so the roots and stems are not ...70... . Grasslands ...71... a home for many different animals. Each survives ...72... on a different part of the grass plants. Zebras, for example, eat the coarse, older grass, while wildebeest (gnu) graze on new shoots. Thomson's gazelles nibble close to the ground. Grasshoppers, ants, and termites shelter among the grass stems and roots; these insects, in turn, are food for larger animals such as anteaters and armadillos.

- 68- 1) and very dry for grass  
3) but not too dry for grasses  
69- 1) their                    2) theirs  
70- 1) damaged                2) injured  
71- 1) organize                2) provide  
72- 1) to feed                 2) by feeding

2) rather than dry for grasses  
4) however not dry enough grasses  
3) them                        4) themselves  
3) covered                    4) concerned  
3) operate                    4) surround  
3) feed                        4) of feeding

**PART C: Reading Comprehension**

**Directions:** In this part of the test, you will read two passages. Each passage is followed by four questions. Answer the questions by choosing the best choice, (1), (2), (3), or (4). Then mark your answer sheet.

**Passage 1:**

When you throw your soda can into a recycling bin, you probably never think of where it has been or where it is going. Soda cans are one aluminum product that can be entirely recycled. Manufacturers will take that can from the bin. They will process the aluminum and make new cans or other products. How do other recycled materials get used?

Recycled materials make a variety of products. Recycled paper doesn't just make paper and cardboard. It also is used in insulation and animal bedding. Glass is ground up to make new glass containers. It is also used as a substitute for sand in concrete. There is also organic recycling. That is when plant and food scraps are recycled through composting. With composting, scraps are allowed to decay. Then they are added to soil to make it more fertile.

People are not the only ones who recycle. Many businesses recycle, too. Offices often have recycling bins for paper and cardboard. Cafeterias have receptacles for cans and bottles. The soda cans that get recycled really add up. More than half of all aluminum soda cans in the United States get recycled. Recycling cans, instead of making new ones, saves factories a huge amount of energy. The amount of energy saved by one single 12-ounce soda could light a bulb for almost 4 hours! Recycling benefits the planet in a big way.

**73- How does the author organize the information in this passage?**

- 1) The author lists the information in order of importance.
- 2) The author discusses a main idea by using examples and related concepts.
- 3) The author provides evidence to convince readers of his or her opinion.
- 4) The author describes a problem and several possible solutions.

**74- At the end of the first paragraph, the author writes, "How do other recycled materials get used?" The author included this sentence to .....**

- 1) question the reader's comprehension of the first paragraph
- 2) summarize the major points in paragraph one
- 3) take the reader to the next paragraph, which answers the question
- 4) create a mood of suspense within the passage

**75- It can be concluded from information in the last paragraph that recycling is good for the Earth because it .....**

- |                    |                  |
|--------------------|------------------|
| 1) saves energy    | 2) saves lives   |
| 3) creates a cycle | 4) lights a bulb |

**76- What is the main idea of this passage?**

- 1) Recycled paper can make cardboard and insulation, recycled glass can make new glass containers, and recycled plants and scraps can make new soil.
- 2) When an aluminum can is recycled, manufacturers can process the aluminum and make new cans.
- 3) Scientists need to find new methods of recycling used products so that we can use them as many times as possible.
- 4) Recycling involves the making of new products from materials that people and business have used.

**Passage 2:**

Throughout history, people have used different methods to locate themselves or places. People living in caves who wanted to return to a place or tell someone how to get there used drawings and symbols. The earliest map known was written on a clay tablet in 3000 B.C. In Egypt, in 1400 B.C., a map was drawn showing markers set along the Nile River. This helped to decide who paid how much in taxes. But when the Nile flooded, the markers washed away.

One famous map maker was Amerigo Vespucci, a trader, who signed his name to the maps he drew when he traveled to the New World. Many people thought Amerigo was the name of the new lands.

When Lewis and Clark explored the western United States, they used two poles connected by a thirty-three-foot long chain. Eighty chains measured a mile. This was easier than pacing – measuring by counting footsteps – to determine distances. They also used the stars, sun, moon, and a compass.

Modern maps use symbols and a legend to indicate distances. For example, one inch on the United States map in an atlas usually equals 150 miles on land. One current method to measure distance involves the amount of time it takes a laser beam to reach from one point to a second point. Global Positioning Systems can bounce signals off satellites to measure a distance or find someone.

**77- What is the main idea of this passage?**

- 1) The reader will be involved in developing new methods of locating people and places.
- 2) Lewis and Clark's map-making methods were far better than methods used before.
- 3) Map making has always been very important in the United States.
- 4) Ways of finding and recording the location of places have changed throughout history.

**78- The Egyptian maps showing markers along the Nile were used mostly for .....**

- |                     |                        |
|---------------------|------------------------|
| 1) vacation spots   | 2) property boundaries |
| 3) tax calculations | 4) water level checks  |

**79- Based on information in the passage, why did Lewis and Clark measure distance as they traveled?**

- 1) They had to make sure their map was correct.
- 2) No one had mapped the region they were exploring.
- 3) Measuring distance kept them from getting lost.
- 4) They were trying to go a certain number of miles.

**80- The passage provides enough information to answer which of the following questions?**

- 1) Which people hold the title of first map makers in the world?
- 2) When did we first find out about the map showing markers along the Nile River?
- 3) What were some of the tools that Lewis and Clark used in their explorations?
- 4) What is the most efficient method of measuring the distance?

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می‌شود.  
امام خمینی (ره)

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۳

جمعه ۹۶/۱۰/۰۱



# آزمون‌های سراسری گاج

سال تحصیلی ۱۳۹۶-۹۷

## آزمون اختصاصی

### گروه آزمایشی علوم ریاضی

#### چهارم دبیرستان (پیش‌دانشگاهی)

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی:

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سوالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۲۵

عنوانی مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	وضعیت پاسخگویی	شماره سوال از تا	مدت پاسخگویی
۱	حساب دیفرانسیل و انگرال	۱۵	اجباری	۸۱	۹۵
	ریاضیات گسته	۱۰		۹۶	۱۰۵
	هندسه تحلیلی و جبر خطی	۱۰		۱۰۶	۱۱۵
	ریاضیات ۲	۵		۱۱۶	۱۲۰
	حسابان پایه	۵		۱۲۱	۱۲۵
	جبر و احتمال	۱۰		۱۲۶	۱۳۵
۲	Gaj Book	۱۰	زوج کتاب	۱۳۶	۱۴۵
	فیزیک پیش‌دانشگاهی	۱۵		۱۴۶	۱۶۰
	فیزیک ۲	۱۰		۱۶۱	۱۷۰
	فیزیک ۲	۱۰		۱۷۱	۱۸۰
	Gaj Book ۲	۱۰		۱۸۱	۱۹۰
	فیزیک ۳	۱۰		۱۹۱	۲۰۰
۳	Gaj Book ۳	۱۰	زوج کتاب	۲۰۱	۲۱۵
	شیمی پیش‌دانشگاهی	۱۵		۲۱۶	۲۲۵
	شیمی ۲	۱۰		۲۲۶	۲۳۵
	شیمی ۳	۱۰			

حق چاپ و تکثیر سوالات آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع می‌باشد و بیگرد قانونی دارد.

برای اطلاع از نتایج آزمون و زمان دقیق اعلام آن باید در کنال تلگرام گاج عضو شوید. @Gaj\_ir





## ریاضیات

## دیفرانسیل

- ۸۱ حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt[5]{x}-1)}{(x-1)^3}$  کدام است؟

 $\frac{1}{20}(4)$  $\frac{1}{10}(3)$  $\frac{1}{15}(2)$  $\frac{1}{30}(1)$ 

- ۸۲ حد تابع  $y = \frac{(1+2x)(1+3x)(1+5x)-1}{x}$  وقتی که  $x \rightarrow 0$  کدام است؟

 $4(4)$  $10(3)$  $8(2)$  $6(1)$ 

- ۸۳ مقدار حد تابع  $y = \frac{\cos^3 x - \sqrt{\cos x}}{x^3}$  در همسایگی  $x=0$  کدام است؟

 $-\frac{3}{4}(4)$  $\frac{3}{4}(3)$  $-\frac{5}{4}(2)$  $\frac{1}{4}(1)$ 

- ۸۴ مقدار حد تابع  $y = \frac{x^7 \sqrt{\cos x} - \tan^3 x}{x^5}$  زمانی که  $x \rightarrow 0$  کدام است؟

 $\frac{11}{12}(4)$  $-\frac{11}{12}(3)$  $\frac{5}{12}(2)$  $-\frac{5}{12}(1)$ 

- ۸۵ اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{27^x - 2(3^x) - 21}{9^x + 2(3^x) - 15}$  برابر a باشد، a کدام است؟

 $\frac{1}{5}(4)$  $\frac{5}{11}(3)$  $\frac{25}{8}(2)$  $\frac{16}{5}(1)$ 

- ۸۶ مقدار  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\cos(\sin^{-1} x)}{\sqrt{1-x^5}}$  کدام است؟

 $\frac{2}{5}(4)$  $\frac{2}{\sqrt{5}}(3)$  $\sqrt{\frac{2}{5}}(2)$  $\frac{\sqrt{2}}{5}(1)$ 

- ۸۷ تابع  $[y = (x^7 - 1)[x^5 - 1]]$  در بازه‌ی  $(-1, 2)$  در چند نقطه حد ندارد؟ [ ]، نماد جزء صحیح است.

 $16(4)$  $15(3)$  $13(2)$  $14(1)$ 

- ۸۸ اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{\sin x} & [x] \leq -1 \\ a & [x] > -1 \end{cases}$  پیوسته باشد، a کدام است؟ [ ]، نماد جزء صحیح است.

 $-\frac{\sqrt{2}}{2}(4)$  $\frac{\sqrt{2}}{2}(3)$  $-\sqrt{2}(2)$  $\sqrt{2}(1)$ 

- ۸۹ معادله‌ی  $x^5 + 3x + 1 = 0$  در کدامیک از بازه‌های زیر ریشه دارد؟

 $(-\frac{5}{8}, -\frac{1}{4})(4)$  $(-\frac{3}{8}, -\frac{1}{4})(3)$  $(-\frac{1}{4}, \frac{3}{8})(2)$  $(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{8})(1)$

- ۹۰ - بازه‌ی پیوستگی تابع معکوس  $f = \sqrt{10-x} - \sqrt{x-1}$  است.  $\max(b-a)$  کدام است؟

۷ (۴)

۳ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

$$\frac{10-3a_n}{a_n-3} > n \text{ و } a_n > 3 \quad \text{اگر } a_n \text{ چگونه است؟} \quad - ۹۱$$

۲) همگرا به ۴

۳) همگرا به ۳

۲) همگرا به  $\frac{1}{3}$ 

۱) واگر

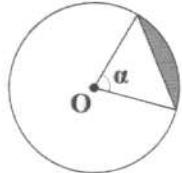
$$\text{حد تابع } x \rightarrow \frac{\pi}{4}^- \text{ کدام است؟} \quad y = \frac{\sqrt{1-\sin 2x}}{\tan x - \cot x} \quad - ۹۲$$

 $-\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{8}$  (۲) $\frac{\sqrt{2}}{8}$  (۱)

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 28x - 24)^0}{(x^2 - x - 6)^3} \quad \text{مقدار} \quad - ۹۳$$

۵ $^{-3^\circ}$  (۴)۵ $^{-2^\circ}$  (۳)۵ $^{2^\circ}$  (۲)۵ $^{3^\circ}$  (۱)

- ۹۴ - در دایره‌ای به شعاع واحد، شکل زیر را در نظر بگیرید. مقدار  $\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \frac{S}{\alpha^3}$  کدام است؟

 $\frac{1}{12}$  (۱) $\frac{1}{6}$  (۲) $-\frac{1}{12}$  (۳) $-\frac{1}{6}$  (۴)

- ۹۵ - حد راست تابع  $f(x) = [\frac{3}{x}] - [-\frac{6}{x}]$  در  $x = -\frac{1}{2}$  کدام است؟ ( ) نماد جزء صحیح است.

-۲۰ (۴)

-۱۷ (۳)

-۱۸ (۲)

-۱۹ (۱)

### ریاضیات گستته

- ۹۶ - عدد  $31! + 30!$  بر چند عدد اول بخش پذیر است؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۱۲ (۲)

۹ (۱)

- ۹۷ - بیشترین مقدار  $x$  در رابطه‌ی  $|45|^{25x}$  کدام است؟

۱۰ (۴)

۱۱ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

- ۹۸ - عدد  $7500$  دارای چند مقسوم‌علیه طبیعی مضرب  $15$  است؟

۱۲ (۴)

۲۴ (۳)

۶ (۲)

۱۸ (۱)

- ۹۹ - چند عدد اول  $p$  وجود دارد به طوری که رابطه‌ی  $n^2 = 47p + 1$  برقرار باشد؟

۴) بی‌شمار

(۳) صفر

۱ (۲)

۲ (۱)

- ۱۰۰ - عضو ابتدای مجموعه‌ی  $M = \{72x + 132y - 7 \geq 0 \mid x, y \in \mathbb{Z}\}$  کدام است؟

۱ (۴)

۱۹ (۳)

۷ (۲)

۵ (۱)

هندسه تحلیلی

- ۱۰۶ - خط  $y = \frac{b}{2}$  بیضی به معادله‌ی  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  را در نقاط M و N قطع می‌کند. اگر  $F(c, 0)$  کانون بیضی و  $MFN=90^\circ$  باشد، آن‌گاه خروج از مرکز بیضی کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{3}$  (۴)       $\frac{\sqrt{6}}{3}$  (۳)       $\frac{\sqrt{2}}{3}$  (۲)       $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۱)

۱۰۷ - بیضی  $x^2 + 4y^2 - 2x - 16y + 1 = 0$  مفروض است. خطی از کانون بیضی (F) می‌گذرد و آن را در نقاط M و N قطع می‌کند. اگر F' کانون دیگر بیضی باشد، محیط مثلث MNF' کدام است؟

۱۸ (۴)      ۴ (۳)      ۱۶ (۲)      ۸ (۱)

۱۰۸ - فاصله‌ی نقطه‌ای M(x, y) از نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر محور x‌ها یک سوم فاصله‌ی آن از خط  $y = 4$  است. در منحنی مکان هندسی M طول وتری که از نقطه‌ی به طول ۲ واقع بر محور x‌ها می‌گذرد و موازی خط  $y = 4$  می‌باشد، کدام است؟

$2\sqrt{2}$  (۴)       $\frac{8}{3}$  (۳)      ۳ (۲)       $2\sqrt{2}$  (۱)

۱۰۹ - فاصله‌ی کانون تا خط هادی یک سهمی ۲ واحد است. این سهمی محور y‌ها را در دو نقطه به عرض‌های ۲ و ۶ قطع می‌کند. فاصله‌ی رأس سهمی تا مبدأ مختصات کدام است؟

$\frac{9}{2}$  (۴)       $4\sqrt{2}$  (۳)       $2\sqrt{5}$  (۲)      ۵ (۱)

۱۱۰ - اگر S(-1, 2) رأس سهمی و F(1, 4) کانون سهمی باشد، سهمی محور y‌ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟

$\frac{9}{4}$  (۴)       $\frac{17}{8}$  (۳)      ۲ (۲)       $\frac{15}{8}$  (۱)

۱۱۱ - خط  $y = x + 2$  سهمی  $x^2 = 4y$  را در نقاط P و Q قطع می‌کند. اگر F کانون سهمی باشد، حاصل  $PF + QF$  کدام است؟

$4\sqrt{3}$  (۴)      ۱۰ (۳)       $8\sqrt{3}$  (۲)      ۸ (۱)

- ۱۱۲- نمودار سه‌می که محور  $y$ ‌ها خط هادی آن و رأس آن مرکز بیضی  $= 36x^2 + 24x + 36y + 9 = 0$  می‌باشد، محور  $x$ ‌ها را کدام طول قطع می‌کند؟

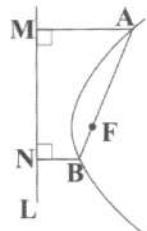
$-\frac{9}{2} \quad (4)$

$-4 \quad (3)$

$-\frac{1}{3} \quad (2)$

$-\frac{7}{2} \quad (1)$

- ۱۱۳- در سه‌می زیر،  $F$  کانون و  $L$  خط هادی می‌باشد، خطی از کانون سه‌می گذشته و آن را در دو نقطه  $A$  و  $B$  قطع کرده است. اگر فواصل نقاط  $A$  و  $B$  از خط هادی به ترتیب برابر  $MA = 9$  و  $NB = 4$  باشد، آن‌گاه محیط ذوزنقه  $AMNB$  کدام است؟



$40 \quad (1)$

$36 \quad (2)$

$38 \quad (3)$

$32 \quad (4)$

- ۱۱۴- معادله‌ی یک بیضی به صورت  $\sqrt{(x-2)^2 + y^2} + \sqrt{(x-2)^2 + (y+4)^2} = 10$  می‌باشد، فاصله‌ی یک انتهای قطر کوچک آن از یک کانون آن کدام است؟

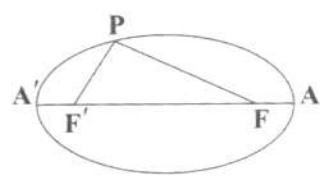
$5 \quad (4)$

$9 \quad (3)$

$6 \quad (2)$

$4 \quad (1)$

- ۱۱۵- معادله‌ی بیضی زیر، به صورت  $3x^2 + 4y^2 - 6x - 16y + 16 = 0$  می‌باشد. اگر نقطه‌ی  $P$  روی بیضی چنان باشد که  $PF' = 2A'F$ ، آن‌گاه طول  $PF$  کدام است؟



$1 \quad (1)$

$\sqrt{3} \quad (2)$

$2 \quad (3)$

$\frac{5}{2} \quad (4)$

### ریاضیات (۲)

- ۱۱۶- در تابع  $\{f(a, b)\}$  اگر تعداد اعضای برد از دامنه کم‌تر باشد، چند مقدار برای  $a$  می‌توانیم داشته باشیم؟

$4 \quad (4)$

$3 \quad (3)$

$2 \quad (2)$

$1 \quad (1)$

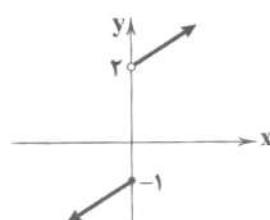
- ۱۱۷- برد تابع مقابله، کدام است؟

$\mathbb{R} \quad (1)$

$\mathbb{R} - [-1, 2] \quad (2)$

$\mathbb{R} - (-1, 2] \quad (3)$

$[-1, 2) \quad (4)$



- ۱۱۸- برد تابع خطی  $y = -6x + \frac{1}{2}$  مجموعه‌ی اعداد طبیعی است. عدد داده شده در کدام گزینه در دامنه‌ی این تابع قرار دارد؟

$\frac{5}{12} \quad (4)$

$-\frac{5}{12} \quad (3)$

$-\frac{1}{6} \quad (2)$

$100 \quad (1)$



۱۱۹- بهازای چند مقدار  $a$ ، سه نقطه‌ی  $(1, 1)$ ،  $(1, 2a)$  و  $(2a, -3)$  از یک تابع خطی حاصل می‌شوند؟

(۴) بیش از ۲

۲ (۳)

۱ (۲)

(۱) صفر

۱۲۰- اگر  $f(x) = c$  و  $g$  تابعی همانی با دامنه‌ی  $\mathbb{R}$  باشند و داشته باشیم  $(2 - \frac{1}{x}g(12)) = 5f(12) = 5f(12)$ ، آن‌گاه حاصل جمع مقادیر ممکن برای

 $f(-4) + g(-4)$  کدام است؟

-۳ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

### حسابان

۱۲۱- مجموع دو عدد برابر ۷ است. اگر  $f$  تابعی باشد که مجموع مکعبات دو عدد را به یکی از آن‌ها وابسته می‌کند،  $f(9)$  کدام است؟

۷۳۲ (۴)

۷۲۹ (۳)

۷۲۱ (۲)

۷۳۷ (۱)

۱۲۲- اگر معادله‌ی  $((y-a)^3 + (x-1)^3) = 0$  بیانگر تابع  $y$  بر حسب  $x$  باشد،  $a$  کدام است؟

۶ (۴)

-۶ (۳)

۴ (۲)

-۴ (۱)

۱۲۳- سهمی به معادله‌ی  $f(x) = x^3 - x + 2$  با چه انتقال‌هایی به تابع  $g(x) = x^3 - 5x + 3$  تبدیل می‌شود؟

(۲) واحد به راست و ۵ واحد به پایین

(۳) واحد به راست و ۵ واحد به پایین

(۱) ۲ واحد به راست و ۴ واحد به پایین

(۳) ۳ واحد به چپ و ۵ واحد به پایین

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 2x - 15}{x - 5} & ; x \neq 5 \\ b & ; x = 5 \end{cases}; f(x) = x + 3$$

-۳ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

-۵ (۱)

۱۲۵- اگر برد تابع  $f(x)$  به صورت  $R_f = [\sqrt{5}, \sqrt{5}]$  باشد، برد تابع  $y = \sqrt{8f(10x-2)}$  شامل چند عدد صحیح است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

### جبر و احتمال

۱۲۶- رابطه‌ی  $n+2 \leq 3^{n+1}$  دارای چند مثال نقض در مجموعه‌ی اعداد طبیعی است؟

(۴) بی‌شمار

۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۲۷- حاصل  $1^3 + 2^3 + \dots + 15^3$  کدام است؟

۸۹۷۷۵ (۴)

۷۸۹۷۵ (۳)

۸۷۹۷۵ (۲)

۷۹۸۷۵ (۱)

۱۲۸- برای اثبات حکم  $n^2 + n^3 > n^2$  از کدام نامساوی بدیهی استفاده شده است؟

 $n^2 \geq n+2, n \geq 5$  (۴) $n^2 \geq 2n+2, n \geq 5$  (۳) $n^2 \geq n+2, n \geq 4$  (۲) $n^2 \geq 2n+2, n \geq 4$  (۱)

۱۲۹- برای اثبات کدام حکم از استقرای ریاضی استفاده نمی‌شود؟

$$(a, b \geq 0) \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \quad (۲)$$

$$(1 + \sqrt{3})^n \geq 1 + \sqrt{3}n \quad (۱)$$

۱۳۰- تعداد قطراهای هر  $n$  ضلعی،  $\frac{n(n-3)}{2}$  است.

(۴) عدد  $1 - 9^n$  بر ۸ بخشیدنی است.

۱۳۱- کدام عدد، مثال نقض برای حکم «هر عددی که مجموع ارقام آن مضرب ۱۱ باشد، مضرب ۱۱ است.» می‌باشد؟

۳۰۸ (۴)

۷۰۴ (۳)

۵۲۴ (۲)

۷۷۰ (۱)

- ۱۳۱- در اثبات کدام حکم از برهان خلف استفاده نمی‌کنیم؟

(۱) اگر  $p \geq 5$  عددی اول باشد، آن‌گاه  $p$  به صورت  $1+4k$  یا  $1+6k$  است.

(۲) عدد  $\sqrt{7} + 2\sqrt{3}$  گنگ است.

(۳) مربع هر عدد فرد به صورت  $1+8k$  است.

(۴) مربع عددی مضرب  $3^0$  باشد، عدد هم بر  $3^0$  بخش‌پذیر است.

- ۱۳۲- اگر  $\alpha$  عددی گنگ باشد، کدام عدد زاماً عددی گنگ است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است).

$$[\alpha^2 + \delta] + 3\alpha + 1 \quad (۱)$$

$$\alpha^2 - 2\alpha + 4 \quad (۲)$$

$$(\alpha + 2)^2 \quad (۳)$$

$$\frac{\alpha^2 - 1}{\alpha^2 + \delta} \quad (۴)$$

- ۱۳۳- در یک همایش حداقل چند نفر باید حاضر باشند تا مطمئن باشیم در بین آن‌ها حداقل ۵ نفر هم جنس بوده و روز تولد آن‌ها در هفته یکسان می‌باشد؟

۵۷ (۴)

۵۶ (۳)

۷۱ (۲)

۷۰ (۱)

- ۱۳۴- در یک طرف ۶ مهره‌ی قرمز، ۵ مهره‌ی سبز، ۳ مهره‌ی سفید و ۲ مهره‌ی سیاه وجود دارد. حداقل چند مهره از طرف خارج کنیم تا مطمئن باشیم ۵ مهره‌ی قرمز یا ۴ مهره‌ی سبز از طرف خارج شده است؟

۱۴ (۴)

۱۱ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

- ۱۳۵- هر زیرمجموعه‌ی  $n$  عضوی از مجموعه‌ی  $A = \{6, 7, 8, 9, \dots, 21\}$  دارای دو عضو است که مجموع آن‌ها  $3^0$  می‌باشد. حداقل مقدار کدام است؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

## gajbook

## جبر و احتمال

- ۱۳۶- در زمان‌های گذشته مردم گمان می‌کردند، زمین صاف است و خورشید به دور زمین می‌گردد. مردم در آن زمان از چه نوع استدلالی برای این موضوع استفاده می‌کردند؟

(۱) درک شهودی

(۲) استدلال تمثیلی

(۳) استدلال استقرایی

(۴) استدلال قیاسی

- ۱۳۷- در اثبات حکم  $(\sqrt{n})! > n!$  با اصل استقرای تعمیم‌یافته، از کدام نامساوی بدیهی استفاده شده است؟

$k^2 > 6 ; k \geq 5 \quad (۱)$

$k^2 > 6 ; k \geq 3 \quad (۲)$

$(k+1) > \sqrt{6} ; k \geq 2 \quad (۳)$

$(k+1) > \sqrt{6} ; k \geq 5 \quad (۴)$

- ۱۳۸- حاصل عبارت  $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{10+\sqrt{99}}$  کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۱۰ (۱)

- ۱۳۹- در اثبات حکم «مربع هر عدد فرد به شکل  $1+8q+8$  می‌باشد.» از کدام حقیقت پذیرفته شده استفاده می‌شود؟

(۱) مجموع دو عدد متولی، عددی زوج است.

(۲) حاصل ضرب دو عدد متولی، فرد است.

(۳) حاصل ضرب دو عدد متولی، زوج است.

(۴) اگر  $n$  یک عدد طبیعی باشد، آن‌گاه  $\sqrt{1+n\sqrt{7}} \geq 1 + n\sqrt{7}$  می‌باشد. برای اثبات این حکم از روش ..... استفاده می‌شود.

(۱) درستی - اثبات بارگشتی

(۲) نادرستی - برهان خلف

(۳) درستی - مثال نقض

(۴) درستی - استقرای ریاضی

- ۱۴۰- کدام گزینه با مثال نقض رد می‌شود؟

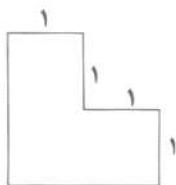
(۱) هر عددی به شکل  $2+3k$ ، عاملی به همین شکل دارد.

(۲) هر عدد اول به شکل  $1+3k$ ، به صورت  $1+4q+6$  قابل نمایش است.

(۳) هر عددی به شکل  $1+2k$ ، عاملی به همین شکل دارد.

(۴) هر عدد اول دو رقمی به شکل  $1+6k$  است.

۱۴۲- حداقل چند نقطه باید درون شکل مقابل انتخاب کنیم تا به یقین بتوان گفت لااقل دو نقطه در میان آنها، با فاصله‌ی کمتر از  $\sqrt{2}$  وجود دارد؟



- ۱) ۱  
۲) ۲  
۳) ۳  
۴) ۴  
۵) ۵  
۶) ۶

۱۴۳- حداقل چند سه‌تایی مرتب از اعداد صحیح انتخاب کنیم تا به طور یقین لااقل در دو جفت انتخاب شده‌ی (a, b, c) و (d, e, f) حاصل

$$\text{هر سه عدد } \frac{c+f}{2}, \frac{b+e}{2}, \frac{a+d}{2} \text{ صحیح باشد؟}$$

- ۷) ۴ ۱۰) ۳ ۹) ۲ ۸) ۱

۱۴۴- مجموعه‌ی S، اعداد طبیعی فرد و مضرب ۳ شروع از ۳ و ختم به ۶۳ است. یک زیرمجموعه حداقل چند عضوی، از S انتخاب شود، که مطمئن باشیم شامل دو عضو با مجموع ۶۶ می‌باشد؟

- ۸) ۴ ۷) ۳ ۶) ۲ ۵) ۱

۱۴۵- در یک جلسه ۱۵ نفر حضور دارند. کدام گزینه درباره‌ی آن‌ها همواره صحیح نیست؟

- ۱) دست کم ۲ نفر از آن‌ها متولد یک ماه سال هستند.  
۲) حداقل ۳ نفر از آن‌ها در یک روز هفته متولد شده‌اند.  
۳) حداقل ۲ نفر از آن‌ها رقم پکان کارت ملی یکسان دارند.  
۴) حداقل ۲ نفر از آن‌ها اسمشان با یک حرف الفبا شروع می‌شود.



### فیزیک پیش‌دانشگاهی

۱۴۶- اگر معادله‌ی شتاب - زمان یک نوسانگر ساده به حرم  $2\text{kg}$  در  $\text{SI}$ ،  $a = -16\pi^2 \sin(2\pi t)$  باشد، بیشترین اندازه حرکت این متحرک چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟

- ۴ $\pi$ ) ۴ ۱۶ $\pi$ ) ۳ ۳۲ $\pi$ ) ۲ ۸ $\pi$ ) ۱

۱۴۷- معادله‌ی سرعت - مکان نوسانگر ساده‌ای در دستگاه  $\text{SI}$ ، به صورت  $x = \pi^3 - 25\pi^2 t^2$  است. معادله‌ی مکان - زمان آن در  $\text{SI}$  کدام است؟

$$x = \frac{\sin(25\pi t)}{25} \quad (۴) \quad x = \frac{\sin(5\pi t)}{25} \quad (۳) \quad x = \frac{\sin(25\pi t)}{5} \quad (۲) \quad x = \frac{\sin(5\pi t)}{5} \quad (۱)$$

۱۴۸- جرم یک نوسانگر ساده  $4\text{kg}$  و معادله‌ی نیرو - مکان آن در دستگاه  $\text{SI}$  به صورت  $x = -4\pi^2 t^3$  است. در زمان  $s = \frac{3}{4}$ ، انرژی جنبشی چند برابر انرژی پتانسیل نوسانگر است؟

- $\frac{1}{2}) ۴ \quad ۱) ۳ \quad ۲) \text{صفر} \quad ۲) ۱$

۱۴۹- معادله‌ی ارتعاشی دو نوسانگر در  $\text{SI}$  به شکل‌های  $y_B = 0/\lambda \sin(\frac{\pi t}{12})$  و  $y_A = 0/\lambda \sin(\frac{\pi t}{24})$  هستند. اگر این دو نوسانگر همزمان شروع به حرکت کنند، پس از گذشت ۵ دقیقه چند بار با یکدیگر هم‌فاز می‌شوند؟

- ۸) ۴ ۷) ۳ ۶) ۲ ۵) ۱

۱۵۰- در لحظه‌ی  $t_1$ ، بعد حرکت یک نوسانگر برای اولین بار نصف بُعد بیشینه‌ی آن می‌شود. اگر  $\frac{1}{12}$  ثانیه پس از این لحظه، اندازه‌ی سرعت نصف حداقل سرعت نوسانگر باشد، دوره‌ی تناوب نوسان چند ثانیه است؟

(۴) هر سه گزینه امکان پذیر است.

$$\frac{1}{\sqrt{3}}(3)$$

$$\frac{1}{3}(2)$$

$$1(1)$$

۱۵۱- معادله‌ی انرژی جنبشی - مکان یک نوسانگر ساده در SI، به صورت  $x = A \sin(\omega t + \phi)$  است. اگر جرم این نوسانگر ۲۰۰ گرم باشد، معادله‌ی مکان - زمان این متحرک در SI، کدام است؟

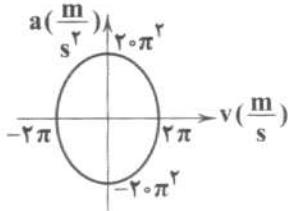
$$x = 0.5 \sin 2\pi t (4)$$

$$x = 0.5 \sin 2\pi t (3)$$

$$x = 0.05 \sin 2\pi t (2)$$

$$x = 0.5 \sin 2\pi t (1)$$

۱۵۲- نمودار تغییرات شتاب بر حسب سرعت برای یک نوسانگر ساده مطابق شکل زیر است. این نوسانگر در هر نوسان چند ثانیه زمان صرف می‌کند و چه مسافتی را بر حسب متر طی می‌کند؟



$$0/\infty, 0/2(1)$$

$$0/\pi, 0/2\pi(2)$$

$$0/8\pi, 0/2\pi(3)$$

$$0/4\pi, 0/2\pi(4)$$

۱۵۳- دامنه‌ی نوسان یک نوسانگر وزنه - فنر  $4\text{ cm}$  است. اگر جرم وزنه  $5\text{ g}$  و دوره‌ی آن  $18\text{ s}$  باشد، حداقل نیرویی که فنر می‌تواند به وزنه وارد کند چند نیوتون است؟ ( $\pi^3 = 10$ )

$$800(4)$$

$$500(3)$$

$$400(2)$$

$$200(1)$$

۱۵۴- به یک فنر قائم، وزنه‌ای به جرم  $m$  متصل می‌کنیم. طول فنر  $2\text{ cm}$  افزایش می‌باید و به حالت تعادل می‌رسد. اگر به وسیله‌ی همین فنر

$$(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

$$\frac{2\pi}{\sqrt{2}}(4)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2\pi}(3)$$

$$\frac{2\pi}{5\sqrt{2}}(2)$$

$$\frac{5\sqrt{2}}{2\pi}(1)$$

۱۵۵- کدام یک از گزینه‌های زیر، در مورد حرکت نوسانی ساده صحیح است؟

(۱) نوسانگر در بازه‌های زمانی یکسان، جایه‌جایی‌های یکسان دارد.

(۲) هرگاه بعد و شتاب نوسانگر هم‌علامت باشند، حرکت کندشونده است.

(۳) حرکتی شتاب‌دار با شتاب ثابت است.

(۴) نوسانگر در بازه‌های زمانی یکسان، تغییر فاز یکسان دارد.

۱۵۶- در لحظه‌ای که انرژی جنبشی یک نوسانگر ساده  $35$  برابر انرژی پتانسیل آن است، سرعت نوسانگر  $\sqrt{14}$  متر بر ثانیه است. حداقل سرعت این نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

$$\frac{5\sqrt{3}}{3}(4)$$

$$\frac{7\sqrt{3}}{3}(3)$$

$$\frac{6\sqrt{15}}{5}(2)$$

$$\frac{3\sqrt{15}}{5}(1)$$

۱۵۷- یک نوسانگر ساده در مسیری به طول  $24\text{ cm}$  نوسان می‌کند. در لحظه‌ای که نوسانگر در فاصله‌ی  $4$  سانتی‌متری از انتهای مسیر خود قرار دارد، اندازه‌ی سرعت آن چه کسری از سرعت بیشینه است؟

$$\frac{\sqrt{5}}{4}(4)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3}(3)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3}(2)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{3}(1)$$

۱۵۸- دوره‌ی تناوب یک آونگ ساده روی سطح زمین  $2s$  است. آونگ را داخل یک آسانسور که با شتاب ثابت  $\frac{m}{7/35}$  به شکل کندشونده رو به

بالا حرکت می‌کند، قرار داده و به نوسان در می‌آوریم. دوره‌ی تناوب نوسان آن چند ثانیه می‌شود؟ ( $g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

$$12(4)$$

$$8(3)$$

$$4(2)$$

$$2(1)$$



۱۵۹- به وسیله‌ی یک دیاپازون، در طنابی که بین دو نقطه محکم کشیده شده، موج عرضی ایجاد می‌کنیم. نیروی کشش طناب را چند برابر کنیم تا بدون تغییر بسامد، طول موج در طناب ۲ برابر شود؟

۴) چنین حالتی امکان ندارد.

$\sqrt{2}$  (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

۱۶۰- در یک طناب موج عرضی منتشر می‌شود و فاصله‌ی سومین نقطه در فاز مخالف با منبع ۲۵cm است. اگر نیروی کشش طناب را ۴۴ درصد افزایش دهیم، فاصله‌ی سومین نقطه‌ی هم‌فاز با منبع موج چند سانتی‌متر می‌شود؟

$\frac{125}{6}$  (۴)

۲۵ (۳)

۳۰ (۲)

۳۶ (۱)

توجه: داوطلب‌گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (فیزیک ۲، شماره‌ی ۱۶۱ تا ۱۸۰) و زوج درس ۲ (فیزیک ۳، شماره‌ی ۱۸۱ تا ۲۰۰)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

### زوج درس ۱

### فیزیک ۲ (سؤالات ۱۶۱ تا ۱۸۰)

۱۶۱- عامل نگهدارنده سوزن فولادی کوچک روی سطح آب، نیروی ..... و ماهیت آن نیروی ..... است.

۲) اصطکاک - الکتریکی

۱) کشش سطحی - گرانشی

۴) اصطکاک - گرانشی

۳) کشش سطحی - الکتریکی

۱۶۲- یک مکعب فلزی توپر به اضلاع  $3\text{cm} \times 4\text{cm} \times 5\text{cm}$  و چگالی  $\frac{g}{\text{lit}}$  درون یک آسانسور که با شتاب  $\frac{m}{s^2}$  حرکتی کندشونده رو به بالا دارد، قرار می‌دهیم. اختلاف حداکثر فشار وارد بر گف آسانسور با حداقل فشار ناشی از مکعب چند پاسکال است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

(۱) ۱۳۴۴ (۲) ۸۹۶ (۳) ۱۱۲۰ (۴) ۱۰۸۰

۱۶۳- درون یک ظرف مکعب‌شکل که قاعده‌ی آن مربعی به ضلع  $20\text{cm}$  است تا ارتفاع  $70\text{cm}$  آب می‌ریزیم. نیروی وارد بر یکی از دیوارهای ظرف از طرف مایع چند برابر نیروی وارد بر گف ظرف است؟

$\frac{2}{7}$  (۴)

$\frac{7}{2}$  (۳)

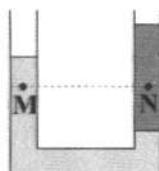
$\frac{4}{7}$  (۲)

$\frac{7}{4}$  (۱)

۱۶۴- ۲m گرم از مایعی به چگالی  $\frac{g}{cm^3}$  را با  $2m$  گرم از مایعی به چگالی  $\frac{g}{cm^3}$  مخلوط می‌کنیم تا یک مایع یکنواخت به دست آید. چه ارتفاعی از ستون این مایع بر حسب متر قادر به ایجاد فشار  $45\text{kPa}$  است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$  و در اختلاط تغییر حجم ناچیز است.)

(۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۷/۵ (۴) ۱۰

۱۶۵- در شکل مقابل، کدام مقایسه برای مقدار فشار در نقطه‌ی M و N صحیح است؟



$P_N > P_M$  (۱)

$P_N = P_M$  (۲)

$P_N < P_M$  (۳)

۴) اظهارنظر قطعی ممکن نیست.

۱۶۶- در یک بالابر هیدرولیکی شاخه‌ی باریک‌تر با نیروی  $24N$  با سرعت ثابت  $12 \frac{m}{s}$  به سمت پایین حرکت می‌کند. اگر شاخه‌ی پهن‌تر با سرعت ثابت  $2 \frac{m}{s}$  بالا برود، نیروی وارد بر شاخه‌ی پهن‌تر چند نیوتون است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۱۴۴ (۴) ۴

۱۶۷- برای این که فشار وارد بر کف ظرف دو برابر شود، باید ارتفاع مایع درون ظرف را  $k$  برابر کنیم. کدام گزینه برای  $k$  صحیح است؟

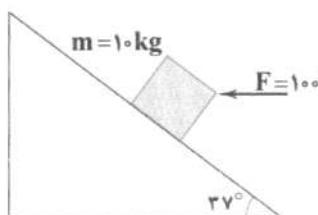
$$k > 2(4)$$

$$k = 2(3)$$

$$1 < k < 2(2)$$

$$k = \frac{1}{2}(1)$$

۱۶۸- در شکل زیر، مساحت سطحی از مکعب که روی سطح شیبدار قرار دارد برابر با  $70$  سانتی‌متر مربع است. فشار وارد بر این سطح چند کیلو



$$\text{پاسکال است؟ } (\sin 37^\circ = 0.6, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

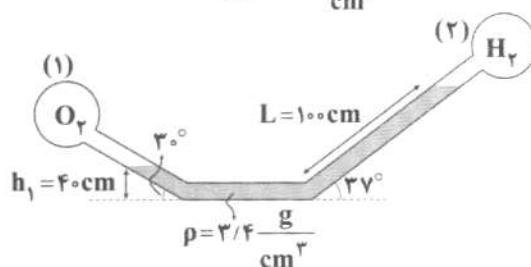
$$15(1)$$

$$18(2)$$

$$20(3)$$

$$25(4)$$

۱۶۹- در شکل زیر، اختلاف فشار دو مخزن چند سانتی‌متر جیوه است؟ ( $\rho_{جیوه} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \sin 37^\circ = 0.6, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )



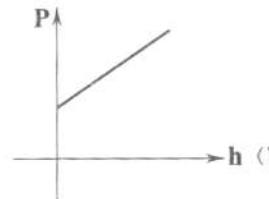
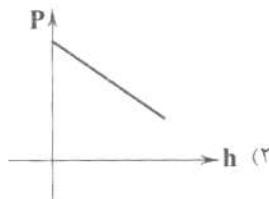
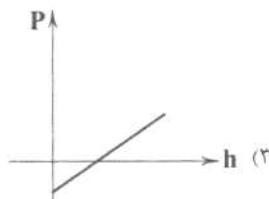
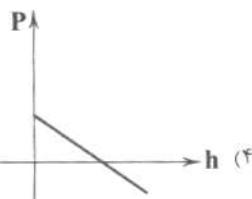
$$2/5(1)$$

$$5(2)$$

$$15(3)$$

$$10(4)$$

۱۷۰- اگر  $P$  فشار هوا و  $h$  فاصله از کف ظرفی پر از مایع به عمق  $H$  باشد، کدام گزینه نمودار تغییر فشار بر حسب  $h$  را نشان می‌دهد؟



۱۷۱- قطر مولکول در جسم جامدی برابر  $m = 3 \times 10^{-10}$  است. چه تعداد از این مولکول را در کنار هم قرار دهیم تا طول آن  $6\text{ cm}$  شود؟

$$1) 20 \text{ میلیون مولکول} \quad 2) 200 \text{ میلیارد مولکول} \quad 3) 2000 \text{ میلیارد مولکول} \quad 4) 3000 \text{ میلیارد مولکول}$$

۱۷۲- یک لوله می‌وبینیم را در ظرف محتوی آب قرار می‌دهیم و آب تا ارتفاع  $40\text{ cm}$  در لوله بالا می‌رود. اگر سطح مقطع این لوله  $4\text{ mm}^2$  باشد،

$$\text{نیروی چسبندگی بین مولکول‌های آب و شیشه چند نیوتون است؟ } (\rho_{آب} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

$$3/2 \times 10^{-3}(4)$$

$$10^{-3}(3)$$

$$1/6 \times 10^{-3}(2)$$

$$5/8 \times 10^{-3}(1)$$

۱۷۳- جرم یک مجسمه‌ی برنزی برابر  $40\text{ kg}$  و حجم ظاهری آن برابر  $4.5 \times 10^{-3}\text{ m}^3$  است. اگر چگالی برنز برابر  $8000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  باشد، در فضای خالی داخل

$$\text{مجسمه چند کیلوگرم نفت جای می‌گیرد؟ } (\rho_{نفت} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

$$4/5(4)$$

$$45(3)$$

$$26 \times 10^{-3}(2)$$

$$36(1)$$

۱۷۴- در مخلوطی از آب و یخ، مقداری یخ ذوب می‌شود و حجم مخلوط  $5\text{ cm}^3$  کاهش می‌یابد. جرم یخ ذوب شده چند گرم است؟

$$(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{یخ}} = 0.9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

۵۰ (۴)

۴۵ (۳)

۵ (۲)

۴/۵ (۱)

۱۷۵- دو مکعب مشابه از یک فلز با چگالی  $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 10$ ، یکی توپر و دیگری تو خالی با حفره‌ای کروی در درون آن در اختیار داریم. اگر جرم مکعب

توپر  $800$  گرم و جرم مکعب تو خالی  $400$  گرم باشد، حجم فضای خالی داخل این مکعب چند سانتی‌متر مکعب است؟

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۶۰ (۲)

۲۰ (۱)

۱۷۶- در ظرفی تا ارتفاع  $5$  سانتی‌متر آب ریخته‌ایم. اگر مساحت کف ظرف  $200$  سانتی‌مترمربع باشد نیرویی که آب بر کف ظرف وارد می‌کند

$$\text{برحسب نیوتون کدام است? } (\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

۱۰۰۰۰۰ (۴)

۱۰۰۰ (۳)

۱۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

۱۷۷- در ظرف آب زیر، فشار در نقاط  $A$ ,  $B$ ,  $C$  برابر  $P_A$ ,  $P_B$ ,  $P_C$  است. با افزودن مقداری آب به ظرف، فشار آن‌ها به میزان  $\Delta P_A$ ,  $\Delta P_B$  و

$\Delta P_C$  زیاد می‌شود. کدام گزینه‌ی زیر درست است؟

$$\Delta P_A = \Delta P_B = \Delta P_C, P_A = P_B = P_C \quad (۱)$$

$$\Delta P_A < \Delta P_B < \Delta P_C, P_C = P_B = P_A \quad (۲)$$

$$\Delta P_A > \Delta P_B > \Delta P_C, P_A < P_B < P_C \quad (۳)$$

$$\Delta P_A = \Delta P_B = \Delta P_C, P_A < P_B < P_C \quad (۴)$$

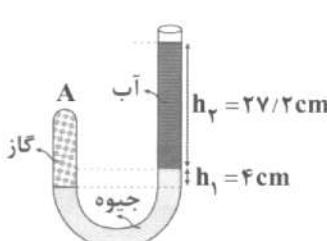
۱۷۸- اختلاف فشار بین دو نقطه‌ی درون سطلهای این دو نقطه‌ی در حالت سکون برابر  $P$  می‌باشد. اگر سطلهای آب با شتاب گرانش سقوط کند، اختلاف فشار

بین این دو نقطه:

(۱) برابر صفر می‌شود.  
(۲) بزرگ‌تر از صفر و کوچک‌تر از  $P$  می‌شود.

(۳) برابر  $P$  می‌شود.  
(۴) بزرگ‌تر از  $P$  می‌شود.

۱۷۹- در شکل زیر، فشار پیمانه‌ای گاز در شاخه‌ی  $A$  برابر چند سانتی‌متر جیوه است؟ (در صورتی که چگالی جیوه  $13/6$ ، چگالی آب



$$1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ و فشار هوای محیط } 74 \text{ سانتی‌متر جیوه باشد.}$$

۶۸ (۱)

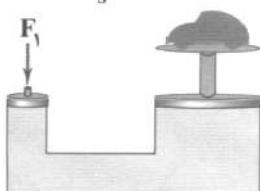
۸۰ (۲)

۶ (۳)

۸ (۴)

۱۸۰- در جک هیدرولیک شکل زیر، فشار زیر پیستون کوچک،  $8 \times 10^5$  پاسکال است. اگر جرم پیستون‌ها ناچیز و جرم سکو و اتومبیل روی آن

$$\text{مجموعاً } 9600 \text{ کیلوگرم باشد، برای آن که اتومبیل در حالت تعادل بماند، قطر پیستون بزرگ چند سانتی‌متر باید باشد؟ } (g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \pi = 3)$$



۰/۲ (۱)

۰/۴ (۲)

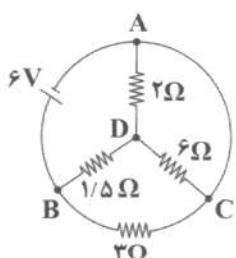
۲۰ (۳)

۴۰ (۴)

محل انجام محاسبات

## زوج درس ۲

## فیزیک ۳ (سوالات ۱۸۱ تا ۲۰۰)



۱۸۱ - در مدار شکل مقابل، شدت جریان در مقاومت ۶ اهمی چند آمپر است؟

۰/۵ (۱)

۱ (۲)

۱/۵ (۳)

۲ (۴)

۱۸۲ - می خواهیم وسیله‌ای برقی ( $500\text{W}$ ,  $100\text{V}$ ) را توسط یک منبع  $220$  ولتی روشن کنیم. برای این کار باید .....

(۱) مقاومت ۲۴ اهمی را با آن سری بیندیم.

(۲) مقاومت ۴۴ اهمی را با آن موازی بیندیم.

(۳) مقاومت ۲۴ اهمی را با آن موازی بیندیم.

(۴) مقاومت ۴۴ اهمی را با آن سری بیندیم.

۱۸۳ - یک لامپ  $500$  وات، یک لامپ  $100$  وات و یک لامپ  $1000$  وات را که هر سه با ولتاژ  $V$  کار می‌کنند، به صورت متوالی به یک دیگر و به ولتاژ  $V$  متصل می‌کنیم. اگر مقاومت لامپ‌ها ثابت بماند، مجموع توان مصرفی آن‌ها در این حالت تقریباً چند وات است؟

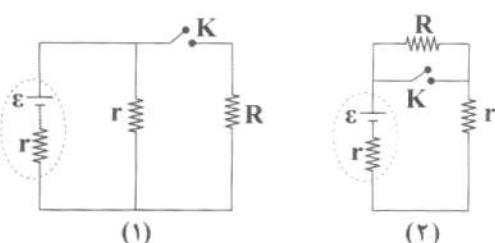
۸۰۰ (۱)

۱۶۰۰ (۲)

۳۳/۳ (۳)

۷۷ (۴)

۱۸۴ - با توجه به مدارهای زیر، بعد از بستن کلید K، به ترتیب از راست، به چه توان مولد در مدار (۱) و (۲) چگونه تغییر می‌کند؟

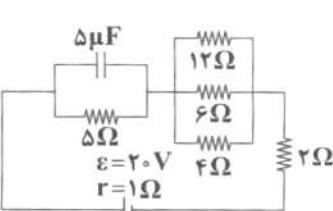


(۱) افزایش می‌باید - کاهش می‌باید.

(۲) ثابت می‌ماند - افزایش می‌باید.

(۳) کاهش می‌باید - ثابت می‌ماند.

(۴) کاهش می‌باید - افزایش می‌باید.



۱۸۵ - در مدار زیر، انرژی ذخیره شده در خازن چند میلیژول است؟

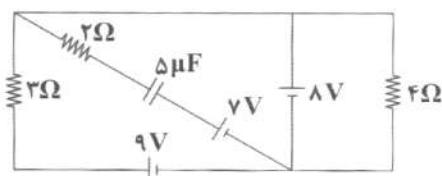
۱۰ (۱)

۱ (۲)

۲/۵ (۳)

۰/۲۵ (۴)

۱۸۶ - جریان‌های موجود در مدار شکل زیر پایا هستند. بار روی خازن چند میکروکولون است؟



۵ (۱)

۰ صفر (۲)

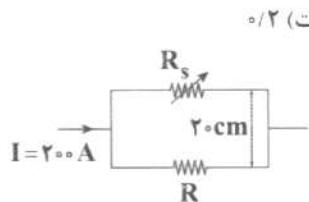
۴۵ (۳)

۱۵ (۴)

محل انجام محاسبات



۱۸۷- در شکل زیر با تغییر مقاومت رُئوستا می‌توان جریان عبوری از دو سیم را تغییر داد. نیروی وارد بر هر متر از دو سیم طویل و نازک چه تعداد از مقادیر زیر می‌تواند باشد؟



ت) ۲/۰

پ) ۱/۰

ب) ۰/۰۰۲

الف) ۰/۰۰۱

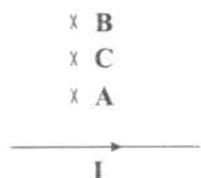
۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

۱۸۸- مطابق شکل از سیم راست نازک و طویلی جریان I عبور می‌کند. اگر شدت میدان مغناطیسی در نقطه A برابر با  $240\text{ G}$  و در نقطه B برابر با  $80\text{ G}$  باشد، شدت میدان مغناطیسی در نقطه C وسط پاره خط واصل این دو نقطه چند گاؤس است؟



× B

× C

× A

۱۶۰ (۱)

۱۲۰ (۲)

۳۲۰ (۳)

۱۰۰ (۴)

۱۸۹- یک الکترون با سرعت ۷ عمود بر راستای میدان، وارد میدان مغناطیسی یکنواخت به شدت  $240\text{ G}$  می‌شود. اگر نیروی مغناطیسی وارد بر آن  $9 \times 10^{-21}\text{ N}$  باشد، انرژی جنبشی آن چند ژول است؟ ( $m_e = 9 \times 10^{-31}\text{ kg}$ ,  $e = 1.6 \times 10^{-19}\text{ C}$ )

۴/۵ \times 10^{-24} (۴)

۹ \times 10^{-24} (۳)

۴/۵ \times 10^{-27} (۲)

۹ \times 10^{-27} (۱)

۱۹۰- از یک سیم‌لوله که در هر سانتی‌متر آن  $5\text{ }\mu\text{m}$  دور حلقه وجود دارد، جریان  $10\text{ A}$  و از یک حلقه مسطح که قطر آن  $40\text{ cm}$  و دارای  $200\text{ }\mu\text{V}$  حلقه است، جریان  $2\text{ A}$  عبور می‌کند. میدان مغناطیسی روی محور سیم‌لوله چند برابر میدان مغناطیسی در مرکز حلقه مسطح است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

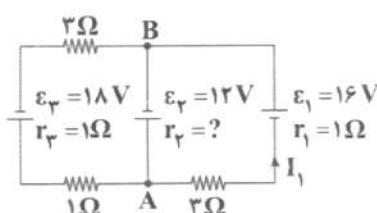
۱۰ (۲)

۵ (۱)

gajbook

فیزیک ۳

۱۹۱- در مدار شکل زیر،  $V_A - V_B = 8\text{ V}$  می‌باشد. به ترتیب شدت جریان  $I_1$  چند آمپر و مقاومت درونی  $r_2$  چند اهم است؟



۱ - ۶ (۱)

۱ - ۴ (۲)

۰/۵ - ۲ (۳)

۰/۵ - ۶ (۴)

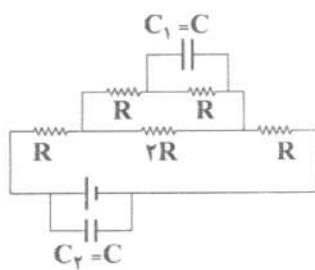
۱۹۲- در مدار رو به رو، نسبت  $\frac{q_2}{q_1}$  کدام است؟

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۶ (۴)



محل انجام محاسبات

۱۹۳ - در رابطه با هسته‌ی یک آهنربای الکتریکی، کدام گزینه درست است؟

(۱) برای هسته‌ی یک آهنربای الکتریکی از مواد پارامغناطیس استفاده می‌شود.

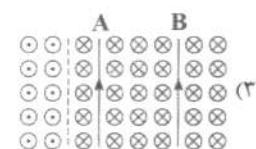
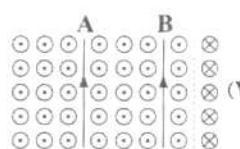
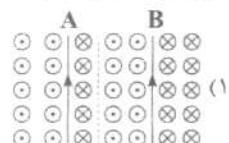
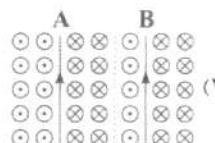
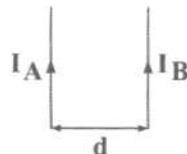
(۲) برای هسته‌ی یک آهنربای الکتریکی به مواد احتیاج داریم که خاصیت الکتریکی در آن‌ها سریعاً ایجاد شده و به سرعت از بین نرود.

(۳) از مواد فرومغناطیس نرم مانند آهن برای هسته‌ی آهنرباهای الکتریکی استفاده می‌شود.

(۴) از تمامی مواد مغناطیسی می‌توان برای هسته‌ی یک آهنربای الکتریکی استفاده کرد.

۱۹۴ - در شکل زیر، از دو سیم موازی و بلند جریان‌های  $I_A > I_B$  عبور می‌کند. اگر  $I_A > I_B$  عبور می‌کند، جهت میدان مغناطیسی برایند حاصل از دو

سیم در کدام گزینه درست نشان داده شده است؟



۱۹۵ - سیمی به طول ۲۵ سانتی‌متر در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $2 \text{ T}$  تسلا قرار دارد و از آن شدت جریان  $I$  عبور می‌کند. اگر حداکثر نیروی وارد بر سیم از طرف میدان  $2 \text{ N/m}^2$  نیوتون باشد،  $I$  برابر چند آمپر است؟

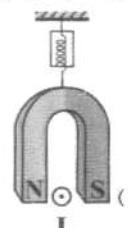
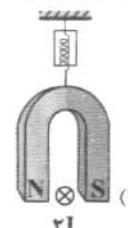
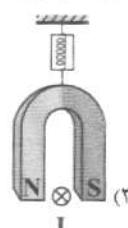
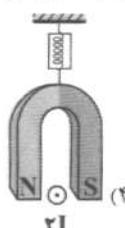
(۱) ۴

(۲) ۲

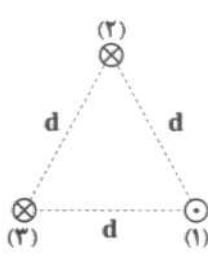
(۳) ۳

(۴) ۱

۱۹۶ - در شکل‌های زیر، فقط شدت جریان سیم‌ها با یکدیگر متفاوت است. در کدام گزینه نیروسنجه عدد کمتری را نشان می‌دهد؟



۱۹۷ - در شکل زیر، سه سیم بلند و دارای جریان‌های یکسان نشان داده شده است. برایند نیروهای وارد بر یک متر از سیم (۱)، چند برابر برایند نیروهای وارد بر یک متر از سیم (۲) است؟



(۱)  $\sqrt{3}$

(۲)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۳) ۱

(۴)  $\frac{1}{2}$

۱۹۸ - یک ذره‌ی آلفا ( ${}^3_2 \text{He}$ ) با سرعت  $4 \times 10^6 \text{ m/s}$  بر ثانیه در راستایی که با میدان مغناطیسی یکنواخت  $5 \text{ mT}$  تسلا زاویه‌ی  $30^\circ$  می‌سازد، در

حال حرکت است. بزرگی نیروی وارد بر آن از طرف میدان مغناطیسی چند نیوتون است؟ (بار الکتریکی الکترون  $C = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  است).

(۱)  $3/2\sqrt{3} \times 10^{-11}$

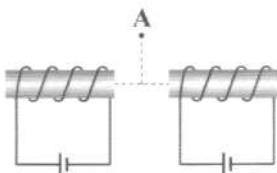
(۲)  $3/2 \times 10^{-14}$

(۳)  $3/2\sqrt{3} \times 10^{-14}$

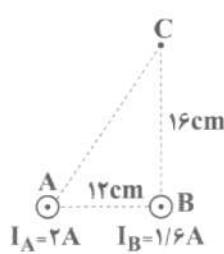
(۴)  $3/2 \times 10^{-11}$



- ۱۹۹ - در شکل زیر دو سیم‌ولوه کاملاً مشابه با یکدیگر می‌باشند. اگر یک عقربهٔ مغناطیسی را در نقطهٔ A واقع بر عمود منصف خط واصل دو سیم‌ولوه قرار دهیم، این عقربه در کدام جهت قرار می‌گیرد؟



- ۲۰۰ - در شکل زیر، میدان مغناطیسی حاصل از دو سیم راست، بلند و عمود بر صفحهٔ A و B، در نقطهٔ C چند گاؤس و در کدام جهت است؟



$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$$

$$\leftarrow, 2/4 \times 10^{-2}$$

$$\nearrow, 2/4 \times 10^{-2}$$

$$\nwarrow, 2\sqrt{3/6} \times 10^{-2}$$

$$\nearrow, 2\sqrt{3/6} \times 10^{-2}$$

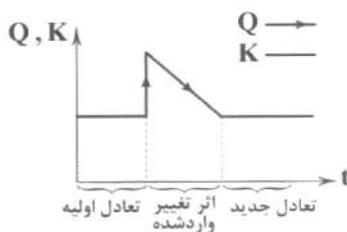


### شیمی پیش‌دانشگاهی

- ۲۰۱ - کدامیک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) بزرگ‌بودن ثابت تعادل یک واکنش، نشان‌دهندهٔ پیشرفت خوب و سرعت بالای انجام آن واکنش است.
- (۲) برای آن‌که بتوان فشار یک سامانه‌ی گازی در حال تعادل را در دمای ثابت تغییر داد، باید حجم سامانه را تغییر دهیم.
- (۳) برای رفع مشکل سینتیکی شماری از واکنش‌ها می‌توان از جرقه یا گرمای استفاده کرد.
- (۴) تغییر بسیار ناچیز مجموعه‌ی مرمرین حضرت داود (ع) پس از قرن‌ها، نشان می‌دهد که در تمامی دمای‌ها واکنش تجزیه‌ی  $\text{CaCO}_3$  به طور ترمودینامیکی و سینتیکی کنترل می‌شود.

- ۲۰۲ - واکنش در حال تعادل  $\text{CH}_4(g) + \text{H}_2\text{O}(g) \rightleftharpoons \text{CO}(g) + 2\text{H}_2(g)$  را در نظر بگیرید. چه تعداد از موارد زیر می‌تواند باعث ایجاد تغییراتی مانند نمودار زیر شود؟



آ) کاهش دما

ب) کاهش حجم ظرف

پ) افزودن مقداری گاز هیدروژن

ت) خارج کردن مقداری بخار آب

۱ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

محل انجام محاسبات

۲۰۳ - در یک ظرف سربسته با حجم مشخص، واکنش  $4\text{HCl(g)} + \text{O}_2\text{(g)} \rightleftharpoons 2\text{Cl}_2\text{(g)} + 2\text{H}_2\text{O(g)}$  در حال تعادل بوده و غلظت واکنش دهنده‌های آن همانند غلظت فراورده‌های آن با هم برابر است. از طرفی غلظت گاز کلر، ۵ برابر غلظت گاز اکسیژن است. اگر  $n$  مول از هر کدام از اجزای واکنش را به این مخلوط تعادلی اضافه کنیم، به طوری که غلظت گاز کلر، ۳ برابر غلظت گاز اکسیژن شود، نسبت  $K$  به  $Q$  به تقریب کدام است؟

۱۵/۴۳ (۲)

۱۲/۷۲ (۱)

۲۶/۲۷ (۴)

۱۹/۲۳ (۳)

۲۰۴ - بازده واکنش  $\text{CO(g)} + 2\text{H}_2\text{(g)} \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{OH(g)}$  برابر با  $4\text{۰}$  است. اگر در یک سامانه‌ی بسته‌ی ۴ لیتری،  $1/6$  گرم گاز هیدروژن و

۶  $\text{۱} / ۲ \text{ گرم گاز کربن مونوکسید وارد شود، مقدار K کدام است؟ (C = ۱۲, O = ۱۶, H = ۱: g.mol}^{-1}$

۷۱/۱۴ (۲)

۱۲/۲۶ (۱)

۹۲/۲۷ (۴)

۳۸/۳۱ (۳)

۲۰۵ - کدام مطلب زیر در مورد واکنش  $2\text{H}_2\text{(g)} + \text{O}_2\text{(g)} \rightleftharpoons 2\text{H}_2\text{O(g)}$  در دمای اتاق، نادرست است؟

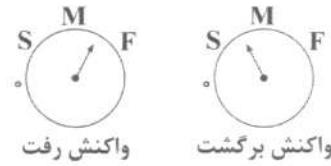
۱) مقدار  $K$  در دمای اتاق در حدود  $10^{29} / 1 \times 10^8$  است.

۲) واکنش تا کامل شدن می‌تواند پیش روید.

۳) به دلیل زیاد بودن انرژی فعال‌سازی واکنش، هرگز به تعادل نمی‌رسد.

۴) از نظر ترمودینامیکی مساعد است، اما به طور سینتیکی کنترل می‌شود.

۲۰۶ - سرعت‌سنج‌های زیر، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت را در واکنش  $\text{A(g)} \rightleftharpoons \text{B(g)}$  قبل از برقراری تعادل نشان می‌دهند. با توجه به آن‌ها می‌توان نتیجه گرفت که ..... بوده و  $\Delta G$  واکنش در جهت برگشت، ..... است.

۱)  $Q < K$ , منفی۲)  $Q < K$ , مثبت۳)  $Q > K$ , منفی۴)  $Q > K$ , مثبت

۲۰۷ - واکنش  $\text{2NH}_3\text{(g)} \rightleftharpoons \text{N}_2\text{(g)} + 3\text{H}_2\text{(g)}$  در یک سامانه‌ی یک لیتری در دمای معین در حال تعادل بوده و شامل ۴ مول آمونیاک، ۸ مول هیدروژن و ۲ مول نیتروژن است. در دمای ثابت، چند مول نیتروژن به سامانه اضافه کنیم تا برقراری تعادل جدید، مقدار آمونیاک ۲ برابر شود؟

۶۴ (۲)

۳۲ (۱)

۵۱۲ (۴)

۲۵۶ (۳)

۲۰۸ - چه تعداد از مطالب زیر نادرست است؟

آ) اگر در واکنش  $\text{B(g)} \rightleftharpoons \text{A(g)}$  در شرایط معین، مقدار فراورده بسیار ناچیز باشد، می‌توان نتیجه گرفت که واکنش از نظر ترمودینامیکی نامساعد است.

ب) خارج قسمت واکنش، معیاری برای تعیین جهت پیشرفت واکنش است.

پ) خارج قسمت واکنش، حالت ویژه‌ای از ثابت تعادل است.

ت) استفاده از کاتالیزگر در یک واکنش تعادلی، موجب بهره‌زدن حالت تعادل نمی‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

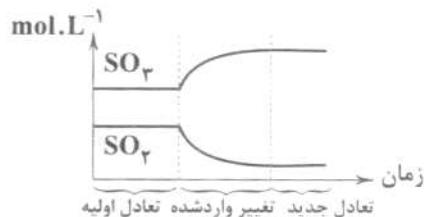
۱ (۱)

۲۰۹- اگر دمای واکنش در حال تعادل  $2NO(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$  را کاهش دهیم، واکنش در جهت ..... بیش تر انجام شده و سرعت واکنش برگشت، ..... می‌یابد.

- (۱) رفت - کاهش      (۲) برگشت - افزایش      (۳) رفت - افزایش      (۴) برگشت - کاهش

۲۱۰- نمودار زیر تغییرات غلظت  $SO_2$  و  $SO_3$  را در تعادل  $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$  می‌تواند این تغییرات را به وجود آورد؟

- (آ) اضافه کردن مقداری گاز اکسیژن  
(ب) کاهش دما  
(پ) کاهش حجم سامانه  
(ت) افزودن مقداری  $V_2O_5(s)$



- (۱) «آ» و «ب»      (۲) «آ» و «ب» و «ت»      (۳) «آ» و «ب»      (۴) فقط «آ»

۲۱۱- واکنش  $N_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2NO(g)$  در یک سامانه‌ی بسته در حال تعادل است. اگر حجم سامانه را کاهش دهیم، ..... سرعت واکنش‌های رفت و برگشت افزایش یافته و واکنش از حالت تعادل خارج می‌شود.

- (۱) سرعت واکنش‌های رفت و برگشت افزایش یافته، اما واکنش از حالت تعادل خارج نمی‌شود.

- (۲) سرعت واکنش‌های رفت و برگشت افزایش یافته و واکنش از حالت تعادل خارج نمی‌شود.

- (۳) سرعت واکنش‌های رفت و برگشت تغییری نمی‌کند و در نتیجه واکنش از حالت تعادل خارج نمی‌شود.

- (۴) سرعت واکنش‌های رفت و برگشت کاهش یافته و واکنش از حالت تعادل خارج می‌شود.

۲۱۲- در یک سامانه‌ی بسته، تعادل:  $CaCO_3(s) \rightleftharpoons CaO(s) + CO_2(g)$  در دمای معین برقرار است. چه تعداد از تغییرهای زیر موجب برهمند تعادل می‌شود؟

- افزایش حجم سامانه

- کاهش دما

- افزایش مقداری گاز  $CO_2$

- خارج کردن مقداری کلسیم کربنات

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۲۱۳- در یک ظرف بسته با حجم مشخص، مقادیر معینی از گازهای  $SO_2$  و  $O_2$  را وارد کرده تا تعادل  $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$  برقرار شود. پس از برقراری تعادل، مقداری  $SO_2$  و  $O_2$  را به سامانه‌ی تعادلی اضافه می‌کنیم و بر اثر آن، تعادل بهم خورده و در نتیجه یک تعادل جدید برقرار می‌شود که در آن غلظت  $SO_2$  و  $O_2$  در مقایسه با تعادل اولیه به ترتیب ۵ و ۴ برابر است. غلظت  $SO_3$  در تعادل جدید در مقایسه با تعادل اولیه چند برابر است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۱۲

۲۱۴- در واکنش به حالت تعادل  $PCl_5(g) \rightleftharpoons PCl_3(g) + Cl_2(g)$  که در یک ظرف سربسته‌ی ۶ لیتری قرار دارد، مقدار هر یک از مواد برابر ۱۲ مول است. اگر در دمای ثابت، این مخلوط تعادلی به یک ظرف سربسته‌ی ۲ لیتری منتقل شود، مقدار گاز کلر در تعادل جدید چند مول خواهد بود؟

- (۱) ۸      (۲) ۱۰      (۳) ۶      (۴) ۴

- ۲۱۵- مخلوط واکنش  $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$  در حال تعادل است. یک عامل، این تعادل را به هم می‌زند و پس از مدتی تعادل جدید برقرار می‌شود. با توجه به جدول زیر، عامل موردنظر ..... بوده است.

شمار مول‌ها	$SO_2$	$O_2$	$SO_3$
تعادل			
اولیه	۰/۴	۰/۵	۰/۸
جدید	۰/۳	۰/۴۵	۰/۹

۱) خارج کردن مقداری  $SO_2$  از ظرف واکنش

۲) افزودن مقداری  $SO_3$  به ظرف واکنش

۳) کاهش حجم ظرف

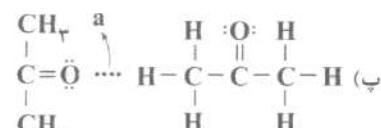
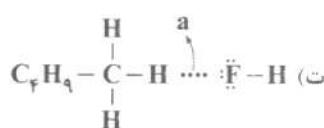
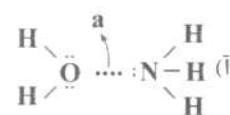
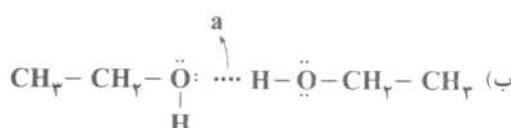
۴) افزایش دما

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (شیمی ۲، شماره ۲۱۶ تا ۲۲۵) و زوج درس ۲ (شیمی ۳، شماره ۲۲۶ تا ۲۳۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

### زوج درس ۱

### شیمی ۲ (سوالات ۲۱۶ تا ۲۲۵)

- ۲۱۶- در کدام یک از شکل‌های زیر، نماد a نشان‌دهنده‌ی پیوند هیدروژنی است؟



(۳) «ب» و «پ»

(۱) «آ»، «پ» و «ت»

(۴) «ب» و «ت»

(۳) فقط «ب»

- ۲۱۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

آ) اختلاف زیاد نقطه‌ی جوش آب و هیدروژن سولفید به دلیل تفاوت در نوع نیروهای بین‌مولکولی و ساختار مولکولی آن‌هاست.

ب) مولکول‌های گوگرد دی‌اکسید برخلاف مولکول‌های گوگرد تری‌اکسید در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

پ) اگر اتم‌های یک مولکول سه‌اتمی در یک راستا و به صورت یک خط راست باشند، مولکول موردنظر در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

ت) با تغییر حالت فیزیکی آب از مایع به جامد یا گاز (بخار)، ساختار مولکول‌های  $H_2O$  نیز تغییر می‌کند و دیگر خمیده نیست.

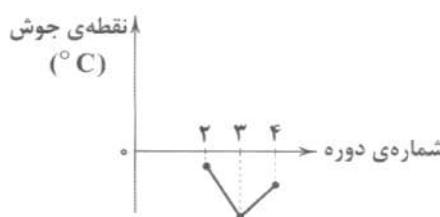
۲(۲)

۱(۱)

۴(۴)

۳(۳)

- ۲۱۸- نمودار مقابل را به نقطه‌ی جوش ترکیب‌های هیدروژن دار کدام گروه‌های زیر می‌توان نسبت داد؟



۱) فقط ۱۵

۲) ۱۶ و ۱۷

۳) ۱۵ و ۱۷

۴) ۱۵ و ۱۶ و ۱۷



۲۱۹- شمار اتم‌های هیدروژن در ساده‌ترین ترکیب کدام‌یک از مواد آلی زیر بیشتر از بقیه است؟

۴) استر

۳) کربوکسیلیک اسید

۲) آمین

۱) آمید

۲۲۰- برای هیدروکربنی با فرمول مولکولی  $C_{12}H_{12}$  چند ساختار آلکنی بدون شاخه متیل می‌توان رسم کرد؟

۵) ۴

۴) ۳

۳) ۲

۲) ۱

۲۲۱- ترتیب نقطه‌ی جوش سه ترکیب a: پروپانول راست زنجیر، b: پروپیل آمین و c: تری متیل آمین، در کدام گزینه به درستی آمده است؟

a > c > b (۲)

b > a > c (۴)

a > b > c (۱)

b > c > a (۳)

۲۲۲- کدام موارد از مطالب زیر درباره‌ی ترکیبی با ساختار مقابل، درست است؟

آ) فرمول مولکولی آن  $C_{15}H_{24}O_3N$  است.

ب) دو اتم کربن می‌توان در آن یافت که فقط با اتم‌های کربن پیوند دارند.

ب) دارای گروه‌های عاملی آمینی، استری و الکلی است.

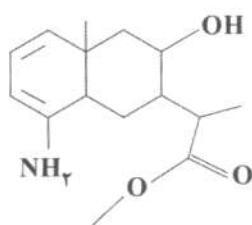
ت) در لایه‌ی ظرفیت اتم‌های آن، ۱۴ الکترون ناپیوتدی وجود دارد.

۱) «آ» و «پ»

۲) «پ» و «ت»

۳) «آ»، «پ» و «ت»

۴) «ب»، «پ» و «ت»



۲۲۳- اگر در ساختار مونومرهای سازنده‌ی یک نمونه پلی‌سیانواتن، در مجموع ۷/۵ گرم اتم هیدروژن وجود داشته باشد، جرم این نمونه‌ی پلیمر

چند گرم است؟ ( $H = 1, C = 12, N = 14; g \cdot mol^{-1}$ )

۲۶۵) ۴

۱۳۲/۵ (۳)

۱۰۶ (۲)

۵۳ (۱)

۲۲۴- نام ترکیبی با فرمول مولکولی  $C_{13}H_{28}$  بر روی برجسب ظرف آن پاک شده است و فقط «۲» و «۳» - دی متیل نونان «قابل تشخیص است. چند

ساختار برای این ترکیب محتمل است؟

۶) ۴

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

۲۲۵- نام ترکیب‌های a و b به ترتیب به صورت ۲ و ۲ - دی متیل هگزان و ۳ - اتیل - ۲ - دی متیل پنتان است. چه تعداد از عبارت‌های زیر درباره‌ی

آن‌ها درست است؟

آ) شمار گروه‌های  $CH_3$  در هر دو ترکیب برابر است.

ب) فرمول مولکولی دو ترکیب یکسان است.

پ) شمار پیوندهای کواوالانسی مولکول a برابر با ۲۵ است.

ت) در ترکیب b برخلاف ترکیب a، هر کدام از اتم‌های کربن، حداقل با یک اتم هیدروژن پیوند دارد.

۴) ۴

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

### شیمی ۳ (سوالات ۲۲۶ تا ۲۳۵)

۲۲۶- معادله‌ی انحلال پذیری نمک A در آب بر حسب دما (در مقیاس سلسیوس) به صورت  $S = 0/34 + 26$  است. اگر دمای ۶۰ گرم محلول

سیرشده‌ی این نمک را از  $C$  به  $20^\circ C$  کاهش دهیم، رسوب تشکیل شده را در چند گرم آب خالص حل کنیم تا محلولی با درصد جرمی

۴۰ به دست آید؟

۱۰/۸ (۴)

۱۲/۸ (۳)

۱۸ (۲)

۲۱/۶ (۱)

محل انجام محاسبات





۲۳۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- آ) هر چه جرم مولی یک گاز قطبی بیشتر باشد، انحلال پذیری آن در آب بیشتر است.
- ب) از ویژگی‌های مشترک گازهایی که در آب حل می‌شوند این است که با آب واکنش شیمیایی نمی‌دهند.
- پ) آب دارای مولکول‌های قطبی است و در نتیجه گازهای با مولکول‌های ناقطبی در آب حل نمی‌شوند.
- ت) اگر انحلال پذیری گاز A در آب بیشتر از گاز B باشد، می‌توان نتیجه گرفت که در شرایط یکسان، شمار مول‌های بیشتری از A در مقایسه با B در آب حل می‌شود.

۳ (۴)

۲ (۳)

(۲) صفر

(۱)

۲۳۵- کدام یک از مطالبات زیر درست است؟

- ۱) افزودن یک الکترولیت به کلریید، سبب کاهش حرکت نامنظم ذره‌های آن می‌شود.
- ۲) کلریید، مخلوطی همگن است که ذره‌های سازنده آن مولکول‌های بزرگ یا توده‌های مولکولی هستند.
- ۳) بخش باردار یک مولکول صابون دارای یک پیوند دوگانه و در بخش ناقطبی آن، تمامی پیوندها یگانه هستند.
- ۴) لسیتین موجود در سفیده‌ی تخم مرغ، همانند صابون نقش امولسیون‌کنندگی دارد.



دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۱۳

جمعه ۹۶/۱۰/۰۱

# آزمون‌های سراسری گاج

گزینه‌های درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۳۹۶-۹۷

## پاسخ‌های تشریحی

### گروه آزمایشی علوم ریاضی

#### چهارم دبیرستان (پیش‌دانشگاهی)

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۲۰۵ دقیقه	تعداد سوالاتی که باید پاسخ دهید: ۲۰۵

عنوانین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	شماره سوال از تا	مدت پاسخگویی
۱	زبان و ادبیات فارسی	۲۰	۱	۱۵ دقیقه
۲	زبان عربی	۲۰	۲۱	۱۵ دقیقه
۳	فرهنگ و معارف اسلامی	۲۰	۴۱	۱۵ دقیقه
۴	زبان انگلیسی	۲۰	۶۱	۱۵ دقیقه
۵	حساب دیفرانسیل و انتگرال	۱۵	۸۱	۹۵
	ریاضیات گستره	۱۰	۹۶	۱۰۵
	هندسه تحلیلی و جبر خطی	۱۰	۱۰۶	۱۱۵
	ریاضیات ۲	۵	۱۱۶	۱۲۰
	حسابان	۵	۱۲۱	۱۲۵
	جبر و احتمال	۱۰	۱۲۶	۱۳۵
	Gaj Book	۱۰	۱۳۶	۱۴۵
۶	فیزیک پیش‌دانشگاهی	۱۵	۱۴۶	۱۶۰
	فیزیک ۲	۱۰	۱۶۱	۱۷۰
	Gaj Book ۲	۱۰	۱۷۱	۱۸۰
	فیزیک ۳	۱۰	۱۸۱	۱۹۰
	Gaj Book ۳	۱۰	۱۹۱	۲۰۰
۷	شیمی پیش‌دانشگاهی	۱۵	۲۰۱	۲۱۵
	شیمی ۲	۱۰	۲۱۶	۲۲۵
	شیمی ۳	۱۰	۲۲۶	۲۳۵

حق چاپ و نکثیر پاسخ‌های آزمون برای تمامی اشخاص حرفی و حقوقی منوع می‌باشد و پیگرد قانونی دارد.

# آزمون‌های سراسری گاج

ویراستاران علمی	طراحان	دروس
ابوالفضل مزرعی - اسماعیل محمدزاده مسیح گرجی - مریم نوری‌نیا	امیرنجالات شجاعی - مهدی نظری	زبان و ادبیات فارسی
محمد‌مهدی تجریشی - حسام حاج مؤمن شاھو مرادیان - سمیه رضاپور	بهروز حیدریکی	زبان عربی
سمیه رضاپور - گلشن بایادی	مرتضی محسنی کبیر - فردین سماقی	فرهنگ و معارف اسلامی
رزیتا قاسمی	امید یعقوبی فرد	زبان انگلیسی
خلیل اسم خانی - لیلا سمیعی عارف ندای فرهنخی - پگاه افتخار مصطفی عربی - محمد باختیاری	محمد سجاد نقیه حسین کرد محمد طاهر شعاعی یوسف داستان	حساب دیفرانسیل و انتگرال ریاضیات گسسته جبر و احتمال هندسه تحلیلی و جبر خطی ریاضیات پایه
خلیل اسم خانی - علی جهانگیری محمد حسین جوان - رزیتا قاسمی امیر شهریار قربانیان ایمان زارعی - امین بایازاده	ارسلان رحمانی پویا الفتی محمد پارسا فراهانی	فیزیک شیمی

## امداده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعی

برنامه‌ریزی و هماهنگی: مریم جمشیدی عینی - مینا نظری

ویراستاران فنی: رزیتا قاسمی - بهاره سلیمانی - سانا ز فلاحتی - آمنه قلی‌زاده - سمیه رضاپور

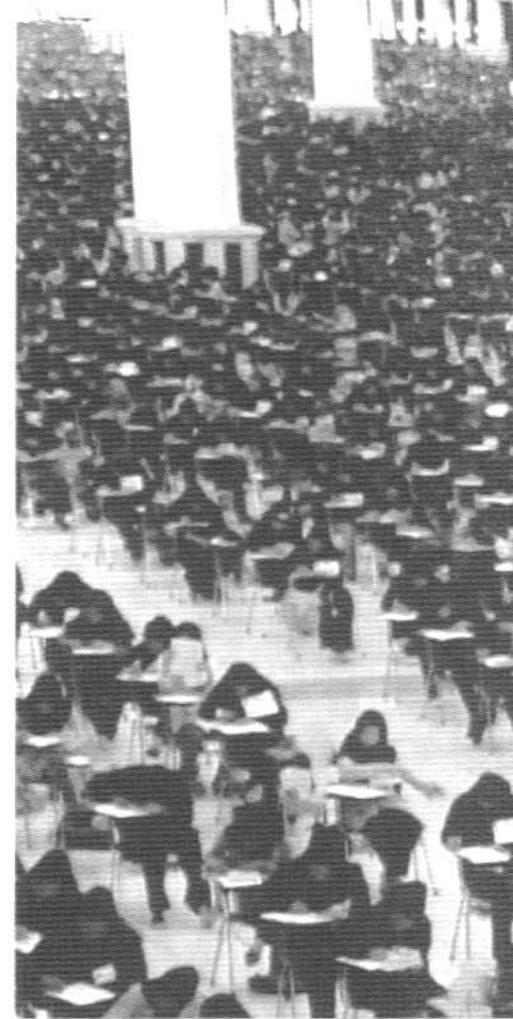
سرپرست واحد فنی و صفحه‌آرا: مهرداد شمسی

طراح شکل: آذر توکلی‌زاده - فاطمه میناسرشت

حروف‌نگاران: پگاه روزبهانی - آینتا طارمی - فربیا مرادزاده - زهرا نظری‌زاد - معصومه میناسرشت

فرهاد عبدی - سجاد لشکری - نرگس اسودی

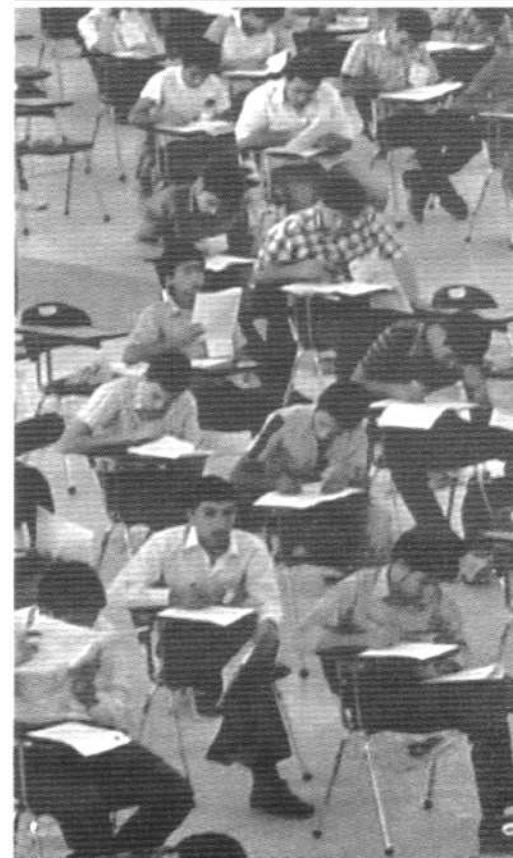
امور چاپ: عباس جعفری



دفتر مرکزی تهران، خیابان انقلابه بین  
چهارراه ولی‌عصر (عج) و  
خیابان فلسطین، شماره ۹۱۹

اطلاع‌رسانی و امور امتحانی ۰۲۰-۶۴۶۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir



به نام خدا

## حقوق دانشآموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی: با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نماییم:

- ۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخبرگ درج شده باشد.
- ۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه باید.
- ۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.
- ۴- سوالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی تزدیک‌ترین سوالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.
- ۵- در هنگام برگزاری آزمون باید تغذیه رایگان دریافت نمایید.
- ۶- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.
- ۷- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحويل شما گردد:
  - مراجعه به سایت گاج به نشانی [www.gaj.ir](http://www.gaj.ir)
  - مراجعه به نمایندگی.
- ۸- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:
  - برگزاری جلسه مشاوره حضوری به صورت انفرادی حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.
  - تماس تلفنی حداقل ۲ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.
  - تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].
  - بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمیود و یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلا فاصله با تلفن ۰۲۱—۶۴۲۰ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.



در گاج، بهترین صدا،  
صدای دانشآموز است.



## زبان و ادبیات فارسی

کanal رفع اشکال: @adabiat\_gaj

DriQ.com

**۱** معنی درست واژه‌ها: مصادره: توان گرفتن، جریمه کردن، خون کسی را به مال او فروختن / مضرّت: زیان، زیان رسیدن، گزند رسیدن /  
زجر: آزار، اذیت، شکنجه / هرّا: صدا و غوغای، آواز مهیب

**۲** معنی درست واژه‌ها: صعوه: پرندۀای کوچک به اندازه‌ی گنجشک / جرز: دیوار اتاق و ایوان / سماتط: سفره / وعاظه: جمع واعظ،  
پنددهنده، اندرگوی

**۳** املای درست واژه در سایر گزینه‌ها:

(۲) عذار: چهره

(۳) فراق: جدایی، دوری (فراخ: آسایش)

(۴) خار: تیغ کوچک (خوار: پست، ذلیل)

**۴** اسلوب معادله: جان پاک / در تنگنای جسم زندانی بودن = شراب رسیده / در خم قرار نداشتن  
تشبیه: تنگنای جسم به زندان

تلیمیح: اشاره به حدیث شریف «الدّنیا سجن المؤمن»

استعاره: جان بخشی به شراب

تضاد: جان ≠ جسم

**۵** بررسی آرایه‌های گزینه‌ی (۳):

استعاره (بیت «ج»): جان بخشی به آفتاب

ایهام (بیت «ه»): دستان: ۱- دست‌ها ۲- حیله، نیزه‌گ

تضمين (بیت «الف»): این مصراع از قاسم انوار است: «می به مستان بده و تو به هشیاران ده»

تشبیه (بیت «ب»): یار(غزال) به ترانه

اسلوب معادله (بیت «د»): سربلندان / مال صرف زیردستان کردن = کوه / از ابر گرفتن و به صحراء دادن

**۶** نام درست پدیدآورندگان آثار:

ارغونون: مهدی اخوان ثالث

دیدار صبح: طاهره صفّارزاده

صور خیال در شعر فارسی: محمد رضا شفیعی کدکنی

دستچین: سیدعلی موسوی گرمارودی

ائز نادرست:

شبگیر: هوشنگ ابتهاج

**۷** عبدالحسین زَین کوب کتاب «پله‌پله تا ملاقات خدا» را در شرح حال مولاتا، و «فراز از مدرسه» را در «شرح حال امام محمد غزالی» به  
رشته‌ی تحریر درآورد.

**۸** روزگار: مشتق

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) تابدار: مرگب

(۲) خوشگوار: مرگب

(۴) دوستدار: مرگب

**۹** مشتق: آرایش / گفتار / شادان / گریان / خندان / پیری / کودکی

**۱۰** خداشناش - دیریاب - بالابلند: صفت

دستیوس: اسم

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) خوشبخت - زیردست - کمدوام - سفیدپوست: صفت

(۲) بیابان‌گرد - چادرنشین - نفرت‌بار - خودبین: صفت

(۳) زودگذر - بدگمان - رادمرد - ریش‌سفید: صفت



٣ ١١ خودپرسند: ضمیر + بن مضارع ← صفت

## بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) تنگ چشمان: صفت + اسم ← صفت
- ۲) پر زور: صفت + اسم ← صفت
- ۳) رادمرد: صفت + اسم ← صفت

٤ ١٢

## بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) امیرالمؤمنین
- ۲) القصہ
- ۳) علی رغم

٥ ١٣ واژه‌ی «تا» در این گزینه در معنی «برای اینکه» به کار رفته است و در عبارت سؤال و سایر گزینه‌ها در معنی «مبادا» به کار رفته و نشانه‌ی تحدیر است.

٦ ١٤ واژه‌ی «آهو» در این گزینه در معنی «غزال» و در سایر گزینه‌ها در معنی «عیب و نقص» به کار رفته است.

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه‌ی (۱): سرای بی‌ثمری نابودی است.

## مفهوم سایر گزینه‌ها:

- ۱) رنج عاشقی و ناکامی
- ۲) خوشباشی و شادخواری / عاشق آینده‌نگر نیست.
- ۳) ناکامی عاشق / تکرار بی‌وفایی معشوق

مفهوم گزینه‌ی (۳): بلندنظری و خوداتکایی

مفهوم مشترک بیت سؤال و سایر گزینه‌ها: ضرورت عبرت‌پذیری

مفهوم گزینه‌ی (۱): ناآگاهی انسان از مصلحت‌های جهان هستی

٧ ١٧

مفهوم مشترک بیت سؤال و سایر گزینه‌ها: هر کسی محروم راز عشق نیست. / حال عاشق را تنها عاشق درک می‌کند.

٨ ١٨

مفهوم گزینه‌ی (۳): نفرت خلق از حاکمان ظالم و لحظه‌شماری برای مرگ آنان

مفهوم مشترک دویتی سؤال و سایر گزینه‌ها: ضرورت خودحسابی و آخرت‌اندیشی

٩ ١٩

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه‌ی (۲): بی‌اعتباری وجود انسان

## مفهوم سایر گزینه‌ها:

- ۱) رضایت به قسمت و سرنوشت
- ۲) نکوهش بلندپروازی
- ۳) طلب ترحم از معشوق

١٠ ٢٥

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه‌ی (۳): در دل هر ذره‌ی ناچیر، حقیقتی بزرگ نهفته است.

## مفهوم سایر گزینه‌ها:

- ۱) طلب عنایت و توجه از معشوق
- ۲) پاکی و صداقت عاشق، موجب افزایش انگیزه‌ی معشوق است.

١١ ٢١

## زبان عربی



کanal رفع اشکال: @arabi\_gaj

DriQ.com

درست‌ترین و دقیق‌ترین جواب را در ترجمه، تعریف و یا مفهوم مشخص کن (۲۱ - ۲۶):

ترجمة کلمات مهم: يَظْلَمُونَ: گمان می‌کنند / جاهِزة: حاضر و آماده / الْجَحْد: رنج، زحمت

## اشتباهات بازی سایر گزینه‌ها:

- ۱) گمان کردند (→ گمان می‌کنند؛ «يَظْلَمُونَ» فعل مضارع است.)
- ۲) گمان ... (→ گمان می‌کنند)، نعمت (→ نعمت‌ها؛ «الْتَّعْمَ» جمع است.)، موفقیت (→ راحتی، آسودگی)
- ۳) عدم ترجمة «بعض»، برخی نعمت‌ها (→ نعمت‌ها)، به راحتی (→ آماده)



ترجمه کلمات مهم: کان یسافرون: سفر می‌کردند (ماضی استمراری)، لکی یتعلّموا: تا یاد بگیرند ۲۲

### اشتباهات بازرسایر گزینه‌ها:

۱) برای آموختن (← تا بیاموزند)، سفر می‌کنند (← سفر می‌کردند)

۲) شاعران ایران (← شاعران ایرانی؛ «الشعراء الإیرانیون» ترکیب وصفی است)، سفر کردند (← سفر می‌کردند)، زاید بودن «بتوانند»

۳) سفر ... (← سفر می‌کردند)، برای این بود که (← تا)

۲۳

۲۴

### ترجمه درست سایر گزینه‌ها:

۱) عاقل، تباید دروغگو را به دوستی بگیرد.

۲) پس انسان باید بنگرد که از چه چیزی آفریده شده است.

۳) قطعاً او از چهره‌های ماندگار شده است.

ترجمه درست: «شاید از فرصت‌های اندکمان بهره‌مند شویم.»

ترجمه عبارت سؤال: «چرا می‌گویید آن‌چه را که انجام نمی‌دهید؟»

### ترجمه سایر گزینه‌ها:

۱) بیندیش سپس حرف بزن تا از لغتش(ها) در امان بمانی.

۳) حرف بزنید تا شناخته شوید؛ زیرا انسان زیر زبانش، بتهان است.

۲۵

۲۶

### اشتباهات بازرسایر گزینه‌ها:

۲) زاید بودن «ایّی» و «هذا»، الموظّف اللائق (← موظفاً لائقاً؛ «کارمندی شایسته» ترکیب وصفی نکره است)، أمر معقد (← هذا الأمر المعقد)، زاید بودن «حيث»، ليس (← ما كان)

۳) اخترت (← اختار؛ «انتخاب می‌کنم» فعل مضارع است)، ذلك (← هذا)

۴) الموظّف اللائق (← موظفاً لائقاً)، الأمر المعقد (← هذا الأمر المعقد)

■■ متن زیر را با دقّت بخوان سپس مناسب با آن به سؤالات پاسخ بده (۳۴ - ۳۷):

آیا تاکنون مورجه را دیده‌ای در حالی که برای حمل دانه‌ای بزرگ‌تر از وزن خودش تلاش می‌کند؟ ممکن است بار اول یا حتی شصت بار نتواند (موفق نشود) ولی نالمید نمی‌شود و بیش از پیش تلاش می‌کند و سرانجام کارش را به خوبی به پایان می‌رساند. افراد بسیاری هستند که کارهای این حیوان را مورد توجه خود قرار می‌دهند و تلاش را رها نمی‌کنند و نالمید نمی‌شوند. بسیاری از آن‌ها همان کسانی هستند که طعم تلخ زندگی را در کودکی شان چشیده‌اند و آموخته‌اند که چیزهای ارزشمند را در زندگی شان با تلاش به دست بیاورند. عجیب‌تر آن که آن‌ها بیش تر اوقات، امکانات زیادی هم نداشتند؛ به گونه‌ای که نقل شده یکی از دانشمندان در خانه‌اش چراغی نبود و فقر او را مجبور کرد که خارج از شهر زیر نور چراغ نگهبانان مطالعه کند. بله، این سنت دنیاست که هر کس چیزی را بخواهد و تلاش کند، می‌باید و هیچ چیز نمی‌تواند او را از موفقیت بازدارد.

[گزینه] درست را انتخاب کن: «مورجه .....»

### ترجمه گزینه‌ها:

۱) هیچ‌گاه در زندگی اش شکست نمی‌خورد.

۲) چیزی را که سنتگین تر از خودش باشد، حمل نمی‌کند.

۳) الگویی برای انسان‌ها در پشتکار شده است.

۴) هر دفعه، شصت بار برای حمل دانه‌ای تلاش می‌کند.

[گزینه] نادرست را انتخاب کن:

### ترجمه گزینه‌ها:

۱) انسان باید از هر چیزی در جهان، حتی حیوانی کوچک مانند مورجه بیاموزد.

۲) از دلایل شکست در زندگی، نبود امکانات و توانایی‌هاست.

۳) اگر در راهمان به سوی هدف‌ها با مشکلاتی مواجه شویم، باید تلاش کنیم.

۴) هر کس تلاش کند و امیدش را از دست ندهد و کارش را ادامه دهد، به جایگاهی والا خواهد رسید.

۲۸

۲۷



### ترجمه گزینه‌ها:

- (۱) فقر در همه مراحل زندگی به مردم در پیشافت کمک می‌کند.
- (۲) هیچ مشکلی هر چند بزرگ باشد، قادر به شکست دادن انسان کوشانیست.
- (۳) هر کس هدف‌هایش در چشم‌هایش بزرگ باشد، سختی‌ها مقابلش کوچک می‌شوند.
- (۴) انسان چیزی جز آن چه تلاش کرده است، ندارد.

■ گزینه درست را در حرکت‌گذاری مشخص کن (۳۰ و ۳۱):

حرکت‌گذاری کامل عبارت: «هَلْ شَاهَدْتَ حَتَّى الآنِ التَّمَلَةَ وَ هِيَ تُحَاوِلُ لِحَمْلِ حَيَّةٍ أَكْبَرَ مِنْ وَزْنِهَا؟»

ترکیب کلمات مهم: التَّمَلَة: مفعول به و منصوب / حَمْلٌ: مجرور به حرف جز / حَيَّة: مضاف إليه و مجرور / أَكْبَر: صفت و مجرور به اعراب فرعی (غيرمنصرف)

حرکت‌گذاری کامل عبارت: «قُدْ تَعَلَّمُوا أَنْ يَخْضُلُوا عَلَى أَشْيَاءِ غَالِيَّةٍ فِي حَيَّاتِهِمْ مَعَ الْكَدَّ».»

ترکیب کلمات مهم: يَخْضُلُوا: فعل معلوم و فاعلش ضمير بارز «واو» / أَشْيَاء: مجرور به حرف جز به اعراب فرعی (غيرمنصرف) / غَالِيَّة: صفت و به تبعیت مجرور / الْكَدَّ: مضاف إليه و مجرور

■ گزینه درست را در اعراب و تحلیل صرفی مشخص کن (۳۲ - ۳۴):

### موارد نادرست سایر گزینه‌ها:

- (۱) مضارع ← مضارع / للماطبين ← للغائين / معرب ← مني / فعل مرفوع ← الجملة صلة و لا محل لها من الإعراب
- (۳) فعل مضارع ← فعل مضارع / لازم ← متعد / من باب تفعيل ← من باب تفعيل / فعل مجزوم بحذف نون الإعراب ← فعل و فاعله ضمير «الواو» البارز
- (۴) مجرّد ثالثي ← مزيد ثالثي / مبني للمجهول ← مبني للمعلوم / فعل مرفوع و الجملة نعت و مرفوع محلًا ← الجملة صلة و لا محل لها من الإعراب

### موارد نادرست سایر گزینه‌ها:

- (۱) مضارع ← مضارع / للماطكل وحدة ← للغائب / معرب ← مبني / ضمير «أنا» المستتر ← الفقر
- (۳) لازم ← متعد
- (۴) مبني للمجهول ← مبني للمعلوم / لازم ← متعد / ضمير «هو» المستتر ← الفقر

### موارد نادرست سایر گزینه‌ها:

- (۱) ممنوع من الصرف ← منصرف / مضاف إليه و مجرور ← صفة و مرفوع بالتبعة
- (۲) مبني ← معرب / جامد ← مشتق / مجرور بالتبعة ← مرفوع بالتبعة
- (۴) مفرد مؤنث (معنوي) ← مفرد مؤنث / صفة مشبهة ← اسم فاعل / منصوب بالتبعة ← مرفوع بالتبعة

■ گزینه مناسب را در مورد سوالات زیر مشخص کن (۴۰ - ۴۵):

۳۵ ۱ اسم افعال ناقصه، مرفوع و علامت رفع جمع مذکور «و» است. پس گزینه (۱) نادرست می‌باشد. از طرفی «يدافعون» فعل و در این جمله خبر «كان» و محلًا منصوب است، نه این‌که در حالت نصب «بن» بگیرد. [رد گزینه (۲)]

۳۶ ۲ هم‌چنین اگر اسم فعل ناقصه به صورت اسم ظاهر در جمله باشد، فعل ناقصه در ابتدای جمله به صورت مفرد می‌آید. [رد گزینه (۴)] دقت کنید که «دام، يدوم» ادامه داشت، ادامه دارد» فعل ناقصه نیست بلکه «ماماد: مادامی‌که، زمانی‌که» فعل ناقصه است. این دو را با هم اشتباه نگیرید. در سایر گزینه‌ها به ترتیب «لا يكون»، «تصير» و «سيصبح» فعل ناقصه‌اند.

۳۷ ۳ «كان» از حروف مشبهه بالفعل است، اسمش منصوب و خبرش مرفوع است. پس «نادمين» باید به صورت «نادمون» بباید، تا به عنوان خبر «كان» مرفوع باشد.

۳۸ ۴ «كان» فعل ناقصه است که اسم و خبرش جایه‌جا شده‌اند؛ یعنی «في يوسف» که خبر است، مقدم شده و «آیات» که اسمش است به صورت مؤخر آمده است. دقت کنید که «لسالین» و «إخوته» معنای «آیات» را کامل نمی‌کنند تا بتوانند خبر باشند.



در این گزینه «کم» اسم «لیت» و «ماکنتم» خبرش است. همچنین ضمیر «تم» اسم کان و «غافلین» خبرش است که هیچ‌کدام از خبرها مقدم نشده‌اند.

## بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) لم یکن: فعل ناقصه / أحد: اسم مؤخر فعل ناقصه / کفوأ: خبر مقدم فعل ناقصه

(۳) لبیست: فعل ناقصه / فکرة: اسم مؤخر فعل ناقصه / لدی: خبر مقدم فعل ناقصه

(۴) ماکان: فعل ناقصه / معلم: اسم مؤخر فعل ناقصه / عندهنا: خبر مقدم فعل ناقصه

حکیم: اسم مؤخر «لیس» / له: خبر مقدم «لیس» از نوع شبه جمله

دقت کلید: در این گزینه، «یرشد» جمله وصفیه برای اسم نکره «حکیم» است.

## بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) المؤمنین: اسم «إن» / يحصدون: خبر «إن» از نوع جمله فعلیه

(۲) رب: اسم «أن» / يرحم: خبر «أن» از نوع جمله فعلیه / هم: اسم «لعل» / يتقوون: خبر «لعل» از نوع جمله فعلیه

(۴) هؤلاء: اسم «كانت» / يطبخن: خبر «كانت» از نوع جمله فعلیه



@dinozendegi\_gaj

DriQ.com

## فرهنگ و معارف اسلامی

قانونمندی و نظام حاکم بر جهان خلقت، تجلی تقدیر الهی و زمینه‌ساز حرکت و پویایی انسان و بهکارگیری اراده و اختیار انسان است.

احساس هویت و خودباوری از پیامدهای اعتقاد به اختیار است، نه از پیامدهای اعتقاد به زندگی در یک جهان قانونمند.

با توجه به آیه‌ی «إِنَّا كُلَّ شَيْءٍ خَلَقْنَا بِقَدْرٍ»، هر چیزی در جهان دارای خصوصیات و ویژگی‌های معین می‌باشد.

با توجه به «تقدیر الهی» هیچ‌یک از مخلوقات از قانونمندی خود خارج نمی‌شوند. آیه‌ی شریفه‌ی «لَا الشَّمْسُ يَنْبَغِي لَهَا أَنْ تَدْرِكَ الْقَمَرَ...»

فقط اشاره به تقدیر دارد و آیات «اللَّهُ الَّذِي سَخَّرَ لَكُمُ الْبَحْرَ وَ...» و «أَنَّ اللَّهَ يَمْسِكُ السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضَ...» مربوط به هر دو مفهوم قضا و قدر الهی است، اما آیه‌ی شریفه‌ی «هُوَ الَّذِي يَحْيِي وَيَمْتَتِ...» بیانگر قضای الهی است.

آیه‌ی «إِنَّا هَدَيْنَاهُ السَّبِيلَ إِمَّا شَاكِرًا وَإِمَّا كَفُورًا» بیانگر سنت امداد است و با آیه‌ی «كَلَّا نَمَدَ هُؤُلَاءِ...» ارتباط مفهومی دارد، زیرا در

تعريف سنت امداد گفته می‌شود در برابر دعوت انبیا مردم دو دسته‌اند: دسته‌ای به ندای حقیقت پاسخ مثبت می‌دهند و هدایت الهی را می‌پذیرند (شاکر) و دسته‌ای لجاجت ورزیده و در مقابل حق می‌ایستند (کفور).

گاهی خداوند علاوه بر مهلت دادن، بر امکانات گمراهان می‌افزاید و آن‌ها با استفاده از این امکانات و با اصرار خود بیشتر در فساد فرو می‌رونند و قدم به انسانیت فاصله می‌گردند. چنین حرکت تدریجی به سوی عذاب الهی را سنت «استدرج» می‌گویند و آیه‌ی شریفه‌ی «وَالَّذِينَ كَذَبُوا بِآيَاتِنَا سَنَسْتَرِدْرَجُهُمْ...» به آن اشاره دارد.

هر دو مفهوم اشاره به سنت ابتلاء و آزمایش دارد و هر دو سنت عام هستند.

در مقابل دعوت انبیا مردم دو دسته‌اند. سنت الهی این است که هر کس با اراده و اختیار خود راه حق یا باطل را برگزیده است، شرایطی برای او فراهم شود که در مسیری که انتخاب کرده به پیش رو و سرشت خود را آشکار کند، یعنی خداوند برای هر دو، امکانات و لوازم رسیدن به خواسته‌ها و اهداف خود را فراهم می‌کند و آیه‌ی شریفه‌ی «كَلَّا نَمَدَ هُؤُلَاءِ...» به آن اشارت دارد.

این‌که می‌گوییم خداوند با حکمت خود نقشه‌ی پدیده‌ها را به وجود می‌آورد (تقدیر) و با اراده‌ی خود محقق می‌سازد (قضا)، به این معناست که حوادث جهان و از جمله کارهای انسان تحت تدبیر و اراده‌ی خداوند است. تقدیر از علم و حکمت الهی و قضا از اراده‌ی الهی سرجشمه می‌گیرد.

با توجه به آیه‌ی شریفه‌ی «لَا الشَّمْسُ يَنْبَغِي لَهَا أَنْ تَدْرِكَ الْقَمَرَ وَلَا اللَّيلُ سَابِقُ النَّهَارِ...» ایام تنظیم شده است و با اعتماد و اطمینان خاطر می‌توان برای کار و فعالیت خود برنامه‌ریزی کرد.

یکی از انواع حقارت و پستی آن است که افراد هوس‌ران و گناهکار به انسان به چشم ابزار هوس‌رانی خود نگاه کنند و به شخصیت انسانی و باکرامت او توجه ننمایند.

با توجه به آیه‌ی «يَا ايَّهَا النَّبِيُّ قُلْ لَا زَوْجَكَ وَ بَنَاتَكَ وَ نِسَاءُ الْمُؤْمِنِينَ يَدْنِينَ عَلَيْهِنَّ مِنْ جَلَابِبِهِنَّ...» زنان مسلمان از همان ابتدا موى سر خود را می‌پوشانند (سابقه‌ی حجاب)، ولی با حدود آن آشنا نبودند. لذا خداوند به آنان دستور می‌دهد که روسری‌ها و پوشش‌هایشان را به خود نزدیک کنند تا اطراف صورت و گریبان آنان نیز پوشیده شود (حد حجاب).

با توجه به آیه‌ی «قُلْ لِلْمُؤْمِنِينَ يَغْضُبُوا مِنْ ابْصَارِهِمْ وَيَحْفَظُوا فَرْوَجَهُمْ...» اول وظیفه‌ی فروجهم... نامحرم خودداری کنند و دامان خود را از گنای حفظ نمایند. اما اگر مردی تقو و پاکی نداشته باشد و با نگاه خود نامحرم را زیر نظر بگیرد، مقدمات گناهان بزرگ‌تر را فراهم می‌کند و نمی‌تواند خود را از لفڑش‌ها حفظ نماید.



با توجه به آیه‌ی «...وَيُضْرِبُنَّ بَعْمَرْهَنَ عَلَى جَيْوَبِهِنَّ». زنان باید حجاب خود را به گونه‌ای تنظیم کنند که علاوه بر موی سر، گربان و گردان آن‌ها را هم بپوشاند، این مطلب بیانگر کیفیت و حد حجاب است.

احساسات لطیف زن، بیانگر زیبایی درونی وی (نه بیرونی) می‌باشد و هم‌چون سایه‌ی رحمت الهی آرامش‌بخش کانون گرم خانواده است. اگر انسان لباس تقوی را بر خود بپوشاند، پوشش ظاهری خود را هم مراعات خواهد کرد. تکرار دائمی نماز در شبانه‌روز، آراستگی و پاکی انسان را در طول روز حفظ خواهد کرد و زندگی را پاک و باصفاً می‌سازد.

پوشش زنان باعث (علت) بالا رفتن سلامت اخلاقی جامعه می‌شود (معلول) و همسر از محارم سببی است چون سبب محروم شدن، ازدواج است و ادامه‌ی آیه‌ی «...يَدِنِينَ عَلَيْهِنَّ مِنْ جَلَابِبِهِنَّ...»، «...ذَلِكَ أَدْنَى أَنْ يَعْرَفَ فَلَا يُؤْذِنُ...» می‌باشد.

میان کسانی که با خدا دوستی می‌ورزند و کسانی که دشمن خدا هستند، برای همیشه رابطه‌ی کینه و دشمنی برقرار است. مگر آن‌که آنان از دشمنی با خدا دست بردارند و به خدای یگانه ایمان آورند. آیه‌ی شریقه‌ی «...هَنَّىءَنَّا بِاللَّهِ وَحْدَهِ» بیانگر این موضوع است.

پایه و اساس دین داری، عبارت «لَا إِلَهَ إِلَّا اللَّهُ» است که در این عبارت از لحاظ تقدم و تأخیر تبری مقدم بر تولی است.

با پیروی از خداوند باید بگذاریم عشق به سعادت حقیقی در دل ما جوانه بزند، آن‌گاه خواهیم دید هر سختی بر ما آسان خواهد شد و این موضوع در آیه‌ی شریقه‌ی «قُلْ إِنْ كُنْتُمْ تَحْبُّونَ اللَّهَ فَاتَّبِعُونِي...» تجلی دارد.



## کanal رفع اشکال: @zaban\_gaj

DriQ.com

## زبان انگلیسی



او چنان مدل موی جالبی دارد که در هنگام راه رفتن در خیابان توجه زیادی را [به خودش] جلب می‌کند.

توضیح: با توجه به ساختار زیر، جمله با گزینه‌ی (۳) کامل می‌شود:

(جمله + such a / an + (that) + اسم قابل شمارش مفرد + صفت) +

ما به خانه‌ی دیگری نقل مکان کردیم چون که خانه‌ی قبلی خیلی کوچک بود.

توضیح: با توجه به ساختار زیر و وجود مفهوم منفی در جمله، گزینه‌ی (۱) صحیح می‌باشد:

( مصدر با to ) + (for + (to) + (مفعول + قید حالت / صفت +

سیاره‌ی مریخ سطحی دارد که تا حدودی شبیه سطح [کره‌ی] ماه ماست.

توضیح: حرف اضافه‌ی صفت "similar" (شبیه، مشابه)، گزینه‌ی to می‌باشد.

احتمالاً قربانی زمین‌لر زه بدون غذا و تجهیزات پزشکی بیشتر، مدت بسیار زیادتری زنده نخواهد ماند.

- ۱) ارزیابی کردن
- ۲) خلق کردن؛ ایجاد کردن
- ۳) زنده ماندن، جان سالم به در بردن
- ۴) کار کردن؛ عمل کردن

فکر نمی‌کنم آن کار را به دست بیاورم چون که آن‌ها شخصی را با تجربه‌ی زیاد می‌خواهند و من فقط یک سال در این حوزه کار کرده‌ام.

- ۱) تجربه
- ۲) بخش، قسمت
- ۳) تنوغ؛ گوناگونی
- ۴) بیانیه؛ بیان

هرگاه که احساس بدی دارم، تلاش می‌کنم به یاد بیاورم که میلیون‌ها نفر هستند [که] از خودم کم اقبال‌تر هستند.

- ۱) احساساتی؛ احساسی
- ۲) خاص، ویژه
- ۳) منطقی، معقول
- ۴) خوش‌شانس؛ خوش‌آقبال

دخلترهای دوقلوی همسایه‌ام به لحاظ جسمی بسیار شبیه هستند، اما شخصیت آن‌ها کاملاً متفاوت است.

- ۱) از نظر ذهنی، از نظر روحی
- ۲) به لحاظ جسمی، از لحاظ بدنی
- ۳) مرتباً، منظمًا

مناطق وسیعی از آفریقا، آمریکا، آسیا و استرالیا از چمنزار تشکیل شده است. مناطقی که برای جنگل‌ها بسیار خشک است اما برای علف‌ها خیلی خشک نیست. علف‌ها خودشان گیاهان گل‌داری هستند که بعد از این‌که حیوانات آن‌ها را می‌خورند، می‌توانند به سرعت دوباره رشد کنند. هم‌چنین علف‌ها در صورتی که آتش در فصل گرم [و] خشک از میان دشت‌ها عبور کند، به سرعت ترمیم پیدا می‌کنند. آتش تنها قسمت بالای علف را می‌سوزاند، بنابراین ریشه‌ها و ساقه‌ها آسیب نمی‌بینند. چمنزارها برای بسیاری از حیوانات خانه‌ای را فراهم می‌کنند. هر یک با تقدیمه از بخش متفاوتی از گیاهان علف زنده می‌ماند. برای مثال، گورخر علف‌های رخت و قدیمی تر را می‌خورد، در حالی که گاو و حشی آفریقایی از جوانه‌ها می‌چرد. آهوی تامسون نزدیک زمین را می‌جود. ملخ‌ها، مورچه‌ها و موریانه‌ها در میان ساقه‌ها و ریشه‌های علف منزل می‌کنند؛ این حشرات به نوبه‌ی خود برای حیوانات بزرگ‌تر مانند مورچه‌خوارها و گورکن‌ها غذا محسوب می‌شوند.



**۶۸** توضیح: با توجه به مفهوم جمله و مقایسه‌ی صورت گرفته در جمله، یکی از کلمات ربط "but" و "however" در گزینه‌های (۳) و (۴) می‌تواند صحیح باشد. البته در گزینه (۴) نیز کاربرد "enough" و همین طور مفهوم کلی گزینه، با جمله انطباق ندارد.

**۶۹** توضیح: با توجه به این‌که در این تست، ضمیر در جایگاه مفعول جمله به کار رفته و مفعول به فاعل جمله اشاره ندارد، در جای خالی به ضمیر مفعولی "them" نیاز داریم.

۴) نگران، دلوپس

۳) پوشیده

۱) صدمه دیده، آسیب دیده ۲) مجروح

۱) ۷۰

۲) تهیه کردن، فراهم کردن

۱) سازماندهی کردن؛ مرتب کردن

۲) ۷۱

۴) محاصره کردن؛ احاطه کردن

۳) عمل کردن؛ [دستگاه و غیره] به کار اندختن

۲) ۷۲

توضیح: از ساختار « فعل + by » برای اشاره به شیوه و روش انجام عمل استفاده می‌شود.

زمانی که شما قوطی نوشابه‌ی خودتان را داخل سطل بازیافت می‌اندازید، احتمالاً هیچ‌گاه فکر نمی‌کنید کجا بوده یا به کجا می‌رود. قوطی‌های نوشابه یک محصول آلومینیمی هستند که به طور کامل قابل بازیافت هستند. تولیدکنندگان آن قوطی را از سطل [بازیافت] برخواهند داشت. آن‌ها روی آن آلومینیم مراحلی را انجام خواهند داد و قوطی‌های جدید یا محصولات دیگر خواهند ساخت. مواد بازیافتی دیگر چگونه استفاده می‌شوند؟

مواد بازیافتی محصولات متفاوتی را می‌سازند، کاغذ بازیافت شده تنها کاغذ یا مقوا را تولید نمی‌کند. آن همچنان در عایق و جای خواب حیوانات استفاده می‌شود. شیشه برای ساخت ظروف شیشه‌ای جدید خرد می‌شود. آن همچنان به عنوان جای گزینی برای ماسه در بتن استفاده می‌شود. همچنان بازیافت آلی وجود دارد. آن هنگامی است که گیاهان و ته‌مانده‌های خوراکی از طریق تبدیل به کود گیاهی بازیافت شوند. ته‌مانده‌ی خوراکی از طریق تبدیل به کود گیاهی، امکان تجزیه می‌یابند. سپس آن‌ها به خاک اضافه می‌شوند تا آن را حاصلخیزتر کنند.

مردم تنها کسانی نیستند که بازیافت می‌کنند. بسیاری از کسب‌وکارها هم بازیافت می‌کنند. اداره‌ها اغلب برای کاغذ و مقوا سطل‌های بازیافت دارند. کافه‌تریاها برای قوطی‌ها و شیشه‌ها و شیشه‌ای [محصول] دارند. قوطی‌های نوشابه‌ای که بازیافت می‌شوند واقعاً به حساب می‌آیند. بیش از نیمی از قوطی‌های نوشابه‌ی آلومینیمی در ایالات متحده بازیافت می‌شوند. بازیافت قوطی‌ها، به جای ساختن قوطی‌های جدید، برای کارخانه‌ها، مقدار زیادی انرژی صرفه‌جویی می‌کند. مقدار انرژی صرفه‌جویی شده توسط یک [قططی] نوشابه ۱۲ اونسی می‌تواند یک لامپ را برای تقریباً ۴ ساعت روشن کندا بازیافت می‌تواند به سیاره [ما] به شکلی بزرگ فایده برساند.

**۷۳** نویسنده اطلاعات را در این متن چگونه سازماندهی می‌کند؟

۱) نویسنده اطلاعات را به ترتیب اهمیت فهرست می‌کند.

۲) نویسنده با استفاده از مثال‌ها و مفاهیم مرتبط در مورد یک ایده‌ی اصلی بحث می‌کند.

۳) نویسنده دلایلی ارائه می‌کند تا خوانندگان را در مورد دیدگاه خودش متعاقد کند.

۴) نویسنده یک مشکل و چند راه حل احتمالی را [برای آن] شرح می‌دهد.

در پایان پاراگراف اول، نویسنده نوشت: «مواد بازیافتی دیگر چگونه استفاده می‌شوند؟» نویسنده این جمله را آورده است تا .....

**۷۴** ۱) درک خواننده را از پاراگراف اول زیر سؤال ببرد

۲) نکات اصلی پاراگراف اول را خلاصه کند

۳) خواننده را به پاراگراف بعدی ببرد که به این سؤال پاسخ می‌دهد

۴) در داخل متن حس انتظار را شکل دهد

می‌توان از پاراگراف آخر برداشت کرد که بازیافت برای زمین مفید است چون که آن .....

۱) در انرژی صرفه‌جویی می‌کند

۲) زندگی‌ها را نجات می‌دهد

۳) چرخه‌ای را به وجود می‌آورد

۴) لامپی را روشن می‌کند

ایده‌ی اصلی این متن چیست؟

۱) کاغذ بازیافتی می‌تواند مقوا و عایق را تولید کند، شیشه‌های بازیافتی می‌توانند ظروف شیشه‌ای جدید را تولید کنند و گیاهان و ته‌مانده‌های خوراکی بازیافتی می‌توانند خاک جدیدی را به وجود بیاورند.

۲) وقتی یک قوطی آلومینیمی بازیافت می‌شود، تولیدکنندگان می‌توانند روی آلومینیوم مراحلی را انجام دهند و قوطی‌های تازه‌ای را تولید کنند.

۳) دانشمندان باید روش‌های جدیدی را برای بازیافت محصولات استفاده شده بیابند تا بتوانیم از آن‌ها به حداقل دفعات ممکن استفاده کنیم.

۴) بازیافت شامل تولید محصولات جدید از موادی است که مردم و شرکت‌ها [قبلاً] استفاده کرده‌اند.

۱) ۷۵

۴) ۷۶



در طول تاریخ، افراد از روش‌های مختلفی برای مکان‌یابی خودشان یا مکان‌ها استفاده کرده‌اند. افرادی که در غار زندگی می‌کردند که می‌خواستند به مکانی برگردند یا به کسی بگویند که چطور آن جا بروود از نقاشی یا نشانه‌ها استفاده می‌کردند. اولین نقشه‌ی شناخته شده در ۳۰۰۰ سال پیش از میلاد بر روی لوح خاک رس نوشته شد. در مصر، در ۱۴۰۰ سال پیش از میلاد، نقشه‌ای کشیده شد که علامت‌هایی را که در امتداد رود نیل قرار داشتند، نشان می‌داد. این کمک می‌کرد که تصمیم بگیرند هر کس چه مقدار مالیات پرداخت کند. اما زمانی که نیل طغیان کرد، نشانه‌ها شسته شدند.

یک نقشه‌نگار معروف آمریگو وسیوچی بود، یک تاجر که وقتی به دنیا جدید (آمریکا) سفر کرد، نامش را بر روی نقشه‌ها امضا می‌کرد. افراد بسیاری فکر می‌کردند آمریگو نام سرزمه‌نی های جدید بود.

زمانی که لوئیس و کلارک غرب ایالات متحده را کاوش می‌کردند، از [تکه] چوب که توسط زنجیر بلندی به طول سی و سه فوت به هم متصل بودند، استفاده کردند. هشتاد زنجیر بالغ بر یک مایل بود. این برای تعیین مسافت، آسان‌تر از با قدم اندازه گرفتن – [یعنی] اندازه گرفتن [مسافت] با شمردن قدم‌ها – بود. آن‌ها همچنین از ستاره‌ها، خورشید، ماه و یک قطب‌نما استفاده می‌کردند.

نقشه‌های جدید برای نشان دادن مسافت‌ها، از نمادها و یک راهنمای استفاده می‌کنند. برای مثال، معمولاً یک اینچ روی نقشه‌ی ایالات متحده در یک اطلس، معادل با ۱۵۰ مایل روی زمین است. یک روش رایج برای اندازه‌گیری مسافت، شامل مقدار زمانی است که طول می‌کشد تا پرتوی لیزر از یک نقطه به نقطه دیگر برسد. سیستم‌های مکان‌یابی جهانی می‌توانند سیگنال‌ها را از ماهواره‌ها ساطع کنند تا مسافت را اندازه بگیرند یا شخصی را بیابند.

## ایده‌ی اصلی این متن چیست؟

۴ ۷۷

- ۱) خواننده درگیر توسعه‌ی روش‌های جدید مکان‌یابی مردم و مکان‌ها خواهد شد.
- ۲) روش‌های نقشه‌نگاری لوئیس و کلارک بسیار بهتر از روش‌های استفاده شده در گذشته بود.
- ۳) در ایالات متحده نقشه‌نگاری همیشه مهم بوده است.
- ۴) روش‌های یافتن و ثبت موقعیت محل‌ها در طول تاریخ تغییر کرده است.

نقشه‌های مصری که علامت‌هایی را در امتداد رود نیل نشان می‌دادند، عمدتاً برای ..... استفاده می‌شوند.

- (۱) مکان‌های تعطیلات
- (۲) حدود املاک
- (۳) محاسبات مالیاتی
- (۴) کنترل سطح آب

برمبنای اطلاعات [موجود] در متن، چرا لوئیس و کلارک در حال سفر مسافت را اندازه‌گیری می‌کردند؟

۵ ۷۹

- (۱) آن‌ها باید مطمئن می‌شوند نقشه‌شان درست بود.
- (۲) هیچ کس منطقه‌ای را که آن‌ها کاوش می‌کردند، نقشه‌برداری نکرده بود.
- (۳) اندازه گرفتن مسافت مانع گم شدن آن‌ها می‌شد.
- (۴) آن‌ها تلاش می‌کردند تعداد معینی از مایل‌ها را طی کنند.

متن اطلاعات کافی ارائه می‌کند تا به کدام یک از سوالات زیر پاسخ دهد؟

۶ ۸۰

- (۱) کدام مردم عنوان اولین نقشه‌کشان جهان را در اختیار دارند؟
- (۲) ما اولین بار چه زمانی از [موجود] نقشه‌ای که علامت‌های امتداد رود نیل را نشان می‌داد، مطلع شدیم؟
- (۳) بعضی از ابزارهایی که لوئیس و کلارک در کاوش‌هایشان استفاده کردند چه بودند؟
- (۴) کارآمدترین روش اندازه‌گیری مسافت چیست؟



کanal رفع اشکال: @riazi\_gaj

DriQ.com

ریاضیات



**نکته:** به طورکلی  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^n - 1} = \frac{m}{n}$  می‌باشد.

برای محاسبه‌ی حد، ابتدا کسر را نفکیک کرده سپس از نکته‌ی فوق استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt[3]{x} - 1)(\sqrt[5]{x} - 1)}{(x - 1)^3} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt[3]{x} - 1)(\sqrt[5]{x} - 1)}{(x - 1)(x - 1)(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} \right) \left( \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1} \right) \left( \frac{\sqrt[5]{x} - 1}{x - 1} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\frac{1}{2}(x^{\frac{1}{2}} - 1)}{x - 1} \cdot \frac{\frac{1}{3}(x^{\frac{1}{3}} - 1)}{x - 1} \cdot \frac{\frac{1}{5}(x^{\frac{1}{5}} - 1)}{x - 1} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{30} \end{aligned}$$



$$(1+u)^n \underset{u \rightarrow 0}{\sim} 1+nu$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1+2x \underset{x \rightarrow 0}{\sim} (1+x)^2 \\ 1+3x \underset{x \rightarrow 0}{\sim} (1+x)^3 \\ 1+5x \underset{x \rightarrow 0}{\sim} (1+x)^5 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+2x)(1+3x)(1+5x)-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^2(1+x)^3(1+x)^5-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{10}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+10x)-1}{x} = 10.$$

در هم ارزی برنولی داشتیم:

۳ ۸۲

نکته:

$$(\cos^m p - \cos^n q) \underset{p,q \rightarrow 0}{\sim} \frac{nq^r}{r} - \frac{mp^r}{r}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^r x - \sqrt{\cos x}}{x^r} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{r} x^{r-1} - \frac{1}{2} x^{r-2}}{x^r} = \frac{-\frac{1}{2}}{r}$$

$$u - \tan u \underset{u \rightarrow 0}{\sim} \frac{-1}{3} u^3 \text{ و } 1 - \cos^k u \underset{u \rightarrow 0}{\sim} \frac{k u^2}{2} : \text{نکته}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^r \sqrt{\cos x} - \tan^r x}{x^r} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^r \sqrt{\cos x} - x^r - \tan^r x + x^r}{x^r} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^r (\sqrt{\cos x} - 1) + (x^r - \tan^r x)}{x^r} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^r (\sqrt{\cos x} - 1) + ((x - \tan x)(x + \tan x))}{x^r} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^r \left(-\frac{1}{2} x^2\right) + \left(-\frac{1}{3} x^3\right)(2x)}{x^r} = -\frac{1}{2} - \frac{2}{3} = -\frac{11}{12} \end{aligned}$$

در محاسبه‌ی این حد از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم:

۳ ۸۴

$$r^x = A \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} r^x = \lim_{A \rightarrow r} A$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{r^x - 2(r^x) - 21}{q^x + 2(r^x) - 15} = \lim_{A \rightarrow r} \frac{A^r - 2A - 21}{A^r + 2A - 15} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{A \rightarrow r} \frac{rA^{r-1} - 2}{2A + 2} = \frac{2r - 2}{8} = \frac{25}{8}$$

با توجه به قواعد تابع معکوس مثلثاتی می‌دانیم:

۲ ۸۵

$$\begin{cases} \sin(\cos^{-1} x) = \sqrt{1-x^2} \\ \cos(\sin^{-1} x) = \sqrt{1-x^2} \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\cos(\sin^{-1} x)}{\sqrt{1-x^2}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{\frac{1-x^2}{1-x^2}}}{\sqrt{\frac{-2x}{-5x^2}}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

برای مشخص کردن نقاطی که تابع حد ندارد باید نقاطی را به دست بیاوریم که داخل برآکت را صحیح می‌کنند و آن نقاط ریشه‌های قبل از برآکت و نقاط  $\min$  و  $\max$  داخل برآکت نباشد.

۱ ۸۶

$$y = (x^2 - 1)[x^4] \quad x \in (-1, 2)$$

$$x^4 = k \Rightarrow x = \pm \sqrt[4]{k} \Rightarrow x = \{\pm 1, 0, \pm \sqrt[4]{2}, \pm \sqrt[4]{3}, \dots, \pm \sqrt[4]{16}\}$$

$x = 1$  ریشه‌ی قبل از برآکت می‌باشد و  $x = 0$  طول نقطه داخل برآکت می‌باشد. پس تابع در این نقاط حد دارد.

$x = \pm \sqrt[4]{16}, \dots, x = -\sqrt[4]{3}, x = -\sqrt[4]{2}, x = -1$  عضو بازه نمی‌باشند. پس نقاطی که تابع در بازه‌ی  $(-1, 2)$  در آن نقاط حد ندارد

$$x = \sqrt[4]{2}, \sqrt[4]{3}, \dots, \sqrt[4]{15}$$

برابر است با:

که تعداد آنها ۱۴ تا می‌باشد.



$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{\sin x} & [x] \leq -1 \\ a & [x] > -1 \end{cases}$$

می‌دانیم اگر  $x \in [n+1, n+2]$  آن‌گاه  $x > n$  و اگر  $n < x \leq n+1$  آن‌گاه  $x < n+1$ ؛ پس ضابطه‌ی تابع فوق را این گونه می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{\sin x} & x < 0 \\ a & x \geq 0 \end{cases}$$

برای آن‌که تابع پیوسته باشد باید داشته باشیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0)$$

برای محاسبه‌ی حد چپ تابع از هم‌ارزی زیر استفاده می‌کنیم:

$$1 - \cos u \sim \frac{u^2}{2} \quad u \rightarrow 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{\frac{x^2}{2}}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}x}{x} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

حد راست تابع و مقدار تابع برابر  $a$  است، پس برای پیوسته بودن،  $a$  باید برابر  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  باشد.

طبق نتیجه‌ی قضیه مقدار میانی باید بازه‌ی  $(a, b)$  را طوری انتخاب کنیم که  $f(a) \cdot f(b) < 0$  باشد.

اعداد ابتدا و انتهای بازه‌ها را در جدول زیر از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

$x$	$-\frac{5}{8}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{8}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$
$x^5 + 2x + 1$	-	-	-	+	+
	-	-	-	+	+

$$1) f(-\frac{1}{2}) \cdot f(-\frac{3}{8}) > 0$$

$$2) f(-\frac{1}{4}) \cdot f(\frac{3}{8}) > 0$$

$$3) f(-\frac{3}{8}) \cdot f(-\frac{1}{4}) < 0$$

$$4) f(-\frac{5}{8}) \cdot f(-\frac{1}{2}) > 0$$

پس گزینه‌ی (۳) درست می‌باشد.

چون این تابع پیوسته است، فاصله‌ی پیوستگی تابع  $f^{-1}$  همان دامنه تابع  $f$  می‌باشد. پس باید برد تابع  $f$  را محاسبه کنیم:

$$f = \sqrt{10-x} - \sqrt{x-1}$$

$$D_f = \begin{cases} 10-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 10 \\ x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow D_f = [1, 10]$$

مشتق تابع  $f(x)$  را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{10-x}} - \frac{1}{2\sqrt{x-1}} < 0$$

$f$  در دامنه‌ی خود اکیداً نزولی می‌باشد. پس برای محاسبه‌ی برد، کافی است حدود دامنه را در تابع گذاشته و مقدار  $f$  را محاسبه کنیم:

$$A \Big| \frac{1}{3} \quad B \Big| \frac{10}{3}$$

يعنى  $R_f = [-3, 3]$  در نتیجه بازه‌ی پیوستگی  $f^{-1}$  برابر است با  $[-3, 3]$  و  $6 = 3 - (-3)$

ابتدا نامساوی را طرفین وسطین نموده تا  $a_n$  را به دست آوریم.

۹۱

$$\frac{10 - 3a_n}{a_n - 3} > n \xrightarrow{a_n \rightarrow 3^+} 10 - 3a_n > na_n - 3n \Rightarrow 3n + 10 > a_n(n + 3) \Rightarrow \frac{3n + 10}{n + 3} > a_n$$

از طرفی در فرض مسئله گفته شده بود  $a_n > 3$  می‌باشد، پس می‌توان گفت:

$$3 < a_n < \frac{3n + 10}{n + 3}$$

حال طبق قضیه فشردگی می‌توان نتیجه گرفت:

$$\begin{cases} \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n + 10}{n + 3} = 3 \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} 3 = 3 \end{cases} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 3$$

دنبله‌ی  $a_n$  همگرا به ۳ است.

ابتدا با توجه به روابط مثلثاتی، عبارت زیر رادیکال را ساده می‌کنیم:

$$1 - \sin 2x = (\sin x - \cos x)^2 \quad \text{پادآور}$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} \frac{\sqrt{1 - \sin 2x}}{\tan x - \cot x} = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} \frac{\sqrt{(\sin x - \cos x)^2}}{\tan x - \cot x} = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} \frac{|\sin x - \cos x|}{\tan x - \cot x}$$

می‌دانیم برای  $x$ ‌های کمتر از  $\frac{\pi}{4}$ ، عبارت  $\sin x - \cos x$  منفی می‌باشد. پس عبارت داخل قدرمطلق قرینه‌اش بیرون می‌آید.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{\cos x - \sin x}{\tan x - \cot x} \stackrel{\overset{\circ}{\circ}}{\underset{\text{Hop}}{=}} \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} \frac{-\sin x - \cos x}{(\tan x - \cot x)} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}}{(\tan \frac{\pi}{4}) + (\cot \frac{\pi}{4})} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 28x - 24)^{1/2}}{(x^2 - x - 6)^{3/2}}$$

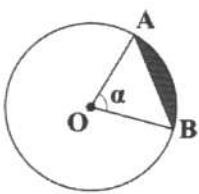
باید عبارت‌های داخل پرانتز در صورت و مخرج کسر را بر  $(x + 2)$  تقسیم نموده و آن‌ها را تجزیه کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 28x - 24)^{1/2}}{(x^2 - x - 6)^{3/2}} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{((x+2)^2(x-3))^{1/2}}{((x+2)(x-3))^{3/2}} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)^{1/2}(x-3)^{1/2}}{(x+2)^{3/2}(x-3)^{3/2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-3)^{1/2}}{(x-3)^{3/2}} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{(x-3)^{2/2}} = \frac{1}{(-5)^{2/2}} = \frac{1}{5^{2/2}} = 5^{-2/2}$$

دایره به شعاع واحد یعنی  $R = 1$ . در این شکل یک قطاع  $OAB$  و یک مثلث  $OAB$  می‌بینیم:

۹۲



$$S_{\text{قطع}} = \frac{1}{2} R^2 \alpha$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} R^2 \sin \alpha$$

$$S_{\text{زنگی}} = S_{\text{قطاع}} - S_{\text{مثلث}} \Rightarrow S_{\text{زنگی}} = \frac{1}{2} R^2 \alpha - \frac{1}{2} R^2 \sin \alpha = \frac{1}{2} R^2 (\alpha - \sin \alpha) \stackrel{R=1}{=} \frac{1}{2} (\alpha - \sin \alpha)$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{S_{\text{زنگی}}}{\alpha^3} = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}(\alpha - \sin \alpha)}{\alpha^3} = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{6}\alpha^2)}{\alpha^3} = \frac{1}{12}$$

$$u - \sin u \sim \frac{1}{6} u^3 \quad \text{پادآور} \quad u \rightarrow 0$$



۹۵ ۱ تابع  $y = \frac{3}{x}$ , جز در صفر پیوسته است و در  $x = -\frac{1}{3}$ , حد چپ, حد راست و مقدارش مساوی است. چون  $y = \frac{3}{x}$  نزولی است, پس

مقدار حد راست تابع  $[y] = \frac{-6}{x}$  کمتر از مقدار تابع  $y = \frac{3}{x}$  است. در مورد تابع  $y = \frac{-6}{x}$  هم به طور مشابه.

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})^+} [\frac{3}{x}] - [\frac{-6}{x}] = [-6^-] - [12^+] = -7 - 12 = -19$$

۹۶ ۳ اولاً داریم:

$$31! + 30! = 31 \times 30! + 30! = 30!(31+1) = 30! \times 32$$

عدد ۲۲ که فقط دارای عامل اول ۲ است.

عدد  $30!$  هم دارای عوامل اول ۲، ۵، ۳، ۲، ۷، ۵، ۳، ۱۱، ۱۷، ۱۳، ۱۱، ۲۳، ۱۹ و ۲۹ است.

پس در کل بر ۱۰ عدد اول بخش پذیر است.

۹۷ ۲

نکته:

$$n! = [\frac{n}{p}] + [\frac{n}{p^2}] + [\frac{n}{p^3}] + \dots$$

عدد ۷۵ دارای عوامل ۳ و ۵ است پس باید ببینیم در تجزیه  $45!$  چه تعداد ۳ و ۵ وجود دارد.

$$\begin{cases} [\frac{45}{3}] + [\frac{45}{9}] + [\frac{45}{27}] = 15 + 5 + 1 = 21 \\ [\frac{45}{5}] + [\frac{45}{25}] = 9 + 1 = 10 \end{cases}$$

$$45! = 3^{21} \times 5^{10} \times \dots = 3^{21} \times (5^2)^5 \times \dots = 75^5 \times \dots$$

پس در  $45!$ , ۵ بار عدد ۷۵ ساخته می شود.

۹۸ ۴

$$\begin{cases} 15|m \Rightarrow m=15q \\ m|7500 \end{cases} \Rightarrow 15q|7500 \Rightarrow q|500 = 2^3 \times 5^3$$

$\Rightarrow$  تعداد جوابهای  $q$  = تعداد جوابهای  $m$  = تعداد مقسوم علیه های طبیعی عدد  $500$  = تعداد جوابهای  $q$  = ۱۲

نکته: اگر عدد  $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$  به عوامل اول تجزیه شده باشد, آنگاه:

$$n = (\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \dots (\alpha_k + 1)$$

$$n = 2(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \dots (\alpha_k + 1)$$

۹۹ ۳

$$47p + 1 = n^2 \Rightarrow 47p = n^2 - 1 = (n-1)(n+1) = 1 \times 47p = 47 \times p$$

با توجه به این که دو عبارت  $n-1$  و  $n+1$  دو واحد اختلاف دارند, پس ۱ و  $47p$  نمی توانند قبل قبول باشد.

$$\begin{cases} n-1 = 47 \\ n+1 = p \end{cases} \Rightarrow n = 48, p = 49$$

با

$$\begin{cases} n-1 = p \\ n+1 = 47 \end{cases} \Rightarrow n = 46, p = 45$$

بنابراین چنین عدد اولی وجود ندارد.

۱۰۰ ۱ ب.م.م دو عدد ۷۲ و ۱۳۲ عدد ۱۲ است.  $(72, 132) = (2^3 \times 3^2, 2^3 \times 3 \times 11) = 2^3 \times 3 = 24$  فقط بنابراین از عبارت  $72x + 132y$  فقط

مضارب ۱۲ خارج می شود.

پس کوچکترین عضو مجموعه مورد نظر  $5 = 12 - 7$  است.



$$\left. d \mid 11n+3 \\ d \mid n-4 \Rightarrow d \mid 11(n-4) = 11n - 44 \right\} \Rightarrow d \mid (11n+3) - (11n-44) = 47 \Rightarrow d \mid 47 \Rightarrow d=1 \text{ یا } 47$$

چون دو عدد نسبت به هم اول نیستند، پس  $d=47$

$$47 \mid n-4 \xrightarrow{n \text{ دو رقمی است.}} n-4=47 \text{ یا } 94 \Rightarrow n=51, 98$$

می‌دانیم ک.م. دو عدد برابر با حاصل ضرب عوامل مشترک و غیرمشترک با توان بیشتر است:

$$12 = 2^2 \times 3$$

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5$$

بنابراین باید عدد  $a$  عامل  $2^4$  را داشته باشد و هم‌چنین عامل ۵ را.

چون عدد ۱۲ این عوامل را ندارد، پس عدد  $a$  به صورت  $2^k \times 5 \times 3^m$  است که  $k$  می‌تواند صفر یا یک باشد، پس برای  $a$  دو جواب وجود دارد.

اگر ب.م. دو عدد  $a$  و  $b$  برابر  $d$  باشند، با فرض  $a < b$  داریم:

$$a = da', b = db' \text{ و } (a', b') = 1 \text{ و } [a, b] = da'b'$$

$$2M = 12d + 5 \Rightarrow 2da'b' = 12d + 5 \Rightarrow 2da'b' - 12d = d(2a'b' - 12) = 5 = 1 \times 5$$

$$\begin{cases} d=1 \\ 2a'b' - 12 = 5 \Rightarrow 2a'b' = 17 \Rightarrow a'b' = 9 \Rightarrow \begin{cases} a'=b'=3 \\ a'=1, b'=9 \end{cases} \Rightarrow a=1, b=9 \end{cases}$$

یا

$$\begin{cases} d=5 \\ 2a'b' - 12 = 1 \Rightarrow 2a'b' = 13 \Rightarrow a'b' = 13 \Rightarrow a'=1, b'=13 \Rightarrow a=5, b=13 \end{cases}$$

پس دو جفت جواب برای  $a$  و  $b$  وجود دارد.

$$ra^\tau + s^\tau b^\tau = 1 \Rightarrow \begin{cases} (r, s^\tau) = 1 \Rightarrow (r, s) = 1 \\ (r, b^\tau) = 1 \Rightarrow (r, b) = 1 \\ (a^\tau, s^\tau) = 1 \Rightarrow (a, s) = 1 \\ (a^\tau, b^\tau) = 1 \Rightarrow (a, b) = 1 \end{cases}$$

$(r, s) = 1 \Rightarrow (r^\tau, s) = 1 \Rightarrow$  گزینه‌ی (۱) درست است.

$(a, b) = 1 \Rightarrow (a^\tau, b^\tau) = 1 \Rightarrow$  گزینه‌ی (۲) درست است.

$(r, s) = 1 \Rightarrow (rs, r+s) = 1 \Rightarrow$  گزینه‌ی (۳) درست است.

توجه کنید که اگر  $a$  و  $b$  نسبت به هم اول باشند،  $a+b$  و  $a-b$  می‌توانند دارای مقسوم‌علیه مشترک ۲ باشند. مثلاً  $a=5$  و  $b=3$ .

بنابراین گزینه‌ی (۴) همواره درست نیست.

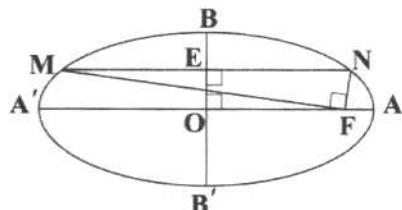
$$[r, \lambda, 10] = [2 \times 3, 2^\tau, 2 \times 5] = 2^\tau \times 3 \times 5 = 120$$

اگر عدد  $a$  مضرب هر سه عدد ۶، ۸ و ۱۰ باشد، باید مضرب ک.م.م آن‌ها نیز باشد:

$$[r, \lambda, 10] = 120 \mid a \Rightarrow \begin{cases} a = 120q < 1000 \\ 1 \leq q \leq \lambda \end{cases}$$

بنابراین برای  $a$ ، ۸ جواب سه رقمی وجود دارد.

ابتدا مختصات نقاط  $M$  و  $N$  را به دست می‌آوریم:



$$\frac{x^\tau}{a^\tau} + \frac{y^\tau}{b^\tau} = 1 \xrightarrow{y=\frac{b}{\tau}} \frac{x^\tau}{a^\tau} = 1 - \frac{1}{\tau} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

پس:

$$M\left(-\frac{a\sqrt{3}}{2}, \frac{b}{2}\right), N\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}, \frac{b}{2}\right)$$

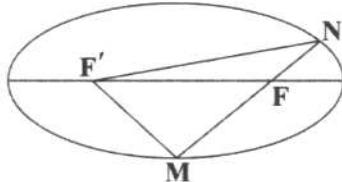
و با توجه به  $F(C, ۹۰^\circ)$  داریم:

$$m_{MF} \times m_{NF} = -1 \Rightarrow \frac{-\frac{b}{c}}{c + \frac{a\sqrt{3}}{2}} \times \frac{-\frac{b}{c}}{c - \frac{a\sqrt{3}}{2}} = -1 \Rightarrow \frac{\frac{b^2}{c^2}}{\frac{c^2 - \frac{3a^2}{4}}{c^2}} = -1 \Rightarrow \frac{b^2}{c^2} = \frac{3a^2}{4} - c^2$$

با قرار دادن  $b^2 = a^2 - c^2$  داریم:

$$\frac{a^2 - c^2}{c^2} = \frac{3a^2}{4} - c^2 \Rightarrow a^2 - c^2 = 3a^2 - 4c^2 \Rightarrow 2c^2 = 2a^2 \Rightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

۱۰۷



$$MNF' = \text{محیط مثلث } MNF' = \underbrace{MF' + MF}_{2a} + \underbrace{NF + NF'}_{2a} = 4a$$

$$x^2 + 4y^2 - 2x - 16y + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + 4(y-2)^2 = 16$$

$$\Rightarrow \frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

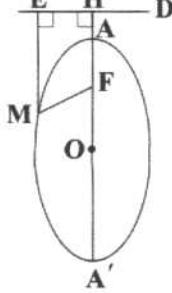
$$MNF' = \text{محیط مثلث } MNF' = 4a = 4 \times 4 = 16$$

روش اول: ۱۰۸

**نکته:** در صفحه، خط  $D$  و نقطه  $F$  غیرواقع بر آن را در نظر می‌گیریم. مکان هندسی نقاطی که نسبت فاصله‌ی آن‌ها از نقطه‌ی  $F$  به

فاصله‌شان از خط  $D$  مساوی عدد  $1$  ( $\frac{MF}{ME} = e = 1$ ) باشد، یک بیضی است. با فرض این‌که فاصله‌ی  $F$  تا خط  $D$  برابر  $k$  باشد

( $FH = k$ )، کمترین و بیشترین فاصله‌ی نقاط این بیضی از خط  $D$  به ترتیب برابر  $AH = \frac{k}{1-e}$  و  $A'H = \frac{k}{1+e}$  است.



در این پرسش  $e = \frac{1}{3}$  است. پس مکان مطلوب، بیضی

است. می‌خواهیم طول وتر کانونی آن یعنی  $\frac{2b^2}{a}$  را محاسبه کنیم. داریم:

$$k = |4 - 0| = 4, AH = \frac{k}{1+e} = \frac{4}{1+\frac{1}{3}} = 3, A'H = \frac{k}{1-e} = \frac{4}{1-\frac{1}{3}} = 6$$

$$2a = AA' = A'H - AH = 6 - 3 = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{c}{\frac{3}{2}} \Rightarrow c = \frac{1}{2} \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = \frac{9}{4} - \frac{1}{4} = \frac{8}{4} = 2 \Rightarrow b = \sqrt{2}$$

$$\frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times (\sqrt{2})^2}{\frac{3}{2}} = \frac{8}{3}$$

روش دوم: فاصله‌ی نقطه‌ی  $M(x, y)$  از خط  $4y - 4 = 0$  برابر  $|y - 4|$  و فاصله‌ی نقطه‌ی  $M$  از نقطه‌ی  $F(2, 0)$  برابر

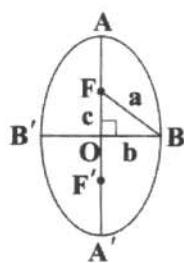
$MF = \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$  است. بنابراین  $MF = \frac{1}{3} ME$  می‌باشد. بنابراین  $MF = \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$

$$MF^2 = \frac{1}{9} ME^2 \Rightarrow (x-2)^2 + y^2 = \frac{1}{9}(y-4)^2 \Rightarrow (x-2)^2 + y^2 = \frac{y^2 - 8y + 16}{9}$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 + y^2 - \frac{y^2}{9} + \frac{8y}{9} = \frac{16}{9} \Rightarrow (x-2)^2 + \frac{8y}{9} = \frac{16}{9}$$

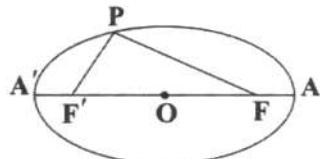
$$\Rightarrow (x-2)^2 + \frac{8}{9}(y+\frac{1}{2})^2 = \frac{16}{9} + \frac{1}{9} = 2 \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(y+\frac{1}{2})^2}{\frac{9}{4}} = 1$$





با فرض  $(x, y)$  و  $F(2, 0)$ ، معادله  $M(x, y) \cdot M(x, y) = 1$  به صورت  $MF + MF' = 1$  نوشته می‌شود و این یعنی مجموع فواصل نقطه  $M$  از دو نقطه ثابت  $F$  و  $F'$  برابر مقدار ثابت ۱ است و چون  $FF' = 4$  است پس مکان هندسی  $M$  بیضی به کانون‌های  $F$  و  $F'$  و مقدار ثابت  $2a = 2$  است. چون کانون‌ها هم طول هستند بیضی قائم است. اما در هر بیضی، فاصله‌ی انتهای قطر کوچک از کانون همواره برابر  $a$  است که در اینجا این مقدار ۵ می‌باشد.

۱۱۴



$$\begin{aligned} A'F' &= OA' - OF' = a - c \\ (\text{فرض}) PF' &= 2A'F' \Rightarrow PF' = 2(a - c) = 2a - 2c \\ PF + PF' &= 2a \Rightarrow PF + 2a - 2c = 2a \Rightarrow PF = 2c \\ 2x^2 + 4y^2 - 6x - 16y + 16 &= 0 \Rightarrow 2(x^2 - 3x) + 4(y^2 - 4y) + 16 = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2(x-1)^2 - 2 + 4(y-2)^2 - 16 + 16 = 0 \Rightarrow 2(x-1)^2 + 4(y-2)^2 = 3$$

$$\Rightarrow \frac{(x-1)^2}{\frac{3}{4}} + \frac{(y-2)^2}{\frac{3}{4}} = 1 \Rightarrow a^2 = 1, b^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow c = \frac{1}{2}$$

بنابراین داریم:

$$PF = 2c = 1$$

با توجه به وجود دو زوج مرتب  $(3, 2)$  و  $(b, \sqrt{9})$  و با توجه به شرط تابع بودن، باید  $b = 2$  باشد. با بازنویسی  $f$  داریم:

$$f = \{(3, 2), (2, 5), (7, a^2 + 2)\} \Rightarrow D_f = \{3, 2, 7\}, R_f = \{2, 5, a^2 + 2\}$$

چون تعداد اعضای  $f$  باید کمتر از  $D_f$  باشد، پس دو حالت زیر را داریم:

$$\begin{aligned} a^2 + 2 &= 2 \Rightarrow a^2 = 0 \Rightarrow a = 0 \\ a^2 + 2 &= 5 \Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow a = \pm\sqrt{3} \end{aligned}$$

سه مقدار برای  $a$  وجود دارد. بنابراین داریم:

$$\text{برد تابع داده شده با تصویر کردن نمودار آن روی محور } y \text{ ها به دست می آید. بنابراین داریم: } \Rightarrow R = (-\infty, -1] \cup (2, +\infty) \Rightarrow R = \mathbb{R} - (-1, 2]$$

چون برد برابر مجموعه‌ی اعداد طبیعی است، باید بینیم بهارای کدام گزینه، عددی طبیعی حاصل می‌شود:

$$1) x = 100 \Rightarrow y = -6(100) + \frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$$

$$2) x = -\frac{1}{6} \Rightarrow y = -6(-\frac{1}{6}) + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$$

$$3) x = -\frac{5}{12} \Rightarrow y = -6(-\frac{5}{12}) + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \in \mathbb{N}$$

$$4) x = \frac{5}{12} \Rightarrow y = -6(\frac{5}{12}) + \frac{1}{2} = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2 \notin \mathbb{N}$$

باید شبیه نقاط حاصل از هر دو نقطه با هم برابر باشند:

$$\frac{5a - 3 - 1}{2a - 1 - 1} = \frac{2a - 1}{a - 1} \Rightarrow \frac{5a - 4}{2a - 2} = \frac{2a - 1}{a - 1}$$

$$\Rightarrow (5a - 4)(a - 1) = (2a - 1)(2a - 2)$$

$$\Rightarrow 5a^2 - 5a - 4a + 4 = 4a^2 - 4a - 2a + 2$$

$$\Rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } a = 2$$

اما دقت کنید بهارای  $a = 1$ ، سه نقطه به صورت  $(1, 1)$ ،  $(1, 2)$  و  $(1, 1)$  می‌باشند که بیانگر تابع نیست. پس فقط  $a = 2$  قابل قبول است.

۱۱۹



$$f(x) = c \Rightarrow f(12) = f(2) = c$$

$$g \text{ تابعی همانی} \Rightarrow g(12) = 12$$

$$(f(12))^2 - \frac{1}{4}g(12) = \Delta f(2) \Rightarrow c^2 - \frac{1}{4}(12) = \Delta c \Rightarrow c^2 - \Delta c - 6 = 0 \Rightarrow c = -1 \text{ یا } c = 6$$

$$\Rightarrow f(4) = -1 \text{ یا } f(4) = 6$$

$$\begin{cases} f(4) = -1 \Rightarrow f(4) + g(-4) = (-1) + (-4) = -5 \\ f(4) = 6 \Rightarrow f(4) + g(-4) = 6 - 4 = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{حاصل جمع مقادیر ممکن} = -5 + 2 = -3$$

$$x + y = 7 \Rightarrow y = 7 - x \quad (*)$$

$$f(x, y) = x^7 + y^7 \xrightarrow{(*)} f(x) = x^7 + (7-x)^7 \Rightarrow f(9) = 9^7 + (7-9)^7 = 729 - 8 = 721$$

$$(y - x^7 + 5)((y - a)^7 + (x - 1)^7) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y - x^7 + 5 = 0 \Rightarrow y = x^7 - 5 \\ (y - a)^7 + (x - 1)^7 = 0 \end{cases}$$

معادله  $y = x^7 - 5$  رابطه‌ی یک تابع است. معادله‌ی دوم نیز باید جواب‌های برابری با معادله‌ی اول داشته باشد تا بتواند تابع شود.  
می‌دانیم مجموع دو عبارت نامنفی وقتی صفر است که هر دو عبارت هم‌زمان صفر باشند:

$$(x - 1)^7 + (y - a)^7 = 0 \Rightarrow x = 1, y = a$$

$$y = x^7 - 5 \Rightarrow a = 1^7 - 5 = -4$$

$$f(x) = x^7 - x + 2 = (x - \frac{1}{2})^7 + 2 - \frac{1}{4} = (x - \frac{1}{2})^7 + \frac{7}{4}$$

$$g(x) = x^7 - 5x + 3 = (x - \frac{5}{2})^7 + 3 - \frac{25}{4} = (x - \frac{5}{2})^7 - \frac{13}{4}$$

برای رسیدن از  $f$  به  $g$  داریم:

$$y = (x - \frac{1}{2})^7 + \frac{7}{4} \xrightarrow[\substack{\text{انتقال ۲ واحد به راست} \\ x \rightarrow x - 2}]{} y = (x - \frac{1}{2} - 2)^7 + \frac{7}{4} = (x - \frac{5}{2})^7 + \frac{7}{4}$$

$$\xrightarrow[\substack{\text{انتقال ۵ واحد به پایین}}]{} y = (x - \frac{5}{2})^7 + \frac{7}{4} - 5 = (x - \frac{5}{2})^7 - \frac{13}{4}$$

$$g(x) = \begin{cases} \frac{(x - 5)(x + 3)}{x - 5} & ; x \neq 5 \\ b & ; x = 5 \end{cases} \quad ; \quad f(x) = x + 3$$

برای آنکه دو تابع مساوی باشند، باید  $a = 5$  باشد:

$$g(x) = \begin{cases} x + 3 & ; x \neq 5 \\ b & ; x = 5 \end{cases} \quad ; \quad f(x) = x + 3$$

$$\Rightarrow f(5) = b \xrightarrow{f=g} g(5) = b \Rightarrow b = 8 \Rightarrow a - b = 5 - 8 = -3$$

با تبدیل  $x$  به  $-2 - 10x$  برد تغییر نمی‌کند. اما با ضرب  $\sqrt{8}$  در ضابطه‌ی  $f$ ، تمام اعداد برد  $f$ ،  $\sqrt{8}$  برابر می‌شوند:

$$\sqrt{8} \times [\sqrt{5}, \sqrt{10}] = [\sqrt{40}, \sqrt{80}]$$

همچنین با کم کردن عدد ۱ از ضابطه‌ی تابع، عدد ۱ از تمام برد کم می‌شود. بنابراین:

$$R_y = [\sqrt{40} - 1, \sqrt{80} - 1] = [5/2, 7/2]$$

این بازه شامل دو عدد صحیح ۶ و ۷ می‌باشد.



$$3^{n+1} \leq (n+2)!$$

$$n=1 \Rightarrow 3^1 = 9 \leq 3! = 6 \times$$

$$n=2 \Rightarrow 3^2 = 27 \leq 4! = 24 \times$$

$$n=3 \Rightarrow 3^3 = 81 \leq 5! = 120 \checkmark$$

$$n=4 \Rightarrow 3^4 = 243 \leq 6! = 720 \checkmark$$

به راحتی با استقرای ریاضی می‌توان اثبات کرد که به ازای  $n \geq 3$  رابطه برفراز است، بنابراین فقط دارای ۲ مثال نقض می‌باشد.

$$15^3 + 18^3 + \dots + 30^3 = 3^3(5^3 + 6^3 + \dots + 10^3) = 27(1^3 + 2^3 + \dots + 10^3 - (1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3))$$

$$= 27\left(\left(\frac{10 \times 11}{2}\right)^3 - \left(\frac{4 \times 5}{2}\right)^3\right) = 27(55^3 - 1^3) = 27(3025 - 1) = 27 \times 3025 = 81675$$

$$2^n > n^r + n$$

$$\begin{cases} n=4 \Rightarrow 16 > 16 + 4 \times \\ n=5 \Rightarrow 32 > 25 + 5 \checkmark \end{cases}$$

$2^k > k^r + k$ : فرض

$$2^{k+1} > (k+1)^r + (k+1)$$

دو طرف فرض را در ۲ ضرب می‌کنیم و داریم:

$$2 \times 2^k > 2(k^r + k) \Rightarrow 2^{k+1} > 2k^r + 2k$$

برای اثبات حکم باید ثابت کنیم:

$$2k^r + 2k \geq (k+1)^r + (k+1) = k^r + 2k + 1 + k + 1 \Rightarrow k^r \geq k + 2$$

اثبات گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) نیاز به استقرای ریاضی دارد و در تمرینات صفحه‌ی ۱۲ کتاب درسی وجود دارند. ولی گزینه‌ی (۲) را از

روش اثبات بازگشتی ثابت می‌کیم.

عدد ۵۲۴ مجموع ارقامش ۱۱ است ولی مضرب ۱۱ نیست.

### بررسی سایر گزینه‌ها:

اعداد گزینه‌های (۳) و (۴) هم مجموع ارقامشان مضرب ۱۱ است و هم این‌که مضرب ۱۱ هستند.

عدد گزینه‌ی (۱) مجموع ارقامش مضرب ۱۱ نیست.

برای اثبات گزینه‌ی (۳) احتیاج به استدلال ریاضی وجود دارد.

ولی گزینه‌های دیگر که مشابه تمرین‌های صفحه‌ی ۲۸ کتاب درسی هستند، همگی برای اثبات نیاز به برهان خلف دارند.

### بررسی سایر گزینه‌ها:

$$(1) \alpha = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}^r - 1}{\sqrt{2}^r + 5} = \frac{1}{7} \in \mathbb{Q} : \text{مثال نقض برای گزینه‌ی (۱)}$$

$$(2) \alpha = \sqrt{2} - 3 \Rightarrow (\alpha + 3)^r = (\sqrt{2} - 3 + 3)^r = 2 \in \mathbb{Q} : \text{مثال نقض برای گزینه‌ی (۲)}$$

$$(3) \alpha = \sqrt{2} + 1 \Rightarrow \alpha^r - 2\alpha + 4 = \alpha^r - 2\alpha + 1 + 3 = (\alpha - 1)^r + 3 = (\sqrt{2} + 1 - 1)^r + 3 = 5 \in \mathbb{Q} : \text{مثال نقض برای گزینه‌ی (۳)}$$

توجه کنید جزء‌صحيح هر عدد، همواره عددی صحیح است. پس  $[\alpha^r + 5]$  عددی صحیح است و ۱ هم عددی صحیح است ولی  $3\alpha$  همواره گنگ است و حاصل جمع یک عدد صحیح و یک عدد گنگ قطعاً گنگ است.

$$= \underbrace{2}_{\text{تعداد روزهای هفته}} \times \underbrace{7}_{\text{تعداد روزهای هفته جنسیت}} = 14$$

$$= 4 \times 14 + 1 = 57 = \text{حداقل تعداد افراد}$$

در واقع اگر در هر گروه ۴ نفر باشد (مجموعاً ۵۶ نفر)، هنوز شرط سؤال برقرار نشده است ولی با اضافه شدن نفر ۷ هم به مجموعه، حداقل در یک گروه ۵ نفر وجود دارد.



۱۳۴

در بدترین شرایط ۳ مهره‌ی سفید، ۲ مهره‌ی سیاه، ۳ مهره‌ی سبز و ۴ مهره‌ی قرمز از ظرف خارج شده است و هنوز شرایط سؤال اتفاق نیفتاده است. ولی اگر مهره‌ی بعدی خارج شود یا قرمز است یا سبز. پس با ۵ مهره‌ی سبز یا ۵ مهره‌ی قرمز خارج شده است، بنابراین حداقل  $3+2+3+4+1=13$  مهره باید خارج شود تا مطمئن باشیم شرایط برقرار شده است.

اعضای مجموعه را به صورت گروه‌های دو عضوی (در صورتی که امکان پذیر نباشد، تک عضوی) طوری دسته‌بندی می‌کنیم که مجموع آن‌ها ۳<sup>۰</sup> شود:

$$\{9, 21\}, \{10, 20\}, \{11, 19\}, \{12, 18\}, \{13, 17\}, \{14, 16\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}$$

پس  $1^{\circ}$  گروه داریم و اگر از هر کدام دقیقاً یک عضو انتخاب کنیم، مجموع هیچ دو عضوی  $3^{\circ}$  نمی‌شود، (مانند مجموعه‌ی  $\{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$ ) ولی با اضافه شدن عضو یازدهم قطعاً دو عضو وجود دارند که مجموع آن‌ها برابر با  $3^{\circ}$  می‌شود.

## gajbook

### جبر و احتمال

۱۳۶

هر چند که شهود یک دانش غریزی و احساس بدون استدلال است ولی وقتی از شهود خود استفاده می‌کنیم، هیچ‌گاه نمی‌توانیم با اطمینان بگوییم که نتیجه‌گیری ما درست است. بنابراین مردم آن زمان با شهود خود به این نتیجه رسیده بودند. هر چند که با واقعیات کنونی تطابق ندارد.

با توجه به گزینه‌ها، یا  $3^{\circ}$  است یا  $5^{\circ}$ . پس  $n=3$  را بررسی می‌کنیم، اگر رابطه برقرار نبود، حتماً  $k \geq 5$  جواب است:

$$n=3 \Rightarrow 3! > (\sqrt{e})^3 \Rightarrow k \geq 5$$

$$\left. \begin{array}{l} k! \geq (\sqrt{e})^k \xrightarrow{a} (k+1)! > (k+1) \times (\sqrt{e})^k \\ (k+1)! > (\sqrt{e})^{k+1} \xrightarrow{c} \end{array} \right\} \xrightarrow{b>c \text{ باشد.}} (k+1)(\sqrt{e})^k > (\sqrt{e})^{k+1} \Rightarrow k+1 > \sqrt{e}$$

(تألیف - کتاب IQ - ریاضیات گستاخ)

۱۳۷

$$\frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} \times \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n+1-n} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

اگر عبارت  $\frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$  را گوییا کنیم، داریم:

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}} = \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \dots + \sqrt{100}-\sqrt{99} = \sqrt{100}-1 = 10-1 = 9$$

(تألیف - کتاب IQ - ریاضیات گستاخ)

۱۳۹

$$(2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 4k(k+1) + 1 = 8q + 1$$

حاصل ضرب دو عدد متولّی، زوج است.

(تألیف - کتاب IQ - ریاضیات گستاخ)

برای اثبات درستی این حکم از استقرای ریاضی استفاده می‌کنیم:

$$P(1): 1 + \sqrt{2} \geq 1 + \sqrt{1}$$

$$P(k): (1 + \sqrt{2})^k \geq (1 + k\sqrt{2})$$

$$P(k+1): \underbrace{(1 + \sqrt{2})^{k+1}}_a \geq \underbrace{(1 + (k+1)\sqrt{2})}_c$$

طرفین فرض را در  $1 + \sqrt{2}$  ضرب می‌کنیم:

$$\underbrace{(1 + \sqrt{2})^{k+1}}_a \geq \underbrace{(1 + \sqrt{2})(1 + k\sqrt{2})}_b$$

حال برای این‌که ثابت کنیم همواره  $a \geq c$  است، کافی است ثابت کنیم  $b \geq c$  می‌باشد:

$$(1 + \sqrt{2})(1 + k\sqrt{2}) \geq 1 + (k+1)\sqrt{2} \Rightarrow 1 + k\sqrt{2} + \sqrt{2} + k\sqrt{2} \geq 1 + k\sqrt{2} + \sqrt{2} \Rightarrow \forall k \geq 0.$$

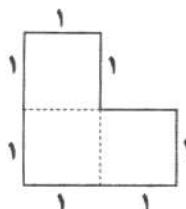
(تألیف - کتاب IQ - ریاضیات گستاخ)



۱۴۱

عدد  $10$  به فرم  $3k+1$  است و عاملی مثل  $5$  دارد که به فرم  $3k+1$  نیست.

(تألیف - کتاب IQ - ریاضیات گستاخ)



شکل را به سه مربع  $1 \times 1$  مطابق شکل تقسیم می‌کنیم. حال اگر  $4$  نقطه درنظر بگیریم به طور یقین دو تا از نقطه‌ها درون یکی از مربع‌های به ضلع  $1$  قرار می‌گیرند و فاصله‌ی آن‌ها کمتر از قطر مربع یعنی  $\sqrt{2}$  خواهد شد.

۱۴۲

(تألیف - کتاب IQ - ریاضیات گستاخ)

برای این‌که هر سه عدد  $\frac{c+f}{2}$ ,  $\frac{b+e}{2}$ ,  $\frac{a+d}{2}$  صحیح باشد، باید  $b+e, a+d$  و  $c+f$  زوج باشند. حال برای این‌که این اتفاق بیفتد مختص‌های اول، دوم و سوم باید از نظر زوج و فرد بودن مثل هم باشند (یعنی هر دو زوج یا هر دو فرد)، بنابراین حداقل  $9$  زوج باید انتخاب کرد چون سه‌تایی مرتب  $8$  نوع متفاوت دارد ولی نهی حتماً از جنس قبلی‌ها خواهد بود.

$$\begin{matrix} (a, b, c) \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 2 \times 2 \times 2 = 8 \end{matrix}$$

(تألیف - کتاب IQ - ریاضیات گستاخ)

$$S = \{3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45, 51, 57, 63\}$$

اگر لانه‌ها را  $\{33\}, \{3\}, \{9, 57\}, \{15, 51\}, \{21, 45\}, \{27, 39\}$  و  $\{3, 63\}$  در نظر بگیریم، در این صورت اگر  $7 = 6 + 1$  عدد در نظر بگیریم لااقل دو عضو با مجموع  $66$  در میان آن‌ها وجود دارد.

(فازه - کتاب IQ - ریاضیات گستاخ)

۱۴۴

S عبارت است از:

۱۴۵

## بررسی گزینه‌ها:

۱) تعداد لانه‌ها برابر  $12$  است، بنابراین  $\left\lceil \frac{15}{12} \right\rceil = 2$  نفر در یک ماه سال متولد شده‌اند.

۲) تعداد لانه‌ها  $7$  می‌باشد، پس حداقل  $\left\lceil \frac{15}{7} \right\rceil = 3$  نفر در یک روز هفته متولد شده‌اند.

۳) تعداد لانه‌ها برابر  $10$  است (ارقام  $1, 0, 2, 0, \dots, 9$ ، بنابراین  $\left\lceil \frac{15}{10} \right\rceil = 2$ ) نفر رقم یکان کارت ملی بکسان دارند.

۴) تعداد لانه‌ها  $32$  است که از تعداد کیوت‌ها بیشتر است.

(تألیف - کتاب IQ - ریاضیات گستاخ)



کanal رفع اشکال: @fizik\_gaj

DriQ.com

فیزیک

۱۴۶

با توجه به فرم کلی معادله‌ی شتاب - زمان یک نوسانگر ساده، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} a &= -A\omega^2 \sin(\omega t) \\ a &= -16\pi^2 \sin(2\pi t) \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \omega = 2\pi \\ A\omega^2 = 16\pi^2 \end{cases} \Rightarrow A \times 4\pi^2 = 16\pi^2 \Rightarrow A = 4\text{m}$$

$$P = mv \Rightarrow P_{\max} = m v_{\max} = mA\omega = 2 \times 4 \times 2\pi = 16\pi \left( \frac{\text{kg.m}}{\text{s}} \right)$$

با توجه به فرم کلی معادله‌ی سرعت - مکان یک نوسانگر ساده، داریم:

۱۴۷

$$\begin{aligned} v^2 &= A^2 \omega^2 - \omega^2 x^2 \\ v^2 &= \pi^2 - 25\pi^2 x^2 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} A^2 \omega^2 = \pi^2 \Rightarrow A^2 \times 25\pi^2 = \pi^2 \Rightarrow A^2 = \frac{1}{25} \Rightarrow A = \frac{1}{5}\text{m} \\ \omega^2 = 25\pi^2 \Rightarrow \omega = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{cases}$$

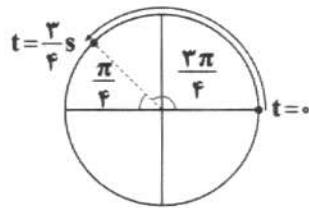
$$\xrightarrow{\text{برای معادله‌ی مکان - زمان}} x = A \sin(\omega t) \Rightarrow x = \frac{1}{5} \times \sin(5\pi t)$$



با توجه به رابطه‌ی مستقل از فاز نیرو - مکان می‌توان گفت:

۱۴۸

$$\left. \begin{array}{l} F = -m\omega^2 x \\ F = -4\pi^2 x \end{array} \right\} \Rightarrow -4 \times \omega^2 = -4\pi^2 \Rightarrow \omega^2 = \pi^2 \Rightarrow \omega = \pi \left( \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right) \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \Rightarrow T = 2\text{s}$$



روش اول: استفاده از دایره‌ی مرجع

$$\Rightarrow \frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{\Delta t}{T} \Rightarrow \frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{\frac{\pi}{4}}{2} \Rightarrow \Delta\phi = \frac{\pi}{4}$$

$$\cot^2 \theta = \frac{K}{U} \Rightarrow \cos^2 \left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{K}{U} \Rightarrow (-1)^2 = \frac{K}{U} \Rightarrow K = U$$

روش دوم: روش کتاب درسی

$$K = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \times \cos^2(\omega t) \Rightarrow \frac{K}{U} = \frac{\frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \cos^2 \omega t}{\frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2 \omega t} = \cot^2 \omega t$$

$$\xrightarrow{\omega = \pi} \frac{K}{U} = \cot^2(\pi t) \xrightarrow{t = \frac{\pi}{4} s} \frac{K}{U} = \cot^2\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \frac{K}{U} = (-1)^2 = 1$$

شرط هم‌فاز شدن دو نوسانگر این است که اختلاف فاز آن‌ها مضرب زوجی از  $\pi$  شود.

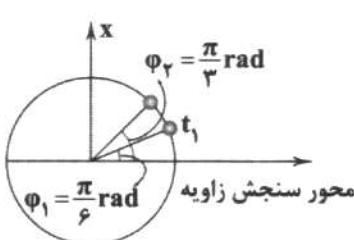
۱۴۹

$$\Delta\phi = 2n\pi \Rightarrow \phi_B - \phi_A = 2n\pi \Rightarrow \frac{\pi t}{12} - \frac{\pi t}{24} = 2n\pi \Rightarrow \frac{\pi t}{24} = 2n\pi \Rightarrow t = 48n$$

$$t \leq \Delta \text{min} = 30.0\text{s} \Rightarrow 48n \leq 30.0 \Rightarrow n \leq 6/25$$

۱۵۰ اعداد صحیح می‌تواند باشد.

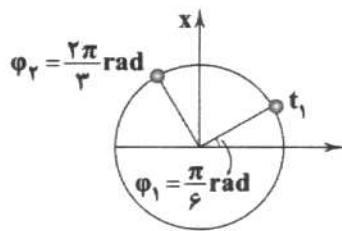
$$n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

در لحظه‌ی  $t_1$  نوسانگر برای اولین بار به  $x = +\frac{1}{2}A$  رسیده و فاز حرکت  $\frac{1}{12}\pi$  است.

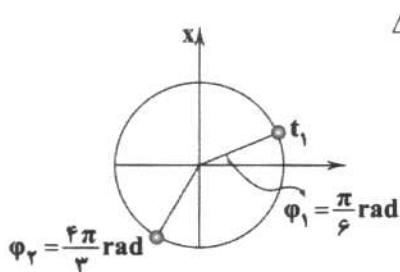
ثانیه بعد از این اندازه سرعت نصف حداکثر سرعت شده، اما مشخص نیست که چندمین بار است. حالت‌های ممکن را بررسی می‌کنیم:

$$|\frac{v}{v_M}| = \frac{1}{2} = \cos\phi \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \dots$$

$$\Delta\phi = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{T} \times \frac{1}{12} \Rightarrow T = 1\text{s}$$



$$\Delta\phi = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{T} \times \frac{1}{12} \Rightarrow T = \frac{1}{3}\text{s}$$



$$\Delta\phi = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{7\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{T} \times \frac{1}{12} \Rightarrow T = \frac{1}{7}\text{s}$$

توجه کنید، در صورتی که در صورت تست ذکر شود بیشترین دوره‌ی تناوب ممکن، جواب ۱۶ خواهد بود.



با توجه به فرم کلی معادله سرعت - مکان یک نوسانگر ساده، داریم:

۱۵۱

$$\frac{v^r}{A^r \omega^r} + \frac{x^r}{A^r} = 1 \Rightarrow v^r = A^r \omega^r - \omega^r x^r$$

$$\xrightarrow{\times \frac{1}{r} m} \frac{1}{r} m v^r = \frac{1}{r} m A^r \omega^r - \frac{1}{r} m \omega^r x^r \Rightarrow K = K_{\max} - \frac{K_{\max}}{A^r} x^r$$

$$K = K_{\max} (1 - \frac{x^r}{A^r}) = K_{\max} - K_{\max} (\frac{x^r}{A^r})$$

$$\begin{cases} K = K_{\max} - (\frac{K_{\max}}{A^r}) x^r \\ K = \omega/1 - \omega x^r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{K_{\max}}{A^r} = \omega/1 \Rightarrow \frac{\omega/1}{A^r} = \omega/1 \Rightarrow A^r = \frac{1}{\omega/1} \Rightarrow A = \frac{1}{\omega/1} m \\ K_{\max} = \omega/1 \end{cases}$$

$$\frac{1}{r} m A^r \omega^r = \omega/1 \xrightarrow[m=200g=200 \times 10^{-3} kg]{} \frac{1}{r} \times 200 \times 10^{-3} \times (\frac{1}{\omega/1})^r \times \omega^r = \omega/1 \Rightarrow 10^{-1} \times \frac{1}{\omega/1} \times \omega^r = \frac{1}{\omega/1}$$

$$\Rightarrow \omega^r = \omega/1 \Rightarrow \omega = \omega/1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$x = A \sin \omega t \Rightarrow x = (\frac{1}{\omega/1}) \sin(\omega/1 t) = \omega/1 \sin(\omega/1 t)$$

ابتدا باید بدانیم برای هر نوسان T ثانیه زمان طی می شود و  $\frac{1}{4} A$  مسافت طی می شود.

۱ ۱۵۲

با توجه به نمودار می توان متوجه شد:

$$a_{\max} = 2\pi \frac{m}{s^2}$$

$$v_{\max} = 2\pi \frac{m}{s}$$

$$a_{\max} = v_{\max} \times \omega \Rightarrow 2\pi \frac{m}{s} = 2\pi \times \omega \Rightarrow \omega = 1\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \begin{cases} v_{\max} = A \omega = 2\pi \Rightarrow A = \omega/2m \\ \omega = 1\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2}{\pi} s \end{cases}$$

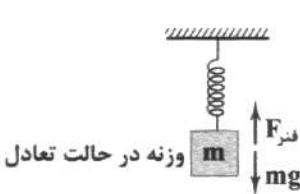
مسافت طی شده در هر نوسان کامل  $\frac{1}{4} A = \frac{1}{4} \times \omega/2 = \omega/8m$ حداکثر نیروی کشسانی فنر از رابطه  $F_{\max} = mA\omega^r$  به دست می آید. بنابراین کافی است  $\omega$  را محاسبه کنیم.

۴ ۱۵۳

$$\begin{cases} m = 50g = 50 \times 10^{-3} kg \\ A = 4cm = 4 \times 10^{-2} m \end{cases}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.01} = 200\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$F_{\max} = mA\omega^r = 50 \times 10^{-3} \times \frac{4}{0.01} \times (200\pi)^2 = 80\pi^2 = 800N$$



در حالت اول وزنه در راستای قائم تعادل دارد. با توجه به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$\text{فنر } F = mg$$

$$k\Delta l = mg$$

$$k \times \frac{2}{10} = m \times 10 \Rightarrow k = 50m$$

هنگامی که فنر به شکل افقی وزنه را به نوسان در می آورد، خواهیم داشت:

$$k = m\omega^r \Rightarrow 50m = m\omega^r \Rightarrow \omega = 50\sqrt{2} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \xrightarrow{\omega = 2\pi f} f = \frac{50\sqrt{2}}{2\pi} \text{ Hz}$$



**۱۵۵** حرکت نوسانی ساده حرکتی شتابدار است، بنابراین نوسانگر در حالت کلی در بازه‌های زمانی مساوی، جابه‌جایی‌های مساوی ندارد.

از طرفی در این حرکت شتابدار، هم‌جهت و هماندازه بردار شتاب متغیر هستند. هم‌چنین علامت بعد و شتاب در حرکت نوسانی همیشه عکس یکدیگر است ( $F = -kx = ma$ ,  $a = -\frac{k}{m}x$ ) و برای تعیین نوع حرکت، علامت سرعت و شتاب تعیین‌کننده می‌باشد.

طبق رابطه‌ی  $\Delta\varphi = \omega\Delta t$ ، در بازه‌های زمانی یکسان، نوسانگر تغییر فاز یکسان دارد.

**۱۵۶** ابتدا نسبت انرژی جنبشی به انرژی مکانیکی را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} K = 35U \\ K + U = E \end{cases} \Rightarrow 35U + U = E \Rightarrow U = \frac{E}{36} \Rightarrow K = \frac{35E}{36}$$

نسبت انرژی جنبشی به انرژی مکانیکی یک نوسانگر ساده برابر با مجدور نسبت سرعت به سرعت بیشینه‌ی آن است.

$$\frac{K}{E} = \left(\frac{v}{v_m}\right)^2 \Rightarrow \frac{35}{36} = \left(\frac{\sqrt{14}}{v_m}\right)^2 \Rightarrow \frac{35}{36} = \frac{14}{v_m^2} \Rightarrow v_m^2 = \frac{36 \times 2}{5} \Rightarrow v_m = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{10}}{5} \text{ m/s}$$

ابتدا به شکل توجه کنید، بعد حرکت (فاصله از مرکز نوسان) برابر با ۸cm است.

$$\begin{array}{c} 12\text{cm} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{A} \xrightarrow[\text{۲۴cm}]{\text{۸cm}} \text{A} \end{array} \quad \frac{v}{v_m} = \cos\varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{A}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{v}{v_m} = \sqrt{1 - \left(\frac{8}{12}\right)^2} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

**۱۵۷** اگر آونگ ساده در درون یک آسانسور قرار گرفته و آسانسور با شتاب ثابت  $a$  در حال حرکت باشد، به جای شتاب  $g$  در رابطه‌ی

$$g' = g \pm a \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$



حرکت آسانسور، کندشونده رو به بالا است، پس جهت شتاب رو به پایین است.

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g-a}} = \sqrt{\frac{9/8}{9/8-7/25}} = \sqrt{\frac{9/8}{2/45}} = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow T' = 2T = 2 \times 2 = 4\text{s}$$

بسامد موج عرضی، به نیروی کشش طناب بستگی ندارد.

طبق رابطه‌ی  $v = \lambda f$ ، می‌خواهیم طول موج ۳ برابر شود، پس سرعت انتشار موج نیز باید دو برابر شود. برای این‌که سرعت دو برابر شود

$$\text{مطابق رابطه‌ی } v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}, \text{ نیروی } F \text{ باید چهار برابر شود.}$$

**۱۵۹**

$$\Delta x = (2n-1) \frac{\lambda}{2} \xrightarrow{n=3} \Delta x_1 = \frac{5\lambda}{2}$$

$$\Delta x = 2n \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Delta x_2 = 3\lambda_2 \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{3\lambda_2}{5\lambda_1} = \frac{6}{5} \times \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} = \sqrt{\frac{\frac{144}{100}F_1}{F_1}} = \frac{12}{10} \quad (2)$$

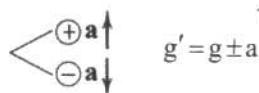
$$(1), (2) \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{6}{5} \times \frac{12}{10} = \frac{36}{25} \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{25} = \frac{36}{25} \Rightarrow \Delta x_2 = 36\text{cm}$$

**۱۶۱** اولاً: نیروی کشش سطحی مانع از غرق شدن اشیای سبک، مثل سوزن فولادی می‌شود.

ثانیاً: نیروهای بین‌مولکولی همگی از نوع جاذبه و دافعه‌ی الکتریکی هستند.



هنگامی که جسمی درون آسانسور قرار دارد برای محاسبه فشار کافی است به جای  $g$  از  $g'$  استفاده کنیم.



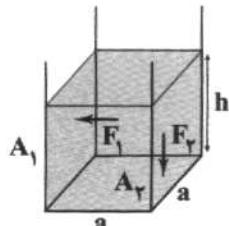
$$g' = g \pm a$$

حرکت کندشونده رو به بالا  $\Rightarrow g' = g - a = \frac{m}{s^2}$  حداکثر فشار برای بیشترین ارتفاع و کمترین فشار به کمترین ارتفاع است.

$$\Delta P = P_{\max} - P_{\min} = \rho g' h_{\max} - \rho g' h_{\min} = \rho g' (h_{\max} - h_{\min})$$

$$\rho = 5600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \xrightarrow{\Delta P = 5600 \times 10 \times (5-3) \times 10^{-2}} \Delta P = 896 \text{ Pa}$$

برای نیروی  $F_1$  (وارد بر دیواره) باید فشار متوسط را در نظر گرفت.



$$\left. \begin{array}{l} F_1 = \bar{P} \times A_1 = (\frac{1}{2} \rho g h)(h \times a) \\ F_2 = \bar{P} \times A_2 = (\rho g h)(a \times a) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{2} \times \frac{h}{a} = \frac{1}{2} \times \frac{70}{20} = \frac{7}{4}$$

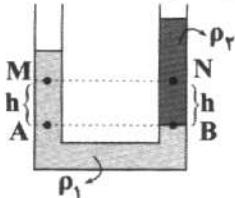
ابتدا چگالی مخلوط را به دست می‌آوریم.

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}} = \frac{m + 2m}{\frac{m}{0.6} + \frac{2m}{1/2}} \Rightarrow \rho_{\text{کل}} = \frac{3m}{\frac{m}{0.6} + \frac{2m}{1/2}} = \frac{3m}{\frac{5m}{0.6}} = 0.9 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$$

$$P = \rho g h \Rightarrow 45 \times 10^3 = 900 \times 10 \times h \Rightarrow h = 5 \text{ m}$$

برای تعیین ارتفاع ستون مایع خواهیم داشت:

مایع سمت چپ کف لوله قرار گرفته، پس چگالی آن بیشتر است. با استفاده از اصل هم‌فشاری در نقطه‌ی A و B داریم:

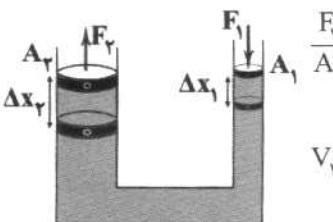


$$P_A = P_B$$

$$P_M + \rho_1 gh = P_N + \rho_2 gh$$

$$P_M - P_N = \rho_2 gh - \rho_1 gh \xrightarrow{\rho_1 > \rho_2} P_M - P_N < 0 \Rightarrow P_M < P_N$$

با توجه به اصل پاسکال و یکسان بودن تغییر حجم مایع در دو شاخه خواهیم داشت:



$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1} \quad (1)$$

سرعت حرکت پیستون (1)

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 \Delta x_1 = A_2 \Delta x_2 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{v_1 \Delta t}{v_2 \Delta t} \quad (2)$$

سرعت حرکت پیستون (2)

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{F_2}{24} = \frac{12}{2} \Rightarrow F_2 = 144 \text{ N}$$

فشار وارد بر کف ظرف مجموع فشار هوا و فشار مایع است.

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = P_0 + \rho g h_1 \\ P_2 = P_0 + \rho g h_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P_2 = 2P_1 \\ P_0 + \rho g h_2 = 2P_0 + 2\rho g h_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \rho g h_2 = P_0 + 2\rho g h_1 \Rightarrow h_2 = \frac{P_0}{\rho g} + 2h_1$$

$$\Rightarrow h_2 > 2h_1 \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} > 2 \Rightarrow k > 2$$

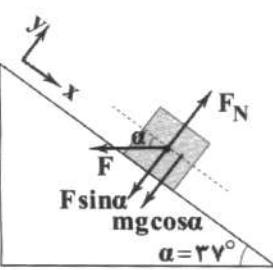
ابتدا باید نیروی عمودی تکیه‌گاه را محاسبه کرد.

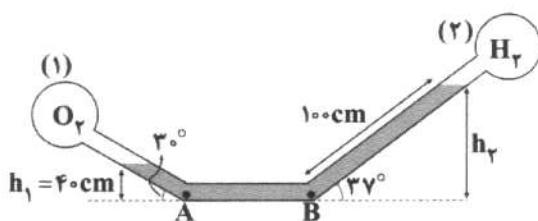
$$\sum F_y = 0, F_N = F \sin \alpha + mg \cos \alpha$$

$$\Rightarrow F_N = 100 \times 0.6 + 10 \times 10 \times 0.8 = 140 \text{ N}$$

برای محاسبه فشار داریم:

$$P = \frac{F_N}{A} = \frac{140}{\frac{\pi \times 10^{-4}}{4}} = 20000 \text{ Pa} = 20 \text{ kPa}$$





فشار در کف لوله در دو طرف با هم برابر است.

$P_A = P_B$

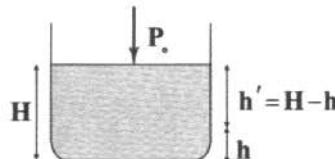
$P_1 + \rho gh_1 = P_2 + \rho gh_2$

$\Rightarrow P_1 - P_2 = \rho g(L \sin 37^\circ) - \rho gh_1$

$\Rightarrow P_1 - P_2 = \rho g(100 \times \sin 37^\circ - 40) = 20 \rho g$

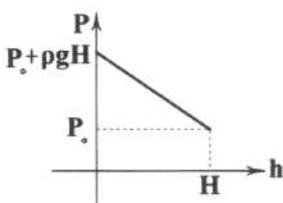
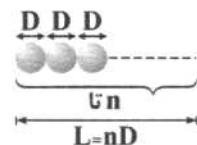
برای تبدیل به سانتی متر جیوه باید محاسبه کرد چه سنتونی از جیوه، فشاری معادل با ۲۰ cm از مایع درون لوله را دارد.

$P_1 = \rho_{جیوه} h_{جیوه} = \rho_{مایع} h_{مایع} \Rightarrow h_{جیوه} = 5 \text{ cm}$



$P = P_0 + \rho gh' = P_0 + \rho g(H-h)$

$\Rightarrow P = P_0 + \rho gH - \rho gh$

پس نمودار خطی است با شیب منفی و عرض از مبدأ ثابت. هنگامی که  $h = H$  می‌شودیعنی در سطح مایع فشار برابر با  $P_0$  است و هنگامی که  $h = 0$  می‌شود، یعنی در کف ظرففشار برابر با  $P_0 + \rho gH$  است.فرض کنید که قطر مولکول  $D$  و  $n$  مولکول از آن را کنار هم قرار داده‌ایم، در این صورت طول حاصل شده برابر با  $nD$  می‌شود (چرا؟).

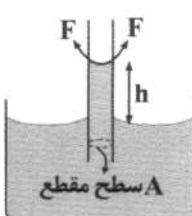
توجه به این موضوع می‌توان نوشت:

$L = nD \Rightarrow 6 \times 10^{-2} = n \times 3 \times 10^{-10}$

$\Rightarrow n = 2 \times 10^8 = 200 \times 10^6 = 200 \text{ میلیون مولکول}$

(تالیف - کتاب میکرو - فیزیک پایه)

برای حل این مسئله می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} m = \rho V \quad \text{جرم ستون آب} \\ h = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m} \quad \text{ارتفاع ستون آب} \\ A = 0.4 \text{ mm}^2 = 0.4 \times (10^{-3} \text{ m})^2 = 0.4 \times 10^{-6} \text{ m}^2 = 4 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \quad \text{سطح مقطع لوله} \\ \rho = 1000 \text{ kg/m}^3 \quad \text{چگالی آب} \\ F = mg \quad \text{برایند نیروهای چسبندگی} \\ F = \underbrace{\rho}_{\text{}} \underbrace{h}_{\text{}} \underbrace{A}_{\text{}} \underbrace{g}_{\text{}} = 1/6 \times 10^{-3} \text{ N} \end{cases}$$

(M.K.A - کتاب میکرو - فیزیک پایه)

گام اول: حجم خالص برنز استفاده شده در مجسمه، با توجه به جرم و چگالی آن برابر است با:

$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1000 = \frac{40}{V} \Rightarrow V = 0.004 \text{ m}^3$

گام دوم: در ادامه به صورت زیر، حجم فضای خالی را محاسبه می‌کنیم:

$40 = 0.004 - 0.005 = 0.005 \text{ m}^3 = \text{حجم خالص برنز} - \text{حجم ظاهری مجسمه} = \text{حجم فضای خالی}$

گام سوم: جرم نفت مورد نیاز برای پرکردن فضای خالی داخل مجسمه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho_{نفت} = \frac{m_{نفت}}{V_{نفت}} = \frac{1000 \text{ kg}}{0.005 \text{ m}^3} = 200 \text{ kg/m}^3$$

حجم فضای خالی

(مکمل فلکانه‌ی ریاضی - ۹۶ - کتاب میکرو - فیزیک پایه)

اختلاف حجم مخلوط در دو حالت، در واقع مربوط به جرم بخ ذوب شده در دو حالت است، بنابراین اگر فرض کنیم حجم  $m$  گرم بخ، قبل از ذوب برابر  $V$  و بعد از ذوب برابر آب  $V'$  باشد، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} V_{\text{بخ}} - V_{\text{آب}} = 5 \text{ cm}^3 \\ V_{\text{بخ}} = \frac{m}{\rho_{\text{بخ}}} = \frac{m}{0.9} \Rightarrow \frac{m}{0.9} - m = 5 \Rightarrow m = 45 \text{ g} \end{cases} \quad (\text{جرم بخ ذوب شده})$$

$$V_{\text{آب}} = \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{m}{1}$$

(سراسری ریاضی ۸۸ فارج از کشور - کتاب میدکرو - فیزیک پایه)

$$\begin{cases} V_1 = \frac{m_1}{\rho} = \frac{100}{10} = 10 \text{ cm}^3 : \text{حجم مکعب توپ} \\ V_2 = \frac{m_2}{\rho} = \frac{400}{10} = 40 \text{ cm}^3 : \text{حجم حفره} \end{cases} \Rightarrow 10 - 40 = 40 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم واقعی مکعب توخالی}$$

(امکمل مفاسیتی ریاضی ۸۸ - کتاب میدکرو - فیزیک پایه)

برای محاسبه‌ی نیروی ناشی از آب در کف ظرف، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$A = 200 \text{ cm}^2 = 200 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 0.02 \text{ m}^2 : \text{مساحت کف ظرف}$$

$$P = \rho gh = 1000 \times 10 \times 0.02 = 2000 \text{ Pa} : \text{فشار آب وارد بر کف ظرف}$$

$$F = PA = 2000 \times 0.02 = 40 \text{ N} : \text{نیروی وارد بر کف ظرف از طرف آب}$$

(امکمل مفاسیتی ریاضی ۸۸ - کتاب میدکرو - فیزیک پایه) M.K.A)

برای پاسخ دادن به این سؤال، به موارد زیر توجه کنید:

۱) در حالت اول با توجه به عمق نقاط A، B و C می‌توان نوشت:



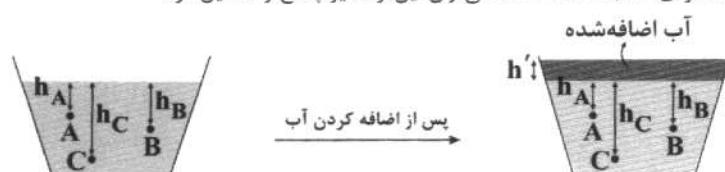
$$h_A < h_B < h_C \Rightarrow P_A < P_B < P_C$$

به عبارت بهتر، نقطه‌ای که از سطح آزاد فاصله‌ی بیشتری دارد، فشار بیشتری نیز دارد (یعنی فشار C بزرگ‌تر است).

۲) با توجه به اصل پاسکال، با افزودن مقداری مایع (یعنی یک اضافه فشار در سطح مایع) فشار همه‌ی نقاط به یک اندازه افزایش می‌یابد.

$$\Delta P_A = \Delta P_B = \Delta P_C$$

**لذکر:** اگر فرض کنیم که با ریختن آب، سطح آب به اندازه‌ی  $h'$  بالا آمده است، می‌توان این‌گونه نیز پاسخ را تحلیل کرد:



$$P_A = \rho gh_A + P_0 \Rightarrow P'_A = \rho gh_A + \rho gh' + P_0 \Rightarrow \Delta P_A = \rho gh'$$

$$P_B = \rho gh_B + P_0 \Rightarrow P'_B = \rho gh_B + \rho gh' + P_0 \Rightarrow \Delta P_B = \rho gh'$$

$$P_C = \rho gh_C + P_0 \Rightarrow P'_C = \rho gh_C + \rho gh' + P_0 \Rightarrow \Delta P_C = \rho gh'$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، اضافه فشار در هر سه نقطه یکسان و برابر  $\rho gh'$  است.

(امکمل مفهومی ریاضی ۹۰ - کتاب میدکرو - فیزیک پایه)

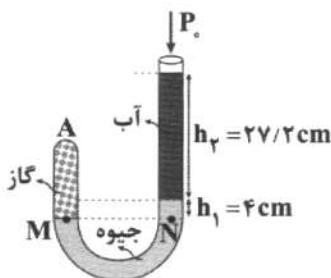


**۱۷۸** هنگامی که سطل آب با شتاب  $g$  سقوط آزاد می‌کند (در واقع مانند حالتی است که آسانسور با شتاب  $g$  به صورت تندشونده به سمت پایین حرکت می‌کند) شتاب نسبی برابر است با:

$$g - a = g - g = 0$$

(مکمل مفهومی ریاضی ۸۴ - کتاب میکرو - فیزیک پایه)

با توجه به رابطه  $\Delta P = \rho g \Delta h$  نسبی، در حالت سقوط آزاد، بین هیچ دو نقطه‌ای از مایع اختلاف فشار وجود ندارد ( $= 0$ ).



طبق تعريف، فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار گاز محبوس و فشار هوای محیط است.

$$P_M = P_N, P_M = P_0, P_N = P_0 + \rho_{جیوه} gh_1 + \rho_{آب} gh_2$$

$$\Rightarrow P_{جیوه} = P_0 - \rho_{آب} gh_2$$

با توجه به این‌که فشار پیمانه‌ای بر حسب سانتی‌متر جیوه خواسته شده است، بنابراین کافی

است فشار جیوه معادل با  $27/2$  سانتی‌متر آب را محاسبه کنیم:

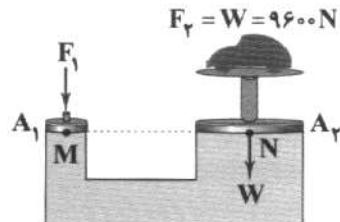
$$\rho_{جیوه} h_{آب} = \rho_{جیوه} h \Rightarrow h = 13.6 \times 27/2 = 13.6 \times 13.5 = 182 \text{ cm}$$

$$(cmHg) \Rightarrow P_{جیوه} = 182 = 6 cmHg \quad (\text{بر حسب پیمانه‌ای})$$

(مکمل فلاقانه‌ی ریاضی ۹۱ - کتاب میکرو - فیزیک پایه)

**۱۷۹** با توجه به این‌که دو نقطه‌ی  $M$  و  $N$  در یک سطح هم تراز قرار دارند، فشار در این دو نقطه با هم برابر است و طبق صورت سؤال

مقدارش  $8 \times 10^5 \text{ Pa}$  است.



$$P_N = P_M = 8 \times 10^5 \text{ Pa}$$

اگر فرض کنیم که فشار  $8 \times 10^5$  پاسکال فقط ناشی از جرم سکو و اتوبیل روی آن است،

داریم:

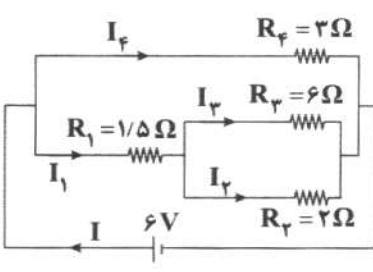
$$P_N = \frac{F_N}{A_2} = \frac{W}{A_2} \xrightarrow{W=mg} 8 \times 10^5 = \frac{9600 \times 10}{A_2} \Rightarrow A_2 = \frac{9600}{800} = 12 \text{ m}^2$$

در نهایت اگر پیستون را دایره‌ای شکل در نظر بگیریم، قطر آن برابر است با:

$$A = \pi \frac{d^2}{4} \Rightarrow \frac{12}{100} = \pi \frac{d^2}{4} \Rightarrow d^2 = \frac{16}{100} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{16}{100}} = 4 \text{ cm}$$

(مکمل مهندسی ریاضی ۹۲ و ۹۳ - کتاب میکرو - فیزیک پایه)

مدار داده شده در مسئله را می‌توان به صورت زیر نشان داد.



$$R_2, R_3 \parallel \Rightarrow R_{2,3} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = \frac{3}{2} = 1.5 \Omega$$

$$R_{2,3} \parallel R_1 \Rightarrow R_{1,2,3} = R_1 + R_{2,3} = 1/5 + 1.5 = 3 \Omega$$

$$R_{1,2,3} \parallel R_4 \Rightarrow R_T = \frac{R_4 R_{1,2,3}}{R_4 + R_{1,2,3}} = \frac{2 \times 3}{2 + 3} = 1.2 \Omega$$

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{6}{1.2} = 5 \text{ A}$$

**۱۸۰**  $R_1, R_2, R_3, R_4$  موزایی و هم‌مقدار هستند. پس جریان به نسبت مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود.

$$\Rightarrow I_3 = I_1 \times \frac{2}{2+6} = 5 \times \frac{2}{8} = \frac{5}{4} \text{ A}$$

**۱۸۱** همان‌گونه که می‌دانیم، اطلاعاتی که بر روی وسایل برقی نوشته می‌شود، کمیت‌های اسمی ولتاژ و توان مصرفی آن وسیله است. برای این

وسیله‌ی برقی داریم:  $(50.0 \text{ V}, 10.0 \text{ W})$ . یعنی حداکثر ولتاژی که می‌توان به دو سر این وسیله‌ی برقی اعمال کرد،  $50.0 \text{ V}$  است.

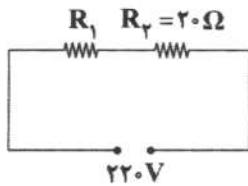
در سؤال ذکر شده است که می‌خواهیم این وسیله را با ولتاژ  $220 \text{ V}$  روشن کنیم. اگر بخواهیم مستقیماً ولتاژی به این میزان به وسیله‌ی برقی اعمال کنیم، وسیله‌ی خواهد سوت. بنابراین باید یک مصرف‌کننده‌ی دیگر (مقاومت) را در کنار آن قرار دهیم تا تمامی ولتاژ به وسیله‌ی برقی نرسد.



## ۳۱ فیزیک

حل ویدئویی سوالات این دفترچه را در  
وبایت DriQ.com مشاهده کنید.

برای این کار باید مقاومت موردنظر را به صورت سری با وسیله‌ی برقی بیندیم تا بخشی از ولتاژ به آن برسد. بنابراین داریم:



$$\begin{cases} V_m^2 = 100V \\ P_2 = 50W \end{cases} \Rightarrow P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{P_2} = \frac{100^2}{50} = 20\Omega$$

$$V = V_1 + V_2 \Rightarrow 220 = V_1 + 100 \Rightarrow V_1 = 120V$$

$$I_1 = I_2 \Rightarrow \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_2}{R_2} \Rightarrow \frac{120}{20} = \frac{100}{20} \Rightarrow R_1 = 24\Omega$$

بنابراین باید یک مقاومت ۲۴ اهمی را به صورت سری با آن بیندیم تا دستگاه آسیبی بینند.

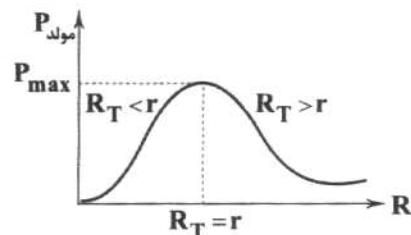
هنگامی که این سه لامپ را به صورت متوالی به اختلاف پتانسیل  $V$  متصل کنیم، ولتاژ دو سر هر یک از آن‌ها کمتر از ولتاژ اسمی‌شان (V) خواهد بود. بنابراین توان مصرفی هر یک از آن‌ها نیز از توان اسمی‌شان کمتر خواهد بود. برای محاسبه‌ی توان مجموع داریم:

$$P_T = \frac{V^2}{R_{eq}} = \frac{V^2}{R_1 + R_2 + R_3} \Rightarrow \frac{V^2}{\frac{V}{P_1} + \frac{V}{P_2} + \frac{V}{P_3}} \Rightarrow \frac{1}{P_T} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} + \frac{1}{P_3}$$

بنابراین برای این سه لامپ خواهیم داشت:

$$\frac{1}{P_T} = \frac{1}{1000} + \frac{1}{500} + \frac{1}{100} = \frac{1+2+10}{1000} \Rightarrow P_T = \frac{1000}{13} = 77W$$

همان‌گونه که می‌دانیم و در شکل زیر نیز نمایش داده شده است، هنگامی که مقاومت خارجی معادل، برابر مقاومت درونی مولد باشد توان مولد حداکثر خواهد بود.



با توجه به نمودار و آن‌چه گفته شد در مورد دو مدار داریم:

مدار (۱): با بسته شدن کلید، مقاومت  $R$  اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود، بنابراین  $R_T = r$  می‌شود. بنابراین با بستن کلید در مدار (۱)، توان مولد افزایش می‌یابد.

مدار (۱) قبل از بسته شدن کلید،  $r = R_T = 12\Omega$  است، بدین معنی که توان مولد قبل از بستن کلید حداکثر است. با بسته شدن کلید،  $r < R_T$  می‌شود، بنابراین توان مولد کاهش می‌یابد.

خازن در حالتی که دارای بار الکتریکی است اجازه‌ی عبور جریان از خود را نمی‌دهد. پس تمام جریان I از مقاومت ۵ اهمی عبور می‌کند و  $V_C = V_R = 5\Omega$  اختلاف پتانسیل خازن برابر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۵ اهمی می‌شود.

$$12 = 5 + 5 + 2 \Rightarrow R' = 2\Omega$$

$$2, 5, R' \Rightarrow R_T = 2 + 5 + 2 = 9\Omega$$

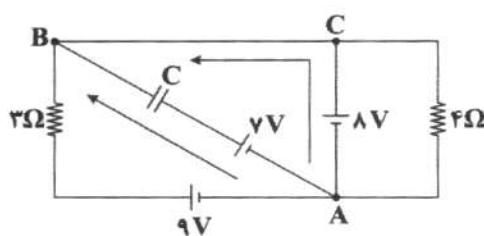
سیمی که خازن در آن قرار دارد را در نظر نمی‌گیریم:

$$I = \frac{E}{R_T + r} = \frac{20}{9+1} = 2A$$

$$V_C = V_R = 5\Omega = 5 \times 2 = 10V$$

انرژی ذخیره شده در خازن از رابطه‌ی مقابله‌ی تعیین می‌گردد:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-6} \times (10)^2 = 2.5 \times 10^{-4} J = 0.25mJ$$



مقابله ۲ اهمی که با خازن سری است اثری در مدار ندارد چرا که خازن پس از باردار شدن اجازه‌ی عبور جریان را نمی‌دهد. مدار ساده‌شده مقابله‌ی در نظر بگیرید.

اختلاف پتانسیل دو نقطه‌ی A و B از مسیر بالایی که از نقطه‌ی C عبور می‌کند ۸ ولت است. بنابراین اگر A از مسیری A بزرگتر که خازن قرار دارد به B برویم نیز اختلاف پتانسیل باید ۸ ولت شود. ۷ ولت آن را باتری در این شاخه تأمین کرده، بنابراین اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن ۱ ولت می‌شود.

$$q = CV = 5 \times 10^{-6} \times 1 = 5\mu C$$

## ۱۸۶



حداکثر نیروی بین دو سیم، هنگامی است که از هر دو جریان مساوی  $100\text{ A}$  عبور کند. (چرا؟)

$$F_{\max} = \frac{\gamma \times 10^{-7} I_1 I_2 L}{d} = \frac{\gamma \times 10^{-7} \times 100 \times 100 \times 1}{2 \times 10^{-2}} = 1\text{ N}$$

پس مقادیر  $100\text{ N}$  و  $100\text{ cm}$  نیوتون که از بیشینه نیرو کمتر هستند، می‌توانند نیروی بین دو سیم باشند.

ابتدا نسبت فاصله‌ی دو نقطه‌ی A و B را از سیم تعیین می‌کنیم.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \Rightarrow \frac{B_A}{B_B} = \frac{d_B}{d_A} \Rightarrow \frac{24}{8} = \frac{d_B}{d_A} \Rightarrow d_B = 3d_A$$

نقطه‌ی C وسط این دو نقطه است.

$$d_C = \frac{d_A + d_B}{2} = \frac{d_A + 3d_A}{2} = 2d_A$$

برای تعیین میدان در نقطه‌ی C داریم:

$$\frac{B_C}{B_A} = \frac{d_A}{d_C} \Rightarrow \frac{B_C}{24} = \frac{d_A}{2d_A} \Rightarrow B_C = 12\text{ G}$$

ابتدا سرعت الکترون را تعیین می‌کنیم.

$$F = qvB \sin \alpha$$

$$384 \times 10^{-21} = (1.6 \times 10^{-19}) \times v \times (24 \times 10^{-4}) \times \sin 90^\circ \Rightarrow v = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

برای محاسبه‌ی انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times 10^4 \Rightarrow K = 4.5 \times 10^{-27} \text{ J}$$

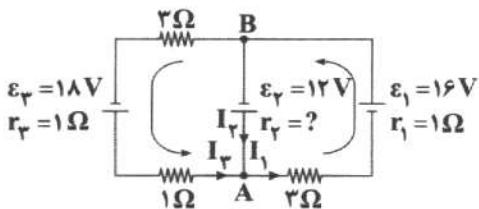
$$\text{سیمولوگ: } B_1 = \mu_0 n_1 I_1$$

$$B_2 = \frac{\mu_0}{2} N_2 \frac{I_2}{R_2} \quad \text{حلقه‌ی مسطح}$$

$$\Rightarrow \frac{B_1}{B_2} = \frac{2n_1 I_1 R_2}{N_2 I_2} = \frac{2 \times (50 \times 100) \times 10 \times 0.2}{200 \times 20} \Rightarrow \frac{B_1}{B_2} = 5$$

برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: با حرکت از نقطه‌ی B تا A در مسیر نشان داده شده در حلقه‌ی سمت چپ و نوشتن قانون ولتاژها داریم:



$$\begin{aligned} V_B - 3I_2 + 18 - r_2 I_2 - 1 \times I_2 &= V_A \\ \Rightarrow -3I_2 + 18 - I_2 - I_2 &= V_A - V_B = \lambda \\ \Rightarrow 5I_2 &= 10 \Rightarrow I_2 = 2A \end{aligned}$$

گام دوم: با نوشتن قانون ولتاژها در مسیر نشان داده شده در حلقه‌ی سمت

راست داریم:

$$V_A - 2I_1 - r_1 I_1 + \epsilon_1 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 2I_1 + I_1 - 16 \Rightarrow \lambda = 4I_1 - 16 \Rightarrow I_1 = 6A$$

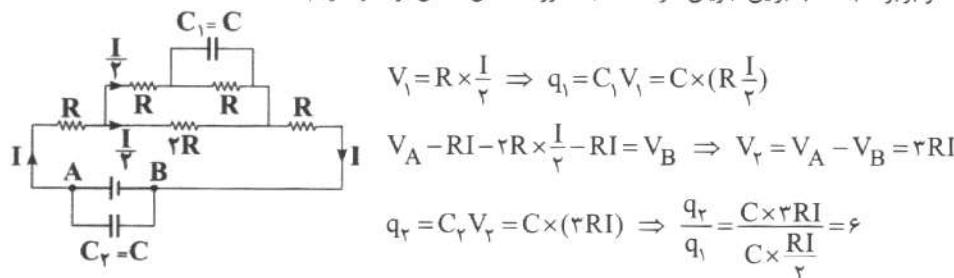
گام سوم: با نوشتن قانون جریان در نقطه‌ی A، جریان  $I_2$  برابر  $4I_1$  می‌باشد.

$$I_1 + I_2 = I_1 \Rightarrow I_1 + 2 = 6 \Rightarrow I_1 = 4A$$

گام چهارم: با نوشتن قانون ولتاژها در شاخه‌ی وسط و در جهت جریان  $I_2$  می‌توان نوشت:

$$V_B + \epsilon_2 - r_2 I_2 = V_A \Rightarrow 12 - 4r_2 = V_A - V_B = \lambda \Rightarrow 4r_2 = 4 \Rightarrow r_2 = 1\Omega$$

فرض کنید جریان کل مدار برابر  $I$  باشد. بنابراین جریان هر شاخه به صورت شکل مقابل بوده و داریم:

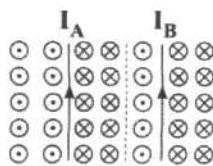


(مکمل فلاقانه ریاضی ۸۳ - کتاب میکرو - فیزیک پایه)

برای هسته‌ی یک آهنربای الکتریکی، احتیاج به ماده‌ای داریم که خاصیت الکتریکی سریعاً در آن ایجاد شده و سریعاً نیز از بین برود (با وصل جریان برق خاصیت آهنربایی ایجاد شده و با قطع آن از بین برود). به همین دلیل برای هسته‌ی یک آهنربای الکتریکی می‌توانیم از آهن که یک ماده‌ی فرومغناطیسی نرم است، استفاده کنیم.

**دقت کلید:** در فولاد خاصیت مغناطیسی به سختی از بین می‌رود و برای آهنربای الکتریکی که عموماً در آن به دنبال تغییر میدان با قطع و وصل جریان برق هستیم، مناسب نمی‌باشد.

(تألیف - کتاب میکرو - فیزیک پایه)



می‌دانیم در این حالت که جریان دو سیم موازی، هم‌جهت می‌باشند، میدان مغناطیسی در نقطه‌ای بین دو سیم و نزدیک به سیم حامل جریان کم‌تر صفر می‌شود (مثلًا بر روی خط‌چین)، از سوی دیگر به کمک قاعده‌ی دست راست، می‌فهمیم که در سمت چپ سیم A میدان هر دو سیم برون سو بوده و میدان مغناطیسی برایند برون سو است و در سمت راست سیم B میدان هر دو سیم درون سو بوده و میدان مغناطیسی برایند نیز درون سو است. در بین دو سیم در سمت راست خط‌چین، میدان سیم B قوی‌تر از سیم A است و میدان برایند برون سو است، از طرفی در سمت چپ خط‌چین، میدان سیم A قوی‌تر از سیم B است و میدان برایند درون سو است.

(مکمل فلاقانه ریاضی ۸۵ - کتاب میکرو - فیزیک پایه)

حداکثر نیروی وارد بر یک سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت، زمانی رخ می‌دهد که راستای سیم بر جهت میدان مغناطیسی عمود باشد ( $\alpha = 90^\circ$ ) و می‌توان نوشت:

$$L = 25 \times 10^{-2} \text{ m}, B = 0.2 \text{ T}, F_{\max} = 0.2 \text{ N}, I = ?$$

$$F = BIL \sin \alpha \xrightarrow{\alpha = 90^\circ} F_{\max} = BIL \Rightarrow 0.2 = 0.2 \times I \times (25 \times 10^{-2}) \Rightarrow I = \frac{1}{25 \times 10^{-2}} = \frac{100}{25} = 4 \text{ A}$$

(مکمل مفهومی ریاضی ۸۶ - کتاب میکرو - فیزیک پایه)

برای پاسخ دادن به این سؤال، به موارد زیر توجه کنید:

(۱) اگر از سیم جریانی عبور نکند، نیروسنج وزن آهنربا را نشان می‌دهد. برای این که نیروسنج عدد کمتری را نشان دهد، باید جهت جریان در سیم به گونه‌ای باشد که بر آهنربا نیرویی ( $F'$ ) به سمت بالا وارد شود تا تأثیر وزن آهنربا کم‌تر شده و نیروسنج عدد کمتری ( $T = mg - F'$ ) را نشان دهد.

(۲) طبق قانون سوم نیوتون، با توجه به این‌که نیروی وارد شده از طرف سیم به آهنربا، به سمت بالا می‌باشد، نیروی وارد شده بر سیم از طرف میدان مغناطیسی آهنربا باید به سمت پایین باشد. بنابراین به کمک قانون دست راست، جهت جریان در سیم باید درون سو باشد. پس گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست‌اند.

(۳) با توجه به رابطه‌ی  $F = BIL \sin \alpha$ ، هر چه جریان عبوری از سیم بیشتر باشد، نیروی وارد شده بر سیم بیشتر بوده و در نتیجه نیروی وارد شده از طرف سیم به آهنربا به سمت بالا بیشتر می‌شود ( $F' \uparrow$ )، بنابراین نیروسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد.

$$\downarrow \quad \uparrow \\ mg - F' = \text{عدد نیروسنج}$$

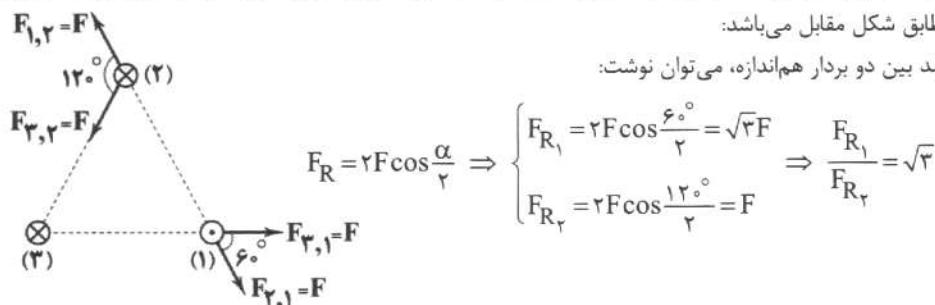
بنابراین گزینه‌ی (۲) پاسخ صحیح است.

(مکمل فلاقانه ریاضی ۸۷ - کتاب میکرو - فیزیک پایه)



با توجه به این که فاصله‌ی سیم‌ها از یکدیگر و اندازه‌ی جریان عبوری از آن‌ها با یکدیگر برابر است، بنابراین اندازه‌ی نیرویی که هریک از دو سیم بر یکدیگر وارد می‌کنند برابر  $F$  می‌باشد. می‌دانیم سیم‌های دارای جریان هم‌جهت یکدیگر را جذب کرده و سیم‌های دارای جریان خلاف جهت هم، یکدیگر را دفع می‌کنند. با توجه به هم‌جهت و یا در خلاف جهت بودن جریان هریک از دو سیم، جهت نیروی بین هریک از دو سیم مطابق شکل مقابل می‌باشد:

با استفاده از رابطه‌ی برایند بین دو بردار هم‌اندازه، می‌توان نوشت:



(امکمل مهندسی ریاضی ۸۹ و ۹۴ - کتاب میکرو - فیزیک پایه)

۳ ۱۹۸

**تذکر:** ذره‌ی  $\alpha$ ، از جنس هسته‌ی اتم هلیوم ( $He^{2+}$ ) بوده و بار الکتریکی آن، معادل با بار الکترون ۲ پروتون است.

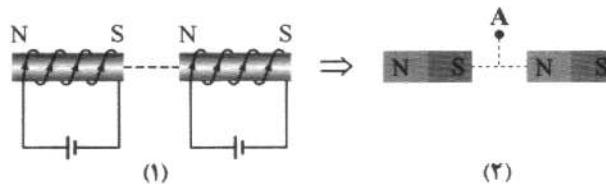
$$q_\alpha = 2 \times 1/6 \times 10^{-19} C$$

$$v = 4 \times 10^6 \frac{m}{s}, B = 50 mT = 50 \times 10^{-3} T, \alpha = 30^\circ, q_\alpha = 2 \times 1/6 \times 10^{-19} C, F = ?$$

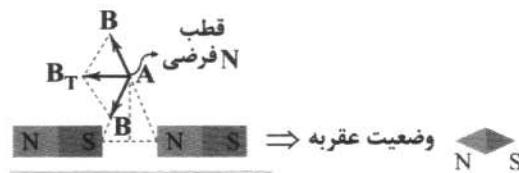
$$F = qvB \sin \alpha \Rightarrow F = (3/2 \times 10^{-19}) \times (4 \times 10^6) \times (50 \times 10^{-3}) \times \sin 30^\circ \Rightarrow F = 3/2 \times 10^{-14} N$$

(امکمل مهندسی ریاضی ۹۴ - کتاب میکرو - فیزیک پایه)

دو سیم‌لوه مانند دو آهنربا عمل کرده و قطب‌های آن به سادگی با قانون دست راست مشخص می‌شوند. به جای شکل (۱)، می‌توان جهت میدان در نقطه‌ی A را از شکل (۲) تعیین کرد:



در ادامه برای تعیین جهت میدان مغناطیسی در نقطه‌ی A، یک قطب N فرضی در نقطه‌ی A قرار می‌دهیم و جهت برایند نیروهای وارد بر آن، ناشی از قطب‌های نزدیک به آن نقطه را می‌یابیم:



(تألیف - کتاب میکرو - فیزیک پایه)

اندازه‌ی میدان مغناطیسی دو سیم A و B در نقطه‌ی C عبارت است از:

$$B_A = 2 \times 10^{-7} \frac{I_A}{d_A} = 2 \times 10^{-7} \times \frac{2}{0/2} = 2 \times 10^{-6} T$$

$$B_B = 2 \times 10^{-7} \frac{I_B}{d_B} = 2 \times 10^{-7} \times \frac{1/6}{0/16} = 2 \times 10^{-6} T$$

$$I_A = 2A \quad I_B = 1/6A$$

از طرفی جهت میدان  $\bar{B}_A$  و  $\bar{B}_B$  در نقطه‌ی C، با توجه به قانون دست راست به صورت مقابل بوده و زاویه‌ی بین  $\bar{B}_A$  و  $\bar{B}_B$  برابر  $37^\circ$  است (چرا؟) و میدان برایند برابر است با:

$$B_T = \sqrt{B_A^2 + B_B^2 + 2B_A B_B \cos \alpha}$$

$$B_A = B_B = B \rightarrow B_T = \sqrt{B^2 + B^2 + 2BB \cos 37^\circ} = \sqrt{3/6} B = \sqrt{3/6} \times 2 \times 10^{-6} T = 2\sqrt{3/6} \times 10^{-6} G$$

(تألیف - کتاب میکرو - فیزیک پایه)

۳ ۲۰۰



کanal رفع اشکال: @shimi\_gaj

DriQ.com

شیمی

۲۰۱

## بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) ثابت تعادل (K)، یک کمیت ترمودینامیکی است و از روی آن نمی‌توان در مورد سرعت انجام واکنش اظهارنظر کرد.
- (۲) یکی از روش‌هایی که می‌توان به کمک آن فشار یک سامانه‌ی گازی در حال تعادل را در دمای ثابت تغییر داد، تغییر حجم سامانه است.
- (۴) تغییر بسیار ناچیز مجسمه‌ی مرمرین حضرت داود (ع) پس از قرن‌ها، دلیلی آشکار بر پیشرفت بسیار ناچیز تجزیه‌ی (s) CaCO<sub>3</sub> در دمای ۲۵°C است.

به جز مورد «آ»، بقیه‌ی موارد را می‌توان به نمودار نسبت داد.

۲۰۲

مطابق نمودار در لحظه‌ی اعمال تغییر، Q بزرگ‌تر از K است. بنابراین، تغییر(های) موردنظر باید Q را افزایش دهد. هم‌چنین K در تعادل اولیه و تعادل جدید با هم برابر است.

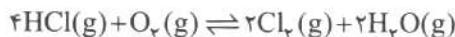
## بررسی موارد:

۲۰۳

- (آ) تغییر دما، مقدار K را تغییر می‌دهد.  
 ب) با کاهش حجم ظرف که معادل افزایش فشار است، تعادل به سمت تعداد مول گازی کم‌تر، یعنی در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.  
 جابه‌جایی تعادل در جهت برگشت به دلیل بزرگ‌تر بودن Q در مقایسه با K است.  
 پ) افزودن مقداری گاز هیدروژن به ظرف واکنش، همراه با جابه‌جایی تعادل از راست به چپ است. بنابراین مشابه مورد «ب» تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده و Q بزرگ‌تر از K است.  
 ت) با خارج کردن مقداری بخار آب، تعادل برای جبران کاهش آن در جهت برگشت جابه‌جا شده تا آن را مصرف کند. جابه‌جایی تعادل در جهت برگشت به دلیل بزرگ‌تر بودن Q در مقایسه با K است.

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

۲۰۴



شمار مول‌ها در تعادل:

$$\begin{array}{cccc} x & x & 5x & 5x \\ \hline x+n & x+n & 5x+n & 5x+n \end{array}$$

شمار مول‌ها در لحظه‌ی اضافه کردن مواد:

از طرفی داریم:

$$\frac{\Delta x + n}{x + n} = 3 \Rightarrow x = n$$

$$K = \frac{[\text{Cl}_2]^2 [\text{H}_2\text{O}]^2}{[\text{HCl}]^4 [\text{O}_2]} = \frac{(5x)^2 (5x)^2}{(x)^4 (x)} = \frac{625}{x}$$

$$Q = \frac{[\text{Cl}_2]^2 [\text{H}_2\text{O}]^2}{[\text{HCl}]^4 [\text{O}_2]} = \frac{(6x)^2 (6x)^2}{(2x)^4 (2x)} = \frac{40/5}{x}$$

$$\frac{K}{Q} = \frac{625}{40/5} = 15/4$$

ابتدا جرم گازهای H<sub>2</sub> و CO را به مول تبدیل می‌کنیم:

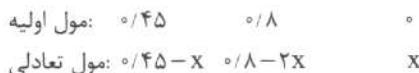
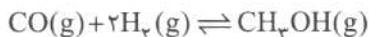
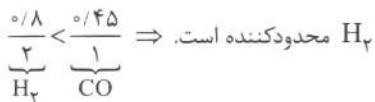
۲۰۵

$$? \text{mol H}_2 = 1/6 \text{g H}_2 \times \frac{1 \text{mol H}_2}{1 \text{g H}_2} = 0.1666 \text{mol H}_2$$

$$? \text{mol CO} = 12/6 \text{g CO} \times \frac{1 \text{mol CO}}{12 \text{g CO}} = 0.45 \text{mol CO}$$



اکنون واکنش دهنده‌ی محدودکننده را تعیین می‌کنیم:



$$2x = \frac{4}{100} \times \circ/\lambda \Rightarrow 2x = \circ/32 \Rightarrow x = \circ/16$$

مطلوب داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

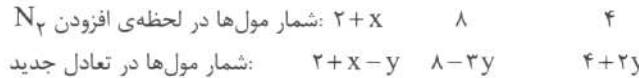
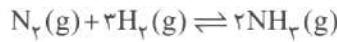
حجم سامانه ۴ لیتر است:

$$K = \frac{[CH_3OH]}{[CO][H_2]^2} = \frac{\left(\frac{x}{4}\right)}{\left(\frac{\circ/45-x}{4}\right)\left(\frac{\circ/\lambda-2x}{4}\right)^2} = \frac{\circ/16}{\circ/29 \times (\circ/12)^2} = 38/31$$

مقدار K واکنش سوختن هیدروژن در دمای اتاق در حدود  $2.9 \times 10^{11}$  است. ۱ ۲۰۵از آنجاکه سرعت واکنش رفت بیشتر از واکنش برگشت است، می‌توان نتیجه گرفت که واکنش در جهت رفت، در حال پیشروی بوده و  $Q < K$  است. پیشروی واکنش در جهت رفت نشان می‌دهد که  $\Delta G$  واکنش رفت، منفی و  $\Delta G$  واکنش برگشت، مثبت است.

ابتدا ثابت تعادل را به دست می‌آوریم: ۲ ۲۰۶

$$K = \frac{[NH_3]^2}{[N_2][H_2]^2} = \frac{(4)^2}{2(8)^2} = \frac{1}{64}$$

از آنجاکه دما ثابت است، مقدار K تغییر نمی‌کند. اما با اضافه کردن مقداری نیتروژن، تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و از مقدار واکنش دهنده‌ها کاسته می‌شود. مقدار نیتروژن اضافه شده را با  $x$  نمایش می‌دهیم.

مطلوب داده‌های سؤال داریم:

$$4+2y=8 \Rightarrow y=2$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{64} = \frac{(4)^2}{(2+x-y)(8-3y)^2} \Rightarrow x=512$$

عبارت‌های «آ» و «پ» نادرست هستند. ۲ ۲۰۸

### بررسی عبارت‌های نادرست:

آ) ممکن است واکنش موردنظر از نظر ترمودینامیکی مساعد باشد، اما به طور سینتیکی کنترل شود.

ب) ثابت تعادل، حالت ویژه‌ای از خارج قسمت واکنش است.

واکنش  $N_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2NO(g)$  در جهت رفت، گرمایی ( $\Delta H > 0$ ) است. با کاهش دما، واکنش در جهت گرماده (برگشت) بیشتر انجام می‌شود. کاهش دما موجب کاهش سرعت واکنش در هر دو جهت رفت و برگشت می‌شود. ۳ ۲۰۹

۱ ۲۱۰

### بررسی موارد:

آ) با افزایش غلظت  $O_2$ ، تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده، در نتیجه از غلظت  $SO_2$  کم و بر غلظت  $SO_3$  اضافه می‌شود تا واکنش به تعادل جدید برسد.ب) تعادل داده شده در جهت رفت گرماده است. کاهش دما آن را در جهت تولید گرما یعنی جهت رفت جابه‌جا می‌کند. در نتیجه از غلظت  $SO_2$  کم و بر غلظت  $SO_3$  اضافه می‌شود تا واکنش به تعادل جدید برسد.

پ) هر چند کاهش حجم سامانه موجب افزایش فشار و جابه‌جایی تعادل در جهت رفت (به سمت تعداد مول گازی کمتر) می‌شود، اما در لحظه‌ی کاهش حجم، غلظت تمامی اجزای واکنش به یکباره زیاد می‌شود. چنین چیزی در نمودار مشاهده نمی‌شود. ت) کاتالیزگر موجب برهم‌زدن تعادل نمی‌شود.



۲۱۱

اگر حجم سامانه را کاهش دهیم، غلظت هر کدام از اجزای واکنش افزایش می‌یابد. به این ترتیب، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت که به ترتیب تابع غلظت واکنش‌دهنده‌ها و فراورده هستند، افزایش می‌یابد. اما واکنش از حالت تعادل خارج نمی‌شود، زیرا مجموع ضرایب مولی گازها در دو سوی واکنش باهم برابر است.

به جز خارج کردن مقداری کلسیم کربنات که یک ماده‌ی جامد است و موجب برهم زدن تعادل نمی‌شود، بقیه‌ی موارد اشاره شده واکنش را از حالت تعادل خارج می‌کنند. البته چون فقط یک ماده‌ی گازی شکل در سامانه‌ی واکنش وجود دارد، افزایش حجم سامانه و افزودن مقداری گاز  $\text{CO}_2$ ، در نهایت واکنش را به تعادل اولیه بازمی‌گردانند. در واقع فقط تغییر دما علاوه بر برهم زدن تعادل، موجب برقراری تعادل جدید نیز می‌شود.

رابطه‌ی ثابت تعادل واکنش موردنظر به صورت زیر است:

۲۱۲

$$K = \frac{[\text{SO}_3]^x}{[\text{SO}_3]^y [\text{O}_2]} \quad (1)$$

از آنجاکه فقط با اضافه کردن  $\text{SO}_3$  و  $\text{O}_2$ ، تعادل بهم خورده، می‌توان نتیجه گرفت که مقدار  $K$  تغییر نکرده است.

$$\begin{aligned} K_1 = K_2 &\Rightarrow \frac{[\text{SO}_3]_1^x}{[\text{SO}_3]_1^y [\text{O}_2]_1} = \frac{[\text{SO}_3]_2^x}{[\text{SO}_3]_2^y [\text{O}_2]_2} \Rightarrow \frac{[\text{SO}_3]_2^x}{[\text{SO}_3]_1^x} = \frac{[\text{SO}_3]_2^y [\text{O}_2]_2}{[\text{SO}_3]_1^y [\text{O}_2]_1} = (5)^x (4)^y = 100 \\ &\Rightarrow \frac{[\text{SO}_3]_2}{[\text{SO}_3]_1} = \sqrt{100} = 10 \end{aligned}$$

مقدار  $K$  را در ظرف ۶ لیتری به دست می‌آوریم.

۲۱۴

$$K = \frac{[\text{PCl}_3][\text{Cl}_2]}{[\text{PCl}_5]} = \frac{\left(\frac{12}{6}\right)\left(\frac{12}{6}\right)}{\left(\frac{12}{6}\right)} = 2$$

از آنجاکه دما ثابت است، مقدار  $K$  تغییر نمی‌کند و در ظرف ۲ لیتری نیز برابر ۲ خواهد بود. با انتقال مخلوط تعادلی به ظرف کوچک‌تر، فشار مخلوط گازی افزایش یافته و در نتیجه طبق اصل لوشاپالیه، واکنش در جهت کاهش فشار (تعداد مول گازی کمتر)، یعنی در جهت برگشت جایه‌جا شده تا تعادل جدید برقرار شود.



$12+x$  : مول مواد در تعادل جدید       $12-x$        $12-x$

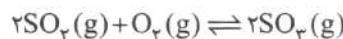
$$K = \frac{\left(\frac{12-x}{2}\right)\left(\frac{12-x}{2}\right)}{\left(\frac{12+x}{2}\right)} \xrightarrow{\frac{x}{2}=m} 2 = \frac{(6-m)^2}{(6+m)}$$

$$12+2m = 36+m^2 - 12m \Rightarrow m^2 - 14m + 24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 12 \\ m_2 = 2 \end{cases}$$

$$m=2 \Rightarrow x=4$$

$$\text{Cl}_2 = 12-x = 12-4 = 8 \text{ mol}$$

۲۱۵



از آنجاکه شمار مول‌های هر کدام از اجزای واکنش در تعادل اولیه، نسبت به تعادل جدید، متناسب با ضرایب استوکیومتری آن‌ها تغییر کرده است، می‌توان نتیجه گرفت که هیچ ماده‌ای به ظرف واکنش اضافه یا از آن خارج نشده است (حذف گزینه‌های (۱) و (۲)). از طرفی اگر افزایش دما، عامل موردنظر بوده باشد، باید تعادل در جهت گرم‌گیر بودن یعنی در جهت برگشت جایه‌جا شود. در صورتی که مطابق جدول فوق، تعادل در جهت رفت جایه‌جا شده است، زیرا از مقدار واکنش‌دهنده‌ها کاسته و بر مقدار فراورده افزوده شده است. به این ترتیب عامل موردنظر کاهش حجم (افزایش فشار) بوده که تعادل را به سمت تعداد مول گازی کمتر (جهت رفت) جایه‌جا کرده است.



پیوند هیدروژنی نوعی نیروی بین مولکولی است و میان دو مولکول برقرار می‌شود. این نوع نیروی جاذبه بین اتم H از یک مولکول و یکی از اتم‌های O و F و N مولکول مجاور برقرار می‌شود. در مولکول‌های موردنظر نیز باید اتم H به یکی از سه اتم O، F و N متصل باشد.

### بررسی موارد نادرست:

آ) در این شکل، جاذبه‌ی نشان داده شده بین N و O برقرار شده که به طور واضح نادرست است، زیرا در آن خبری از H نیست.

پ) در مولکول استون (CH<sub>3</sub>COCH<sub>3</sub>)، اتم H به طور مستقیم به O متصل نیست.

ت) مولکول C<sub>4</sub>H<sub>9</sub> - CH<sub>3</sub> قادر یکی از اتم‌های O یا N است.

به جز عبارت «ب»، بقیه‌ی عبارت‌ها نادرست هستند.

### بررسی موارد:

آ) ساختار مولکول‌های آب (H<sub>2</sub>O) و هیدروژن سولفید (H<sub>2</sub>S) مشابه و به صورت خمیده است:



ب) مولکول‌های گوگرد دی‌اکسید (SO<sub>2</sub>) برخلاف مولکول‌های گوگرد تری‌اکسید (SO<sub>3</sub>) قطبی هستند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

پ) اتم‌های مولکول HCN در یک راستا و به صورت یک خط راست (H-C≡N) هستند، اما این مولکول قطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

ت) مولکول‌های H<sub>2</sub>O در هر سه حالت جامد، مایع و گاز، ساختار خمیده دارند.

در هر کدام از سه گروه ۱۵، ۱۶ و ۱۷، نقطه‌ی جوش ترکیب‌های هیدروژن دار نخستین عنصر گروه (مربوط به تناسب دوم) در مقایسه با ترکیب‌های هیدروژن دار دو عنصر بعدی گروه بیشتر است، زیرا می‌توانند پیوند هیدروژنی تشکیل دهند.

۱۵: نقطه‌ی جوش ترکیب‌های هیدروژن دار گروه ۱۵

قطبی با جرم	>	AsH <sub>3</sub>
قطبی با جرم	>	PH <sub>3</sub>
مولی کمتر	>	NH <sub>3</sub>

۱۶: نقطه‌ی جوش ترکیب‌های هیدروژن دار گروه ۱۶

قطبی با جرم	>	H <sub>2</sub> Se
قطبی با جرم	>	H <sub>2</sub> S
مولی بیشتر	>	H <sub>2</sub> O

۱۷: نقطه‌ی جوش ترکیب‌های هیدروژن دار گروه ۱۷

قطبی با جرم	>	HBr
قطبی با جرم	>	HCl
مولی کمتر	>	HF

بنابراین نمودار نقطه‌ی جوش ترکیب‌های هیدروژن دار هر سه گروه ۱۵، ۱۶ و ۱۷ مشابه نموداری است که در صورت سؤال می‌بینید، اما

چون نقطه‌ی جوش HF (10°C) و H<sub>2</sub>O (19°C) بالای صفر درجه‌ی سلسیوس و نقطه‌ی جوش NH<sub>3</sub> (-33/5°C) پایین‌تر از صفر درجه‌ی سلسیوس است، نمودار داده شده در صورت سؤال را فقط می‌توان به گروه ۱۵ نسبت داد.

۲۱۸

### بررسی گزینه‌ها:

ساده‌ترین ترکیب هر چهار ماده‌ی آلی داده شده در زیر آمده است:

۱) اتم هیدروژن: HCONH<sub>2</sub>: آمید (۱)

۲) اتم هیدروژن: CH<sub>3</sub>NH<sub>2</sub>: آمین (۲)

۳) اتم هیدروژن: HCOOH: کربوکسیلیک اسید (۳)

۴) اتم هیدروژن: HCOOCH<sub>3</sub>: استر (۴)

۲۱۹

تمام ساختارهای آلکی C<sub>6</sub>H<sub>12</sub> بدون شاخه‌ی متیل در زیر رسم شده‌اند:

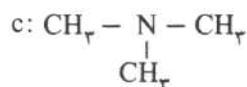
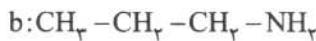
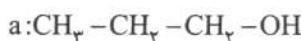
۱) C-C-C-C-C=C

۲) C-C-C-C=C-C

۳) C-C-C=C-C-C-C

۴) C-C-C=C-C  
|  
C

۲۲۰



a یک الکل و دو ترکیب دیگر، آمین هستند.

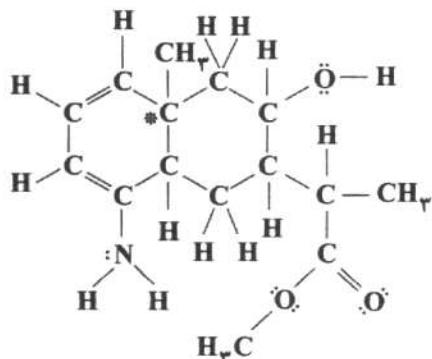
۱ ۲۲۱

دماهی جوش آمین های دارای پیوند H-N مانند ترکیب c از آمین های فاقد پیوند H-N مانند ترکیب b است. زیرا در آمین های دارای پیوند H-N، امکان تشکیل پیوند هیدروژنی وجود دارد و همین امر موجب افزایش نقطه هیچ جوش می شود (حذف گزینه (۲)).

دماهی جوش الکل ها از دماهی جوش آمین های دارای پیوند H-N، با جرم مولی نزدیک به هم بیشتر است، زیرا پیوند هیدروژنی ناشی از O-H نسبت به پیوند هیدروژنی ناشی از N-H قوی تر است.

ابتدا به ساختار گستردگی ترکیب موردنظر توجه کنید:

۲ ۲۲۲



## بررسی عبارات:

(آ) فرمول مولکولی این ترکیب  $\text{C}_{15}\text{H}_{23}\text{O}_3\text{N}$  است.

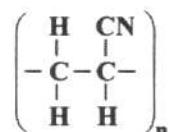
ب) تنها یک اتم کربن (که با علامت \* مشخص شده است) در این ترکیب می توان یافت که فقط با اتم های کربن پیوند دارد.

پ) دارای گروه های عاملی آمینی ( $\text{C}-\text{N}-$ )، استری ( $\text{C}-\text{O}-$ ) و الکلی (-OH) است.

ت) اگر به ساختار گستردگی توجه کنید، مشاهده می کنید که در لایه هی ظرفیت اتم های این ترکیب، ۷ جفت الکترون ناپیوندی یا ۱۴ الکترون ناپیوندی وجود دارد.

ساختار پلی سیانواتن به صورت زیر است:

۳ ۲۲۳

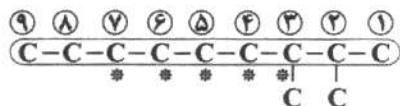


همان طور که می بینید هر مونومر این پلیمر شامل ۳ اتم هیدروژن است.

$$\text{?g Polymer} = \frac{1}{7} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{1} \times \frac{52}{1} = 132/5 \text{g Polymer}$$

فرمول مولکولی ترکیب موردنظر ( $\text{C}_{13}\text{H}_{28}$ ) نشان می دهد که با یک آلان ۱۳ کربن سروکار داریم، از طرفی زنجیر اصلی این ترکیب نونان بوده و شامل ۹ اتم کربن است. همچنین دو شاخه متیل داریم که هر کدام دارای یک اتم کربن زیرا این از ۱۳ اتم کربن، تکلیف ۱۱ اتم کربن مشخص است.

بنابراین فقط ۲ اتم کربن باقی میماند. از طرفی پیشوند «دی» نیز نشان می دهد که اتم های کربن باقی مانده نمی توانند به صورت شاخه متیل باشند. بنابراین ۲ اتم کربن باقی مانده می توانند یک شاخه ایتل باشند و به یکی از کربن های زیر که با \* مشخص شده اند، متصل باشند.



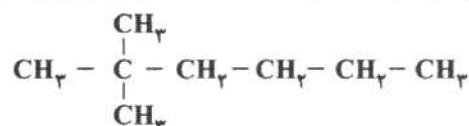
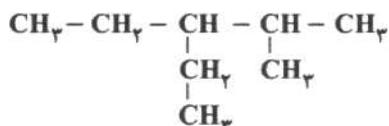
يعنى ۵ ساختار محتمل است.

لکته: توجه داشته باشید که شاخه ایتل (- $\text{C}_2\text{H}_5$ ) نمی تواند به کربن اول، دوم، یکی مانده به آخر و آخر در زنجیر اصلی متصل شود. زیرا در این صورت خود جزوی از زنجیر اصلی محسوب می شود.



۲۲۵

هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند. ساختار هر دو ترکیب a و b در زیر آمده است:



(۳) b - اتیل - ۲ - متیل پنتان)

(۲) a - دی متیل هگزان)

## بررسی عبارات:

آ) هر کدام از دو ترکیب دارای ۴ گروه  $\text{CH}_3$  هستند.ب) فرمول مولکولی هر دو ترکیب به صورت  $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$  است.پ) شمار پیوندهای کووالنسی مولکول یک آلkan با فرمول عمومی  $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$  برابر است با  $3n+1=25$  شمار پیوندها

ت) در ترکیب b، هر کدام از اتم‌های کربن حداقل با یک اتم هیدروژن پیوند دارد، اما در ترکیب a، اتم کربنی که دو شاخهٔ متیل به آن متصل است، تنها با اتم‌های کربن پیوند دارد.

۲۲۶

جرم محلول سیرشدهٔ نمک A در دمای  $20^\circ\text{C}$  و  $80^\circ\text{C}$  به ازای  $10^\circ\text{g}$  آب برابر است با:

$$20^\circ\text{C}: S = \frac{10}{20} + 26 = 6 + 26 = 32\text{g A} \Rightarrow \text{جرم محلول} = 32 + 100 = 132\text{g}$$

$$80^\circ\text{C}: S = \frac{10}{80} + 26 = 5 + 26 = 31\text{g A} \Rightarrow \text{جرم محلول} = 5 + 100 = 105\text{g}$$

$$20^\circ\text{C} - 80^\circ\text{C} = 15^\circ\text{g} - 132\text{g} = 18\text{g}$$

اکنون جرم رسوب تشکیل شده به ازای  $6^\circ\text{g}$  محلول سیرشده در اثر کاهش دما از  $20^\circ\text{C}$  به  $80^\circ\text{C}$  را به دست می‌آوریم:

$$\text{رسوب } ?\text{g} = \frac{18\text{g}}{15^\circ\text{g}} \times 6^\circ\text{g} = 7.2\text{g}$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{7.2\text{g}}{(7.2\text{g}) + 6^\circ\text{g}} \times 100 = 10\%$$

۲۲۷

به جز عبارت «ت»، بقیهٔ عبارت‌ها درست هستند.

## بررسی عبارات:

آ) بدون شرح!

ب) فرمول مولکولی استون به صورت  $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$  و فرمول مولکولی اتانول به صورت  $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$  است. واضح است که فرمول مولکولی این دو ترکیب تنها در یک اتم C با هم اختلاف دارند.

پ) در ساختار اتانول ۴ نوع پیوند (C=O, C-H, C-O, C-C) و در ساختار استون ۳ نوع پیوند (O-H, C-O, C-H, C-C) وجود دارد:



## اتانول

## استون

ت) نیروهای بین‌مولکولی در اتانول که از نوع پیوند هیدروژنی می‌باشد، قوی‌تر از استون است، در صورتی که درصد جرمی کربن در استون بیشتر است:

$$\text{درصد جرمی C در استون} = \frac{3 \times 12}{58} \times 100 = 52.6\%$$

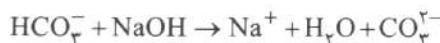
$$\text{درصد جرمی C در اتانول} = \frac{2 \times 12}{46} \times 100 = 51.7\%$$

۲۲۸

مطابق داده‌های سؤال، اگر  $16^\circ\text{g}$  محلول سیرشدهٔ  $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$  را از دمای  $25^\circ\text{C}$  تا  $15^\circ\text{C}$  سرد کنیم، محلول سیرشده‌ای به جرم  $15^\circ\text{g}$  و  $10^\circ\text{g}$  رسوب خواهیم داشت. اکنون برای محلولی به جرم  $56^\circ\text{g}$  می‌توان نوشت:

$$\text{رسوب } ?\text{g} = \frac{1^\circ\text{g}}{16^\circ\text{g}} \times 56^\circ\text{g} = 3.5\text{g}$$

از آنجاکه جرم رسوب تولیدشده برابر  $\frac{g}{\text{mol}} = \frac{33}{2} / 2 = 16.5\text{g/mol}$  است، می‌توان نتیجه گرفت که محلول اولیه، سیرنشده بوده است.

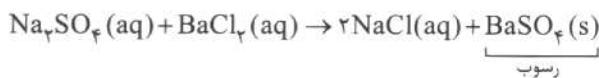


$$\text{? mol NaOH} = \frac{46}{6} \text{ g HCO}_3^- \times \frac{1 \text{ mol HCO}_3^-}{61 \text{ g HCO}_3^-} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol HCO}_3^-} = 0.6 \text{ mol NaOH}$$

مطابق محاسبات فوق، محلول سدیم هیدروکسید درون بشر شامل ۰/۶ مول حل شونده است. از آن جا که این محلول، نیمی از محلول رقیق شده است، می‌توان نتیجه گرفت که محلول رقیق شده دارای ۱/۲ مول NaOH بوده است. همچنین ۱۰۰۰ گرم محلول اولیه NaOH، فقط با اضافه کردن آب، رقیق شده است. بنابراین محلول اولیه نیز دارای ۱/۲ × ۰.۶ = ۰.۴۸ مول NaOH یا ۰/۴۸ مول سدیم هیدروکسید بوده است.

$$\frac{\text{مول حل شونده}}{\text{کیلوگرم حلال}} = \frac{۰.۴۸ \text{ mol}}{\left( \frac{۱۰۰۰ - ۰.۴۸}{۱۰۰} \right) \text{ kg}} \approx ۱/۲۶ \text{ M}$$

با مخلوط کردن محلول‌های سدیم سولفات و باریم کلرید، یک واکنش شیمیایی میان آن‌ها انجام شده و رسوب باریم سولفات تشکیل می‌شود:



در واقع شماری از یون‌های  $\text{SO}_4^{2-}$  با  $\text{Ba}^{2+}$  واکنش داده و رسوب  $\text{BaSO}_4$  را به وجود می‌آورند. بنابراین باید حساب کنیم چه تعداد از یون‌های  $\text{SO}_4^{2-}$  موجود در  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  مصرف و تبدیل به رسوب می‌شود. باقی‌مانده‌ی یون‌های  $\text{SO}_4^{2-}$  نسبت به محلول اولیه  $(\text{Na}_2\text{SO}_4)$ ، غلظت این یون در محلول نهایی را مشخص می‌کند. غلظت یون‌های  $\text{SO}_4^{2-}$  و  $\text{Ba}^{2+}$  در محلول‌های ۰/۴ مولار و ۰/۲ مولار  $\text{BaCl}_2$  به ترتیب برابر با ۰/۴ و ۰/۲ مولار است:

$$\text{? mol SO}_4^{2-} : ۵۰ \times ۱۰^{-۳} \text{ L} \times \frac{۰/۴ \text{ mol}}{۱ \text{ L}} = ۰/۰۰۲ \text{ mol SO}_4^{2-}$$

$$\text{? mol Ba}^{2+} : ۳۰ \times ۱۰^{-۳} \text{ L} \times \frac{۰/۲ \text{ mol}}{۱ \text{ L}} = ۰/۰۰۶ \text{ mol Ba}^{2+}$$

معادله‌ی فوق نشان می‌دهد که ۰/۰۰۶ مول  $\text{Ba}^{2+}$  با ۰/۰۰۶ مول  $\text{SO}_4^{2-}$  منجر به تولید ۰/۰۰۶ مول رسوب  $\text{BaSO}_4$  می‌شود.

$$\text{? mol SO}_4^{2-} : ۵۰ \times ۱۰^{-۳} \text{ L} \times \frac{۰/۰۰۶ \text{ mol}}{۱ \text{ L}} = ۰/۰۰۲ \text{ mol} = ۰/۰۰۶ \text{ mol} = ۰/۰۰۶ \text{ mol SO}_4^{2-}$$

$$[\text{SO}_4^{2-}] = \frac{\text{مول SO}_4^{2-} \text{ باقی‌مانده}}{\text{حجم محلول نهایی}} = \frac{۰/۰۰۶ \text{ mol}}{(۵۰ + ۳۰) \times ۱۰^{-۳} \text{ L}} = ۰/۱۷۵ \text{ mol.L}^{-1}$$

محلول آبی هیدروژن فلورید یا همان هیدروفلوریک اسید (HF(aq))، یک الکترولیت ضعیف و محلول آبی سایر مواد داده شده، جزو محلول‌های غیرالکترولیت هستند.

می‌دانیم هرچه شمار ذره‌های حل شونده غیرفرار موجود در محلول کمتر باشد، نقطه‌ی جوش محلول پایین‌تر است. محلول اولیه شامل دو مول ذره‌ی حل شونده ( $\text{K}^+$ ,  $\text{Br}^-$ ) است.

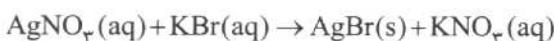
### بررسی گزینه‌ها:

(۱) با افزودن یک مول شکر، یک مول ذره‌ی حل شونده ( $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ ) به محلول اولیه افزوده می‌شود و در مجموع ۳ مول ذره‌ی حل شونده داریم.

(۲) با افزودن یک مول KBr، شمار مول ذره‌های حل شونده به ۴ مول می‌رسد.

(۳) با افزودن یک مول کلسیم کلرید، سه مول ذره‌ی حل شونده ( $\text{Ca}^{2+}$ ,  $۲\text{Cl}^-$ ) به محلول اولیه افزوده می‌شود و در مجموع ۵ مول ذره‌ی حل شونده داریم.

(۴) یک مول نقره نیترات افزوده شده مطابق معادله‌ی زیر با پتانسیم برمید واکنش داده و رسوب نقره برمید تولید می‌شود:

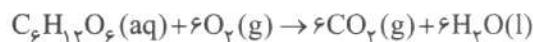


بنابراین در محلول نهایی، دو مول ذره‌ی حل شونده ( $\text{K}^+$ ,  $\text{NO}_3^-$ ) داریم.



دستگاه اندازگیری قند خون، تعداد میلی‌گرم‌های گلوکز را در  $100\text{ mL}$  از خون نشان می‌دهد. از طرفی معادله‌ی واکنش اکسایش گلوکز

به صورت زیر است:



$$\begin{aligned} ?\text{LO}_2 &= 500 \text{ mL blood} \times \frac{125 \text{ mg C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{100 \text{ mL blood}} \times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} \times \frac{6 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} \times \frac{22/4 \text{ LO}_2}{1 \text{ mol O}_2} \\ &= 50.4 \text{ mL O}_2 \equiv 50.4 \text{ LO}_2 \end{aligned}$$

هر چهار عبارت پیشنهادشده نادرست هستند.

### بررسی عبارات:

(آ) جرم مولی گاز قطبی  $\text{NH}_3(\text{NH}_3)^{-1} (17 \text{ g/mol})$  کمتر از گاز قطبی  $\text{NO}(30 \text{ g/mol})$  است، اما چون  $\text{NH}_3$  با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد، اتحال پذیری آن در آب بیشتر از گاز  $\text{NO}$  است.

(ب) هر چند گازهایی مانند  $\text{NO}_2$  و  $\text{N}_2$  با آب واکنش شیمیایی نمی‌دهند و اتحال آنها در آب به صورت مولکولی انجام می‌شود، اما برخی از گازها مانند  $\text{HCl}$  اتحال پذیری زیادی در آب دارند و با آب واکنش شیمیایی می‌دهند.

(پ) هر چند آب از مولکول‌های قطبی  $\text{H}_2\text{O}$  تشکیل شده است، اما گازهای ناقطبی مانند  $\text{O}_2$ ،  $\text{N}_2$  و  $\text{CO}_2$  در آب حل می‌شوند.  
(ت) اگر اتحال پذیری گاز A در آب بیشتر از گاز B باشد، تنها می‌توان نتیجه گرفت که جرم بیشتری از A در مقایسه با B در آب حل می‌شود. اظهارنظر درباره مقایسه شمار مول‌های حل شده‌ی A و B در آب جائز نیست.

۲۳۴

۱ ۲۳۵

### بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) کلوبید، مخلوط ناهمگن است.

(۳) بخش ناقطبی یک مولکول صابون، همان زنجیر هیدروکربنی اسیدچرب است که می‌تواند سیرشده یا سیرفسد شده باشد.

(۴) لسیتن در زردی تخم مرغ وجود دارد.



# دیفرانسیل

**پیش‌دانشگاهی ۲**

**میکروطبقه‌بندی**

- بررسی و طبقه‌بندی دقیق پرسش‌های چهارگزینه‌ای کنکورهای موسسه‌ی ازad آزمایش‌ستجش و آموزش و پژوهش با پاسخ‌های کاملاً تشریحی
- بررسی پرسش‌های چهارگزینه‌ای کنکورهای خارج از کشور با پاسخ‌های کاملاً تشریحی
- بررسی صدها پرسش چهارگزینه‌ای تالیفی با پاسخ‌های کاملاً تشریحی
- بررسی کلیه‌ی تمرین‌های کتاب درسی در قالب پرسش‌های چهارگزینه‌ای با پاسخ‌های کاملاً تشریحی
- آرایه و بیان درستامده‌های جامع و متمدد برای آموزش دقیق مقاهم و نکات کتاب درسی
- تطبیق کامل درستامده‌ها، پرسش‌های چهارگزینه‌ای و پاسخ‌های آخرین تغیرات کتاب درسی جدید

**نیم نگاه**



برای دریافت اطلاعات

بیش‌تر لینک QR

روبه رو را اسکن کنید

# فصل سوم

## بخش ۱: مشتق

### قواعد مشتق کری

-۱- مشتق تابع  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$  در  $x = 4$  کدام است؟

$$\frac{1}{4}$$

$$-\frac{1}{8}$$

$$-\frac{1}{4}$$

$$-\frac{1}{16}$$

-۲- مشتق تابع  $y = x\sqrt{x}$  به ازای  $x = 4$  کدام است؟

$$12$$

$$6$$

$$3$$

$$\frac{3}{2}$$

(سراسری ریاضی ۸۸)

-۳- مشتق عبارت  $\left(\frac{16}{x} - \sqrt[3]{x^2}\right)^2$  به ازای  $x = -8$  کدام است؟

$$2$$

$$1$$

$$-\frac{1}{2}$$

$$-10$$

-۴- اگر  $f(x) = \sqrt{\frac{3x-1}{2x+1}}$  کدام است؟

$$-1/2$$

$$-1/1$$

$$-1/1$$

$$-1/2$$

-۵- اندازهٔ مشتق  $\left(\frac{2x+4}{3x-5}\right)^{-\frac{1}{3}}$  به ازای  $x = 2$  چقدر است؟

$$\frac{11}{24}$$

$$\frac{11}{12}$$

$$\frac{7}{24}$$

$$-\frac{7}{12}$$

-۶- مشتق تابع  $y = \frac{\sqrt[3]{x^2} + 1}{x + \sqrt[3]{x}}$  به ازای  $x = 1$  کدام است؟

$$-\frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{3}$$

-۷- مشتق تابع  $y = \frac{x\sqrt{x+\Delta} + \sqrt{x}(x+\Delta)}{\sqrt{x^2+\Delta x}}$  به ازای  $x = 4$  چقدر است؟

$$\frac{5}{12}$$

$$\frac{13}{72}$$

$$\frac{5}{6}$$

$$5$$

-۸- مشتق تابع  $y = \frac{1}{x + \sqrt{x^2+1}}$  برابر است با:

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+x^2}} - 1$$

$$\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} - x$$

$$1 - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

-۹- مقدار مشتق تابع  $f(x) = 1 + \frac{x}{x} + \frac{x}{x^2} + \dots + \frac{x}{x^6}$  به ازای  $x = 1$  کدام است؟

$$-156$$

$$-192$$

$$192$$

$$156$$

-۱۰- مشتق تابع  $f(x) = \sqrt[4]{x^2} \sqrt[3]{x \sqrt{x}}$  به ازای  $x > 0$  کدام است؟

$$\frac{15}{24\sqrt[12]{x^9}}$$

$$\frac{24}{15\sqrt[12]{x^9}}$$

$$\frac{24}{15\sqrt[12]{x^9}}$$

$$\frac{15}{24\sqrt[12]{x^9}}$$

-۱۱- مشتق تابع  $y = (\sqrt{x+4} - \sqrt{x+1})^2 (\sqrt{x+4} + \sqrt{x+1})^2$  به ازای  $x = 0$  در  $y =$  کدام است؟

$$-\frac{9}{4}$$

$$-\frac{27}{4}$$

$$\frac{27}{4}$$

$$\frac{9}{4}$$

(سراسری تمرين فارغ از کشنور ۹۰)

-۱۲- مقدار مشتق تابع  $y = \cos^2 \frac{\pi}{3x}$  به ازای  $x = 4$  کدام است؟

$$\frac{\pi}{32}$$

$$\frac{\pi}{48}$$

$$\frac{\pi}{72}$$

$$\frac{\pi}{96}$$

(سراسری تجربی ۹۰)

$$\frac{1}{4}$$

۱۳ - مقدار مشتق تابع  $y = \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x}{4}\right)$  به ازای  $x = \frac{\pi}{3}$  کدام است؟

$$\frac{1}{8}$$

$$-\frac{1}{8}$$

$$-\frac{1}{4}$$

(سراسری تجربی ۹۱)

$$-\frac{1}{8}$$

۱۴ - مشتق تابع  $y = 2\sin^2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}\right)$  به ازای  $x = \frac{\pi}{3}$  کدام است؟

$$-\frac{1}{4}$$

$$-\frac{1}{2}$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

۱۵ - مقدار مشتق  $\sin^2 \sqrt{x}$  در نقطه  $x = \frac{\pi^2}{9}$  چه قدر است؟

$$\frac{27}{8\pi}$$

$$\frac{27}{16\pi}$$

$$\frac{9}{8\pi}$$

$$\frac{9}{16\pi}$$

(سراسری تجربی فارغ از کشش ۹۲)

$$\frac{27}{4\pi}$$

$$\frac{27}{8\pi}$$

$$\frac{9}{4\pi}$$

$$\frac{9}{8\pi}$$

۱۶ - مشتق  $y = \sin^2(\sqrt{2x})$  به ازای  $x = \frac{\pi^2}{18}$  کدام است؟

(سراسری تجربی ۸۵)

$$\pi\sqrt{3}$$

$$\pi\sqrt{2}$$

$$\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$$

۱۷ - اندازهٔ مشتق تابع با ضابطهٔ  $f(x) = \sqrt{2\sin\pi x^2}$  اگر  $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{6}}$  آن‌گاه کدام است؟

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{12}$$

(سراسری ریاضی فارغ از کشش ۸۸)

$$4$$

$$3$$

$$2$$

$$1$$

(سراسری تجربی فارغ از کشش ۸۹)

$$\frac{4}{3}$$

۱۹ - اگر  $f(x) = \frac{\cos^2 x}{1 + \sin^2 x}$  مقدار  $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) - 3f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$  برابر کدام است؟

$$\frac{\pi}{12}$$

$$-\frac{4}{3}$$

(سراسری تجربی فارغ از کشش ۹۱)

$$\frac{2\pi^2\sqrt{3}}{9}$$

$$\frac{2\pi^2}{9}$$

$$-\frac{2\pi^2}{9}$$

$$-\frac{2\pi^2\sqrt{3}}{9}$$

(سراسری تجربی ۸۹)

$$\frac{1}{2}$$

$$1$$

$$-1$$

$$-2$$

۲۲ - اندازهٔ مشتق تابع  $y = \frac{\pi}{\lambda} \tan 2x$  به ازای  $x = \frac{\pi}{\lambda}$  کدام است؟ اگر  $f(x) = (\frac{1 - \tan 2x}{\sin 2x})^2$  آن‌گاه مقدار  $f'(x)$  کدام است؟

$$-\sqrt{2}$$

$$-2\sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

(آزاد ریاضی ۸۶)

$$-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

۲۴ - مشتق تابع  $y = \cos^2 x + \sin^2 x - 2\sin^2 x \cos^2 x$  در  $x = \frac{\pi}{6}$  کدام است؟

$$-\sqrt{3}$$

$$-1$$

$$\sqrt{3}$$

۲۶ - تابع  $f$  با ضابطهٔ  $y = (\sin x + \cos x)^4 - 2\sin 2x$  در  $x = \frac{3\pi}{16}$  کدام است؟ اگر  $f(x) = \sin(\cos(\sin x))$ ،  $f'(x) = 0$ ، مفروض است. اگر  $x_0$  آن‌گاه  $x_0$  کدام است؟

$$1$$

$$\frac{1}{3}$$

$$2$$

$$-\frac{1}{3}$$

(مسئله‌ی کتاب درسن)

در تابع ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{x+1}{x} \operatorname{Sgn}(x^r - x + 1)$  کدام است؟

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^r}; & x > 0 \\ \frac{-1}{x^r}; & x < 0 \end{cases} \quad (\text{۴}) \quad f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^r}; & x < 0 \\ \frac{-1}{x^r}; & x > 0 \end{cases} \quad (\text{۳}) \quad f'(x) = \frac{1}{x^r} \quad (\text{۲}) \quad f'(x) = -\frac{1}{x^r} \quad (\text{۱})$$

اگر  $x = 0$  در  $f'g + g'f$  باشد، حاصل  $g(x) = (\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1})^5$  و  $f(x) = (\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1})^6$  است؟

$$\frac{1-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \quad (\text{۴}) \quad \frac{1-\sqrt{2}}{2} \quad (\text{۳}) \quad \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \quad (\text{۲}) \quad \frac{1}{\sqrt{2}-2} \quad (\text{۱})$$

(۸۷) آزاد ریاضی فارج از کشوار

آزاد ریاضی فارج از کشوار  $x = 1$  در  $f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$  کدام است؟

$$\frac{5}{12} \quad (\text{۴}) \quad -\frac{21}{12} \quad (\text{۳}) \quad 1 \quad (\text{۲}) \quad \frac{21}{12} \quad (\text{۱})$$

(۸۸) آزمون‌های تکمیلی

آزمون‌های تکمیلی  $f'(x)g(x) - g'(x)f(x)$  باشند، حاصل  $g(x) = x + \sqrt{x^r + 1}$  و  $f(x) = \frac{1}{x - \sqrt{x^r + 1}}$  است؟

$$\sqrt{x^r + 1} \quad (\text{۴}) \quad 2x \quad (\text{۳}) \quad 2 \quad (\text{۲}) \quad -1 \quad (\text{۱})$$

اگر  $y$  و  $z$  توابعی از  $x$  باشند و آن‌گاه:

$$\frac{y'}{z} + \frac{z'}{y} = \frac{1}{x} \quad (\text{۴}) \quad \frac{y'}{y} + \frac{z'}{z} = \frac{1}{x} \quad (\text{۳}) \quad \frac{y'}{z} + \frac{z'}{y} = 1 \quad (\text{۲}) \quad \frac{y'}{y} + \frac{z'}{z} = 1 \quad (\text{۱})$$

اگر  $f'(x) = g'(x)$  و  $g(x) = \frac{a - x^r}{x^r + rx - 1}$ ،  $f(x) = \frac{(x+r)^r}{x^r + rx - 1}$  است؟

$$18 \quad (\text{۴}) \quad 16 \quad (\text{۳}) \quad 4 \quad (\text{۲}) \quad 8 \quad (\text{۱})$$

اگر  $x = 2$  در نقطه‌ی  $a$  مقدار مشتق عبارت  $f'(x) + \frac{1}{f(x)}$  چه قدر است؟

$$6 \quad (\text{۴}) \quad 4 \quad (\text{۳}) \quad -6 \quad (\text{۲}) \quad -4 \quad (\text{۱})$$

اگر  $g(x) = \frac{x^r + \sin^r x + 2x \sin x}{x+1}$  و  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x + \sin x}$  باشی  $x = 1$  کدام است؟

$$1 \quad (\text{۴}) \quad -\frac{1}{4} \quad (\text{۳}) \quad \frac{1}{4} \quad (\text{۲}) \quad \frac{1}{2} \quad (\text{۱})$$

مشتق تابع  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$  در نقطه‌ی  $x = 1$  برابر ۳ است. اگر  $f(1) = -4$ ،  $f'(1) = 0$  بوده و  $(1)$  موجود باشد: مقدار  $g'(1)$  کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad (\text{۴}) \quad \frac{3}{4} \quad (\text{۳}) \quad -\frac{3}{4} \quad (\text{۲}) \quad -\frac{4}{3} \quad (\text{۱})$$

اگر  $h(-1) \neq 0$ ،  $f'(x) = h(x)$  چه قدر است؟

$$2 \quad (\text{۴}) \quad 1 \quad (\text{۳}) \quad -1 \quad (\text{۲}) \quad -2 \quad (\text{۱})$$

مشتق تابع  $f(x) = \frac{(x-1)\sqrt[3]{3x-2}}{(\Delta x - 3)^2}$  در نقطه‌ی  $x = 1$  کدام است؟

$$\frac{5}{16} \quad (\text{۴}) \quad \frac{2}{40} \quad (\text{۳}) \quad \frac{1}{8} \quad (\text{۲}) \quad \frac{1}{16} \quad (\text{۱})$$

مشتق تابع  $y = \frac{4-x^2}{\sqrt{2x+5}}$  در  $x = 2$  کدام است؟

$$-\frac{1}{\sqrt{4}} \quad (\text{۴}) \quad \frac{4}{\sqrt{7}} \quad (\text{۳}) \quad -\frac{4}{\sqrt{7}} \quad (\text{۲}) \quad \frac{1}{\sqrt{7}} \quad (\text{۱})$$

مشتق تابع  $y = \sqrt[r]{(x-1)^r (x+1)^r (x-2)^r}$  در  $x = 1$  کدام است؟

$$\sqrt[5]{4} \quad (\text{۴}) \quad 3 \quad (\text{۳}) \quad -\sqrt[5]{2} \quad (\text{۲}) \quad -\sqrt[5]{4} \quad (\text{۱})$$

(۸۹) آزاد ریاضی

آزاد ریاضی  $x = 3$  در  $y = (x^r - 1)(x^r - 2) \dots (x^r - 28)$  چه قدر است؟

$$-(26!) \quad (\text{۴}) \quad -(27!) \quad (\text{۳}) \quad 26! \quad (\text{۲}) \quad 27! \quad (\text{۱})$$

			-۴۱ - مشتق تابع $f(x) = \frac{\cos \pi x}{x+1}$ در نقطه $x = \frac{1}{2}$ کدام است؟
$\frac{\pi}{3}$ (۴)	$\frac{\pi}{3}$ (۳)	$-\frac{\pi}{3}$ (۲)	$-\frac{2\pi}{3}$ (۱)
(۴) صفر	$\frac{\pi}{2}$ (۳)	$\pi^2$ (۲)	$2\pi^2$ (۱)
(آزمون‌های گاهی ۸۹)			
			-۴۲ - مشتق تابع $y = (x + \frac{\pi}{2})^2 \sin(2x - \pi)$ در $x = \frac{\pi}{2}$ کدام است؟
$-\frac{\sqrt{6}}{4}$ (۴)	$\frac{\sqrt{6}}{4}$ (۳)	$\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۲)	$-\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۱)
-۲ (۴)	$-\frac{\pi}{2}$ (۳)	$-\pi$ (۲)	(۱) صفر
			-۴۳ - اگر $f(x) = \sin x \sin \frac{x}{2} \sin \frac{x}{3} \sin \frac{x}{4}$ باشد، حاصل $(f'(x))$ کدام است؟
			-۴۴ - مقدار مشتق تابع $f(x) = \sin \frac{\pi}{2} x \log \sqrt[3]{x}$ به‌ازای $x = 2$ چه قدر است؟
			-۴۵ - مشتق تابع $y = (x-2) x-2  + \sqrt[3]{(x-3)^3(x-4)}$ در $x = 3$ کدام است؟
(آزاد ریاضی فارج از گشوار ۸۶)	(۳) صفر	۱ (۲)	-۱ (۱)
			-۴۶ - مشتق تابع $y = \frac{(x-1)^3}{x^2+x+1} + \frac{x^2-1}{x+\sqrt{x}}$ به‌ازای $x = 1$ کدام است؟
۱ (۴)	$\frac{1}{2}$ (۳)	۴ (۲)	(۱) صفر
			-۴۷ - اندازه‌ی مشتق تابع $y = \frac{x^7+3x^5+3x+2}{x+2}$ در $x = -1$ برابر است با:
-۱ (۴)	$-\frac{1}{2}$ (۳)	$\frac{1}{2}$ (۲)	۱ (۱)
			-۴۸ - مشتق تابع $f(x) = \frac{x^2\sqrt[3]{x}-x^2+1}{\sin x + \cos x + 1}$ به‌ازای $x = 0$ کدام است؟
(۴) صفر	-۱ (۳)	$-\frac{1}{4}$ (۲)	$\frac{1}{4}$ (۱)
			-۴۹ - مشتق تابع $y = \sin 2x \cdot \tan x + \frac{3x}{x^2-1}$ در $x = 0$ کدام است؟
-۳ (۴)	-۱ (۳)	۳ (۲)	(۱) صفر
			-۵۰ - اندازه‌ی مشتق تابع $ x  +  x^2 - 2x $ در $x = -1$ کدام است؟
۳ (۴)	-۳ (۳)	-۵ (۲)	۵ (۱)
(سراسیر ریاضی ۷۶)			-۵۱ - در تابع با ضابطه‌ی $ 5 - x\sqrt{x}  + f'(x)$ ، مقدار $f'(x)$ در $x = 5$ کدام است؟
۳ (۴)	$\frac{3}{2}$ (۳)	$\frac{1}{2}$ (۲)	(۱) صفر
			-۵۲ - مشتق تابع $ x^2 - 1  +  x^2 - 2  + \dots +  x^2 - 10 $ به‌ازای $x = \frac{3}{2}$ چه قدر است؟
-۱۸ (۴)	-۳۰ (۳)	۱۸ (۲)	۳۰ (۱)
(آزاد ریاضی ۸۶)			-۵۳ - مشتق تابع $ x(x-1)  +  (x-1)(x-2)  + \dots +  (x-4)(x-5) $ در $x = \frac{3}{2}$ چه قدر است؟
-۱۰ (۴)	۱۰ (۳)	۲۰ (۲)	-۲۰ (۱)
			-۵۴ - مقدار مشتق تابع $f(x) = x[\cos x]$ به‌ازای $x = 0$ کدام است؟ ( ) علامت جزء صحیح است.
(۴) موجود نیست.	۱ (۳)	۲ (۲)	-۱ (۱)
			-۵۵ - مقدار مشتق تابع $f(x) = \frac{[x]}{\sin x}$ به‌ازای $x = \frac{3\pi}{4}$ کدام است؟ ( ) علامت جزء صحیح است.
-۲ $\sqrt{2}$ (۴)	- $\sqrt{2}$ (۳)	$\sqrt{2}$ (۲)	$2\sqrt{2}$ (۱)

### تعريف مشتق

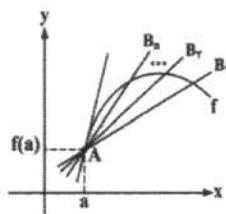
۵۶ - اگر برای تابع  $f$  داشته باشیم  $L = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$  و  $L$  یک عدد حقیقی باشد، حاصل  $f'(a)$  کدام است؟

L + f(a) (۴)

Lf(a) (۳)

f(a) (۲)

L (۱)



-۵۷- در شکل مقابل، نقطه‌ی متغیر  $B_i(a+\Delta x, f(a+\Delta x))$  روی نمودار تابع  $f$  به نقطه‌ی  $A(a, f(a))$  نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود. عبارت  $\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}$  برابر کدام گزینه است؟

۲) شیب نمودار  $f$  در  $x=a$

۴) خارج قسمت تفاضلی

۱) شیب خط مماس بر  $f$  در  $x=a$

۳) مقدار مشتق تابع  $f$  در  $x=a$

-۵۸- شیب وتری که نقاط  $M$  و  $N$  به ترتیب به طول‌های  $1$  و  $x$  از نمودار تابع مشتق‌بذری  $f$  را به هم وصل می‌کند، برابر  $\frac{x\sqrt{x}}{x^2+1}$  است. شیب خط مماس بر نمودار  $f$  در نقطه‌ی  $M$  کدام است؟

۲) ۴

۱) ۳

۱)  $\frac{1}{2}$

۱)  $\frac{1}{4}$

-۵۹- دو نقطه به طول‌های  $1$  و  $h$ ، بر روی نمودار تابع با ضابطه  $y = 3x^{17}$  انتخاب کنید. ضریب زاویه‌ی خط‌گذرنده بر دو نقطه، وقتی  $h \rightarrow 0$  کدام است؟

۵) ۴

۱۷) ۳

۱۴) ۲

۱) ۱

-۶۰- اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^r - 2^r}{h}$  تعريف مشتق تابع  $f$  در نقطه‌ی  $a = 2$  باشد، کدام انتخاب برای  $f$  و  $a$  نادرست است؟ (آزمون‌های گام ۸۸)

$$f(x) = (x+1)^r, a=1 \quad (۴) \quad f(x) = (x-1)^r, a=1 \quad (۳) \quad f(x) = x^r + 1, a=2 \quad (۲) \quad f(x) = x^r, a=2 \quad (۱)$$

$$y = \sqrt{1-x^2} \quad (۴)$$

$$y = \sqrt{|x|} \quad (۳)$$

$$y = \sqrt[3]{x^2} \quad (۲)$$

$$y = \sqrt[5]{x} \quad (۱)$$

-۶۱- نمودار کدام تابع در  $x=0$  مماس قائم ندارد؟

(مسئلۀ گتاب دسی)

-۶۲- چه تعداد از توابع زیر در نقاط مشخص شده دارای خط مماس هستند؟ (Sgn تابع علامت است.)

$$x=1 \quad g(x) = |x^r - 1| \quad (ب)$$

$$x=1 \quad f(x) = |x| \quad (الف)$$

$$x=0 \quad t(x) = x \cdot Sgn(x) \quad (د)$$

$$x=0 \quad e(x) = \sqrt[3]{x} \quad (ج)$$

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

-۶۳- اگر  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(-1+\Delta x) - f(-1)}{\Delta x}$  حاصل کدام است؟  $f(x) = (x-2)\sqrt[3]{x^2}$

(سراسری تهرانی فارج از کشنور ۸۱)

۴) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۱) ۱

-۶۴- اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$  کدام است؟  $f(x) = (x^r - x - 2)\sqrt[3]{x^r - \sqrt[3]{x}}$  باشد. حاصل  $f'(x) = (x^r - x - 2)\sqrt[3]{x^r - \sqrt[3]{x}}$

(سراسری ریاضی ریاضی فارج از کشنور ۹۶)

$-\frac{3}{4}) ۴$

$-\frac{3}{2}) ۳$

$-3) ۲$

$-6) ۱$

-۶۵- اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$  کدام است؟  $f(x) = \frac{x + \sqrt{2x}}{x-1} \cot \frac{\pi}{x}$

(سراسری ریاضی ریاضی فارج از کشنور ۸۶)

$\pi) ۴$

$\frac{\pi}{2}) ۳$

$-\frac{\pi}{2}) ۲$

$-\pi) ۱$

-۶۶- اگر  $\lim_{t \rightarrow -2} \frac{f(t) - f(-2)}{2(t+2)}$  کدام است؟  $f'(t) = 2$ ,  $f'(-2) = 2$

(۸۱)

۲) ۴

۱) ۳

-1) ۲

-2) ۱

-۶۷- اگر  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x^2 - 9}$  چه قدر است؟  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 3x$

(۸۱)

۹) ۴

$\frac{1}{2}) ۳$

$\frac{1}{6}) ۲$

$\frac{3}{2}) ۱$

-۶۸- مشتق تابع  $f$  در نقطه‌ی  $x=2$  به صورت  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) + k(2+h) - 2k - 8}{h} = 12$  بیان شده است.  $k$  کدام است؟

(سراسری ریاضی ۸۱)

۶) ۴

۴) ۳

۳) ۲

۲) ۱

-۶۹- حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{((x+h)^r + 1)^r - (x^r + 1)^r}{h}$  کدام است؟

(۸۱)

$4(x^r + 1)^r) ۴$

$4x(x^r + 1) \quad (۳)$

$x^r + 1 \quad (۲)$

$2(x^r + 1) \quad (۱)$