

دفتريچه شماره ۱

آزمون شماره ۱۸

جمعه ۹۶/۱۲/۱۸



**آزمون‌های سراسری**  
**گاج**

گزینه درسه را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۹۷-۱۳۹۶

## آزمون عمومی

گروه‌های آزمایشی علوم ریاضی و علوم تجربی

چهارم دبیرستان (پیش‌دانشگاهی)

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۶۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون عمومی گروه‌های آزمایشی علوم ریاضی و علوم تجربی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	شماره سوال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	زبان و ادبیات فارسی	۲۰	۱	۲۰	۱۵ دقیقه
۲	زبان عربی	۲۰	۲۱	۴۰	۱۵ دقیقه
۳	فرهنگ و معارف اسلامی	۲۰	۴۱	۶۰	۱۵ دقیقه
۴	زبان انگلیسی	۲۰	۶۱	۸۰	۱۵ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سؤالات آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع می‌باشد و پیگرد قانونی دارد.

برای اطلاع از نتایج آزمون و زمان دقیق اعلام آن باید در کانال تلگرام گاج عضو شوید. @Gaj\_ir





## زبان و ادبیات فارسی

- ۱- در کدام گزینه به معنی درست واژه‌های «پس افکند - بلاغت - رغم - متقارب - تک - گش» اشاره شده است؟
- (۱) میراث - بلیغ شدن - به خاک آلودن بینی - نزدیک شدن - عمق - آغوش  
(۲) پس‌افت - زبان‌آوری - برخلاف میل - نزدیک شونده - خیره - خوش  
(۳) پس افکنده - چیره‌زبانی - کراهت - همگرا - دو - بغل  
(۴) بی‌ارزش - رسایی - خلاف میل کسی عمل کردن - همگرایی - ژرفا - خرم
- ۲- معنی چند واژه روبه‌روی آن درست نوشته شده است؟
- «زی: صاحب / جال: کیسه / خایب: ترسو / دها: بخشش / وقیعت: بدگویی / خطوه: گام‌ها / فتوت: مردانگی / نشئت: حالت سرخوشی و مستی»
- (۱) چهار (۲) سه (۳) دو (۴) یک
- ۳- در معنی واژه‌های کدام گزینه اشتباه وجود دارد؟
- (۱) شرزو: خشمگین / سفله: فرومایه / نحل: زنبور عسل / چوک: شباویز  
(۲) غازه: گلگونه / نوش: شهد و شیرینی / اورنگ: تخت / صدف: دلبر  
(۳) متواتر: بی‌دربی / اختلاف: رفت و آمد / حقه: قوطی / خلیده: زخم شده  
(۴) آوند: معلق / نحس: بداختر / اوراد: دعا / شاهد: محبوب
- ۴- در کدام عبارت غلط املایی وجود دارد؟
- (۱) اگر کسی از آن اعراض نماید و حلاوت عاجل او را از کسب خیرات و حسنات بازدارد و مال و عمر خویش در مرادهای این‌جهانی نطقه کند، هم‌چون حکایت آن بازرگان باشد.  
(۲) هیچ کس از سهو و زلت خالی و معصوم نتواند بود، و هرگاه که به قصد و عمد منسوب نباشد، مجال تجاوز و اغماض اندر آن هرچه فراخ‌تر است.  
(۳) و هرگاه که حادثه‌ی بزرگ افتد و کار دشوار پیش آید، موضع حزم و احتیاط را مهمل گذارد؛ و چون خصم استیلا یافت، خاندان و اغریای خود را متهم گرداند.  
(۴) اگر مرا هزار جان باشد، فدای یک‌ساعته رضا و فراغ ملک دارم، از حقوق نعمت‌های او یکی نگزارده باشم، و در احکام نیک‌بندگی خود را مقصر شناسم.
- ۵- چنان‌چه بخواهیم ابیات زیر را به لحاظ دارا بودن آرایه‌های «تشبیه - کنایه - ایهام تناسب - حسن تعلیل - استعاره - جناس تام» مرتب کنیم، کدام ترتیب درست است؟
- الف) نظر مهر ز ما بازمگیرید چو صبح  
ب) آفتابیم که از آتش دل در تاییم  
ج) به قفا بر نتوان گشتن از آن جان جهان  
د) غرض آن است که در کیش تو قربان گردیم  
ه) دل سودازده در خاک رهت می‌جوییم  
و) ای که خواجه به هوای تو در این خاک افتاد
- (۱) د - ج - ه - ب - و - الف  
(۲) الف - ب - د - ه - ج - و  
(۳) ه - و - د - ج - ب - الف  
(۴) الف - ج - د - ه - و - ب
- ۶- آرایه‌های ذکرشده در مقابل کدام بیت درست نیست؟
- (۱) تا تیره بود سینه نفس پرده‌ی شام است  
(۲) بر فوت سحرگاه بود اشک کواکب  
(۳) دل را ز جهان آن‌چه کند سرد به یک دم  
(۴) چون دیده‌ی انجم مژه بر هم نگذارند
- دل پاک ز ظلمت چو شود همدم صبح است: تشبیه - تضاد  
کوتهای گیسوی شب از ماتم صبح است: استعاره - حسن تعلیل  
از آه سحرگه چو گذشتی دم صبح است: کنایه - پارادوکس  
گر خلق بدانند چه‌ها در دم صبح است: جناس ناقص - کنایه



۷- در کدام گزینه به آرایه‌های بیت «کوهکن با یاد شیرین و لب جان پرورش / جان شیرین داد و غیر از تیشه نامد بر سرش» اشاره شده است؟

- (۱) حسن تعلیل - استعاره - جناس ناقص - پارادوکس  
(۲) جناس ناقص - جناس تام - تلمیح - حسن آمیزی  
(۳) تشبیه - ایهام تناسب - کنایه - جناس تام  
(۴) تناسب - تلمیح - مجاز - حسن تعلیل

۸- عبارت زیر مربوط به کدام خطبه در نهج البلاغه است؟

«هرکه جهاد را واگذارد و ناخوشایند داند، خدا جامه‌ی خواری بر تن او پوشاند و فوج بلا بر سرش کشاند و در زبونی و فرومایگی بماند. دل او در پرده‌های گمراهی نهان و حق از او روی گردان؛ به خواری محکوم و از عدالت محروم.»

- (۱) هشتم (۲) دوازدهم (۳) بیست و دوم (۴) بیست و هفتم

۹- کدام عبارت درست است؟

- (۱) ویس و رامین: سبک آن ساده، روان و به دور از مغلق‌گویی است و لغت‌های کهنه‌ی فارسی زیاد در آن دیده نمی‌شود.  
(۲) عبدالرحمان جامی: مشهورترین اثر خود، بهارستان را به تقلید از گلستان سعدی نوشت.  
(۳) مولانا در کودکی در نیشابور یا عطار ملاقات داشت و طی آن دیدار کتاب اسرارنامه‌ی خود را به عطار اهدا کرد.  
(۴) مقامات‌الطیور منظومه‌ای است عرفانی و تمثیلی در ۲۵۰۰ بیت از شیخ فریدالدین عطار نیشابوری.

۱۰- عبارت درج‌شده در کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در ترجمه‌ی دقیق مترجم پیوسته می‌کوشد تا آن‌جا که امکان دارد ساخت‌های زبان مبدأ را وارد زبان مقصد نکند.  
(۲) در ترجمه‌ی معنایی متن ترجمه شده ممکن است با چیزی که نویسنده گفته است، انطباق معقول و نسبی نداشته باشد.  
(۳) مطلوب‌ترین شکل ترجمه آن است که هیچ بخشی از «صورت و معنی» از میان نرود.  
(۴) یکی از اساسی‌ترین شروط ترجمه‌ی خوب رعایت امانت و به بیان دیگر «حفظ سبک» مؤلف است.

۱۱- در کدام گزینه واژه‌ای فارسی به سیاق زبان عربی جمع بسته شده است؟

- (۱) سعادت هم‌نشینت در مجالس  
(۲) ز قاطعان طریق این زمان شوند ایمن  
(۳) نفست بسی دراهم انفاس صرف کرد  
(۴) حوریان اند ریاحین و بساتین چو بهشت

۱۲- در کدام گزینه نقش بدلی وجود ندارد؟

- (۱) سحر که مرغ سحرخیز در خروش آید  
(۲) هم تو خود انصاف ده، خوب است با این دستگاه  
(۳) خط تو سلسله‌ی خود به مشک ناب رساند  
(۴) در رفتن جان از بدن گویند هر نوعی سخن

۱۳- در ابیات زیر چند «ترکیب وصفی» به کار رفته است؟

- «اگرچه ظاهر تلخ است، شیرین است گفتارم  
ز بس بر خرمم برق بلا ده تیغه می‌بارد  
شفق هر صبحدم صد کاسه خون در ساغرم ریزد  
تو ای صائب دل خرم اگر داری خوشت باشد

- (۱) چهار (۲) پنج (۳) شش (۴) هفت

۱۴- در کدام گزینه «شاخص» وجود ندارد؟

- (۱) باد یارب قیله‌گاه سرفرازان زمان  
(۲) ز حسن نیت عباس شه بود صائب  
(۳) خوشا کسی که چو صائب ز صاحبان سخن  
(۴) مانع مستی غفلت دل هشیار من است
- بارگاه تازه‌ی سلطان سلیمان زمان  
که ریخته است در این عهد عیش بر سر عیش  
تتبع سخن می‌رزا جلال کند  
پادشاه شب من دیده‌ی بیدار من است





۱۵- ابیات کدام گزینه به مفهوم ابیات زیر اشاره دارد؟

گفتا: «عجب است این که ز چوویی و ز آهن  
زی تیر ننگه کرد و پسر خویش بر او دید  
الف) چیزی ز ماست باقی مردانه باش ساقی  
ب) گر گله از ماست شکایت بگویی  
ج) ما همچو آدم از طمع خام دست خویش  
د) همه خطای من است این که می‌رود بر من  
ه) خرمن خود را به دست خویشتن سوزیم ما  
و) گر پیرانیم تیر آن نه ز ماست  
(۱) الف - ج - و (۲) ب - ج - ه

این تیزی و تندئ و پریدن ز کجا خاست؟  
گفتا: «ز که نالیم که از ماست که برماست»  
درده می دوچندان زین مختصر چه آید  
ور گنه از توسطت غرامت بیار  
در خلد نان پخته‌ی خود خام کرده‌ایم  
ز دست خویشتم تا به خویشتن چه رسد  
کرم پیله هم به دست خویشتن دوزد کفن  
ما کمان و تیراندازش خداست

(۳) ج - د - ه (۴) الف - ب - و

۱۶- کدام گزینه با بیت «دین و دل به یک دیدن باختیم و خرسندیم / در قمار عشق ای دل کی بود پشیمانی؟» تناسب معنایی بیش تری دارد؟

وگر حلوا بدان ماند که زهرش در میان استی  
چشم تردامن اگر فاش نکردی رازم  
خانه از غیر بپرداز و بهل تا ببرد  
وان دم که بی تو باشم یک لحظه هست سالی

(۱) شکر در کام من تلخ است بی دیدار شیرینش  
(۲) سز سودای تو در سینه بماندی پنهان  
(۳) حافظ از جان طلبید غمزه‌ی مستانه‌ی یار  
(۴) آن دم که با تو باشم یک سال هست روزی

۱۷- کدام گزینه با بیت زیر تناسب معنایی کم تری دارد؟

«تا نگریدی بی خبر از جسم و جان  
(۱) هر که را بی خبر افتاد ز پیمانهای عشق  
(۲) گمان بری که به دور تو، عاشقان مستاند  
(۳) تا آید از دو جهان بی خبر افتد مدهوش  
(۴) گر من از دوست بتالم، نفسم صادق نیست

کی خیر یابی ز جانان یک زمان  
تو میندار که دیگر به خیر باز آمد  
خبر نداری از احوال زاهدان خراب  
هر که یک جرعه می از ساغر ما نوش کند  
خبر از دوست ندارد که ز خود باخبر است

۱۸- کدام گزینه با بیت «جان یک نفس درنگ ندارد، گذشتنی است / ورنه بدین شتاب چرا می‌فرستمت» تناسب معنایی بیش تری دارد؟

بوسستان سمن و سرو و گل و شمشاد  
دلیم به زلف ننگه دار و درد باز رسان  
زان پیش‌تر که بانگ برآید فلان نماند  
کز یار برگزیده به یاران زیان رسید

(۱) شکر ایزد که ز تاراج خزان رخنه نیافت  
(۲) دلم بپردی و ترسم که درد آن رسد  
(۳) خیری کن ای فلان و غنیمت شمار عمر  
(۴) انصاف من بده که کجا گویم این سخن

۱۹- کدام گزینه با عبارت «هر چه عاشق در رازپوشی بکوشد، باز نگاه دو دیده‌اش از سز ضمیر خیر می‌دهد» تناسب معنایی ندارد؟

غنچه بوی خویش را تسخیر نتوانست کرد  
کاسرر می عشق تو هشیار نداند  
گرچه دانست که اسرار بیاید پوشید  
مهر را گرچه مجال است به گل بنهفتن

(۱) راز ما از پرده‌ی دل عاقبت بیرون فتاد  
(۲) سزیست مرا با تو که اغیار نداند  
(۳) دیده بنگر که فروخواند روان سز دلم  
(۴) سخن عشق نشاید بر هر کس گفتن

۲۰- کدام گزینه به مفهوم عبارت «جرقه‌ای برای آتش زدن و سوختن شهر امپراتوران کافی است.» اشاره دارد؟

مرازم از در خود این زمان که پیر شدم  
زین حدیث سرسری هم عاقبت شرمی بدار  
رسید هر که به دولت‌سرای درویشی  
اکنون نظاره کن که همه خاک پا شدند

(۱) سگ تو ام من و عمری به غم اسیر شدم  
(۲) چند گویی عاقبت در عشق سر خواهیم داد؟  
(۳) ز تخت و تاج و نگین بی‌نیاز می‌گردد  
(۴) آن سروران که تاج سر خلق بوده‌اند



DriQ.com

سؤال چهارم ریاضی - تجربی

حل ویدئویی سزالات این دفترچه را در  
وبسایت DriQ.com مشاهده کنید.

۶ زبان عربی

## زبان عربی

■ عین الأصحّ والأدقّ في الجواب للترجمة أو التعريب أو المفهوم (٢٨ - ٢١):

٢١- ﴿إنا أنزلناه قرآناً عربياً لعلكم تعقلون﴾:

- ١) به راستی قرآنی که ما نازل کردیم عربی است، ای کاش شما تعقل کنید.
- ٢) قطعاً ما آن قرآن را عربی نازل کرده‌ایم، که شما اندیشه کنید.
- ٣) همانا ما آن را قرآنی عربی نازل کرده‌ایم، شاید که شما اندیشه نمایید.
- ٤) بی‌شک ما نازل‌کننده قرآنی عربی هستیم، امید است که شما تعقل نمایید.

٢٢- ﴿قلّما نشاهد حولنا أشخاصاً لا يعانون الكسالة فهم يستفيدون من كلّ فرصة للوصول إلى المعالي﴾:

- ١) گاهی افرادی را پیرامون خود دیده‌ایم که از تنبلی رنج نمی‌برند، پس آن‌ها از هر فرصتی برای رسیدن به بزرگی بهره می‌برند.
- ٢) اطراف خود اشخاص اندکی را می‌بینیم که دچار تنبلی نیستند، پس ایشان از تمام فرصت‌ها برای دستیابی به بزرگی‌ها استفاده می‌کنند.
- ٣) به‌ندرت اطرافمان افرادی را می‌بینیم که از تنبلی رنج نمی‌برند، پس آن‌ها از هر فرصتی برای رسیدن به بزرگی‌ها بهره می‌برند.
- ٤) بسیار کم پیرامونمان افرادی را می‌بینیم که تنبلی نمی‌کنند، پس ایشان از تمام فرصت‌هایشان برای رسیدن به بزرگی‌ها استفاده کرده‌اند.

٢٣- ﴿كان كبارنا يلحون على أن لا يترك احترام الصغار و نهتمّ بتربيتهم بشكل أحسن﴾:

- ١) بزرگان ما اصرار می‌ورزیدند که احترام به کوچک‌ترها ترک نشود و به تربیت آن‌ها به شکل نیکوتری توجه کنیم.
- ٢) بزرگانمان پافشاری می‌کنند که احترام گذاشتن به کودکان رها نشود و آن‌ها را به شکلی نیکو تربیت کنیم.
- ٣) اصرار بزرگان ما بر این بود که احترام کوچک‌ترها حفظ شود و به تربیتشان به شکل نیکوتری اهتمام ورزیده شود.
- ٤) بزرگان همیشه به ما اصرار می‌کردند که احترام کودکان ترک نشود و به تربیتشان به شکلی نیکو اهتمام ورزیم.

٢٤- ﴿قد تقدّم علماءنا في المجالات المختلفة و هذا ما يعترف به جميع الغربيين﴾:

- ١) پیشرفت دانشمندان ما در عرصه‌های مختلف به گونه‌ای بوده است که تمام غربی‌ها به آن اعتراف می‌کنند.
- ٢) علمای ما در همه زمینه‌ها پیشرفت کردند و این همان چیزی است که غربی‌ها به آن معترف‌اند.
- ٣) دانشمندان ما در زمینه‌های مختلف پیشرفت کرده‌اند و این چیزی است که همه غربی‌ها به آن اعتراف می‌کنند.
- ٤) دانشمندانمان به گونه‌ای در عرصه‌های مختلف پیشرفت کرده‌اند که همه غربی‌ها به آن اعتراف نموده‌اند.

٢٥- عین الخطأ:

- ١) من يتبع سنن العالم يصل إلى أهدافه: هر کس از سنت‌های جهان پیروی کند، به اهدافش می‌رسد.
- ٢) لا قيمة لعلم لم يقترن بالعمل: علمی که با عمل همراه نشود، ارزشی ندارد.
- ٣) لا تحرم على نفسك ما أحله الله: آن چه را که خداوند حلال کرده است، بر خودت حرام نکن.
- ٤) أخذتني الدهشة حينما فهمت أسرار الكون: شگفتی من را فراگرفت هنگامی که اسرار هستی را فهمیدم.

٢٦- عین الخطأ في المفهوم:

- ١) ﴿هل جزاء الإحسان إلا الإحسان﴾: أحسنوا إلى من أحسن إليكم.
  - ٢) الدنيا مزرعة الآخرة: ما تزرعوا في هذه الدنيا تحصدوه في الآخرة.
  - ٣) ﴿إذا الشمس كورت﴾: تتغير حالة الدنيا عند وقوع القيامة.
  - ٤) كلّ شيء يرخص إذا كثّر إلا الأدب: الأدب شيء وحيد يرخص عند الكثرة.
- ٢٧- «وقفت را در زندگی ات تباه نکن؛ چه، آن موضوعی است که در اسلام بارها به آن تأکید شده است.»:

- ١) لا تضيع الوقت في حياتك لأنه موضوع أكد الإسلام عليه مرّات عديدة.
- ٢) عليك أن لا تضيع وقتك في الحياة فإنه موضوع يؤكّد عليه في الإسلام مرّات عديدة.
- ٣) لا تضيعي وقتك في حياتك فإنه موضوع أكد عليه في الإسلام مرّات عديدة.
- ٤) لا تضيعين وقتك في الحياة لأنه هو الموضوع الذي أكد عليه في الإسلام مرّات عديدة.



۲۸- «فقط تعداد کمی از مردم باور دارند که تنها راه رهایی از مشکلات، تکیه بر خویشتن است.»:

- (۱) این عدداً قلیلاً من الناس اعتقدوا أنّ السبیل الوحید للتخلّص من المشاكل هو الاعتماد علی النفس.
- (۲) من الناس من یعتقدون أنّهم لا یقدرون علی تخلّص من المشاكل إلّا بالاعتماد علی النفس.
- (۳) إنّما یعتقد قلیل من الناس أنّ الطریق الوحید للتخلّص من الصعوبات هو الاعتماد علی النفس.
- (۴) لا یعتقد أنّ الاعتماد علی النفس هو السبیل الوحید للتخلّص من المشاكل إلّا عدد قلیل من الناس.

■ اقرأ النصّ التالی بدقّة ثمّ أجب عن الأسئلة بما یناسب النصّ (۳۴ - ۲۹):

من واجب کلّ من یحکم الناس - موحد أو غیر موحد - أن لا یظلمهم شیئاً فإنّ الظلم شیء یرفض من جانب الجمیع. فعلی هذا الأساس یمكن أن یكون ملک غیر معتقد بالإسلام ولكن تدوم سيطرته علی الناس. فإنّ من وظائف الحاکم إصلاح الأمور و تدبیر الشؤون إلى ما یمكنه حتّى لا یغلق علیه باب الحكومة. فإنّ العدالة للحاکم بالنسبة إلى الناس أشدّ ضرورة من التوحید. فإذا یكون هكذا فرعیته یرقبولونه لعدالته و طبیعونه. إضافة إلى هذا فمن الأفضل أن یكون الحاکم مؤمناً بالله و البوم الآخر حتّى یدعو الناس إلى التوحید لأننا نجد فی القوانین الإلهیة ما یهدی الجمیع إلى خیر الأمور.

۲۹- عین الصحیح للفراغ: «..... أهمّ وظائف الحاکم.»

- (۱) العدالة (۲) الدعوة إلى التوحید (۳) إصلاح أمور الناس (۴) الإيمان بالله

۳۰- عین الأقرب إلى مفهوم النصّ:

- (۱) العالم بلا عمل كالشجر بلا ثمر.
- (۲) الملك یبقی مع الكفر و لا یبقی مع الظلم.
- (۳) «إنّ الله لا یظلم الناس شیئاً ولكنّ الناس أنفسهم یظلمون»
- (۴) «إنّ الله لا یغیر ما یقوم حتّى یغیروا ما بأنفسهم»

■ عین الخطأ فی التشکیل (۳۱ و ۳۲):

۳۱- «فعلی هذا الأساس یمكن أن یكون ملک غیر معتقد بالإسلام ولكن تدوم سيطرته علی الناس.»:

- (۱) یكون - غیر - سیطرة (۲) الأساس - یمكن - معتقد (۳) یمكن - ملك - الناس (۴) یكون - الإسلام - تدوم

۳۲- «لأننا نجد فی القوانین الإلهیة ما یهدی الجمیع إلى خیر الأمور.»:

- (۱) لأنّ - یهدی - الأمور (۲) نجد - الإلهیة - الجمیع (۳) القوانین - إلى - خیر (۴) یهدی - الجمیع - الأمور

■ عین الصحیح فی الإعراب و التحلیل الصرفی (۳۳ و ۳۴):

۳۳- «یرقبلون»:

- (۱) فعل ماضٍ - للغائبین - مبني للمعلوم - مزید ثلاثی / فعل و فاعله ضمیر «الواو» البارز
- (۲) مزید ثلاثی بزيادة حرفین - صحیح و سالم - معرب / فعل و فاعله ضمیر بارز و الجملة خبر و مرفوع
- (۳) فعل من باب «استفعال» - مضارع - متعدّد / فعل و فاعله ضمیر «الواو» البارز
- (۴) مجرّد ثلاثی - لازم - مبني - للغائبین / فعل و فاعله ضمیر «ن» البارز

۳۴- «الآخر»:

- (۱) معرّف بأل - معرب - منصرف - اسم / نعت و مجرور بالتبعیة
- (۲) ممنوع من الصرف - مشتق - نكرة - مفرد / صفة و منصوب بالتبعیة
- (۳) جامد - منصرف - معرفة - مذکر / مضاف إليه و مجرور
- (۴) اسم - مذکر - مشتق و اسم تفضیل - مفرد / نعت و مجرور بالتبعیة

■ عین المناسب فی الجواب عن الأسئلة التالیة (۴۰ - ۳۵):

۳۵- عین ما لیس من أسلوب الاستثناء:

- (۱) لا یرتمّع بهذه القوّة العجیبة إلّا الخفّاش.
- (۲) لا یشارك فی هذه الحفلة إلّا الآباء و الأمّهات.
- (۳) ما أنتظره إلّا یساعد الفقراء و المحرومین.
- (۴) ما نجح فی أمره إلّا من توکّل علی الله.

## ۳۶- عین المستثنی مختلفاً في الإعراب:

- (۱) لا يتقدّم في دروسه إلا الذي يحاول يوماً بعد يوم.
- (۲) لن يفوز الطلاب في امتحانات آخر السنة إلا الأذكياء منهم.

## ۳۷- عین المنادی:

- (۱) ربّنا أعطى كلّ شيء خلقه ثمّ أصلحه.
- (۲) قد أصبحت مأیوساً ربّي فأعطني قوّة من عندك.

## ۳۸- عین المنادی المضاف:

- (۱) يا مسلمي العالم اتحدوا فإنّ يد الله مع الجماعة.
- (۲) يا رجل، ما دفعك إلى أن تعصي أوامر ربّك؟

## ۳۹- عین كلمة «طفل» مبنياً:

- (۱) أجلس الأُمّ طفلها عندها فبدأت بتقبيله.
- (۲) يا طفل، العب مع أختك فلا تبق وحيداً.

## ۴۰- عین «الواو» الجازّة:

- (۱) ﴿و سَخَّر لَكُمْ اللَّيْلَ وَالنَّهَارَ﴾
- (۲) واللّٰه إنّنا نريد الحرّیة فی جمیع أنحاء العالم.

(۲) ما شاهدنا في تجربة إلا حصار العنبر

(۴) ليس الصديق الكتاب إلا مستط حلالاً

(۲) صديقي أحمد يشتغل في مؤسسة خيرية

(۴) الساعون لا يدعون أموره حتى تتجلى

(۲) أيها الإنسان، ما غرت برئت القلوب

(۴) يا مهدي، لماذا لا تمنح من أموالك ثمة المساكين

(۲) هذا الطفل و إن كان صغيراً ولكنّه يحبه الأخرى

(۴) إنّ الطفل الذي يقف في الساحة ليس لا كثر

(۲) إنه رفيقي في الصعوبات و أُنس تحظني

(۴) يعدكم الله رحمة و فوزاً عظيماً فالله لا يخف الحساب



## فرهنگ و معارف اسلامی

۴۱- کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) توبه کردن در عین وجود شیرینی گناه در دل، مانند مسخره کردن خداوند است.
- (۲) فریب بزرگ شیطان خوش گذرانی در دوران جوانی به امید توبه در پیری است.
- (۳) توبه کردن به همراه اصلاح وضع گذشته می تواند گناهان را به حسنات تبدیل کند.
- (۴) لازمی اعتقاد به ناظر بودن خداوند و نزدیکی او به انسان، خوف از خداست.

۴۲- رشوه گرفتن و رباخواری به ترتیب نیازمند چه نوع توبه‌ای است و این سخن که «از کسانی نباش که بدون عمل دل به آخرت بسته و به واسطه‌ی آرزوی طولانی، توبه را به تأخیر انداخته ...» به روشنگری درباره‌ی کدام مورد می‌پردازد؟

- (۱) اجتماعی - فردی - روش درست توبه
- (۲) اجتماعی - اجتماعی - مهلت انجام توبه
- (۳) فردی - اجتماعی - روش درست توبه
- (۴) فردی - فردی - مهلت انجام توبه

۴۳- پیرایش از گناه با چه عواملی کامل می‌شود و کدام آیه‌ی شریفه این خاصیت توبه را به تصویر می‌کشد؟

- (۱) اصلاح وضع گذشته - «فَمَنْ تَابَ مِنْ بَعْدِ ظُلْمِهِ وَأَصْلَحَ فَإِنَّ اللَّهَ يَتُوبُ عَلَيْهِ إِنَّ اللَّهَ غَفُورٌ رَحِيمٌ»
- (۲) اصلاح وضع گذشته - «أَلَا مَنْ تَابَ وَآمَنَ وَعَمِلَ عَمَلًا صَالِحًا فَأُولَئِكَ يُبَدِّلُ اللَّهُ سَيِّئَاتِهِمْ حَسَنَاتٍ...»
- (۳) ایمان و عمل صالح - «فَمَنْ تَابَ مِنْ بَعْدِ ظُلْمِهِ وَأَصْلَحَ فَإِنَّ اللَّهَ يَتُوبُ عَلَيْهِ إِنَّ اللَّهَ غَفُورٌ رَحِيمٌ»
- (۴) ایمان و عمل صالح - «أَلَا مَنْ تَابَ وَآمَنَ وَعَمِلَ عَمَلًا صَالِحًا فَأُولَئِكَ يُبَدِّلُ اللَّهُ سَيِّئَاتِهِمْ حَسَنَاتٍ...»

۴۴- کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) تصمیم‌های جدید در زندگی انسان لزوماً برای تکمیل پیمان‌های قبلی و پیمودن ادامه‌ی راه سعادت است.
- (۲) در موجودات پیرامون ما گیاهان کم‌تر و حیوانات قدری بیش‌تر توانایی ظلم به خود را دارا هستند.
- (۳) حیران گناهان باقی‌مانده‌ی انسان توبه‌کار توسط خداوند، تحت تأثیر انجام شدن حداکثر تلاش توسط خود فرد است.
- (۴) طبق سخن ائمه‌ی اطهار (ع) استغفار انسان در عین تکرار مداوم گناه، خداوند را خوارترین بینندگان به او قرار می‌دهد.

۴۵- کدام گزینه به مفهوم برداشت‌شده از آیه‌ی «فَلِذَلِكَ فَادَعُ وَاسْتَقِمْ كَمَا أُمِرْتَ وَلا تَتَّبِعْ أَهْوَاءَهُمْ وَ قُلْ أَصْنَوْا لِلَّهِ إِحْسَانًا وَ أَسِرُّوا كَلِمَاتِهِمْ لَعَلَّكُمْ تُرْحَمُونَ» اشاره نمی‌کند؟

- (۱) رفع تبعیض طبقاتی و امتیازات اشرافی در جامعه
- (۲) وحدت دین در میان همه‌ی پیامبران الهی
- (۳) محور قرار گرفتن مبارزه با شرک در رسالت
- (۴) تبیین قلمروهای رسالت پیامبر اکرم (ص)

۴۶- آیه‌ی «قُلْ هَلْ يَسْتَوِي الَّذِينَ يَعْلَمُونَ وَالَّذِينَ لَا يَعْلَمُونَ إِنَّمَا يَتَذَكَّرُ أُولُو الْأَلْبَابِ» بیانگر عنایت اسلام به کدام مورد است و انقلاب عظیم ایجادشده توسط گفتار و رفتار پیامبر (ص) به چه نتیجه‌ای در جامعه منجر شد؟

- (۱) تفکر و تعقل - احیای ارزش و منزلت زن
- (۲) علم و دانش - تحول در روابط بین ملت‌ها
- (۳) تفکر و تعقل - تحول در روابط بین ملت‌ها
- (۴) علم و دانش - احیای ارزش و منزلت زن

۴۷- با توجه به آیه‌ی «قُلْ إِنَّمَا حَرَّمَ رَبِّي الْفَوَاحِشَ مَا ظَهَرَ مِنْهَا وَ مَا بَطَّنَ وَ الْأَثَمَ وَ النَّبْغِيَّ بِغَيْرِ الْحَقِّ وَ أَنْ تَشْرُكُوا بِاللَّهِ مَا لَمْ يَنْزُلْ بِهِ سُلْطَانًا وَ أَنْ تَقُولُوا عَلَى اللَّهِ مَا لَا تَعْلَمُونَ» ..... و انسان‌ها برای کدام عمل خود دلیلی ندارند؟

- (۱) اصل بر عدم حرمت است و نعمت‌های دنیایی بین مؤمنان و غیرمؤمنان مشترک است - نسبت دروغ به خداوند
- (۲) مؤمنان نباید نعمت‌های الهی را در جهت فساد، گناه و تجاوز به ناحق به کار ببرند - شرک به خداوند
- (۳) مؤمنان نباید نعمت‌های الهی را در جهت فساد، گناه و تجاوز به ناحق به کار ببرند - نسبت دروغ به خداوند
- (۴) اصل بر عدم حرمت است و نعمت‌های دنیایی بین مؤمنان و غیرمؤمنان مشترک است - شرک به خداوند

۴۸- اگر شرایط جامعه‌ی زمان پیامبر (ص) را برای خود ترسیم کنیم، در مسیر گذر از جاهلیت و ورود به عصر اسلام با چه شرایطی مواجه خواهیم بود؟

- (۱) دستیابی به تعالیم اصیل و تحریف‌نشده‌ی ادیان پیامبران پیشین و عمل به آن‌ها
- (۲) تمییز سبک حکومت از امپراتوری‌های بزرگ آن زمان برای رعایت مساوات
- (۳) تغییر در نگرش مردم و تحولی بنیادین در شیوه‌ی زندگی فردی و اجتماعی انسان‌ها
- (۴) تحول در روابط بین دولت‌ها و عدم تجاوز به حقوق یک‌دیگر برای نیازهای مادی





- ۴۹- بنا به گفته‌ی مقام معظم رهبری دست نیافتن یک ملت به حقوق خود نتیجه‌ی چیست و اقدامات رژیم صهیونیستی لزوم کدام یک از برنامه‌های جامعه‌ی اسلامی را مؤکد می‌سازد؟
- (۱) استحکام نداشتن نظام اسلامی - تقویت بنیان‌های جامعه
  - (۲) بی‌بهره بودن ملت از علم - تقویت بنیان‌های جامعه
  - (۳) استحکام نداشتن نظام اسلامی - حضور فعال در جامعه‌ی جهانی
  - (۴) بی‌بهره بودن ملت از علم - حضور فعال در جامعه‌ی جهانی
- ۵۰- آیه‌ی «أَدْعُ إِلَى سَبِيلِ رَبِّكَ بِالْحُكْمِ وَالْمَوْعِظَةِ الْحَسَنَةِ وَجَادِلْهُمْ بِالَّتِي هِيَ أَحْسَنُ...» به کدام یک از برنامه‌های لازم برای ساخت جامعه و تمدن آرمانی اسلام اشاره دارد؟
- (۱) استفاده از بهترین ابزارهای رساندن پیام از راه‌های حضور فعال در جامعه‌ی جهانی.
  - (۲) همراه کردن دیگران با خود از راه‌های تقویت بنیان‌های جامعه
  - (۳) تأکید بر عقلانی بودن محتوای دین از راه‌های حضور فعال در جامعه‌ی جهانی
  - (۴) استفاده از بهترین ابزارهای رساندن پیام از راه‌های همراه کردن دیگران با خود
- ۵۱- هرگاه خود را تابع خط و مشی امام خمینی (ره) بدانیم، اصل و اساس سیاست ما با بیگانگان چه خواهد بود؟
- (۱) خودسازی فردی و به فعلیت رساندن قابلیت‌ها و استعداد‌های جامعه
  - (۲) مبارزه با حمله و تجاوز باطل‌پیشگان به اصول و موازین اخلاقی
  - (۳) شناخت محدوده‌ی مورد نظر دشمن برای آزادی و استقلال ما
  - (۴) تأمل خردمندانه در اسلام و کشف راه حضور مؤثر در جامعه‌ی جهانی
- ۵۲- کدام گزینه درباره‌ی افزایش اعتقاد مردم جهان نسبت به تأثیر ایمان به غیب در پیروزی‌های مادی، صحیح است؟
- (۱) از روش‌های همراه کردن دیگران با خود در راستای حضور مؤثر در جامعه‌ی جهانی است.
  - (۲) از نتایج دو تجربه‌ی موفق ایرانیان مسلمان یعنی آفریدن انقلاب اسلامی و پیروزی در دفاع مقدس است.
  - (۳) از راه‌های تأکید بر محتوای عقلانی و خردمندانه‌ی دین در راستای همراه کردن دیگران با خود است.
  - (۴) بزرگ‌ترین نیروی محرکه برای گذر از گردنه‌های سخت و رسیدن به قله‌های افتخار است.
- ۵۳- زمانی که برای افزایش آگاهی خود از شیوه‌های مبارزه‌ی ائمه‌ی اطهار (ع) به تاریخ اسلام رجوع کنیم، به ترتیب در کدام دوره به ادامه‌ی قرارداد صلح با معاویه و شدت اختناق برخورد می‌کنیم؟
- (۱) دوره‌ی امام حسن (ع) - پس از شهادت امام رضا (ع)
  - (۲) دوره‌ی امام حسین (ع) - پس از شهادت امام رضا (ع)
  - (۳) دوره‌ی امام حسن (ع) - دوره‌ی امام کاظم (ع)
  - (۴) دوره‌ی امام حسین (ع) - دوره‌ی امام کاظم (ع)
- ۵۴- ایقای تفکر اصیل اسلام راستین در جامعه معلول کدام یک از عوامل زیر است؟
- (۱) تجدید بنای سازمان تشیع در کنار گسترش معارف از طریق دعا توسط امام سجاد (ع)
  - (۲) انتخاب شیوه‌های درست مبارزه متناسب با شرایط زمان توسط ائمه‌ی اطهار (ع)
  - (۳) ایثار ائمه‌ی اطهار (ع) در راه آگاهی‌بخشی به مردم به عنوان یک اصل اساسی
  - (۴) انتقال علوم الهی به امام بعدی و تربیت یاران براساس این علوم
- ۵۵- سود مزدخواهی پیامبر(ص) در برابر رسالت خویش، مفهوم مؤکد در کدام آیه‌ی شریفه است و به منظور استفاده از محضر مرحوم کلینی برای تفحص در حدیث و سیره‌ی ائمه‌ی اطهار (ع) کدام کتاب مدد‌رسان ما خواهد بود؟
- (۱) «قُلْ مَا سَأَلْتُكُمْ مِنْ أَجْرٍ...» - کافی
  - (۲) «قُلْ لَا أَسْأَلُكُمْ عَلَيْهِ أَجْرًا...» - التهذیب
  - (۳) «قُلْ مَا سَأَلْتُكُمْ مِنْ أَجْرٍ...» - الاستبصار
  - (۴) «قُلْ لَا أَسْأَلُكُمْ عَلَيْهِ أَجْرًا...» - کافی
- ۵۶- امام زمان (عج) آگاهی خود نسبت به اخبار و احوال مسلمانان را در نامه‌ای به کدام یک از علمای اسلام بیان نمود و سنت خداوند برای تغییر جامعه در جهت مثبت در کدام آیه‌ی شریفه مذکور است؟
- (۱) شیخ طوسی - «إِنَّ اللَّهَ لَا يُغَيِّرُ مَا بِقَوْمٍ حَتَّى يُغَيِّرُوا مَا بِأَنْفُسِهِمْ»
  - (۲) شیخ مفید - «ذَلِكَ بِأَنَّ اللَّهَ لَمْ يَكُ مُغْتَبَرًا نِعْمَةً أَنْعَمَهَا عَلَى قَوْمٍ...»
  - (۳) شیخ مفید - «إِنَّ اللَّهَ لَا يُغَيِّرُ مَا بِقَوْمٍ حَتَّى يُغَيِّرُوا مَا بِأَنْفُسِهِمْ»
  - (۴) شیخ طوسی - «ذَلِكَ بِأَنَّ اللَّهَ لَمْ يَكُ مُغْتَبَرًا نِعْمَةً أَنْعَمَهَا عَلَى قَوْمٍ...»

۵۷- آن گاه که وجود امام عصر (عج) را به خورشید در حال تابش تشبیه کنیم، چه شرایطی بر جامعه حکم فرما خواهد بود؟

۱- ونضی فیض الهی وجود نخواهد داشت و هدایت الهی ناقص و ناتمام می شود.

۲- هر مردم لایق باشند، ولایت ظاهری امام محقق شده و ایشان رهبری جامعه را به دست می گیرند.

۳- بهره مندی مردم از وجود امام عصر (عج) منحصر به ولایت معنوی می گردد.

۴- مردم در عین استفاده از برکات امام متوجه وجود او در بین خود نمی شوند.

۵۸- خداوند تعالی با کدام عبارت، خبر جانشینی مؤمنان در زمین را در پایان تاریخ داده است و دلیل ناتوانی گروهی از انسان ها در تصور آینده ی روشن برای تاریخ انسان چیست؟

۱- «تَجَلَّوْا كُنُفًا وَ تَجَلَّوْا الْوَارِثِينَ» - اعتقاد به منجی های مختلف در ادیان مختلف

۲- «تَجَلَّوْا كُنُفًا وَ تَجَلَّوْا الْوَارِثِينَ» - ناتوانی در شناخت آفریننده ی جهان

۳- «يَسْتَحْضِرْتُمْ فِي الْأَرْضِ» - ناتوانی در شناخت آفریننده ی جهان

۴- «يَسْتَحْضِرْتُمْ فِي الْأَرْضِ» - اعتقاد به منجی های مختلف در ادیان مختلف

۵۹- به کدام دلیل عصر غیبت، عصر دودلی و شک و تردید معرفی شده است؟

۱- زان جهت که گروهی از انسان ها در عصر غیبت تمرین نکرده و در جبهه ی حق حضور ندارند.

۲- زیر حکومت های غیر الهی و طاغوتی متعددی پیدا شده و قدرت را به دست می گیرند.

۳- زیر در عصر غیبت افرادی خود را به عنوان مهدی موعود معرفی کرده و قصد فریب مردم را دارند.

۴- زیر در این دوره فتنه های گوناگون و اندیشه های رنگارنگ پیدا شده و بی ایمانی را تبلیغ می کنند.

۶۰- بین انتظار و نگاه مثبت دین به آینده ی تاریخ چه رابطه ای برقرار است و «آرمان گرایی و حقیقت جویی» مربوط به کدام یک از عوامل بویایی جامعه ی شیعه در طول تاریخ است؟

۱- انتظار، زاینده ی نگاه مثبت دین به آینده ی تاریخ است - گذشته ی سرخ

۲- انتظار، مولود نگاه مثبت دین به آینده ی تاریخ است - آینده ی سبز

۳- انتظار، مولود نگاه مثبت دین به آینده ی تاریخ است - گذشته ی سرخ

۴- انتظار، زاینده ی نگاه مثبت دین به آینده ی تاریخ است - آینده ی سبز



**PART C: Reading Comprehension**

**Directions:** In this part of the test, you will read two passages. Each passage is followed by four questions. Answer the questions by choosing the best choice, (1), (2), (3), or (4). Then mark your answer sheet.

**Passage 1:**

NASA radar equipment deep in space records amazing things on Earth that help scientists understand what is happening. One event that caught their attention was something that happened in Antarctica in May 2002. An iceberg calved off, or broke away from, the western face of the Ross Ice Shelf. Although the calving of icebergs happens often without harming the environment, the calving of this iceberg, called C-19, had a different result.

Scientists grew concerned when C-19 splashed into the Ross Sea because it was almost twice the size of Rhode Island. Even though Rhode Island is the smallest state in the United States, an iceberg that size, let alone one twice that size, is enormous.

When C-19 fell into the Ross Sea, it covered up an important food source for all the local marine life. Phytoplankton, tiny free-floating plants that live in the water, depend on sunbeams in order to grow. It was impossible for sunbeams to reach the phytoplankton in the water underneath with C-19, a huge mass, floating in the water above them. Therefore, the growth of new plant matter was reduced by more than 90 percent. Because phytoplankton are at the bottom of the food chain, every animal above them depends on them for life. If there are no phytoplankton for the next level above of marine animals to eat, those animals and the animals higher up in the food chain are in great danger.

Having studied for many years what happens when icebergs calve, scientists generally now believe that the numbers of marine plants and animals will drop in areas where icebergs exist.

73- Why do you think the author chose to compare the size of C-19 to the size of Rhode Island?

- 1) to test the reader's knowledge of the size of U.S. states
- 2) to give the reader an idea of the iceberg's size
- 3) to imply that C-19 was smaller than other states
- 4) to show that C-19 was not important

74- The word "one" in paragraph 2 refers to .....

- |            |          |
|------------|----------|
| 1) island  | 2) state |
| 3) iceberg | 4) sea   |

75- Which generalization can you make from the passage?

- 1) All icebergs will calve in time.
- 2) Icebergs keep sunlight away from all phytoplankton.
- 3) Calved icebergs in Antarctica will always be large.
- 4) Scientists never know what to expect when an iceberg calves.

76- Which of the following words or phrases is defined in the third paragraph?

- |                |                  |
|----------------|------------------|
| 1) marine life | 2) phytoplankton |
| 3) sunbeams    | 4) food chain    |



**Passage 2:**

Many people wrongly think that cities don't have farms and that fruits and vegetables are only grown in the country. Believe it or not, there are more and more urban farms popping up in cities all over the world.

Alexandra Sullivan, a food systems researcher in New York City, studies urban agriculture. Urban agriculture is another name for farming and gardening in a city environment. Ms. Sullivan studies everything from tiny gardens in empty lots between buildings to bigger fields that have been planted and cultivated. According to Ms. Sullivan, "Urban agriculture has existed since cities have, across the world."

The number of humans living in urban areas, or cities, is increasing. The amount of people who want to garden in urban areas is also rising. Ms. Sullivan says, "In small gardens, on rooftops and indoors, city residents grow fruits, vegetables, grains, and herbs, and raise animals to produce dairy, eggs, honey, and meat. City residents use these foods as supplements to food produced by rural agriculture." Even though some people who live in urban areas grow crops, urban residents still need to rely on food grown in rural areas. This is because a city doesn't have enough space to grow enough food for everyone living in it.

In New York City, urban farmers have come up with many different ways to grow their own produce, even though there isn't a lot of room. For example, Brooklyn Grange is a farming operation that has two rooftop vegetable farms in New York City. Altogether, the farms are made up of 2.5 acres of rooftop space. This makes Brooklyn Grange one of the largest rooftop farming operations in the world.

77- According to the passage, what is urban agriculture?

- |  |                                      |
|--|--------------------------------------|
| 1) farming and gardening in the country        | 2) a term for cities that have farms |
| 3) farming and gardening in a city environment | 4) a method of growing food indoors  |

78- Urban agriculture cannot serve as the only food source for a large city. What evidence from the passage supports this statement?

- 1) This is because a city doesn't have enough space to grow enough food for everyone living in it.
- 2) In New York City, urban farmers have come up with many different ways to grow their own produce.
- 3) In small gardens, on rooftops and indoors, city residents grow fruits, vegetables, grains and herbs, and raise animals to produce dairy, eggs, honey and meat.
- 4) Brooklyn Grange is a farming operation that has two rooftop vegetable farms in New York City.

79- Based on the passage, what is a common challenge urban farmers face?

- 1) growing produce during water shortages
- 2) keeping urban farms safe from city residents
- 3) fighting against cities' laws that ban urban agriculture
- 4) finding the right space to grow their produce

80- What is this passage mostly about?

- |  |   |
|--|---|
| 1) farming in city environments              | 2) the advantages of urban agriculture    |
| 3) how people can begin their own urban farm | 4) the rooftop gardens of Brooklyn Grange |

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۸

جمعه ۹۶/۱۲/۱۸



سال تحصیلی ۹۷-۱۳۹۶

## آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی

چهارم دبیرستان (پیش دانشگاهی)

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۳۰	مدت پاسخگویی: ۱۶۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سوال		وضعیت پاسخگویی	تعداد سوال	مواد امتحانی		ردیف
	از	تا					
۹۰ دقیقه	۸۱	۹۵	اجباری	۱۵	حساب دیفرانسیل و انتگرال		۱
	۹۶	۱۰۵		۱۰	ریاضیات گسسته		
	۱۰۶	۱۱۵		۱۰	هندسه تحلیلی و جبر خطی		
	۱۱۶	۱۲۵		۱۰	هندسه تحلیلی و جبر خطی Gaj Book		
	۱۲۶	۱۳۰		۵	ریاضیات ۲	ریاضیات پایه	
	۱۳۱	۱۳۵		۵	حسابان		
	۱۳۶	۱۴۵		۱۰	هندسه ۲		
۳۵ دقیقه	۱۴۶	۱۶۰	اجباری	۱۵	فیزیک پیش دانشگاهی		۲
	۱۶۱	۱۷۰	زوج کتاب	۱۰	فیزیک ۱		
	۱۷۱	۱۸۰		۱۰	فیزیک ۳		
۴۰ دقیقه	۱۸۱	۱۹۵	اجباری	۱۵	شیمی پیش دانشگاهی		۳
	۱۹۶	۲۱۰		۱۵	شیمی پیش دانشگاهی Gaj Book		
	۲۱۱	۲۲۰	زوج کتاب	۱۰	شیمی ۲		
	۲۲۱	۲۳۰		۱۰	شیمی ۳		

حق چاپ و تکثیر سوالات آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع می باشد و پیگرد قانونی دارد.





## حساب دیفرانسیل و انتگرال

۸۱- برای تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x^3} - 3x^2 + 4$ ، نقاط  $A(-1, 0)$  و  $B(2, 0)$  به ترتیب کدام است؟

- (۱) عطف قائم و بازگشتی  
(۲) عطف قائم و عطف قائم  
(۳) بازگشتی و عطف قائم  
(۴) بازگشتی و بازگشتی

۸۲- اگر آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع  $f(x) = x \sin x$  در  $x = c$  با آهنگ متوسط تغییر آن روی  $[\frac{\pi}{4}, 0]$  برابر باشد،  $c$  کدام است؟

- (۱)  $\tan(\frac{\pi}{4} + c)$   
(۲)  $\tan(\frac{\pi}{4} - c)$   
(۳)  $\tan(\frac{\pi}{4} + \frac{c}{2})$   
(۴)  $\tan(\frac{\pi}{4} - \frac{c}{2})$

۸۳- طول اضلاع مثلثی ۲ و ۵ واحد و زاویه‌ی بین آن‌ها مقدار متغیر  $\alpha$  است. آهنگ تغییر  $\alpha$  نسبت به مساحت مثلث وقتی مساحت مثلث برابر ۳ واحد مربع است، کدام است؟ ( $\alpha$  حاده است.)

- (۱)  $\frac{3}{4}$   
(۲)  $\frac{4}{3}$   
(۳)  $\frac{2}{5}$   
(۴)  $\frac{1}{4}$

۸۴- اگر زاویه‌ی بین مماس‌های چپ و راست در نقطه‌ی گوشه‌ی نمودار تابع  $y = |\sin x|$  در بازه‌ی  $(0, 2\pi)$  باشد،  $\tan \theta$  کدام است؟

- (۱)  $-1$   
(۲)  $1$   
(۳) صفر  
(۴) تعریف نشده

۸۵- اگر  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - 2f(1) + f(1-h)}{h^2}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$   
(۲)  $-\frac{1}{3}$   
(۳)  $-\frac{2}{6}$   
(۴)  $-\frac{2}{9}$

۸۶- اگر  $f(x) = x^2[x] - 3x[x] + 1$  باشد، مقدار  $f'_+(3) - f'_-(3)$  کدام است؟ ( $[ ]$  نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $3$   
(۲)  $-3$   
(۳) صفر  
(۴)  $6$

۸۷- اگر  $f(x) = e^{\ln x}$  و  $g(x) = \sin^2(3x - \frac{\pi}{6})$  باشد، مشتق  $f \circ g(x)$  به ازای  $x = \frac{\pi}{6}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$   
(۲)  $3$   
(۳)  $\frac{1}{4}$   
(۴)  $\frac{2}{3}$

۸۸- از نقطه‌ی  $P(-3, 0)$  بر منحنی  $y = x^2$  قائمی رسم شده است. طول پای عمود کدام است؟

- (۱)  $-1$   
(۲)  $-\frac{3}{4}$   
(۳)  $-\frac{4}{3}$   
(۴)  $-\frac{7}{4}$

۸۹- اگر در رابطه‌ی  $x^2 + 4y^2 = 9$  داشته باشیم  $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{k}{y^3} = 0$ ، آن‌گاه عدد  $k$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{4}{9}$   
(۲)  $-\frac{9}{16}$   
(۳)  $\frac{9}{16}$   
(۴)  $\frac{4}{9}$

محل انجام محاسبات



۹۰- اگر  $f(x) = \frac{1}{4}(e^x + e^{-x})$ ,  $x \geq 0$  باشد، آن گاه  $(f^{-1})'(\frac{5}{4})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{5}{4}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

۹۱- اگر  $f(x)$  تابعی چند جمله‌ای باشد به طوری که  $f'(x) = 3f(x^T) + x$ ، آن گاه درجه‌ی آن کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۲

۹۲- نمودار تابع  $y = x^2 e^{6x}$  در چه بازه‌ای صعودی است؟

- (۱)  $x > \frac{1}{4}$  (۲)  $x < \frac{1}{4}$  (۳)  $x > -\frac{1}{4}$  (۴)  $x < -\frac{1}{4}$

۹۳- ماکزیمم مقدار تابع  $f(x) = \frac{1}{1+|x|} + \frac{1}{1+|x-2|}$ ،  $f(x)$ ،  $(x \in \mathbb{R})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{3}$  (۲)  $\frac{5}{4}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴) ۲

۹۴- در داخل کره‌ای به شعاع ۳، مخروطی با حجم ماکزیمم محاط می‌کنیم. ارتفاع این مخروط کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۵

۹۵- در تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x+a}$  مجموع معکوس طول نقاط اکسترمم کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $-\frac{3}{2}$

### ریاضیات گسسته

۹۶- به ازای چند عدد دورقمی  $n$ ، عدد  $44 + 45^n$  مضرب ۴۳ است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۹۷- معادله‌ی  $72 = (5n + 17)x + 21y$  با کدام شرط در اعداد صحیح دارای جواب است؟

- (۱)  $n = 7k - 2$  (۲)  $n = 7k + 2$  (۳)  $n \neq 7k - 2$  (۴)  $n \neq 7k + 2$

۹۸- رقم یکان عدد  $1! + 2! + 3! + \dots + 1396! + 1396!$  کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱ (۳) ۵ (۴) ۷

۹۹- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی  $x$  که در معادله‌ی  $5(3x + 8) \equiv 7(4x + 3) \pmod{11}$  صدق می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۰۰- معادله‌ی  $10 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$  با شرط  $x_1 < 1$ ،  $1 \leq x_2$ ،  $2 < x_3$  و  $2 \leq x_4$  در مجموعه‌ی اعداد صحیح چند جواب دارد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱

۱۰۱- بر روی مجموعه‌ی  $A = \{a, b, c, d\}$  چند رابطه می‌توان نوشت که بازتابی یا تقارنی باشد؟

- (۱) ۵۱۲۰ (۲) ۵۰۵۶ (۳) ۴۰۹۶ (۴) ۴۹۹۶

۱۰۲- اگر  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 3 \geq |x - 2|\}$  و  $B = \{2k + 1 \mid k \in \mathbb{N}, k^2 \leq 30\}$  مفروض باشند، مجموعه‌ی  $(A \times B) \cap (B \times A)$  دارای چند عضو است؟

- (۱) ۴ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۱

۱۰۳- بر روی مجموعه‌ی  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$  چند رابطه‌ی هم‌ارزی می‌توان نوشت که  $[a] = \{a, d, f\}$  باشد؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۰ (۳) ۵ (۴) ۳

محل انجام محاسبات





۱۰۴- چند عضو از اعضای مجموعه‌ی  $S = \{201, 202, \dots, 500\}$  مضرب ۵ هستند ولی مضرب ۸ نیستند، یا مضرب ۸ هستند ولی مضرب ۵ نیستند؟

- ۸۱ (۴)                      ۸۲ (۳)                      ۸۳ (۲)                      ۸۴ (۱)

۱۰۵- در بین اعداد طبیعی  $\pi \leq 600$  چند عدد وجود دارد که نسبت به اعداد ۱۰۸ و ۷۵ اول باشند؟

- ۱۶۰ (۴)                      ۱۵۰ (۳)                      ۱۲۰ (۲)                      ۱۸۰ (۱)

### هندسه تحلیلی و جبر خطی

۱۰۶- نقطه‌ی  $F(5, -2)$  یک کانون و خط  $2x + y = 4$  یکی از مجانب‌های هذلولی می‌باشد. اگر محور کانونی هذلولی موازی محور  $x$ ها باشد، معادله‌ی مجانب دیگر هذلولی کدام است؟

- $y + 2x - 14 = 0$  (۲)                       $y - 2x + 14 = 0$  (۱)  
 $y + 2x - 8 = 0$  (۴)                       $y - 2x + 8 = 0$  (۳)

۱۰۷- در هذلولی  $3x^2 - 2y^2 - 6x + 8y - 11 = 0$  طول وتری که در کانون بر محور کانونی عمود است، کدام است؟

- $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  (۴)                       $3\sqrt{2}$  (۳)                       $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  (۲)                       $\frac{4\sqrt{3}}{3}$  (۱)

۱۰۸- در مقطع مخروطی  $xy + \sqrt{2}y = 8$  فاصله‌ی کانونی کدام است؟

- $4\sqrt{3}$  (۴)                       $8\sqrt{3}$  (۳)                       $4\sqrt{2}$  (۲)                       $8\sqrt{2}$  (۱)

۱۰۹- معادله‌ی  $x^2 + 2\sqrt{3}xy + 3y^2 + 2x + 2\sqrt{3}y - 3 = 0$  مشخص‌کننده‌ی کدام است؟

- (۱) سهمی                      (۲) دو خط موازی  
(۳) یک خط                      (۴) تهی

۱۱۰- اگر مجموع درایه‌های ماتریس  $A = \begin{bmatrix} x+y+2z & x & y \\ z & 2x+y+z & y \\ z & x & x+2y+z \end{bmatrix}$  برابر با ۱۸ باشد، حاصل دترمینان ماتریس  $A$  کدام است؟

- ۹ (۴)                      ۲۷ (۳)                      ۱۸ (۲)                      ۵۴ (۱)

۱۱۱- اگر  $A$  یک ماتریس  $3 \times 3$  و دترمینان آن ۲ باشد، دترمینان ماتریس  $(5A^T)^2$  کدام است؟

- ۱۰۰ (۴)                      ۲۵۰ (۳)                      ۶۲۵۰۰ (۲)                      ۲۵۰۰۰ (۱)

۱۱۲- ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ -4 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  را به صورت مجموع یک ماتریس متقارن و یک ماتریس پادمتقارن نوشته‌ایم. دترمینان ماتریس متقارن کدام است؟

- ۱۷ (۴)                      -۱۱ (۳)                      -۷ (۲)                      صفر (۱)

۱۱۳- در ماتریس  $A = [i^2 - 2j]_{3 \times 3}$  مجموع همسازهای قطر فرعی کدام است؟

- ۴۸ (۴)                      -۴۸ (۳)                      ۲۴ (۲)                      -۲۴ (۱)

۱۱۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$  باشد، حاصل ماتریس  $A^{200} \times B^{60}$  کدام است؟

- $2^{260} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (۴)                       $2^{160} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (۳)                       $2^{260} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  (۲)                       $2^{160} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  (۱)

محل انجام محاسبات



۱۱۵- اگر  $k = \begin{vmatrix} a & b & 2 \\ 1 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 4 \end{vmatrix}$  باشد، آن گاه حاصل  $\begin{vmatrix} a-2 & b+1 & 1 \\ 0 & 10 & 8 \\ -3 & 3 & -9 \end{vmatrix}$  کدام است؟

(۱)  $-6k - 29$  (۲)  $6k + 29$  (۳)  $-6k - 174$  (۴)  $6k + 174$

gajbook

هندسه تحلیلی و جبر خطی

۱۱۶- در هذلولی به معادله  $4y^2 - 5x^2 + 8y + 20x + 4 = 0$ ، مختصات یکی از کانون‌ها کدام است؟

(۱)  $(-2, -1)$  (۲)  $(-1, -1)$  (۳)  $(2, -1)$  (۴)  $(2, 2)$

۱۱۷- در هذلولی به کانون‌های  $F(1+\sqrt{5}, -2)$  و  $F'(1-\sqrt{5}, -2)$ ، فاصله‌ی دو رأس آن برابر ۲ واحد است. معادله‌ی مجانب آن با شیب منفی، کدام است؟

(۱)  $2y + x = 0$

(۲)  $y + 2x = 0$

(۳)  $y + 2x = 1$

(۴)  $2y + x = -3$

۱۱۸- ماتریس دوران  $A$  با رابطه  $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$  معادله‌ی مقطع مخروطی  $2x'^2 - 2\sqrt{3}x'y' + 4y'^2 = 1$  را به صورت استاندارد برحسب  $x'$  و  $y'$  تبدیل می‌کند، مقدار  $y$  برحسب مختصات دستگاه دوران یافته کدام است؟

(۱)  $\frac{x' + \sqrt{3}y'}{2}$

(۲)  $\frac{x' - \sqrt{3}y'}{2}$

(۳)  $\frac{\sqrt{3}x' - y'}{2}$

(۴)  $\frac{\sqrt{3}x' + y'}{2}$

۱۱۹- با دوران محورهای مختصات به اندازه‌ی مناسب، معادله‌ی مقطع مخروطی  $\sqrt{3}xy + y^2 = 1$  به کدام صورت نوشته می‌شود؟

(۱)  $2x^2 - y^2 = 2$  (۲)  $2x^2 - 3y^2 = 2$  (۳)  $3x^2 + y^2 = 2$  (۴)  $2x^2 + 3y^2 = 2$

۱۲۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & m \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  و  $(A-I)(A+I) = \alpha A + \beta I$  باشد،  $m$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۲۱- اگر  $A$  ماتریس متقارن و  $B$  ماتریس پادمتقارن باشد به طوری که  $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ ، آن گاه ماتریس  $AB$  چگونه است؟

(۱) قطری (۲) بالامتثلی

(۳) متقارن (۴) پادمتقارن

۱۲۲- اگر ماتریس  $A = [2i - mj]_{2 \times 2}$  که  $i$  شماره‌ی سطر و  $j$  شماره‌ی ستون است، در تساوی  $A^T - A = \bar{O}$  صدق کند و  $A^T = \alpha A + \beta I$  باشد،  $\beta$  کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۱۲ (۳) -۴ (۴) -۱۲

۱۲۳- اگر  $D = \begin{bmatrix} 6 & 3x & 2x \\ 3x & 2x & 6 \\ 2x & 6 & 3x \end{bmatrix}$  باشد، حاصل دترمینان  $\begin{vmatrix} x^2 & x^2 & 6 \\ 9 & 2x & 9 \\ 3x & 4 & 4 \end{vmatrix}$  کدام است؟

(۱)  $-2D$  (۲)  $-D$  (۳)  $\frac{1}{2}D$  (۴)  $D$

محل انجام محاسبات



۱۲۴- اگر به تمام درایه‌های واقع در سطر دوم دترمینان  $\begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ 4 & -2 & 7 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix}$ ، یک واحد افزوده شود، به مقدار دترمینان ۶ واحد اضافه می‌شود.  $a$  کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۵- اگر  $A - A^T = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ a & b \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه دوتایی  $(a, b)$  کدام است؟

(۱)  $(0, -3)$  (۲)  $(-3, 0)$   
(۳)  $(3, 0)$  (۴)  $(0, 3)$

### ریاضیات ۲

۱۲۶- در یک دنباله‌ی حسابی مجموع جملات سوم، پنجم و هفتم برابر ۹ و مجموع مربعات آن‌ها برابر ۵۹ می‌باشد. بزرگ‌ترین جمله از بین این سه جمله کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۷ (۳) ۵ (۴) ۸

۱۲۷- در یک دنباله‌ی هندسی  $t_1 + \dots + t_p = 40$  و  $t_1 + t_p + t_4 + t_5 = 120$  می‌باشد.  $t_p$  کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۹ (۳) ۲۷ (۴) ۱۸

۱۲۸- اگر  $\log_p 14 = \alpha$  باشد، حاصل  $9^{\alpha-2}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{14}{9}$  (۲)  $\frac{196}{9}$  (۳)  $\frac{196}{81}$  (۴)  $\frac{14}{81}$

۱۲۹- مجموع ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - \log_p x = \frac{1}{8}$  کدام است؟

(۱) معادله فقط یک جواب  $x = 8$  دارد.  
(۲) ۹ (۳)  $9/5$  (۴)  $8/5$

۱۳۰- نمودار توابع  $y_1 = 0.0125 \times 5^x$  و  $y_2 = \frac{(0.2)^{x-1}}{x+1}$  در نقطه‌ی  $A(x_0, y_0)$  متقاطع‌اند.  $x_0 + y_0$  کدام است؟

(۱)  $\frac{15}{16}$  (۲)  $\frac{17}{16}$  (۳)  $\frac{5}{4}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

### حسابان

۱۳۱- در بسط  $(x^3 - \frac{3}{x^3})^6$  جمله‌ی مستقل از  $x$  کدام است؟

(۱) ۵۴۰ (۲) -۵۴۰ (۳) ۲۷۰ (۴) -۲۷۰

۱۳۲- باقی‌مانده‌ی تقسیم  $2x^7 + 4x^6 + 3x^5 - 2 + x^4 - 2x^3 + a$  بر  $x^2 + 18x + 4$  شده است.  $a$  کدام است؟

(۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۳۳- اگر مجموع ریشه‌های معادله‌ی  $ax^2 + bx + c = 0$  برابر  $\frac{5}{p}$  و تفاضل ریشه‌های آن  $\frac{1}{p}$  باشد، حاصل ضرب ریشه‌های آن کدام است؟

(۱)  $-\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۳ (۴) -۳

محل انجام محاسبات



۱۳۴- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 5x + 2 = 0$  باشند، حاصل  $|\frac{\alpha}{\beta} - \frac{\beta}{\alpha}|$  کدام است؟

$$\frac{5\sqrt{15}}{2} \quad (۴)$$

$$5\sqrt{15} \quad (۳)$$

$$\frac{5\sqrt{17}}{2} \quad (۲)$$

$$5\sqrt{17} \quad (۱)$$

۱۳۵- حدود  $m$  کدام باشد تا تابع  $f(x) = mx^2 + (m-3)x - 2$  دارای دو ریشه در طرفین خط  $x = 2$  باشد؟

$$0 < m < \frac{2}{3} \quad (۴)$$

$$0 < m < \frac{4}{3} \quad (۳)$$

$$-\frac{2}{3} < m < \frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$-\frac{4}{3} < m < \frac{4}{3} \quad (۱)$$

### هندسه ۲

۱۳۶- کدام تبدیل ایزومتري است؟

$$T(x, y) = (x - y, x + y) \quad (۲)$$

$$T(x, y) = (2x - 1, \frac{y}{2} + 1) \quad (۱)$$

$$T(x, y) = (2x, \frac{y}{2}) \quad (۴)$$

$$T(x, y) = (-y + 1, x + 3) \quad (۳)$$

۱۳۷- تحت انتقال با کدام بردار، تصویر خط  $2x + y = 5$  بر خودش منطبق است؟

$$(4, 2) \quad (۲)$$

$$(3, 6) \quad (۱)$$

$$(4, -2) \quad (۴)$$

$$(-3, 6) \quad (۳)$$

۱۳۸- دو خط  $3x = 4y - 7$  و  $8y - 6x - 10 = 0$  بازتاب یکدیگر نسبت به خط  $d$  هستند. معادله‌ی خط  $d$  کدام است؟

$$y = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \quad (۱)$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3} \quad (۴)$$

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} \quad (۳)$$

۱۳۹- نقاط  $A(1, 2)$ ،  $B(-2, 3)$  و  $C(7, -2)$  سه رأس یک مثلث هستند. مختصات قریب‌هی نقطه‌ی  $A$  نسبت به مرکز ثقل مثلث کدام است؟

$$(1, -1) \quad (۲)$$

$$(3, 0) \quad (۱)$$

$$(1, 0) \quad (۴)$$

$$(0, -3) \quad (۳)$$

۱۴۰- تصویر خط  $3x + 2y = m$  تحت دوران  $27^\circ$  حول مبدأ مختصات از نقطه‌ی  $(-2, 1)$  می‌گذرد.  $m$  کدام است؟

$$-3 \quad (۴)$$

$$3 \quad (۳)$$

$$-7 \quad (۲)$$

$$7 \quad (۱)$$

۱۴۱- نقطه‌ی  $A'(5, -3)$  مجانس نقطه‌ی  $A(1, 2)$  با نسبت تجانس ۳ و مرکز  $O(m-1, 2n+1)$  است.  $m+n$  کدام است؟

$$\frac{21}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{7}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{21}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{7}{4} \quad (۳)$$

۱۴۲- به‌زای کدام مقدار  $m$ ، بازتاب خط به معادله‌ی  $y = mx + 3m - 1$  نسبت به خط  $3y - x = 0$  بر خودش نگاشته می‌شود؟

$$\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$2 \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۲)$$

$$3 \quad (۱)$$

۱۴۳- تصویر خط به معادله‌ی  $3x - y = 7$  تحت تبدیل  $T(x, y) = (3y - 1, x + 2)$  از کدام نقطه می‌گذرد؟

$$(-4, 4) \quad (۴)$$

$$(-5, 5) \quad (۳)$$

$$(5, 5) \quad (۲)$$

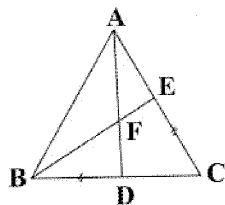
$$(4, 4) \quad (۱)$$

محل انجام محاسبات





۱۴۴- در شکل زیر، مثلث  $ABC$  متساوی الاضلاع و  $BD = CE$  است. با کدام تبدیل  $BE$  تبدیل می‌شود؟



(۱) دوران حول  $F$  با زاویه  $60^\circ$

(۲) دوران حول مرکز ثقل مثلث  $ABC$  با زاویه  $60^\circ$

(۳) دوران حول  $F$  با زاویه  $120^\circ$

(۴) دوران حول مرکز ثقل مثلث  $ABC$  با زاویه  $120^\circ$

۱۴۵- بازتاب نقطه‌ی  $A(4, 3)$  نسبت به خط  $y = 2x + 1$  نقطه‌ی  $A'$  است. مجموع مؤلفه‌های مختصات نقطه‌ی  $A'$  کدام است؟

$\frac{26}{5}$  (۴)

$\frac{24}{5}$  (۳)

$\frac{23}{5}$  (۲)

$\frac{21}{5}$  (۱)

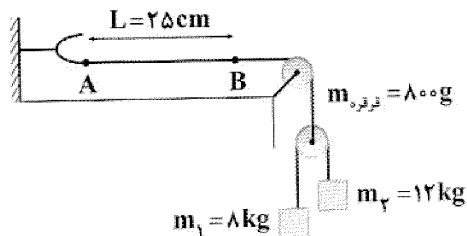


DriQ.com

## فیزیک

۱۴۶- در شکل زیر، جرم واحد طول تار  $AB$  برابر  $20 \frac{g}{m}$  است. بسامد هماهنگ دوم تار  $AB$  چند هرتز است؟ (در دو انتهای تار گره تشکیل

می‌شود و جرم نخ عبور کرده از قرقره و اصطکاک قرقره ناچیز است و  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ).



۲۰۰ (۱)

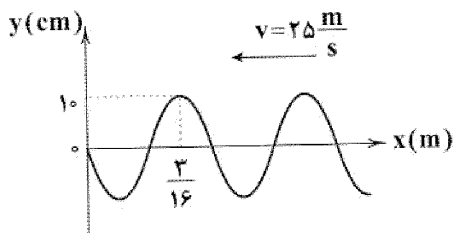
۳۰۰ (۲)

۵۰۰ (۳)

۴۰۰ (۴)

۱۴۷- شکل زیر نقش یک موج عرضی را در طنابی به جرم واحد طول  $2 \frac{g}{m}$  که در جهت محور  $x$  در حال انتشار است نشان می‌دهد. متوسط توان

انتقال انرژی برای این موج در مدت زمان یک دوره چند وات است؟ ( $\pi^2 \approx 10$ )



۱۰ (۱)

۱۰۰ (۲)

۵۰ (۳)

۵۰۰ (۴)

۱۴۸- دو منبع موج یکسان (هم‌دامنه، هم‌فرکانس و هم‌فاز) روی سطح آب امواجی با بسامد  $50 \text{ Hz}$  ایجاد می‌کنند. اگر سرعت انتشار موج در

سطح آب  $12/5 \frac{m}{s}$  باشد، در نقطه‌ای که از دو منبع به فاصله‌های  $73/5$  و  $86$  سانتی‌متر قرار دارد، تداخل دو موج چگونه است و اختلاف فاز

دو موج چقدر است؟

$2\pi$  سازنده، (۴)

$\pi$  سازنده، (۳)

$2\pi$  ویرانگر، (۲)

$\pi$  ویرانگر، (۱)

۱۴۹- اگر بخواهیم تراز شدت صوتی در یک مکان معین ۳ بل افزایش یابد، دامنه‌ی نوسان منبع این صوت را باید چند برابر کنیم؟ ( $\log 2 = 0.3$ )،

از اتلاف انرژی در محیط صرف‌نظر کنید.

۳۲ (۴)

۱۶ (۳)

۸ (۲)

۲ (۱)

محل انجام محاسبات



۱۵۰- یک لوله‌ی صوتی باز را به چهار قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم. اگر فرکانس هماهنگ پنجم این لوله‌ی صوتی، در حالت اول ۵۰۰ هرتز باشد و یکی از این چهار قسمت را به شکل یک لوله‌ی صوتی یک انتها بسته استفاده کنیم، فرکانس هماهنگ هفتم لوله‌ی جدید چند هرتز است؟

- (۱) ۱۴۰۰ (۲) ۱۵۰۰ (۳) ۱۸۰۰ (۴) ۲۴۰۰

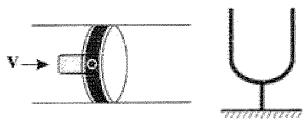
۱۵۱- یک منبع صوت با توان ۴۸۰ وات در حال تولید صوت است. تراز شدت این صوت در فاصله‌ی ۲۰ متری منبع، چند دسی‌بل است؟ (از اتلاف انرژی صوت در محیط صرف‌نظر شده است.  $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$  و  $\pi = 3$ )

- (۱) ۱۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۲۲۰ (۴) ۲۲

۱۵۲- یک منبع صوت با سرعت  $108 \frac{km}{h}$  در حال حرکت است، اگر سرعت صوت  $300 \frac{m}{s}$  باشد، فرکانس صوت دریافتی یک شنونده‌ی ساکن جلوی منبع، چند برابر فرکانس صوت دریافتی یک شنونده‌ی ساکن پشت منبع است؟

- (۱)  $\frac{13}{11}$  (۲)  $\frac{15}{13}$  (۳)  $\frac{11}{9}$  (۴)  $\frac{9}{7}$

۱۵۳- مطابق شکل، پیستونی داریم که درون یک لوله‌ی صوتی با سرعت ثابت ۷، به سمت راست حرکت می‌کند. سرعت انتشار صوت در هوا ۳۰۰ متر بر ثانیه است و فرکانس دیافازون ۱۰۰۰ Hz می‌باشد. اگر حداقل فاصله‌ی زمانی بین دو بار رخ دادن تشدید، درون لوله  $\frac{1}{3}$  ثانیه باشد، ۷ چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۰/۱ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۳ (۴) ۰/۵

۱۵۴- سرعت صوت در یک لوله‌ی صوتی  $360 \frac{m}{s}$  است. اگر بسامد دو هماهنگ متوالی در این لوله‌ی صوتی ۴۰۰ Hz و ۵۰۰ Hz باشد، طول لوله چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۱۸۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۲۳۰ (۴) ۳۶۰

۱۵۵- از کدام پرتوی الکترومغناطیسی در عکاسی IR توسط ماهواره‌ها استفاده می‌شود؟

- (۱) پرتوی ایکس (۲) فرابنفش (۳) فروسرخ (۴) رادیویی

۱۵۶- تابع میدان مغناطیسی یک موج الکترومغناطیس درون یک مایع برحسب واحد SI به صورت  $B_z = 0.125 \sin(4\pi \times 10^{14} t - 2\pi \times 10^6 y)$  است. ضریب شکست این مایع چقدر است؟ ( $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ )

- (۱) ۲ (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{6}{5}$

۱۵۷- در آزمایش بانگ که با نوری تک رنگ در هوا انجام شده است، در یک نقطه روی پرده اختلاف فاصله از دو منبع  $1050$  نانومتر است. اگر

بسامد نور آزمایش  $5 \times 10^{14} \text{ Hz}$  باشد، اختلاف فاز نورهای رسیده به این نقطه از دو منبع چند رادیان است؟ ( $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ )

- (۱)  $\pi$  (۲)  $2\pi$  (۳)  $\frac{7\pi}{2}$  (۴)  $\frac{5\pi}{4}$

محل انجام محاسبات



۱۵۸- آزمایش ینگ را با یک نور تک رنگ در هوا انجام می‌دهیم. فاصله‌ی پرده از صفحه‌ی دو شکاف  $24\text{ cm}$  و فاصله‌ی بین دو شکاف قابل تغییر است. هنگامی که فاصله‌ی دو شکاف از هم  $1/2\text{ mm}$  می‌شود، فاصله‌ی دو نوار روشن متوالی برابر با فاصله‌ی دو شکاف از هم خواهد شد.

اگر در هر ثانیه  $2000$  مگافوتون به پرده برخورد کند، انرژی این فوتون‌ها چند ترا الکترون ولت است؟ ( $h = 4 \times 10^{-15}\text{ eV}\cdot\text{s}$ ,  $c = 3 \times 10^8\text{ m/s}$ )

- (۱)  $0/4$  (۲)  $0/004$  (۳)  $40$  (۴)  $4$

۱۵۹- از محاسبات فیزیک کلاسیک حاصل می‌شود که ..... با توان ..... طول موج رابطه‌ی عکس دارد.

- (۱) تابندگی - دوم (۲) تابندگی - چهارم (۳) انرژی فوتون - دوم (۴) انرژی فوتون - چهارم

۱۶۰- یک منبع تولید لیزر با توان مصرفی  $500\text{ W}$  و راندمان  $80\%$  کار می‌کند و امواجی با طول موج  $4\text{ }\mu\text{m}$  ایجاد می‌کند. در هر دقیقه چند فوتون از این منبع گسیل می‌شود؟ ( $h = 4 \times 10^{-15}\text{ eV}\cdot\text{s}$ ,  $e = 1/6 \times 10^{-19}\text{ C}$ ,  $c = 3 \times 10^8\text{ m/s}$ )

- (۱)  $2 \times 10^{22}$  (۲)  $5 \times 10^{22}$  (۳)  $2 \times 10^{23}$  (۴)  $5 \times 10^{23}$

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (فیزیک ۱ و ۲، شماره‌ی ۱۶۱ تا ۱۷۰) و زوج درس ۲ (فیزیک ۳، شماره‌ی ۱۷۱ تا ۱۸۰)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

## زوج درس ۱

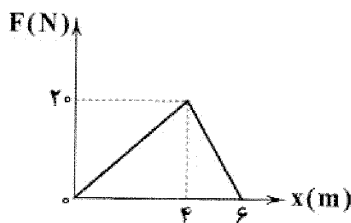
## فیزیک ۱ و ۲ (سؤالات ۱۶۱ تا ۱۷۰)

۱۶۱- دو نیروی  $\vec{F}_1 = 9\vec{i} + 12\vec{j}$  و  $\vec{F}_2 = 64\vec{i} + 48\vec{j}$  بر جسمی به جرم  $16\text{ kg}$  اثر می‌کنند. اگر جسم به اندازه‌ی  $6\text{ m}$  در راستای محور  $y$  جابه‌جا شود اندازه‌ی کار نیروی  $\vec{F}_1$  چند برابر اندازه‌ی کار نیروی  $\vec{F}_2$  است؟

- (۱)  $0/25$  (۲)  $4$  (۳)  $16/3$  (۴)  $3/16$

۱۶۲- نمودار نیروی واردشده بر یک جسم که در مبدأ زمان در مبدأ مکان است بر حسب مکان جسم مطابق شکل زیر است. کار انجام شده توسط

این نیرو تا رسیدن جسم به مکان  $x = 5\text{ m}$  چند ژول است؟ (نیرو در راستای جابه‌جایی است).



- (۱)  $60$  (۲)  $55$  (۳)  $50$  (۴)  $40$

۱۶۳- گلوله‌ای به جرم  $200\text{ g}$  با سرعت اولیه‌ی  $40\text{ m/s}$  از ارتفاع  $100$  متری از سطح زمین در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر از لحظه‌ی پرتاب تا لحظه‌ی برخورد گلوله با زمین  $20\%$  از انرژی مکانیکی اولیه‌ی گلوله تلف شود، سرعت برخورد گلوله با زمین چند متر بر ثانیه است؟

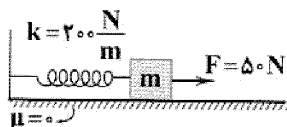
$$(g = 10\text{ N/kg})$$

- (۱)  $40$  (۲)  $24\sqrt{5}$  (۳)  $50$  (۴)  $30\sqrt{7}$

۱۶۴- در شکل زیر، وزنه‌ی  $2\text{ kg}$  به فنری به طول اولیه‌ی  $40\text{ cm}$  و ثابت  $200\text{ N/m}$  متصل است. نیروی ثابت  $F = 50\text{ N}$  به جسم اثر می‌کند. سرعت

وزنه هنگامی که طول فنر  $10\text{ cm}$  افزایش یافته است، چند متر بر ثانیه است؟ (نیروی اصطکاک ناچیز است و جسم در ابتدا ساکن است).

(۱)  $2$



(۲)  $\sqrt{5}$

(۳)  $1$

(۴)  $0/5$

محل انجام محاسبات



۱۶۵- ساده ترین روش استفاده از انرژی خورشیدی کدام است؟

- (۱) کوره‌ی خورشیدی (۲) سلول خورشیدی (۳) صفحات خورشیدی (۴) آینه‌ی مقعر

۱۶۶- جسمی به جرم  $4\text{kg}$  را روی یک سطح شیب‌دار به زاویه‌ی شیب  $37^\circ$  و ضریب اصطکاک جنبشی  $\frac{3}{4}$ ، با سرعت اولیه‌ی  $2\frac{\text{m}}{\text{s}}$  از بالای سطح

رو به پایین پرتاب می‌کنیم. در هر ثانیه انرژی مکانیکی چند ژول کاهش می‌یابد؟ ( $\sin 37^\circ = 0.6$ )،  $g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$

- (۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۹۶ (۴) صفر

۱۶۷- نمودار شتاب - زمان یک متحرک به جرم  $60\text{kg}$  که با سرعت اولیه‌ی  $4\frac{\text{m}}{\text{s}}$  شروع به حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. کار برابند

نیروهای وارد بر جسم در  $10$  ثانیه اول حرکت چند ژول است؟



۱۶۸- گلوله‌ای به جرم  $200$  گرم با سرعت اولیه‌ی  $\vec{v}_0 = 17\vec{i} + 37\vec{j}$  برحسب واحد SI از سطح زمین پرتاب می‌شود. کم‌ترین انرژی جنبشی جسم در طی مسیر تا رسیدن مجدد به سطح زمین چند ژول است؟ (از اتلاف انرژی صرف‌نظر شود).

- (۱) ۲۸/۹ (۲) ۱۳۶/۹ (۳) ۲۴/۲ (۴) ۷۲/۹

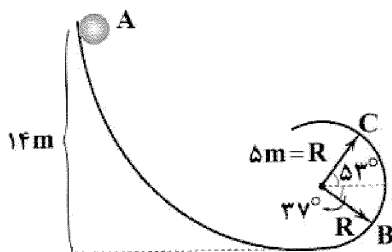
۱۶۹- وزنه‌ای به جرم  $1\text{kg}$  را به یک فنر افقی به ثابت  $100\frac{\text{N}}{\text{m}}$  متصل می‌کنیم و روی سطح افقی بدون اصطکاک به اندازه‌ی  $10\text{cm}$  از وضع تعادل

خارج کرده و رها می‌کنیم تا حرکت کند. سرعت وزنه در فاصله‌ی  $2\text{cm}$  از نقطه‌ی رها شدن چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۰/۶ (۳)  $10\sqrt{96}$  (۴)  $\frac{\sqrt{96}}{10}$

۱۷۰- مطابق شکل گلوله‌ای به جرم  $314\text{g}$  از نقطه‌ی A رها می‌شود و در یک مسیر بدون اصطکاک حرکت می‌کند. نسبت سرعت گلوله در نقطه‌ی

C به سرعت گلوله در نقطه‌ی B کدام است؟ ( $\sin 37^\circ = 0.6$ )

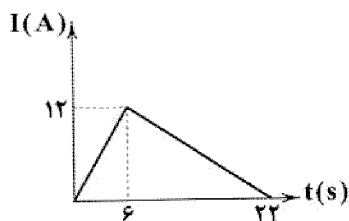


- (۱)  $\sqrt{\frac{5}{12}}$  (۲)  $\sqrt{\frac{5}{13}}$  (۳)  $\sqrt{\frac{7}{12}}$  (۴)  $\sqrt{\frac{7}{13}}$

## زوج درس ۲

## فیزیک ۳ (سوالات ۱۷۱ تا ۱۸۰)

۱۷۱- نمودار جریان عبوری از یک رسانا برحسب زمان مطابق شکل است. شدت جریان متوسط در بازه‌ی زمانی  $t = 4\text{s}$  تا  $t = 14\text{s}$  چند آمپر است؟

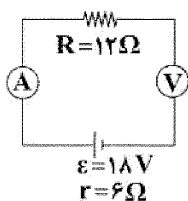


- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۹/۲ (۴) ۸/۴

محل انجام محاسبات



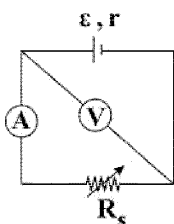
۱۷۲- در مدار زیر ولت‌سنج چه عددی را برحسب ولت نشان می‌دهد؟ (ولت‌سنج و آمپرسنج ایده‌آل هستند).



- (۱) ۱۲  
(۲) ۶  
(۳) ۱۸  
(۴) صفر

۱۷۳- در مدار زیر با تغییر مقاومت رئوستا هنگامی که آمپرسنج  $2/5A$  را نشان می‌دهد، ولت‌سنج  $18V$  و هنگامی که آمپرسنج  $4A$  را نشان می‌دهد، ولت‌سنج  $12V$  را نشان می‌دهد. به ازای چه مقاومتی برحسب اهم برای رئوستا آمپرسنج عبور جریان  $2A$  را نشان

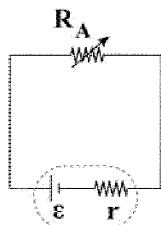
می‌دهد؟



- (۱) ۵  
(۲) ۸  
(۳) ۱۴  
(۴) ۱۰

۱۷۴- از یک مقاومت الکتریکی جریان الکتریکی عبور می‌کند و در هر دقیقه در آن  $240J$  گرما تولید می‌شود. سیم را چنان تحت کشش قرار می‌دهیم تا طول آن ۲ برابر شود. گرمای تولیدشده در مدت زمان  $30s$  در آن چند ژول است؟ (جریان عبوری از سیم ثابت فرض شود).

- (۱) ۲۴۰  
(۲) ۴۸۰  
(۳) ۹۶۰  
(۴) ۱۲۰

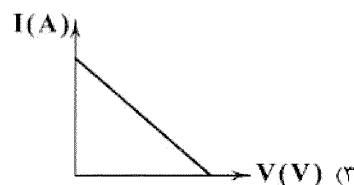
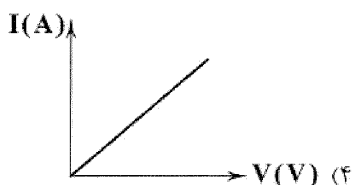
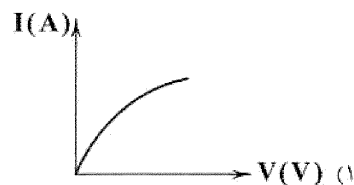
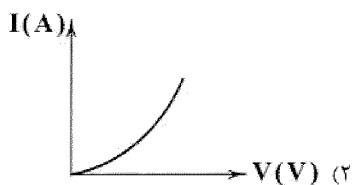


۱۷۵- در مدار زیر، با کاهش جزئی مقدار مقاومت  $R_A$ ، توان خروجی مولد چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) کاهش می‌یابد.  
(۲) افزایش می‌یابد.  
(۳) ثابت می‌ماند.

(۴) بسته به مقدار مقاومت‌های مدار و میزان کاهش  $R_A$ ، هر سه حالت ممکن است رخ دهد.

۱۷۶- نمودار جریان عبوری برحسب اختلاف پتانسیل دوسر یک نیمه رسانا با ضریب دمایی قابل توجه به کدام شکل است؟

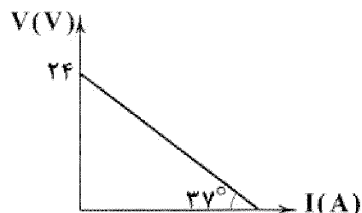


محل انجام محاسبات





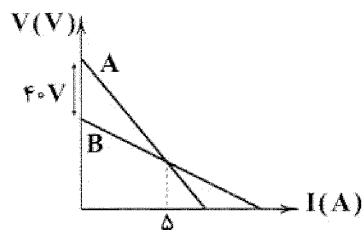
۱۷۷- نمودار اختلاف پتانسیل دوسر یک مولد برحسب جریان عبوری از آن به شکل زیر است. حداکثر توان مفید این مولد چند وات



است؟  $(\sin 37^\circ = 0.6)$

- (۱) ۹۶  
(۲) ۱۹۲  
(۳) ۳۸۴  
(۴) ۵۷۶

۱۷۸- نمودار اختلاف پتانسیل دوسر مولد برحسب جریان عبوری از آن، برای دو مولد مطابق شکل زیر است. اختلاف مقاومت درونی دو مولد چند



اهم است؟

- (۱) ۵  
(۲) ۸  
(۳) ۳۵  
(۴) ۴۵

۱۷۹- توان مفید مولد متصل به رئوستا برای دو مقاومت الکتریکی  $R_1 = 4\Omega$  و  $R_2 = 16\Omega$  با هم برابر است. توان مفید این مولد برای کدام مقدار

مقاومت رئوستا برحسب اهم مقدار بیش تری دارد؟

- (۱) ۱۰  
(۲) ۷  
(۳) ۹

(۴) برای گزینه‌ی (۲) و (۳) مقادیر توان مفید مولد برابر و بیش تر از گزینه‌ی (۱) است.

۱۸۰- یک مولد به مقاومت درونی  $4\Omega$  را به یک رئوستا وصل می‌کنیم. با تغییر مقاومت رئوستا به ازای جریان‌های  $4A$  و  $6A$  توان مفید مولد

یکسان است. حداکثر توان مفید تولیدی این مولد چند وات است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۷۵ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۵۰



۱۸۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) خاصیت بازی آمین‌ها را می‌توان با هر دو نظریه‌ی آرنیوس و لوری - برونستد توضیح داد.  
(۲) ثابت تعادل واکنش  $\text{CN}^-(\text{aq}) + \text{HSO}_4^-(\text{aq}) \rightleftharpoons \text{HCN}(\text{aq}) + \text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$ ، کوچک‌تر از یک است.  
(۳) خاصیت بازی یون اکسید را می‌توان با هر دو نظریه‌ی آرنیوس و لوری - برونستد توضیح داد.  
(۴) در اغلب میوه‌ها غلظت یون هیدرونیوم بیش تر از غلظت یون هیدروکسید است.

۱۸۲- pH محلول  $0.02\%$  مولار پروپانویک اسید در دمای  $25^\circ\text{C}$  کدام است؟  $(K_b(\text{CH}_3\text{COO}^-) = 0.8 \times 10^{-9})$

- (۱) ۳/۶ (۲) ۳/۴ (۳) ۳/۷ (۴) ۳/۳

محل انجام محاسبات

۱۸۳- غلظت یون هیدرونیوم در محلول‌های ۰/۲ مولار هیدروسیانیک اسید و ۰/۱ مولار نیترواسید با هم برابر است. در این صورت می‌توان نتیجه گرفت که در شرایط یکسان، سرعت واکنش محلول این دو اسید با جرم معینی از پودر آلومینیم، با هم برابر ..... و درجه‌ی یونش هیدروسیانیک اسید ..... از درجه‌ی یونش نیترواسید است. (محلول دو اسید در دمای یکسانی قرار دارند و ثابت سرعت دو واکنش، یکسان فرض شود.)

- (۱) است - کوچک‌تر  
(۲) است - بزرگ‌تر  
(۳) نیست - کوچک‌تر  
(۴) نیست - بزرگ‌تر

۱۸۴- اگر از سوختن ۵٪ مول از یک کریوکسیلیک اسید یک عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، ۳۶g آب به دست آید، چه تعداد از مطالب

زیر در مورد این اسید درست است؟ ( $C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$ )

(آ) در صورت واکنش با الکل میوه، استری به نام اتیل بوتانوات به دست می‌آید.

(ب) مجموع شمار پیوندهای کووالانسی مولکول آن برابر با ۱۴ است.

(پ) چهار ساختار متفاوت با گروه استری می‌توان در نظر گرفت که فرمول مولکولی آن‌ها مانند فرمول مولکولی این اسید باشد.

(ت) درصد جرمی اکسیژن در آن، چهار برابر درصد جرمی هیدروژن است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) مقادیر  $K_{a1}$  و  $K_{a2}$  ی مربوط به سولفوریک اسید در دمای اتاق، به ترتیب بزرگ‌تر و کوچک‌تر از یک است.

(۲) اگر فردی نفس خود را برای مدت کوتاهی در سینه نگه دارد، pH خون آن از عدد ۷/۴۵ فاصله می‌گیرد.

(۳) باز مزدوج هیپوکلرواسید در مقایسه با باز مزدوج هیپو برمواکسید، تمایل کم‌تری برای جذب پروتون دارد.

(۴) مقایسه میان نقطه‌ی ذوب پروپانویک اسید و بوتیل آمین، مشابه مقایسه میان انحلال‌پذیری آن‌ها در اتانول است.

۱۸۶- چه تعداد از گونه‌های زیر آفوتر محسوب می‌شوند؟

• گلی‌سین

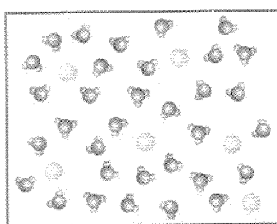
• آلومینیم اکسید

• آب

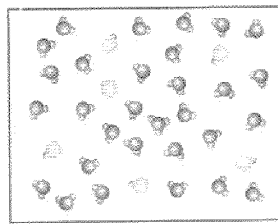
• سدیم دی‌هیدروژن فسفات

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸۷- شکل‌های زیر نمایی ذره‌ای از محلول دو اسید را در دما و غلظت یکسان نشان می‌دهد. کدام یک از عبارتهای زیر درباره‌ی آن‌ها نادرست است؟



محلول (I)



محلول (II)

(۱) در محلول (II)، اندک یون‌های حاصل از یونش اسید

با مولکول‌های یونیده نشده در تعادل‌اند.

(۲) محلول (I)، نمی‌تواند یک اسید آلی باشد.

(۳) pH محلول (I) کم‌تر از pH محلول (II) است.

(۴) در سامانه‌ی بافری شامل محلول (II) و باز مزدوج

آن، غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید برخلاف

غلظت اسید و باز مزدوج، بسیار زیاد است.

۱۸۸- چند میلی‌لیتر محلول ۲ مولار سولفوریک اسید را به نیم لیتر محلول ۰/۴ مولار پتاسیم هیدروکسید اضافه کنیم تا pH محلول ۲ واحد

کاهش یابد؟

- (۱) ۲۴/۷۲ (۲) ۷۴/۱۷ (۳) ۹۸/۸۰ (۴) ۴۹/۴۵

محل انجام محاسبات



۱۸۹- ترتیب نقطه‌ی جوش سه ترکیب a: ۱- پروپانول، b: پروپیل آمین و c: تری متیل آمین در کدام گزینه به درستی آمده است؟

- (۱)  $a > b > c$  (۲)  $a > c > b$  (۳)  $b > c > a$  (۴)  $b > a > c$

۱۹۰- pH کدام موارد زیر بیش تر از ۷ است؟



(آ) محلول ۰/۱ مولار آمونیوم کلرید

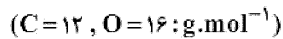
(ب) آب خالص در دمای  $2^\circ\text{C}$

(پ) محلول ۰/۱ مولار آمونیوم سیانید

(ت) محلول ۰/۱ مولار  $\text{NH}_4\text{CF}_3\text{COO}$

- (۱) «آ» و «پ» (۲) «ب» و «پ» (۳) «آ» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

۱۹۱- برای جذب کامل  $20$  لیتر گاز کربن دی‌اکسید با چگالی  $1/1 \text{ g.L}^{-1}$  به چند لیتر محلول لیتیم هیدروکسید با  $\text{pH} = 12$  نیاز است؟



- (۱) ۱۰۰ (۲) ۵۰ (۳) ۱۰ (۴) ۵

۱۹۲- شمار اتم‌های هیدروژن در ساده‌ترین ترکیب کدام مواد آلی زیر با هم برابر است؟

- (آ) آمینو اسید (ب) آمین (پ) کریوکسیلیک اسید (ت) استر  
(۱) «آ» و «پ» (۲) «آ» و «ب» (۳) «ب» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

۱۹۳- کدام مطالب زیر درست‌اند؟

(آ) در محلول آبی، کاتیون دی‌متیل آمونیوم، پایدارتر از کاتیون اتیل آمونیوم است.

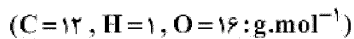
(ب) قدرت اسیدی دی‌کلرو اتانویک اسید بیش تر از فلوئورو اتانویک اسید است.

(پ) از بنزویک اسید و برخی نمک‌های آن به عنوان طعم‌دهنده در سس‌ها و آب میوه‌ها استفاده می‌شود.

(ت) کریوکسیلیک اسیدهای حداکثر با پنج اتم کربن، به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.

- (۱) «آ» و «ب» (۲) «آ» و «پ» (۳) «ب» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

۱۹۴- اگر  $13/2$  گرم بوتانویک اسید با مقدار کافی ۱- هگزانول واکنش دهد، با فرض بازده  $65\%$ ، چند گرم استر تولید می‌شود؟



- (۱) ۱۶/۷۷ (۲) ۱۸/۱۳ (۳) ۱۸/۵۲ (۴) ۱۷/۱۴

۱۹۵- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

(۱) بارش باران‌های اسیدی همانند ورود آلاینده‌های  $\text{SO}_x$  و  $\text{NO}_x$  به هواکره سبب کاهش pH خاک می‌شود.

(۲) خاک‌هایی که آهک زیادی دارند، بازی هستند.

(۳) pH اغلب خاک‌های کشاورزی در بازه  $5/5 - 6/5$  است.

(۴) در خاک‌های اسیدی‌تر، برخی نمک‌های آلومینیم به حالت محلول در می‌آیند و غلظت یون  $\text{Al}^{3+}$  در خاک افزایش می‌یابد.

۱۹۶- شمار هیدروژن‌های اسیدی در ..... و ..... با هم برابر ..... .

(۱) نیتریک اسید - هیدروکلریک اسید - نیست

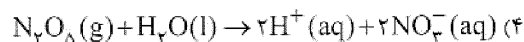
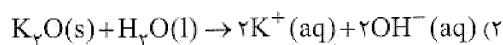
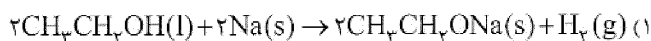
(۲) اتانول - کربنیک اسید - است

(۳) فسفریک اسید - نیترو اسید - است

(۴) سولفوریک اسید - هیپوکلرو اسید - نیست



۱۹۷- کدام واکنش، خاصیت اسیدی یک ماده را براساس نظریه‌ی آرنیوس توجیه می‌کند؟



۱۹۸- در واکنش  $\text{KH} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{KOH} + \text{H}_2$ ، گونه‌های ..... و ..... به ترتیب اسید برونستد و باز برونستد هستند.



۱۹۹- هر کدام از گونه‌های زیر، آملفوتر به حساب می‌آیند، به جز .....



۲۰۰- کدام یک از گونه‌های زیر، می‌تواند هم نقش اسید و هم نقش باز لوری - برونستد را داشته باشد؟ اسید و باز مزدوج آن، به ترتیب کدام‌اند؟

(گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



۲۰۱- هر چه  $\text{K}_b$  یک محلول بازی ..... باشد، ..... بیش تر است.

(۱) بزرگ‌تر - غلظت آن باز

(۲) کوچک‌تر - غلظت اسید مزدوج آن

(۳) کوچک‌تر - قدرت اسید مزدوج آن

(۴) قوی‌تر - تعداد هیدروژن‌های اسیدی آن بیش تر است.

(۵) قوی‌تر - غلظت آن باز

(۶) ضعیف‌تر - انحلال‌پذیری آن در آب کم‌تر است.

۲۰۲- فسفریک اسید، اسیدی ..... از هیدروفلئوئوریک اسید است، زیرا .....

(۱) بزرگ‌تر - غلظت آن باز

(۲) کوچک‌تر - غلظت اسید مزدوج آن

(۳) قوی‌تر - تعداد هیدروژن‌های اسیدی آن بیش تر است.

(۴) ضعیف‌تر - انحلال‌پذیری آن در آب کم‌تر است.

۲۰۳- در یک محلول اسیدی، مولاریته‌ی یون هیدرونیوم،  $4 \times 10^{-10}$  برابر مولاریته‌ی یون هیدروکسید است. pH این محلول کدام است؟



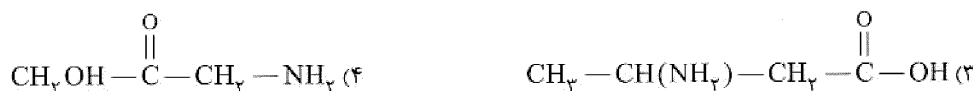
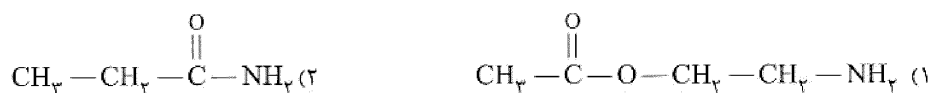
۲۰۴- pH محلول اسید ضعیف HA با غلظت ۰/۰۲ مولار و درصد تفکیک یونی ۳٪، چند برابر pH محلول ۰/۴ مولار هیدروکلریک اسید است؟



۲۰۵- حجم یک نمونه اسید قوی یک ظرفیتی با غلظت ۰/۴ مولار را با افزودن آب مقطر، ۴ برابر می‌کنیم. pH محلول چه تغییری می‌کند؟



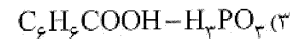
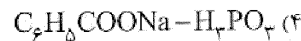
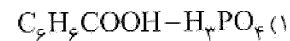
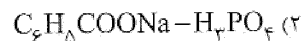
۲۰۶- کدام ترکیب یک آمینواسید است؟



محل انجام محاسبات



۲۰۷- ترکیب ..... به عنوان ماده‌ی افزودنی در نوشابه‌های گازدار کاربرد دارد و از ..... می‌توان به عنوان ضدآکسایش در نوشابه‌ها استفاده کرد.



۲۰۸- چه تعداد از مطالب زیر، نادرست است؟

(آ) در واکنش متیل آمین با آب، مولکول  $\text{H}_2\text{O}$ ، نقش اسید برونستد را دارد.

(ب) متانوئیک اسید یکی از موادی است که بر اثر گزش مورچه وارد بدن شده و باعث سوزش در محل گزیدگی می‌شود.

(پ) نوار کاغذی سیرشده با متیل سرخ، بر اثر تماس با صابون به رنگ زرد درمی‌آید.

(ت) کریوکسیلیک اسیدها، اسیدهای ضعیفی هستند و هنگامی که در آب حل می‌شوند، به آرامی به تعادل می‌رسند.

(۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۰۹- کدام مطلب درباره‌ی اسیدها و بازهای زیر، درست است؟

a)  $\text{CH}_3\text{COOH}$  , b)  $\text{FCH}_2\text{COOH}$  , c)  $\text{Cl}_3\text{CCOOH}$  , d)  $\text{NH}_3$  , e)  $\text{CH}_3\text{NH}_2$  , f)  $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{NH}_2$

(۱) در شرایط یکسان از نظر غلظت و دما، pH محلول اسیدهای a تا c به صورت:  $a < b < c$  و pH محلول بازهای d تا f به صورت:  $d > e > f$  است.

(۲) روند  $K_a$  در اسیدهای a تا c به صورت:  $c < b < a$  و روند  $K_b$  در مورد بازهای d تا f به صورت:  $f < e < d$  است.

(۳) میزان پایداری باز مزدوج اسیدهای a تا c به صورت:  $c > b > a$  است.

(۴) جایگزین کردن یک اتم H در  $\text{NH}_3$  با یک گروه متیل، سبب کاهش  $K_b$ ی ترکیب حاصل نسبت به آمونیاک می‌شود.

۲۱۰- کدام یک از عبارتهای زیر، در مورد نمک پتاسیم فسفات درست است؟

(۱) pH محلول آبی آن بزرگتر از ۷ است، زیرا یون پتاسیم، باز قوی KOH تولید می‌کند.

(۲) pH محلول آبی آن بزرگتر از ۷ است، زیرا یون فسفات،  $\text{H}^+$  آب را جذب کرده و موجب افزایش غلظت  $\text{OH}^-$  می‌شود.

(۳) pH محلول آبی آن کوچکتر از ۷ است و در اثر آبکافت، فسفریک اسید تولید می‌کند.

(۴) pH محلول آبی آن کوچکتر از ۷ است و فراورده‌های آبکافت آن  $\text{H}_2\text{O}^+$  و  $\text{HPO}_4^{2-}$  است.

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (شیمی ۲، شماره‌ی ۲۱۱ تا ۲۲۰) و زوج درس ۲ (شیمی ۳، شماره‌ی ۲۲۱ تا ۲۳۰)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

زوج درس ۱

شیمی ۲ (سوالات ۲۱۱ تا ۲۲۰)

۲۱۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) در مولکول  $\text{H}_2\text{P}$ ، اتم‌های هیدروژن به طور دایم نوسان می‌کنند.

(۲) طول پیوند نشان‌دهنده‌ی جایگاه اتم‌ها در پایین‌ترین سطح انرژی یا پایدارترین حالت است.

(۳) شمار کمی از ترکیب‌های شیمیایی هستند که پیوندهای کاملاً یونی یا کاملاً کووالانسی ناقطبی دارند.

(۴) اگر الکترونگاتیوی هر کدام از اتم‌های درگیر در پیوند بیش‌تر از ۱/۷ باشد، آن پیوند را جزو پیوندهای یونی در نظر می‌گیرند.

محل انجام محاسبات





۲۱۲- در ساختار یون  $XO_3^-$ ، تمامی پیوندها به صورت یگانه و در ساختار  $AO_4^+$  تمامی پیوندها به صورت دوگانه است. در ساده‌ترین ترکیب مولکولی حاصل از X و A، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی کدام است؟ (در هر دو یون موردنظر، تمامی اتم‌ها قاعده‌ی هشت‌تایی را رعایت می‌کنند.)

$$\frac{1}{3} (1) \quad \frac{1}{2} (2) \quad \frac{1}{3} (3) \quad \frac{1}{25} (4)$$

۲۱۳- عدد اکسایش نیتروژن در نشادر، نیتریک اسید و نیترواسید به ترتیب کدام است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

$$\begin{array}{ll} +5, +3, +3 (1) & +3, +5, +3 (2) \\ +5, +3, -3 (3) & +3, +5, -3 (4) \end{array}$$

۲۱۴- در چه تعداد از گونه‌های زیر، اتم مرکزی از قاعده‌ی هشت‌تایی پیروی می‌کند؟



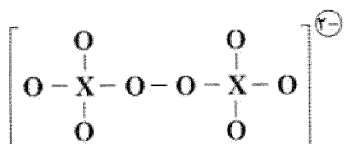
۲۱۵- در چه تعداد از گونه‌های زیر حداقل ۵۰٪ الکترون‌های لایه‌ی ظرفیت، در تشکیل پیوند کووالانسی شرکت کرده‌اند؟



۲۱۶- عناصر A و D از گروه‌های اصلی جدول تناوبی، با بالاترین ظرفیت خود در ترکیب با اکسیژن، اکسیدهای  $AO_3$  و  $DO_3$  را به وجود آورده‌اند. کدام اعداد اتمی را می‌توان به ترتیب به A و D نسبت داد؟

$$۱۶ \text{ و } ۳۴ (۴) \quad ۱۶ \text{ و } ۳۲ (۳) \quad ۱۴ \text{ و } ۳۴ (۲) \quad ۱۴ \text{ و } ۳۲ (۱)$$

۲۱۷- اگر در ساختار زیر، همه‌ی اتم‌ها به آرایش هشت‌تایی رسیده باشند، اتم X کدام یک از عنصرهای زیر می‌تواند باشد؟



- (۱) S  
(۲) C  
(۳) P  
(۴) Cl

۲۱۸- چه تعداد از مولکول‌های زیر قطبی هستند؟



۲۱۹- در کدام گزینه شکل هندسی هر دو گونه خطی است؟



۲۲۰- در کدام گزینه، نقطه‌ی جوش مواد درست مقایسه شده است؟



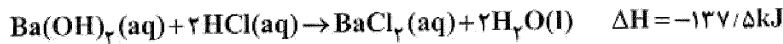
محل انجام محاسبات



## زوج درس ۲

## شیمی ۳ (سوالات ۲۲۱ تا ۲۳۰)

۲۲۱- در یک گرماسنج لیوانی، ۴۰۰ میلی لیتر محلول هیدروکلریک اسید ۵٪ مolar را با ۱۵۰ میلی لیتر محلول یک مولار باریم هیدروکسید مخلوط می‌کنیم تا با هم واکنش دهند. اگر ۵۰ میلی لیتر از محلول باریم هیدروکسید واکنش نداده در ظرف باقی بماند و ظرفیت گرمایی ویژه و جگالی مخلوط بر جای مانده در پایان واکنش به ترتیب برابر با  $4 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$  و  $1/25 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$  باشد، دمای مخلوط بر جای مانده چند کلوین بیش تر از مخلوط اولیه است؟



۲/۷۵ (۱)      ۵/۵ (۲)      ۲/۵ (۳)      ۵ (۴)

۲۲۲- اگر آنتالپی استاندارد تشکیل آهن (III) اکسید، آهن مذاب و آلومینیم اکسید به ترتیب برابر با  $-822$ ،  $+12/5$  و  $-1670$  کیلوژول بر مول باشد، به ازای تولید  $3/36$  کیلوگرم آهن مذاب در واکنش ترمیت، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ ( $\text{Fe} = 56 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

۱۰۱۰۱۰ (۱)      ۲۴۶۹۰ (۴)      ۵۰۵۰۵ (۲)      ۴۹۳۸۰ (۳)

۲۲۳- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

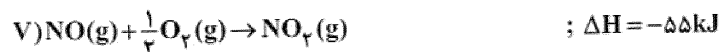
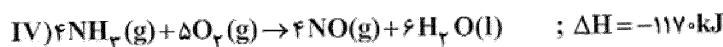
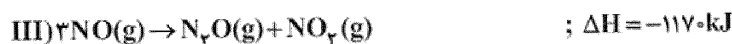
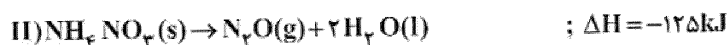
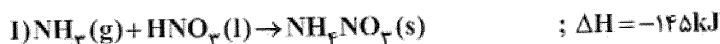
- (۱) آنتالپی واکنش تشکیل CO همانند واکنش تشکیل  $\text{N}_2\text{H}_4$  به روش مستقیم قابل اندازه‌گیری نیست.
- (۲) در گرماسنج بمبی، محفظه‌ی انجام واکنش یک سامانه‌ی بسته بوده و درون حمام آب قرار دارد.
- (۳) از واکنش میان گازهای کربن مونوکسید و نیتروژن مونوکسید، گاز نیتروژن دی‌اکسید به دست می‌آید.
- (۴) با استفاده از گرماسنج‌های بمبی و لیوانی به ترتیب می‌توان  $\Delta E$  و  $\Delta H$  واکنش را اندازه‌گیری کرد.

۲۲۴- اگر آنتالپی تشکیل گاز کربن مونوکسید و بخار آب به ترتیب برابر با  $-111$  و  $-245$  کیلوژول بر مول باشد، آنتالپی واکنش تشکیل گاز آب که

در آن  $3$  کیلوگرم فراورده به دست می‌آید، چند کیلوژول است؟ ( $\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{O} = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

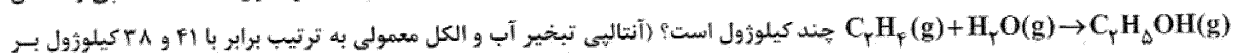
$+1/34 \times 10^4$  (۱)       $-2/3 \times 10^3$  (۴)       $-1/34 \times 10^4$  (۲)       $+2/3 \times 10^3$  (۳)

۲۲۵- با توجه به واکنش‌های (I) تا (V) و آنتالپی آن‌ها،  $\Delta H$  واکنش  $2\text{NO}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow 2\text{HNO}_2(\text{l}) + \text{NO}(\text{g})$ ، چند کیلوژول است؟



$-1120$  (۱)       $-2110$  (۲)       $-2660$  (۳)       $-1620$  (۴)

۲۲۶- آنتالپی سوختن الکل معمولی و اتن در دمای  $25^\circ\text{C}$  به ترتیب برابر با  $-1368$  و  $-1410$  کیلوژول بر مول است. آنتالپی واکنش



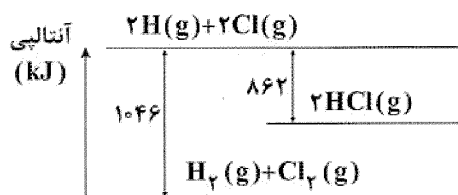
چند کیلوژول است؟ (آنتالپی تبخیر آب و الکل معمولی به ترتیب برابر با  $41$  و  $38$  کیلوژول بر مول است.)

$-45$  (۱)       $+45$  (۲)       $-39$  (۳)       $+39$  (۴)

محل انجام محاسبات

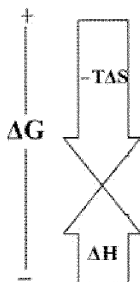
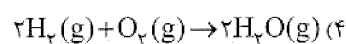
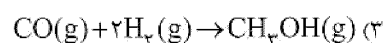
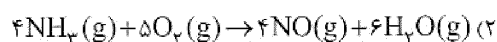
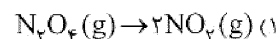


۲۲۷- با توجه به نمودار مقابل آنتالپی پیوند H-Cl چند کیلوژول بر مول است؟



- (۱) ۱۸۴  
(۲) ۹۲  
(۳) ۸۶۲  
(۴) ۴۳۱

۲۲۸- شکل مقابل را به کدام یک از واکنش‌های زیر می‌توان نسبت داد؟



۲۲۹- چه تعداد از مطالب زیر درست است؟

(آ) زنگ زدن وسایل آهنی در مجاورت هوا و رطوبت با کاهش انرژی سامانه همراه است.

(ب) اغلب واکنش‌های شیمیایی که در آن‌ها محتوی انرژی فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها پایین‌تر است، خودبه‌خودی‌اند.

(پ) مقدار آنتروپی یک سامانه در  $273^\circ\text{C}$  برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود.

(ت) مانند انرژی درونی و آنتالپی، آنتروپی هم یک تابع حالت و کمیتی مقداری است.

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۲۳۰- واکنش تجزیه‌ی محلول هیدروژن پراکسید در چه شرایطی به طور خودبه‌خودی انجام می‌شود؟

- (۱) فقط در دماهای بالا      (۲) فقط در دماهای پایین      (۳) در همه‌ی دماها      (۴) در هیچ شرایطی



دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۱۸

جمعه ۹۶/۱۲/۱۸



## پاسخ‌های تشریحی

گروه آزمایشی علوم ریاضی

چهارم دبیرستان (پیش‌دانشگاهی)

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۲۱۰	مدت پاسخگویی: ۲۲۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال		شماره سؤال	مدت پاسخگویی
		از	تا		
۱	زبان و ادبیات فارسی	۲۰	۱	۲۰	۱۵ دقیقه
۲	زبان عربی	۲۰	۲۱	۴۰	۱۵ دقیقه
۳	فرهنگ و معارف اسلامی	۲۰	۴۱	۶۰	۱۵ دقیقه
۴	زبان انگلیسی	۲۰	۶۱	۸۰	۱۵ دقیقه
۵	حساب دیفرانسیل و انتگرال	۱۵	۸۱	۹۵	۹۰ دقیقه
	ریاضیات گسسته	۱۰	۹۶	۱۰۵	
	هندسه تحلیلی و جبر خطی	۱۰	۱۰۶	۱۱۵	
	هندسه تحلیلی و جبر خطی Gaj Book	۱۰	۱۱۶	۱۲۵	
	ریاضیات پایه	۵	۱۲۶	۱۳۰	
	ریاضیات پایه	۵	۱۳۱	۱۳۵	
۶	هندسه ۲	۱۰	۱۳۶	۱۴۵	۳۵ دقیقه
	فیزیک پیش‌دانشگاهی	۱۵	۱۴۶	۱۶۰	
	فیزیک ۱	۱۰	۱۶۱	۱۷۰	
۷	فیزیک ۳	۱۰	۱۷۱	۱۸۰	۴۰ دقیقه
	شیمی پیش‌دانشگاهی	۱۵	۱۸۱	۱۹۵	
	شیمی پیش‌دانشگاهی Gaj Book	۱۵	۱۹۶	۲۱۰	
	شیمی ۲	۱۰	۲۱۱	۲۲۰	
	شیمی ۳	۱۰	۲۲۱	۲۳۰	

حق چاپ و تکثیر پاسخ‌های آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع می‌باشد و پیگرد قانونی دارد.

برای اطلاع از نتایج آزمون و زمان دقیق اعلام آن باید در کانال تلگرام گاج عضو شوید. @Gaj\_ir







۱- معنی درست واژه‌ها: پس افکنده: پس افکنده، پس‌افت، میراث / بلاغت: چیره‌زبانی، زبان‌آوری، بلیغ شدن / رغم: به خاک آلودن بینی، خلاف میل کسی عمل کردن، برخلاف میل، کراهت / متقارب: نزدیک شونده، همگرا / تک: دو، عمق، ژرفا / گش: بغل، آغوش، خوش، خرم  
۲- معنی درست واژه‌ها: زی: لباس و پوشش خاص هر صنف / جال: دام برای پرندگان، تله / خایب: ناامید، بی‌بهره / دها: زیرکی، هوشمندی / خطوه: گام، قدم، مفرد خطوات

۳- معنی درست واژه: اوراد: جمع ورد، دعاها

۴- اقربا: نزدیکان

۵- تشبیه (بیت «الف»): تشبیه خود به صبح

کنایه (بیت «ب»): در تاب بودن کنایه از بی‌قراری یا بسیار آزار دیدن / انگشت‌نما شدن کنایه از رسوایی

ایهام تناسب (بیت «د»): کیش: ۱- آیین (معنی درست) ۲- تیردان (معنی نادرست / تناسب با قربان و خدنگ)

حسن تعلیل (بیت «ه»): دلیل خمیدن قامت عاشقان، این است که در خاک راه معشوق به دنبال دل‌گم‌شده و عاشق خود می‌گردند.

استعاره (بیت «ج»): جان استعاره از معشوق

جناس تام (بیت «و»): هوا (آرزو)، هوا (جو)

۶- کنایه: دل‌سرد کردن کنایه از ملول و ناامید کردن / پارادوکس: —

#### بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) تشبیه: تشبیه نفس به پرده‌ی شام / پرده‌ی شام / تضاد: شام ≠ صبح

۲) استعاره: فوت سحرگاه / این که کواکب اشک بریزند و شب گیسو داشته باشد و ماتم‌زده باشد، استعاره از نوع تشخیص است.

حسن تعلیل: اشک کواکب از فوت سحرگاه است و کوتاهی گیسوی شب به دلیل ماتم‌زده بودن اوست.

۴) جناس ناقص: هم، دم / کنایه: مژه بر هم نگذاشتن کنایه از عدم آسودگی و نخوابیدن

۷- بررسی آرایه‌های بیت:

جناس ناقص: یاد، داد / بر، سر

جناس تام: شیرین (نام معشوق فرهاد)، شیرین (نوعی مزه)

تلمیح: اشاره به داستان عاشقانه‌ی شیرین و فرهاد

حسن آمیزی: جان شیرین

۸- عبارت سؤال مربوط به خطبه‌ی ۲۷ نهج‌البلاغه است.

۹-

#### بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) سبک ویس و رامین ساده و روان به دور از معلق‌گویی و لغت‌های کهنه‌ی فارسی زیاد در آن دیده نمی‌شود.

۳) مولانا در کودکی در نیشابور با عطار ملاقات داشت و طی آن دیدار، عطار کتاب اسرارنامه‌ی خود را به مولوی اهدا کرد.

۴) منطق‌الطیر یا مقامات‌الطیور منظومه‌ای است عرفانی در ۴۶۰ بیت از شیخ فریدالدین عطار نیشابوری.

در ترجمه‌ی دقیق مترجم پیوسته می‌کوشد تا آن‌جا که امکان دارد ساختارهای زبان مبدأ را وارد زبان مقصد کند.

۱۱- «بستان» واژه‌ای فارسی است که به سیاق زبان عربی به صورت «بساتین» جمع بسته شده است.

۱۲- در این گزینه واژه‌ی «خود» نقش مفعولی دارد.

#### بررسی بدل در سایر گزینه‌ها:

۱) تو خود      ۲) تو خود      ۴) من خود

۱۳- ترکیب وصفی: هر صبحدم - صد کاسه خون - هر شب - دل خرم

۱۴-

#### بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) سلطان سلیمان

۲) عباس شه

۳) میرزا جلال





۱۵ مفهوم مشترک بیت‌های سؤال و گزینه‌ی (۳): از ماست که بر ماست

مفهوم سایر بیت‌ها:

(الف) سرمستی عاشقانه  
(ب) طلب اصلاح رابطه با معشوق  
(و) عامل همه‌ی کارها خداوند است.

۱۶ مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه‌ی (۴): ضرورت پاک‌بازی عاشقانه

مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) دشواری هجران و تلخی زندگی در فراق  
(۴) لذت وصل و تلخی هجران

۱۷ مفهوم گزینه‌ی (۲): فراگیری دل‌دادگان معشوق

مفهوم مشترک بیت سؤال و سایر گزینه‌ها: بی‌خبری عاشقانه

۱۸ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه‌ی (۳): ناپایداری دنیا

مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) خوشحالی از دوام طراوت و شادابی معشوق  
(۲) دردمندی عاشق و دل‌باختگی‌اش به معشوق  
(۴) گله از آزار یار

۱۹ مفهوم گزینه‌ی (۲): هر کسی عشق را درک نمی‌کند. / تقابل عشق و عقل

مفهوم مشترک عبارت سؤال و سایر گزینه‌ها: پنهان‌نشدنی بودن راز عشق

۲۰ مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه‌ی (۴): ناپایداری قدرت دنیوی

مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) خاکساری عاشقانه و طلب توجه و عنایت از معشوق  
(۲) نکوهش ادعای دروغین پاک‌بازی  
(۳) ترک تعلقات دنیوی



DriQ.com

کانال رفع اشکال: @arabi\_gaj

زبان عربی

■ درست‌ترین و دقیق‌ترین جواب را در ترجمه، تعریب و یا مفهوم مشخص کن (۲۸ - ۲۱):

۲۱ ترجمه کلمات مهم: **أَنْزَلْنَا**: آن را نازل کردیم / **قُرْآنًا عَرَبِيًّا**: قرآنی عربی (ترکیب وصفی) / **لَعَلَّ**: شاید، امید است

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

(۱) قرآنی که ... (← آن را قرآنی عربی نازل کردیم)، ای کاش (← شاید)  
(۲) زاید بودن «آن» در «آن قرآن»، قرآن را عربی (← قرآنی عربی)، که (← شاید)  
(۴) نازل‌کننده (← نازل کرده‌ایم؛ «أنزلنا» فعل ماضی است.)

۲۲ ترجمه کلمات مهم: **قَلَمًا**: بسیار کم، به ندرت / **لَا يُعَانُونَ**: رنج نمی‌برند / **كُلَّ** فرصه: هر فرصتی

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

(۱) گاهی (← به ندرت)، دیده‌ایم (← می‌بینیم؛ «نشاهد» فعل مضارع است.)، بزرگی (← بزرگی‌ها)  
(۲) عدم ترجمه «قَلَمًا»، زاید بودن «اندکی»، دچار تنبلی نیستند (← از تنبلی رنج نمی‌برند)، تمام فرصت‌ها (← هر فرصتی)، دستیابی (← رسیدن)  
(۴) تنبلی نمی‌کنند (← از تنبلی رنج نمی‌برند)، تمام فرصت‌هایشان (← هر فرصتی)، استفاده کرده‌اند (← استفاده می‌کنند؛ «یستفیدون» فعل مضارع است.)

۲۳ ترجمه کلمات مهم: **كَانَ يَلْحَوْنُ**: اصرار می‌کردند (ماضی استمراری) / **أَنْ لَا يُتْرَكَ**: که ترک نشود (مضارع منفی مجهول) / **نَهْتُمْ**: توجه کنیم / **أَحْسَنُ**: نیکوتر

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

(۲) پافشاری می‌کنند (← پافشاری می‌کردند؛ «كَانَ يَلْحَوْنُ» معادل ماضی استمراری است)، کودکان (← کوچک‌ترها)، نیکو (← نیکوتر)، تربیت کنیم (← توجه کنیم)  
(۳) اصرار ... (← اصرار می‌کردند)، حفظ شود (← رها نشود)، اهتمام ورزیده شود (← اهتمام بورزیم؛ «نَهْتُمْ» فعل مضارع معلوم از صیغه متکلم مع‌الغیر است.)  
(۴) بزرگان (← بزرگان ما)، زاید بودن «به ما» و «همیشه»، کودکان (← کوچک‌ترها)، نیکو (← نیکوتر)



ترجمه کلمات مهم: قد تقدّم: پیشرفت کرده‌اند/ يعترف: اعتراف می‌کنند

### اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

- (۱) پیشرفت ... (← پیشرفت کرده‌اند؛ «قد تقدّم» فعل ماضی نقلی است.)، به گونه‌ای بوده است (← این چیزی است)
  - (۲) همه زمین‌ها (← زمین‌های مختلف)، پیشرفت کردند (← پیشرفت کرده‌اند)، زاید بودن «همان»، عدم ترجمه «جمع»
  - (۴) زاید بودن «به گونه‌ای»، عدم ترجمه «و هذا ما»، اعتراف نموده‌اند (← اعتراف می‌کنند؛ «يعترف» فعل مضارع است).
- ترجمه درست عبارت: «علمی که با عمل همراه نشده است، هیچ ارزشی ندارد.»

### بررسی گزینه‌ها:

- (۱) ترجمه: «آیا پادش نیکو به جز نیکو است؟»: به کسی که به شما نیکو کرده است، نیکو کنید. (هر دو عبارت، به مفهوم نیکو کردن متقابل اشاره دارند.)
- (۲) ترجمه: دنیا، کشتزار آخرت است: هر آن چه در این دنیا بکارید، آن را در آخرت درو می‌کنید. (اشاره به این که این دنیا، جایی است برای دستیابی به آخرت.)
- (۳) ترجمه: «هنگامی که خورشید، تیره شود»: حالت دنیا هنگام رخ دادن قیامت تغییر می‌کند. (هر دو عبارت، به تغییرات جهان در هنگام قیامت اشاره دارند.)
- (۴) ترجمه: هر چیزی هنگامی که زیاد شود، ارزان می‌شود، جز ادب: ادب، تنها چیزی است که هنگام فراوانی ارزان می‌شود. (دو مفهوم متفاوت را بیان می‌کنند.)

### اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

- (۱) الوقت (← وقتك)، اُكّد الإسلام (← اُكّد عليه في الإسلام؛ «تأکید شده است» ماضی مجهول است.)
- (۲) عليك أن لا تضيع (← لا تضيع)، الحياة (← حياتك)، يؤكّد (← اُكّد؛ «تأکید شده است» ماضی مجهول است.)
- (۴) لا تُضَيِّعِينَ (← لا تُضَيِّعِي؛ «تباه نکن» فعل نهی است.)، الحياة (← حياتك)، هو الموضوع الّذي (← موضوع)

### اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

- (۱) عدم تعریب «فقط»؛ این کلمه می‌تواند به صورت‌های «فقط»، «إنّما» و ساختار استثناء «فعل منفی + إلا» در عبارت ظاهر شود، اعتقدوا (← يعتقدون؛ «باور دارند» مضارع است.)
  - (۲) عدم تعریب «فقط» و «تعداد کمی»؛ (دقت کنید که ساختار «مِن + مَن» به صورت «برخی از» ترجمه می‌شود.)، زاید بودن «هم» در «إنّهم» و «لا یقدرون»، عدم تعریب «تنها راه»
  - (۳) عدم تعریب «تعداد»، التخلّص (← التخلّص)، الصعوبات (← المشاكل)
- متن زیر را با دقت بخوان سپس متناسب با آن به سوالات پاسخ بده (۳۴ - ۲۹):

هر کسی که به مردم حکومت می‌کند - چه یکتاپرست و چه غیر یکتاپرست - واجب است که به آن‌ها هیچ ستمی نکند؛ زیرا ستم چیزی است که از سوی همه رد می‌شود. بر این اساس، ممکن است پادشاهی به اسلام اعتقاد نداشته باشد ولی سلطه‌اش بر مردم ادامه یابد. چه، از جمله وظایف حاکم، سر و سامان دادن به کارها و تدبیر آن‌ها تا حدّ توانش است تا در حکومت به رویش بسته نشود. پس عدالت حاکم نسبت به مردم از یکتاپرستی ضروری‌تر است. اگر چنین باشد، مردمش هم به خاطر عدالتش از او استقبال کرده و اطاعتش می‌کنند. علاوه بر این، بهتر است که حاکم به خدا و روز واپسین هم مؤمن باشد تا مردم را به یکتاپرستی دعوت کند؛ زیرا ما در قوانین الهی چیزهایی می‌یابیم که همه را به بهترین کارها هدایت می‌کند.

ترجمه عبارت سؤال: «..... مهم‌ترین وظیفه حاکم است.»

### ترجمه گزینه‌ها:

- (۱) عدالت
  - (۲) دعوت به یکتاپرستی
  - (۳) سر و سامان دادن به کارهای مردم
  - (۴) ایمان به خدا
- نزدیک‌ترین مفهوم را به متن مشخص کنید.

### ترجمه گزینه‌ها:

- (۱) دانشمند بدون عمل همانند درخت بدون میوه است.
- (۲) پادشاهی (سلطه) با کفر باقی می‌ماند ولی با ظلم باقی نمی‌ماند.
- (۳) بی‌شک خداوند ذره‌ای به مردم ستم نمی‌کند؛ بلکه مردم خودشان به خودشان ستم می‌کنند.
- (۴) قطعاً خداوند حال مردمی را تغییر نمی‌دهد مگر این که آن‌ها حال خودشان را تغییر دهند.



### ■ گزینه نادرست را در حرکت‌گذاری مشخص کن (۳۱ و ۳۲):

۳۱ حرکت‌گذاری کامل عبارت: «فَعَلَىٰ هَذَا الْأَسَاسِ يُمْكِنُ أَنْ يَكُونَ مَلِكٌ غَيْرٌ مُعْتَقِدٍ بِالْإِسْلَامِ وَلَكِنْ تَدْوِمٌ سَيَطْرُقُهُ عَلَى النَّاسِ.»  
ترکیب کلمات مهم: يَكُونُ: فعل مضارع منصوب به اعراب ظاهری (فتحه) / مَلِكٌ: اسم «يكون» و مرفوع / غَيْرٌ: خبر «يكون» و منصوب / مُعْتَقِدٌ: مضاف‌إليه و مجرور / سَيَطْرُقُهُ: فاعل و مرفوع

۳۲ حرکت‌گذاری کامل عبارت: «لَأَنَّا نَجِدُ فِي الْقَوَانِينِ الْإِلَهِيَّةِ مَا يَهْدِي الْجَمِيعَ إِلَىٰ خَيْرِ الْأُمُورِ.»  
ترکیب کلمات مهم: الْقَوَانِينِ: مجرور به حرف جرّ / الْإِلَهِيَّةِ: صفت و مجرور به تبعیت / الْجَمِيعِ: مفعول به و منصوب / خَيْرِ: مجرور به حرف جرّ / الْأُمُورِ: مضاف‌إليه و مجرور

### ■ گزینه درست را در اعراب و تحلیل صرفی مشخص کن (۳۳ و ۳۴):

۳۳ ۳

#### موارد نادرست سایر گزینه‌ها:

- (۱) فعل ماضی ← فعل مضارع
- (۲) زیاده حرفین ← زیاده ثلاثة حروف / الجملة خبر و مرفوع ← الجملة خبر و مرفوع محلاً
- (۴) مجرور ثلاثی ← مزید ثلاثی / لازم ← متعدّد / مبنی ← معرب / ضمير «ن» البارز ← ضمير «واو» البارز

۳۴ ۱

#### موارد نادرست سایر گزینه‌ها:

- (۲) ممنوع من الصرف ← منصرف / نكرة ← معرفة / منصوب بالتبعیة ← مجرور بالتبعیة
- (۳) جامد ← مشتق (اسم فاعل) / مضاف‌إليه و مجرور ← صفة و مجرور بالتبعیة
- (۴) اسم تفضیل ← اسم فاعل

### ■ گزینه مناسب را در مورد سوالات زیر مشخص کن (۴۰ - ۳۵):

۳۵ «أَلَا» اگر علامت همزه‌اش مشخص نباشد، می‌تواند به صورت «إِلَّا» (ادات استثناء) و یا «أَلَا: أَنْ + لا» خوانده شود. راه تشخیص این است که بعد از «أَلَا» فعل نمی‌آید. در گزینه (۳) بعد از «أَلَا» فعل آمده، پس «أَلَا» ادات استثناء نیست و این عبارت اسلوب استثناء ندارد. در سایر گزینه‌ها چون بعد از «أَلَا» اسم آمده، پس این کلمه ادات استثناء است.

۳۶ ۱

#### بررسی گزینه‌ها:

- (۱) «الَّذِي» فاعل فعل «لَا يَتَقَدَّمُ» است که بعد از ادات استثناء آمده؛ پس فاعل و محلاً مرفوع است.
  - (۲) «خَمْسَةٌ» مفعول به فعل «شَاهَدْنَا» و منصوب است.
  - (۳) مستثنی منه «الطَّلَابُ» در جمله ذکر شده، پس «الأذکیاء» مستثنی و منصوب است.
  - (۴) واضح است که «مَشْفَقًا» مستثنی و منصوب است.
- گاهی ادات ندا حذف می‌شود و این را با توجه به سبک و سیاق جمله می‌توانیم بفهمیم. اگر در عبارتی فعل خطایی (امر، نهی) یا فعل و ضمیر مخاطب بود به احتمال زیاد در آن عبارت، حرف ندا حذف شده است.

۳۷ ۳

#### بررسی گزینه‌ها:

- (۱) در این گزینه «رَبِّ» مبتدا و مرفوع است.  
ترجمه: «پروردگار ما به هر چیزی آفرینشش را بخشیده است، سپس آن را سامان داده است.»
- (۲) «صَدِيقٌ» در این عبارت مبتدا و مرفوع است. فعل «يَسْتَعْتَلُ» که غایب است این را به خوبی نشان می‌دهد.  
ترجمه: «دوستم، احمد، در یک مؤسسه آموزشی مهم کار می‌کند.»
- (۳) «رَبِّ» در این گزینه منادا است. «أَعْطِ» فعل امر است که شاهد این ماجراست.  
ترجمه: «پروردگارا ناامید شده‌ام؛ پس نیرویی از جانب خودت به من عطا کن.»
- (۴) اگر جمله با اسم «ال» دار شروع شود، امکان ندارد، ادات ندا حذف شود. «الساعون» بدون تردید مبتداست.  
ترجمه: «تلاشگران، هرگز کارهایشان را بدون نتیجه رها نمی‌کنند.»

۳۸ ۱

«مَسْلَمِي» منادای مضاف است؛ چون به «العالم» اضافه شده است. «ن» این کلمه دقیقاً به خاطر اضافه شدن حذف شده است.  
در مورد سایر گزینه‌ها باید گفت که اسم «ال» دار نمی‌تواند منادای مضاف باشد (رد گزینه (۲))، بعد از «رجل» هم اسم نیامده که این کلمه، منادای مضاف باشد (رد گزینه (۳)) و «مهدي» در گزینه (۴) منادای علم است.



۲۹ ۲ کلمات معرب در دو حالت مبنی می‌شوند: ۱- اسم «لا»ی نفی جنس شوند. ۲- منادای علم شوند. در گزینه (۳) «طفل»، منادای علم و مبنی بر ضم است.

در گزینه (۱) «الطفل» مفعول به و منصوب، در گزینه (۲) تابع «هَذَا» و مرفوع و در گزینه (۴) اسم «إِنَّ» و منصوب است.

منظور از «واو جازه» همان واو قسم است.

### بررسی گزینه‌ها:

(۱) «واو» ابتدای جمله اگر بعدش فعل باشد به هیچ عنوان «واو» قسم نیست، «واو» بین «اللیل» و «النهار» هم «واو» عطف است.

(۲) «واو» در این گزینه «واو» عطف است.

(۳) در این گزینه «واو» به قسم اشاره دارد؛ «به خدا قسم». اگر بعد از «واو» کلمه «اللَّهِ» بیاید به احتمال زیاد، «واو» قسم است. البته ترجمه هم به ما در پیدا کردن آن کمک می‌کند.

(۴) «واو» در این گزینه «واو» عطف است.



۴۱ ۲ امام صادق (ع) به یکی از یاران خود فرمود: «چنان از خدا خوف داشته باش که گویی او را می‌بینی. پس اگر تو او را نمی‌بینی، او تو را می‌بیند...» این سخن بیانگر توجه به حضور همیشگی خداوند و نزدیکی او به انسان است. لازمه‌ی این توجه خوف از خداست.

### بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) استغفار در حال تکرار گناه مانند مسخره کردن خداوند است؛ نه توبه، در حالی که شیرینی گناه در وجود انسان مانده است.

(۲) حيله‌ی خطرناک شیطان، خوش‌گذرانی در جوانی به امید توبه در پیری و فریب بزرگ شیطان، برتر نشان دادن لذت گناه از خوشی و لذت اطاعت از فرمان الهی است.

(۳) توبه همراه با ایمان و عمل صالح موجب تبدیل گناهان به حسنات می‌شود نه همراه با اصلاح وضع گذشته.

۴۲ ۲ انحرافات اولیه‌ی اجتماعی باید در همان مراحل ابتدایی خود اصلاح شوند تا گسترش نیابند و ماندگار نشوند، مانند: رباخواری، رشوه گرفتن، بی‌توجهی به عفاف و پاکدامنی و ...

این سخن از امام علی (ع) این موضوع را روشن می‌سازد که گرچه تمام طول عمر ظرف زمانی توبه یا مهلت انجام آن است اما توبه در دوران جوانی بهتر و راحت‌تر است. (در کتاب درسی نیز این حدیث در پاسخ به این سؤال که تا چه زمانی برای توبه کردن مهلت داریم، آورده شده است.)

۴۳ ۲ طبق آیه‌ی «إِلَّا مَنْ تَابَ وَ آمَنَ وَ عَمِلَ عَمَلًا صَالِحًا فَأُولَئِكَ يُبَدِّلُ اللَّهُ سَيِّئَاتِهِمْ حَسَنَاتٍ...» توبه نه تنها گناهان را پاک می‌کند، بلکه در صورت وجود دو شرط ایمان و عمل صالح، گناهان را به حسنات تبدیل می‌سازد.

۴۴ ۲

### بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) تصمیم‌های جدید همواره برای تکمیل پیمان‌های قبلی و پیمودن ادامه‌ی راه نیست. بلکه گاه برای بازگشت از مسیری است که چندی به غلط پیموده شده است.

(۲) در موجودات اطراف ما گیاهان کم‌تر و حیوانات بیش‌تر می‌توانند در برابر موانع بیرونی جهت خود را تغییر دهند، اما هیچ‌یک به‌جز انسان این توانایی را ندارند که علیه خود دانی و تمایلات درونی کاری انجام دهند. انسان هم می‌تواند به خود ظلم کند و هم علیه خود قیام کند.

(۴) قرار گرفتن خداوند به عنوان خوارترین بینندگان به انسان، معلول اعتقاد به نگاه همیشگی خداوند به انسان و گناه کردن در عین آن است؛ نه استغفار در حال تکرار مداوم گناه.

۴۵ ۲

### بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) عبارت «وَ أَمْرٌ لِأَعْدَلٍ بَيْنَكُمُ» بیانگر مأموریت خداوند به پیامبر خود درباره‌ی تنظیم روابط مردم براساس عدل و در نتیجه از بین بردن تبعیض طبقاتی و برقراری فرهنگ برابری و مساوات است.

(۲) عبارت «وَ قُلْ أَمْسِكُوا إِلَهُكُمْ بِمَا أَنْزَلَ اللَّهُ مِنْ كِتَابٍ» دستور خداوند مبنی بر ایمان به همه‌ی کتاب‌های قبل از قرآن است که نشان‌دهنده‌ی وحدت دین در میان همه‌ی پیامبران است.

(۴) عبارت «فَلذَلِكَ فَادَعُ وَ اسْتَقِمْ كَمَا أُمِرْتُ» بیانگر دریافت و ابلاغ وحی الهی و عبارت «أَمْرٌ لِأَعْدَلٍ بَيْنَكُمُ» بیانگر اجرای احکام اسلامی از طریق ولایت ظاهری است که بیانگر دو قلمرو از رسالت پیامبر (ص) هستند.





طبق آیهی مذکور، در جامعهی اسلامی تعقل و خردورزی یک ارزش بزرگ محسوب می‌شود و این اهمیت تنها برای خردمندان (اولوالالباب) مایهی پند است.

از برنامه‌های پیامبر (ص) تبیین جایگاه خانواده، به عنوان کانون رشد انسان‌های بافضیلت و حافظ عفاف اجتماعی بود. احیای ارزش‌ها و منزلت زن از عناصر اصلی این برنامه به شمار می‌رفت. در آن عصر زن کالایی در کنار سایر کالاها تلقی می‌شد و از کم‌ترین حقوق از جمله حق مالکیت برخوردار نبود. در چنین شرایطی که زن صرفاً به ابزار هوسرانی مرد تبدیل شده بود، پیامبر (ص) با گفتار و رفتار خویش انقلابی عظیم پدید آورد.

با توجه به این آیه خداوند انسان را به جای رویگردانی از نعمت‌های حلال به دوری از گناهان و کارهای زشت توصیه می‌کند و براساس آن مؤمنان به جای استفاده نکردن از نعمت‌های دنیایی، نباید آن‌ها را در جهت فساد، گناه و تجاوز به ناحق به کار ببرند. علاوه بر آن طبق این آیه خداوند برای شرک دلیلی نازل نکرده است.

گذر از عصر جاهلیت به عصر اسلام نیازمند تغییر در نگرش انسان‌ها و تحولی بنیادین در شیوهی زندگی فردی و اجتماعی مردم بود. رسول خدا (ص) این رسالت بزرگ را از شهر مکه آغاز و با کمک یاران صمیمی خود در مدینه پایه‌های تمدن اسلامی را بنا نهاد.

مقام معظم رهبری دربارهی تلاش برای پیشگام شدن در علم و فناوری این‌گونه تذکر می‌دهند: «باید علم را که مایهی اقتدار ملی است، همه آجدی بگیرند و دنبال کنند. کشوری که مردم آن از علم بی‌بهره باشند، هرگز به حقوق خود دست نخواهد یافت ...»

نمونهی بارز حق‌ستیزی و زورگویی در عرصه‌ی جهانی، اقدامات صهیونیست‌ها در فلسطین اشغالی است. این مورد لزوم مبارزه با ستمگران و تقویت فرهنگ جهاد و شهادت و صبر را نشان می‌دهد که از اقدامات لازم برای حضور مؤثر و فعال در عرصه‌ی جهانی است.

تأکید بر عقلانی بودن محتوای دین: میان یک پیام و روش تبلیغ آن باید تناسب منطقی و معقول برقرار باشد. از این رو نمی‌توان حق را با روش‌های نادرست به دیگران رساند. خداوند در قرآن کریم روش‌های تبلیغی مناسب را به پیامبر گرامی‌اش آموزش داده است که طبق این آیه شامل حکمت و استدلال، موعظه و اندرز و جدال احسن و بهتر می‌شود.

امام خمینی (ره) می‌فرمایند: «نکته‌ی مهمی که همه‌ی ما باید به آن توجه کنیم و آن را اصل و اساس سیاست خود با بیگانگان قرار دهیم، این است که دشمنان و جهان‌خواران تا کی و کجا ما را تحمل می‌کنند و تا چه مرزی آزادی و استقلال ما را قبول دارند ...»

ما به عنوان ایرانی مسلمان، دو تجربه‌ی موفق، یکی آفریدن انقلاب اسلامی و دیگری پیروزی در دفاع مقدس را داریم. از نتایج این دو تجربه آن است که هم اعتقاد مردم جهان را درباره‌ی تأثیر ایمان به غیب در پیروزی‌های مادی افزایش داد و هم آنان را نسبت به نظام ستم‌پیشه‌ی جهانی آگاه‌تر کرد و برای رسیدن به معنویت و عدالت مشتاق‌تر ساخت.

در دوره‌ی امام حسن (ع) قرارداد صلح با معاویه امضا شد و امام حسین (ع) در زمان معاویه همان روش برادرش را در پیش گرفت و علیه معاویه دست به جهاد نزد. بنابراین ادامه‌ی صلح با معاویه مربوط به زمان امام حسین (ع) است.

دوره‌ی امام کاظم (ع) دوره‌ی شدت اختناق بود، اما ایشان دست از مبارزه برنداشت و آن را به صورت مخفیانه و در قالب تقیه ادامه داد.

امامان شیوه‌ی مبارزه با حاکمان را متناسب با شرایط زمان برمی‌گزیدند؛ به گونه‌ای که هم تفکر اصیل اسلام راستین یعنی تشیع باقی بماند و هم به تدریج بنای ظلم و جور بنی‌امیه و بنی‌عباس سست شود.

طبق آیهی «قُلْ مَا سَأَلْتُكُمْ مِنْ أَجْرٍ فَهِيَ لَكُمْ إِنَّ أَجْرِي إِلَّا عَلَى اللَّهِ وَهُوَ عَلَى كُلِّ شَيْءٍ شَهِيدٌ» پاداش رسالت به نفع و سود خود مردم است زیرا با توجه به عبارت «فهو لکم» این پاداش برای خود آن‌ها دانسته شده است. (پیروی از پیامبر و اهل بیت موجب دستیابی انسان‌ها به فلاح و رستگاری می‌شود).

کتاب «کافی» از مرحوم کلینی و کتاب‌های «التهدیب» و «الاستبصار» از مرحوم شیخ طوسی هستند.

امام زمان (عج) در نامه‌ای به شیخ مفید از علمای بزرگ اسلام می‌فرماید: «ما از اخبار و احوال شما آگاهیم و هیچ چیز از اوضاع شما بر ما پوشیده و مخفی نمی‌ماند.»

آیهی «إِنَّ اللَّهَ لَا يَغَيِّرُ مَا بِقَوْمٍ حَتَّىٰ يُغَيِّرُوا مَا بِأَنفُسِهِمْ» بیانگر این است که تغییر جامعه عامل تحول در اوضاع آن جامعه است؛ حال این تغییر می‌تواند مثبت یا منفی باشد اما آیهی «ذَلِكَ بِأَنَّ اللَّهَ لَمْ يَكُ مُغَيِّرًا نِعْمَةً أَنْعَمَهَا عَلَىٰ قَوْمٍ...» بیانگر این است که خود مردم جامعه علت تغییر در نعمت داده‌شده از جانب خدا هستند که نشان‌دهنده‌ی حرکت جامعه به سمت منفی است.

همان‌گونه که خورشید در حال تابش تمام فواید خود را به زمین می‌دهد و مردم به میزان تلاش خود از آن بهره‌مند می‌شوند، امام نیز در میان مردم حضور دارد و در صورتی که مردم لیاقت داشته باشند و ولایت ظاهری ایشان را بپذیرند، ولایت و رهبری جامعه را هم بر عهده می‌گیرد.

**بررسی سایر گزینه‌ها:**

گزینه‌ی (۱) مربوط به عدم وجود امام و گزینه‌های (۳) و (۴) مربوط به وجود امام همانند خورشید پشت ابر می‌باشد.





۵۸ خداوند در آیهی «وَعَدَ اللَّهُ الَّذِينَ آمَنُوا مِنكُمْ وَعَمِلُوا الصَّالِحَاتِ لَيَسْتَخْلِفَنَّهُمْ فِي الْأَرْضِ كَمَا اسْتَخْلَفَ الَّذِينَ مِنْ قَبْلِهِمْ...» خبر جانشینی مؤمنان صالح در زمین را در پایان تاریخ داده است و آنان که از شناخت آفریننده‌ی جهان درمانده‌اند و اداره‌کننده‌های مدبر و حکیم برای آن نمی‌شناسند، نمی‌توانند آینده‌ای روشن برای تاریخ انسان تصور کنند.

۵۹ عصر غیبت عصر دودلی‌ها و شک و تردیدهاست. در این دوره، فتنه‌های گوناگون و اندیشه‌های رنگارنگ پیدا می‌شوند و بی‌ایمانی را تبلیغ می‌کنند اما مؤمن حقیقی به خود تردید راه نمی‌دهد و با یقین برای فردای روشن آماده می‌شود.

۶۰ نگاه مثبت دین به آینده‌ی تاریخ و اعتقاد به حضرت مهدی (عج)، اصلی به نام انتظار را در دل‌ها زنده کرده است. یکی از عوامل پویایی جامعه‌ی شیعه در طول تاریخ، گذشته‌ی سرخ به معنی اعتقاد به عاشورا و آمادگی برای ایثار و شهادت در راه عدالت‌خواهی، آرمان‌گرایی و حقیقت‌جویی است.



۶۱ هرگاه برای تعطیلاتی برنامه‌ریزی می‌کنیم، با آژانس مسافرتی تماس می‌گیریم تا در مورد برنامه‌ی سفرمان نظر کارشناسی بگیریم. توضیح: بعد از مصدر (to / in order to / so as to) شکل ساده‌ی فعل به کار می‌رود، در صورتی‌که بعد از "so that" از جمله‌ی کامل استفاده می‌کنیم؛ بنابراین در بین گزینه‌های موجود، فقط یکی از گزینه‌های (۱) یا (۲) می‌تواند صحیح باشد. دقت کنید که گزینه‌ی (۱) از نظر زمانی نمی‌تواند صحیح باشد و برای آن‌که آن را بتوانیم در این جمله به کار ببریم، باید به "so that we can get" تبدیل شود.

۶۲ بعضی از افراد در یادگیری زبان دوم بسیار تحلیل‌گر هستند و برای همه‌چیز قاعده می‌خواهند، در حالی‌که سایرین ترجیح می‌دهند مثال‌هایی را گردآوری کنند و آن‌ها را به خاطر بسپارند. توضیح: از "while" و "whereas" برای بیان تضاد مستقیم بین دو شخص، چیز، گروه و ... استفاده می‌شود.

۶۳ در دوران پدربزرگم، همه همسایه‌هایشان را می‌شناختند و به نظر می‌رسید که مردم بیش‌تر از آن چیزی به هم توجه می‌کردند که مردم امروزه توجه می‌کنند.

- (۱) ترم، نیم‌سال؛ اصطلاح  
(۲) فاز، مرحله  
(۳) عصر، دوره، دوران  
(۴) علامت، نشانه

۶۴ عموماً افرادی که در نواحی شهری کشور زندگی می‌کنند، از آن‌هایی که در روستاها زندگی می‌کنند، زندگی‌های پراسترس‌تری دارند.

- (۱) رسمی  
(۲) طبیعی؛ ذاتی  
(۳) نهایی؛ پایانی؛ مفرط  
(۴) (مربوط به) شهر، شهری

۶۵ هواپیما فرود بی‌دردسری داشت، هر چند یکی از چرخ‌ها درست کار نمی‌کرد.

- (۱) کاوش کردن، اکتشاف کردن  
(۲) فرود آمدن، به زمین نشستن؛ به زمین نشانیدن  
(۳) معلق بودن، شناور بودن  
(۴) کاهش دادن، کم کردن؛ کاهش یافتن

۶۶ چهار رایج‌ترین مواد مورد استفاده در ساخت پل‌ها در طول دوران‌ها، چوب، سنگ، آهن و بتن [بوده] است.

- (۱) ساخت، احداث؛ ساختمان  
(۲) سازمان؛ سازماندهی  
(۳) آموزش؛ [در جمع] دستورالعمل  
(۴) کاوش، اکتشاف

۶۷ پزشکان جراحی کردند تا غده‌ی بسیار بزرگی را که بیش از ۲۰ کیلوگرم وزن داشت، از معده‌ی آن خانم خارج کنند.

- (۱) انجام دادن؛ اجرا کردن  
(۲) انتقال دادن، منتقل کردن  
(۳) برداشتن؛ خارج کردن؛ اخراج کردن  
(۴) کشیدن؛ کش دادن

در ۷۵ سال بین سال‌های ۱۸۷۰ - ۱۹۴۵، فرانسه و آلمان سه بار با یک‌دیگر جنگیدند. بعد از پایان جنگ جهانی دوم در سال ۱۹۴۵، آن‌ها تصمیم گرفتند با ترکیب کردن توان صنعتی‌شان، در کنار یک‌دیگر به عنوان [کشورهای] دوست زندگی کنند، نه دشمن. چهار کشور دیگر به آن‌ها ملحق شدند، و در سال ۱۹۵۱ سازمان زغال‌سنگ و فولاد اروپا به وجود آمد. هفت سال بعد، این شش کشور، پیمان رم را برای برپایی اتحادیه‌ی اقتصادی اروپا امضا کردند. از آن زمان، آن اتحادیه به اتحادیه‌ی اروپا با ۲۷ کشور رشد کرده است. اتحادیه‌ی اروپا تأثیر زیادی بر زندگی روزمره در اروپا دارد، از قیمت غذا گرفته تا رنگ پاسپورت‌ها. با وجود این، بسیاری از اروپاییان، با ایده‌ی تبدیل اتحادیه‌ی اروپا به «ابر دولتی» با ارتش و قانون اساسی خود مخالفند.



توضیح: بعد از حروف اضافه (مثل "by" در این تست)، فعل به صورت اسم مصدر (فعل *ing* دار) به کار می‌رود. دقت کنید که "combine" (ترکیب کردن، تلفیق کردن) یک فعل متعدی است که مفعول آن "their industrial strength" بعد از جای خالی قرار گرفته است؛ بنابراین استفاده از شکل مجهول این فعل در گزینه‌ی (۱) نمی‌تواند صحیح باشد.

(۱) وصل کردن، متصل کردن؛ عضو شدن، ملحق شدن  
(۲) آزاد کردن؛ ترشح کردن  
(۳) جای ... را پیدا کردن  
(۴) شکل دادن؛ توسعه دادن؛ توسعه یافتن

توضیح: فعل "create" (خلق کردن، به وجود آوردن؛ موجب شدن) متعدی است و به مفعول نیاز دارد. با توجه به این‌که مفعول این فعل (the European Steel and Coal Community) پیش از جای خالی به کار رفته، نه پس از آن، در جای خالی به فعل مجهول نیاز داریم (گزینه‌های (۳) و (۴)). برای اشاره به عملی که در زمان مشخصی از گذشته (در این تست سال ۱۹۵۱ میلادی) انجام شده و به پایان رسیده است، به زمان گذشته‌ی ساده نیاز داریم که در این تست شکل مجهول مورد نیاز آن در گزینه‌ی (۴) آمده است.

توضیح: برای اشاره به عملی که از گذشته تاکنون به طور پیوسته یا متناوب انجام شده است، به فعل حال کامل (have / has + p.p.) نیاز داریم. دقت کنید که "since then" (از آن زمان) می‌تواند از اصلی‌ترین نشانه‌های زمان حال کامل باشد.

(۱) سابق، پیشین  
(۲) مربوط به، روستا، روستایی  
(۳) روزانه؛ روزمره  
(۴) جسمی، جسمانی؛ فیزیکی

تجهیزات رادار ناسا در اعماق فضا چیزهای شگفت‌انگیزی را روی زمین ثبت می‌کنند که به دانشمندان کمک می‌کنند [تا] بفهمند [روی زمین] چه اتفاقی در حال رخ دادن است. رویدادی که توجه‌شان را جلب کرد، چیزی بود که در [ماه] مه سال ۲۰۰۲ در قطب جنوب اتفاق افتاد. یک کوه یخ از سطح غربی یخ تاق راس جدا یا شکسته شد. اگرچه جدا شدن کوه‌های یخ، اغلب [و] بدون آسیب به محیط زیست اتفاق می‌افتد، جدا شدن این کوه یخ، به نام سی - ۱۹، نتیجه‌ی متفاوتی داشت. دانشمندان وقتی نگران شدند که سی - ۱۹ به داخل دریای راس افتاد، چرا که آن تقریباً دو برابر اندازه‌ی رود آیلند بود. با این‌که رود آیلند کوچک‌ترین ایالت در ایالات متحده است، کوه یخی به آن اندازه، بسیار عظیم است، چه رسد به یکی (کوه یخی) دو برابر آن اندازه. زمانی که سی - ۱۹ به داخل دریای راس افتاد، منبع غذایی مهمی را برای تمام حیات دریایی محلی پوشاند. فیتوپلانکتون‌ها، گیاهان شناور آزاد بسیار کوچکی که در آب زندگی می‌کنند، برای رشد به پرتوهای آفتاب وابسته هستند. در حالی که سی - ۱۹، یک توده‌ی انبوه [از یخ]، در آب بالای فیتوپلانکتون‌ها شناور بود، رسیدن پرتوهای آفتاب به آن‌ها در آب زیری غیرممکن [شده] بود. از این رو، رشد گیاهان جدید، تا بیش از ۹۰ درصد کاهش یافت. چون فیتوپلانکتون‌ها در پایین زنجیره‌ی غذایی هستند، هر حیوانی بالای آن‌ها برای حیات به آن‌ها وابسته است. اگر برای حیوانات دریایی یک سطح بالاتر، فیتوپلانکتونی برای خوردن موجود نباشد، آن حیوانات و حیوانات بالاتر در زنجیره‌ی غذایی در خطر بزرگی هستند. دانشمندان که سال‌هاست مطالعه کرده‌اند وقتی کوه‌های یخ جدا می‌شوند چه اتفاقی می‌افتد، در حال حاضر به صورت کلی معتقدند که تعداد گیاهان و حیوانات دریایی در مناطقی که کوه‌های یخ وجود دارد کاهش خواهد یافت.

فکر می‌کنید نویسنده چرا تصمیم گرفت اندازه‌ی سی - ۱۹ را با اندازه‌ی رود آیلند مقایسه کند؟

- (۱) تا دانش خواننده را در مورد اندازه‌ی ایالت‌های آمریکا بیازماید
- (۲) تا به خواننده در مورد اندازه‌ی این کوه یخ تصویری [کلی] ارائه کند
- (۳) تا اشاره کند که سی - ۱۹ از سایر ایالت‌ها کوچک‌تر بود
- (۴) تا نشان دهد سی - ۱۹ مهم نبود

کلمه‌ی "one" در پاراگراف ۲ به "iceberg" اشاره دارد.

(۱) جزیره (۲) ایالت (۳) کوه یخ (۴) دریا

می‌توانید کدام نتیجه‌گیری را از متن داشته باشید؟

- (۱) تمامی کوه‌های یخ سرانجام جدا خواهند شد.
- (۲) کوه‌های یخ نور خورشید را از تمام فیتوپلانکتون‌ها دور نگه می‌دارند.
- (۳) کوه‌های یخ جدا شده در قطب جنوب همواره بزرگ خواهند بود.
- (۴) دانشمندان هرگز نمی‌دانند وقتی کوه یخ جدا شود توقع چه چیزی را داشته باشند.

کدام‌یک از کلمات یا عبارات زیر در پاراگراف سوم تعریف شده است؟

(۱) حیات دریایی (۲) فیتوپلانکتون‌ها (۳) پرتوهای آفتاب (۴) زنجیره‌ی غذایی



بسیاری از مردم به اشتباه فکر می‌کنند که شهرها مزرعه ندارند و این که میوه‌ها و سبزیجات تنها در روستاها پرورش می‌یابند. باور کنید یا نه، [در حال حاضر] سر و کله‌ی مزارع شهری بیش‌تر و بیش‌تری در شهرهای سراسر جهان پیدا می‌شود. الکساندرا سالیوان، پژوهشگر سیستم‌های غذایی در شهر نیویورک، کشاورزی شهری را بررسی می‌کند. کشاورزی شهری نام دیگری برای کشاورزی و باغبانی در محیط شهری است. خانم سالیوان همه چیز را مطالعه می‌کند، از باغ‌های کوچک در فضاهای خالی بین ساختمان‌ها گرفته تا زمین‌های بزرگ‌تر که کاشته و کشت شده‌اند. به گفته‌ی خانم سالیوان، «کشاورزی شهری از زمانی که شهرها وجود داشته‌اند، در سرتاسر جهان، وجود داشته است.»

تعداد انسان‌هایی که در نواحی شهری یا شهرها زندگی می‌کنند در حال افزایش است. هم‌چنین تعداد افرادی که می‌خواهند در نواحی شهری باغبانی کنند هم در حال افزایش است. خانم سالیوان می‌گوید: «ساکنان شهرها در باغ‌های کوچک، روی پشت‌بام‌ها و در داخل ساختمان‌ها، میوه‌ها، سبزیجات، غلات و گیاهان [دارویی] پرورش می‌دهند و حیواناتی را برای تولید لبنیات، تخم‌مرغ، عسل و گوشت می‌پروراند. ساکنان شهرها از این غذاها به عنوان مکمل‌های غذایی تولید شده توسط کشاورزی روستایی استفاده می‌کنند.» اگرچه بعضی از افرادی که در نواحی شهری زندگی می‌کنند محصولات را پرورش می‌دهند، ساکنان شهرها هنوز نیاز دارند به غذایی متکی باشند که در نواحی روستایی پرورش می‌یابد. این بدان علت است [که] یک شهر فضای کافی را ندارد تا غذای کافی را برای همه‌ی کسانی که در آن زندگی می‌کنند، پرورش دهد.

در شهر نیویورک، کشاورزان شهری روش‌های بسیار متفاوتی را برای پرورش محصولات خودشان یافته‌اند، هرچند فضای زیادی وجود ندارد. برای مثال، بروکلین گرنج یک شرکت کشاورزی است که در شهر نیویورک دو پشت‌بام مزارع سبزیجات دارد. این مزارع، روی هم رفته ۲/۵ آکر (هر آکر معادل ۴/۴۷ متر مربع) از فضای پشت‌بام را تشکیل می‌دهند. این [موضوع] بروکلین گرنج را به یکی از بزرگ‌ترین شرکت‌های کشاورزی پشت‌بام در جهان تبدیل می‌کند.

طبق متن، کشاورزی شهری چیست؟ ۳ ۷۷

(۱) کشاورزی و باغبانی در روستاها

(۲) اصطلاحی برای شهرهایی که مزرعه دارند

(۳) کشاورزی و باغبانی در محیط شهری

(۴) روشی برای پرورش غذا در داخل ساختمان

کشاورزی شهری نمی‌تواند به عنوان تنها منبع غذایی یک شهر بزرگ عمل کند. کدام دلیل از متن این جمله را تقویت می‌کند؟ ۱ ۷۸

(۱) این بدان علت است [که] یک شهر فضای کافی ندارد تا غذای کافی را برای همه‌ی کسانی که در آن زندگی می‌کنند پرورش دهد.

(۲) در شهر نیویورک، کشاورزان شهری روش‌های بسیار متفاوتی را برای تولید محصولات خودشان یافته‌اند.

(۳) ساکنان شهرها در باغ‌های کوچک، روی پشت‌بام‌ها و داخل ساختمان‌ها، میوه‌ها، سبزیجات، غلات و گیاهان [دارویی] پرورش می‌دهند و حیواناتی را برای تولید لبنیات، تخم‌مرغ، عسل و گوشت، می‌پروراند.

(۴) بروکلین گرنج یک شرکت کشاورزی است که در شهر نیویورک دو پشت‌بام مزارع سبزیجات دارد.

بر مبنای متن، یک چالش معمول که کشاورزان شهری با آن مواجه هستند چیست؟ ۲ ۷۹

(۱) پرورش محصولات در [زمان‌های] کمبود آب

(۲) ایمن نگه داشتن مزارع شهری در برابر ساکنان شهر

(۳) مبارزه بر علیه قوانین شهر که کشاورزی شهری را ممنوع می‌کنند (۴) یافتن فضای مناسب برای پرورش محصولاتشان

این متن عمدتاً در چه مورد است؟ ۱ ۸۰

(۱) کشاورزی در محیط‌های شهری

(۲) مزیت‌های کشاورزی شهری

(۳) مردم چگونه می‌توانند مزرعه‌ی شهری خودشان را تأسیس کنند (۴) باغ‌های پشت‌بام بروکلین گرنج



طول نقاط A و B ریشه‌های تابع  $f(x)$  می‌باشند و عبارت زیر رادیکال را صفر می‌کنند. در توابع رادیکالی با فرجه‌ی فرد، ریشه‌های ۱ ۸۱

ساده‌ی زیر رادیکال، نقاط عطف قائم و ریشه‌های مضاعف، نقاط بازگشتی می‌باشند.

پس باید بررسی کنیم  $x = -1$  و  $x = 2$  چه نوع ریشه‌ای برای عبارت زیر رادیکال می‌باشند. می‌دانیم ریشه‌های ساده فقط خود عبارت را

صفر می‌کنند و ریشه‌های مضاعف هم عبارت را صفر می‌کنند، هم مشتق عبارت را.

$$f(x) = \sqrt{x^3 - 3x^2 + 4} \cdot g(x)$$

$$g(x) = x^3 - 3x^2 + 4 \Rightarrow g'(x) = 3x^2 - 6x$$

$\left\{ \begin{array}{l} g(2) = 0, g'(2) = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ ریشه‌ی مضاعف عبارت زیر رادیکال است.} \\ g(-1) = 0, g'(-1) \neq 0 \Rightarrow x = -1 \text{ ریشه‌ی ساده‌ی عبارت زیر رادیکال است.} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} g(2) = 0, g'(2) = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ ریشه‌ی مضاعف عبارت زیر رادیکال است.} \\ g(-1) = 0, g'(-1) \neq 0 \Rightarrow x = -1 \text{ ریشه‌ی ساده‌ی عبارت زیر رادیکال است.} \end{array} \right.$



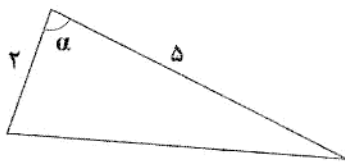
$$f(x) = x \sin x$$

$$\text{سرعت متوسط } f(x) \text{ روی بازه } \left[0, \frac{\pi}{2}\right] = \frac{f\left(\frac{\pi}{2}\right) - f(0)}{\frac{\pi}{2} - 0} = \frac{\frac{\pi}{2} - 0}{\frac{\pi}{2}} = 1$$

$$\text{سرعت لحظه‌ای: } f'(x) = \sin x + x \cos x \xrightarrow{x=c} f'(c) = \sin c + c \cos c$$

سرعت متوسط = سرعت لحظه‌ای: فرض مسئله

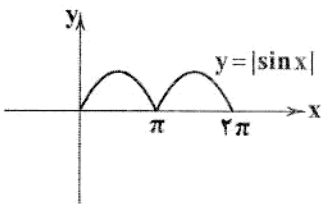
$$\Rightarrow \sin c + c \cos c = 1 \Rightarrow c = \frac{1 - \sin c}{\cos c} = \frac{(\sin \frac{c}{2} - \cos \frac{c}{2})^2}{\cos^2 \frac{c}{2} - \sin^2 \frac{c}{2}} = \frac{\cos \frac{c}{2} - \sin \frac{c}{2}}{\cos \frac{c}{2} + \sin \frac{c}{2}} = \frac{1 - \tan \frac{c}{2}}{1 + \tan \frac{c}{2}} = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{c}{2}\right)$$



$$S = \frac{1}{2}(ab) \sin \alpha = \frac{1}{2}(r)(\delta) \sin \alpha \Rightarrow S = \delta \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{S}{\delta} = \sin \alpha \Rightarrow \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{S}{\delta}\right)$$

$$\alpha'(S) = \frac{\frac{1}{\delta}}{\sqrt{1 - \left(\frac{S}{\delta}\right)^2}} \xrightarrow{S=r} \alpha'(S) = \frac{1}{r}$$



در بازه‌ی  $(0, 2\pi)$ ، نقطه‌ی گوشه (زاویه‌دار) تابع، در  $x = \pi$  می‌باشد:

$$f(x) = \begin{cases} -\sin x & \pi \leq x < 2\pi \\ \sin x & 0 < x < \pi \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} -\cos x & \pi < x < 2\pi \\ \cos x & 0 < x < \pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f'_+(\pi) = 1 = m_1 \\ f'_-(\pi) = -1 = m_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow \text{مماس‌ها بر هم عمودند.} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan \theta = \text{تعریف نشده}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - 2f(1) + f(1-h)}{h^2} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+h) - f'(1-h)}{2h} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f''(1+h) + f''(1-h)}{2} = \frac{2f''(1)}{2} = f''(1)$$

حال از تابع  $f(x)$ ، ۲ بار مشتق می‌گیریم:

$$f(x) = \sqrt{x^2} = x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow f''(x) = -\frac{1}{4}x^{-\frac{3}{2}} \Rightarrow f''(1) = -\frac{1}{4}$$

در توابع براکت ابتدا باید پیوستگی در آن نقطه را بررسی کنیم.

$$f(x) = x^2[x] - 3x[x] + 1$$

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 9x + 1 & 3 \leq x < 4 \\ 2x^2 - 6x + 1 & 2 \leq x < 3 \end{cases} \Rightarrow \text{تابع در } x=3 \text{ پیوسته است.}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 6x - 9 & 3 < x < 4 \Rightarrow f'_+(3) = 9 \\ 4x - 6 & 2 < x < 3 \Rightarrow f'_-(3) = 6 \end{cases} \Rightarrow f'_+(3) - f'_-(3) = 9 - 6 = 3$$





۸۷

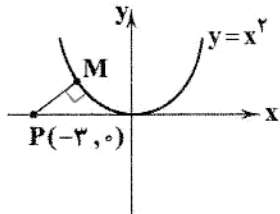
می‌دانیم که  $y = e^{\ln(x)} = x$  پس تابع  $f(x) = e^{\ln x} = x$  می‌باشد و تابع  $f(g(x))$  همان تابع  $g(x)$  می‌باشد.

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = g(x) = \sin^2\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) \xrightarrow{\text{مشتق}} (f(g(x)))' = 2 \sin\left(6x - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \frac{x = \frac{\pi}{6}}{6} = 2$$

$$f(x) = \sin^2 u \Rightarrow f'(x) = u' \sin 2u \quad \text{نکته}$$

$$f(x) = \cos^2 u \Rightarrow f'(x) = -u' \sin 2u$$

در واقع باید طول نقطه‌ی تقاطع منحنی و خط قائم بر آن را به دست آوریم:



$$M \begin{cases} \alpha \\ \alpha^2 \end{cases}, y = x^2 \Rightarrow y' = 2x \xrightarrow{x=\alpha} \begin{cases} \text{شیب مماس} = 2\alpha \\ \text{شیب قائم} = \frac{-1}{2\alpha} \end{cases}$$

$$L: y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - \alpha^2 = \frac{-1}{2\alpha}(x - \alpha)$$

$$\xrightarrow{P(-3, 0) \in L} -\alpha^2 = \frac{-1}{2\alpha}(-3 - \alpha) \Rightarrow -\alpha^2 = \frac{1}{2\alpha}(\alpha + 3) \Rightarrow 2\alpha^3 + \alpha + 3 = 0 \Rightarrow \alpha = -1$$

همان مشتق مرتبه‌ی دوم تابع می‌باشد، داریم:

۸۸

$$x^2 + 4y^2 = 9 \Rightarrow y' = -\frac{f'(x)}{f'(y)} = -\frac{2x}{8y} = -\frac{1}{4} \left(\frac{x}{y}\right)$$

$$y' = -\frac{1}{4} \left(\frac{x}{y}\right) \Rightarrow y'' = -\frac{1}{4} \left(\frac{y - y'x}{y^2}\right) = -\frac{1}{4} \left(\frac{y - \left(-\frac{1}{4} \frac{x}{y}\right)x}{y^2}\right) = -\frac{1}{4} \left(\frac{2y^2 + x^2}{4y^3}\right) \xrightarrow{\text{فرض مسئله}} -\frac{1}{4} \left(\frac{9}{4y^3}\right) = -\frac{9}{16y^3} \quad (*)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{k}{y^3} = 0 \xrightarrow{(*)} \frac{-9}{16y^3} + \frac{k}{y^3} = 0 \Rightarrow k = \frac{9}{16}$$

۹۰

$$f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) = \frac{\Delta}{2} \Rightarrow e^x + e^{-x} = \frac{\Delta}{2} \xrightarrow{e^x = A} A + \frac{1}{A} = \frac{\Delta}{2} \Rightarrow 2A^2 - \Delta A + 2 = 0$$

$$\begin{cases} A = 2 \Rightarrow e^x = 2 \Rightarrow x = \ln 2 \text{ (قق)} \Rightarrow (\ln 2, \frac{\Delta}{2}) \in f \Rightarrow (\frac{\Delta}{2}, \ln 2) \in f^{-1} \\ A = \frac{1}{2} \Rightarrow e^x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -\ln 2 \text{ (ققغ)} \end{cases}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) \xrightarrow{x = \ln 2} \frac{1}{2}(e^{\ln 2} - e^{-\ln 2}) = \frac{1}{2}\left(2 - \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$$

$$(f^{-1})'_{\left(\frac{\Delta}{2}\right)} = \frac{1}{f'(\ln 2)} = \frac{4}{3}$$

به طور کلی اگر  $f(x)$  یک چندجمله‌ای از درجه‌ی  $n$  و  $g(x)$  یک چندجمله‌ای از درجه‌ی  $m$  باشد، آن‌گاه تابع  $f(x) \cdot g(x)$  یک

چندجمله‌ای از درجه‌ی  $m+n$  و تابع  $f(g(x))$  یک چندجمله‌ای از درجه‌ی  $m \cdot n$  می‌باشد. می‌دانیم که در هر بار مشتق‌گیری از یک

تابع چندجمله‌ای، یک درجه از درجه‌ی آن کم می‌شود. فرض می‌کنیم در این سؤال  $f(x)$  از درجه‌ی  $n$  است، داریم:

$$f''(x^2) \cdot f'(x) = 2f(x^2) + x \Rightarrow (n-2)2 + (n-1)(1) = n(2) \Rightarrow 2n - 5 = 2n \Rightarrow n = 5$$

پس  $f(x)$  از درجه‌ی ۵ می‌باشد.

برای بررسی صعودی و نزولی بودن از تابع مشتق می‌گیریم:

۹۲

$$f(x) = x^3 e^{6x} \Rightarrow f'(x) = 3x^2 e^{6x} + 6e^{6x}(x^3) \Rightarrow f'(x) = 3x^2 e^{6x}(1 + 2x) > 0$$

در مشتق تابع، عبارت  $3x^2 e^{6x}$  همواره مثبت است، پس کافی است  $1 + 2x > 0$  باشد، یعنی  $x > -\frac{1}{2}$





$f(x)$  زمانی به بیشترین مقدار خود می‌رسد که مخارجهای کسره‌های سازنده‌های آن کم‌ترین مقدار را داشته باشد، پس باید داشته باشیم  $|x-2|=0$ ،  $|x|=0$  و در نتیجه  $x=2$  و  $x=0$ . از طرفی نقاط  $x=2$  و  $x=0$  مشتق‌ناپذیر می‌باشد، بنابراین جزء نقاط بحرانی به حساب می‌آیند، پس مقدار ماکزیمم تابع برابر است با  $f(0)=f(2)=\frac{4}{3}$

۹۳

**نکته:** اگر در کره‌ای به شعاع ثابت  $R$ ، مخروطی با حجم ماکزیمم محاط کنیم، با فرض این‌که شعاع قاعده‌ی مخروط  $r$ ، ارتفاع آن  $h$  و حجم آن  $V$  باشد، روابط زیر را داریم:

$$h = \frac{4R}{3} \quad r = \frac{2\sqrt{2}R}{3} \quad V = \frac{22}{81}\pi R^3$$

حفظ کردن روابط فوق با توجه به مراحل طولانی این مسائل در بهینه‌سازی مفید می‌باشد.

$$h = \frac{4R}{3} \quad R=r \rightarrow h=4$$

با توجه به نکته‌ی گفته‌شده داریم:

برای به دست آوردن طول نقاط اکسترمم کافی است از تابع مشتق گرفته و ریشه‌های ساده‌ی مشتق را به عنوان اکسترمم تابع در نظر بگیریم:

$$f'(x) = \frac{(2x-3)(x+a) - (x^2-3x)}{(x+a)^2} = 0 \Rightarrow x^2 + 2ax - 3a = 0$$

ریشه‌های معادله‌ی فوق طول نقاط اکسترمم می‌باشد.

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  را ریشه‌های معادله‌ی فوق در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-2a}{-3a} = \frac{2}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} 45 \equiv 2 \\ 43 \\ 44 \equiv 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 45^n + 44 \equiv 2^n + 1 \equiv 0 \Rightarrow 2^n \equiv -1$$

$$2^7 = 128 = 3 \times 43 - 1 \Rightarrow 2^7 \equiv -1 \Rightarrow (2^7)^{2k+1} \equiv (-1)^{2k+1} = -1$$

بنابراین عدد  $n$  به صورت  $n = 7(2k+1) = 14k+7$  است.

$$10 \leq n = 14k+7 < 100 \Rightarrow k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

پس رابطه به‌ازای ۶ عدد دو رقمی برقرار است.

می‌دانیم معادله‌ی  $ax+by=c$  در اعداد صحیح دارای جواب است اگر و تنها اگر  $(a, b) | c$ . می‌دانیم حاصل  $(5n+17, 21)$  باید مقسوم‌علیه عدد ۲۱ باشد، پس می‌تواند یکی از اعداد ۱ یا ۳ یا ۷ یا ۲۱ باشد. با توجه به این‌که ۷۲ مضرب ۷ نیست، پس ب.م.م  $5n+17$  و ۲۱ نباید ۷ یا ۲۱ باشد؛ یعنی  $5n+17$  نباید مضرب ۷ باشد تا معادله دارای جواب شود.

۹۷

$$7 | 5n+17 \Rightarrow 5n+17 \equiv 0 \Rightarrow 5n \equiv -17 \equiv -10 \Rightarrow n \equiv -2 \Rightarrow n = 7k-2$$

بنابراین عدد  $n$  نباید به صورت  $7k-2$  باشد.

۹۸

$$5! = 120 \equiv 0 \Rightarrow n \geq 5, n! \equiv 0$$

$$1! + 2! + 3! + \dots + 1396! \equiv 1! + 2! + 3! + 4! \equiv 1 + 2 + 6 + 24 \equiv 1 + 4 + 6 + 6 \equiv 7$$

توجه کنید که توان‌های عدد ۴ در رقم یکان دارای تناوب ۲ تایی است و اگر به توان زوج برسد، رقم یکان ۶ می‌شود. پس  $24^{24}$  دارای رقم یکان ۶ است و اعدادی که رقم یکان آن‌ها ۶ است به هر توانی برسند، دارای رقم یکان ۶ هستند.

۹۹

$$5(3x+8) \equiv 7(4x+3) \Rightarrow 15x+40 \equiv 28x+21 \Rightarrow 28x-15x \equiv 40-21$$

$$\Rightarrow 13x \equiv 19 \Rightarrow 2x \equiv 8 \Rightarrow x \equiv 4 \Rightarrow x = 11k+4$$

$$k=9 \Rightarrow x = 11 \times 9 + 4 = 103 \Rightarrow \text{مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی } x = 1+0+3=4$$



۱۰۰

$$\begin{cases} 1 < x_1 \Rightarrow 2 \leq x_1 \\ 1 \leq x_2 \\ 2 < x_3 \Rightarrow 3 \leq x_3 \\ 2 \leq x_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10 \\ y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 10 - 2 - 1 - 3 - 2 = 2; 0 \leq y_i \end{cases}$$

$$\text{تعداد جواب‌های معادله} = \binom{2+4-1}{4-1} = \binom{5}{3} = 10$$

**یادآوری:** تعداد جواب‌های صحیح معادله‌ی  $x_1 + x_2 + \dots + x_r = n$  با شرط  $0 \leq x_i$  برابر است با  $\binom{n+r-1}{r-1}$

۱۰۱

$$\begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

ماتریس بازتابی به گونه‌ای است که تمام درایه‌های قطر اصلی آن یک هستند.

بنابراین تعداد روابط بازتابی برابر است با  $2^{16-4} = 2^{12}$ .

ماتریس تقارنی به گونه‌ای است که قطر اصلی خط تقارن ماتریس می‌باشد.

$$2^4 \times 2^6 = 2^{10}$$

بنابراین تعداد روابط تقارنی برابر است با:

$$\begin{bmatrix} \circ & \triangle & \square \\ \triangle & \circ & \cdot \\ \square & \cdot & \circ \end{bmatrix}$$

و با توجه به مطالب فوق، تعداد روابط بازتابی و تقارنی برابر با  $2^6$  است و داریم:

$$\text{تعداد روابط بازتابی یا تقارنی} = 2^{12} + 2^{10} - 2^6 = 4096 + 1024 - 64 = 5056$$

۱۰۲

$$\left. \begin{aligned} |x-2| \leq 3 &\Rightarrow -3 \leq x-2 \leq 3 \Rightarrow -1 \leq x \leq 5 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\} \\ k^2 \leq 30 \xrightarrow{k \in \mathbb{N}} k=1, 2, 3, 4, 5 &\Rightarrow B = \{3, 5, 7, 9, 11\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A \cap B = \{3, 5\}$$

$$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B)^2$$

$$|(A \times B) \cap (B \times A)| = (A \cap B)^2 = 2^2 = 4$$

کلاس هم‌ارزی عضو  $a$  برابر با  $\{a, d, f\}$  شده است. پس این سه عضو در یک کلاس قرار دارند و عضو دیگری هم در این کلاس نمی‌باشد. بنابراین باید عضوهای دیگر مجموعه یعنی  $b, c, e$  را افزاز کرد و می‌دانیم یک مجموعه‌ی سه‌عضوی، دارای ۵ افزاز یا رابطه‌ی هم‌ارزی می‌باشد.

**تذکر:** تعداد افزازهای مجموعه‌های  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  و  $\{1, 2, 5, 15, 52\}$  می‌باشد.

مجموعه‌های  $A$  و  $B$  را به ترتیب مجموعه‌ی مضارب ۵ و ۸ فرض می‌کنیم و داریم:

$$\begin{aligned} |A \cap B'| + |B \cap A'| &= |A - B| + |B - A| = |A| - |A \cap B| + |B| - |A \cap B| = |A| + |B| - 2|A \cap B| \\ &= \left( \left[ \begin{smallmatrix} 500 \\ 5 \end{smallmatrix} \right] - \left[ \begin{smallmatrix} 200 \\ 5 \end{smallmatrix} \right] \right) + \left( \left[ \begin{smallmatrix} 500 \\ 8 \end{smallmatrix} \right] - \left[ \begin{smallmatrix} 200 \\ 8 \end{smallmatrix} \right] \right) - 2 \left( \left[ \begin{smallmatrix} 500 \\ 40 \end{smallmatrix} \right] - \left[ \begin{smallmatrix} 200 \\ 40 \end{smallmatrix} \right] \right) = (100 - 40) + (62 - 25) - 2(12 - 5) = 60 + 37 - 14 = 83 \end{aligned}$$

**نکته:** تعداد مضارب عدد  $m$  در مجموعه‌ی  $S = \{a+1, a+2, \dots, b\}$  برابر است با  $\left[ \frac{b}{m} \right] - \left[ \frac{a}{m} \right]$ .

۱۰۵

$$\left. \begin{aligned} 108 &= 2^2 \times 3^3 \\ 75 &= 3 \times 5^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{عوامل اعداد } 108 \text{ و } 75 \text{ اعداد } 2, 3, 5 \text{ می‌باشند.}$$

پس در این تست تعداد اعداد طبیعی  $n \leq 600$  را می‌خواهیم که نسبت به ۲، ۳ و ۵ اول باشند. با توجه به این‌که عوامل اول عدد ۶۰۰ همان ۲، ۳ و ۵ هستند، پس در واقع  $\phi(600)$  را می‌خواهیم:

$$\phi(600) = 600 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 600 \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = 160$$



۱۰۶

هذلولی افقی است و یکی از کانون‌ها  $F(5, -2)$  می‌باشد، پس مرکز هذلولی به صورت  $O(\alpha, -2)$  است. مرکز هذلولی روی هر دو مجانب قرار دارد و شیب دو مجانب، قرینه‌ی یکدیگر است. پس:

$$2x + y = 4 - \frac{O(\alpha, -2)}{\alpha} \rightarrow 2\alpha - 2 = 4 \Rightarrow 2\alpha = 6 \Rightarrow \alpha = 3 \Rightarrow O(3, -2)$$

$= 2$  شیب مجانب دیگر هذلولی  $\Rightarrow -2 =$  شیب مجانب داده شده

$$\text{مجانب دیگر: } y = 2x + k \xrightarrow{O(3, -2)} -2 = 6 + k \Rightarrow k = -8 \Rightarrow y = 2x - 8 \Rightarrow y - 2x + 8 = 0$$

۱۰۷

$$2x^2 - 2y^2 - 6x + 8y - 11 = 0 \Rightarrow 2(x^2 - 2x) - 2(y^2 - 4y) = 11$$

$$\Rightarrow 2(x-1)^2 - 2(y-2)^2 = 11 + 2 - 8 = 6 \Rightarrow \frac{(x-1)^2}{3} - \frac{(y-2)^2}{3} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 3 \Rightarrow a = \sqrt{3} \\ b^2 = 3 \end{cases}$$

**نکته:** در هذلولی طول وترى که در کانون بر محور کانونی عمود است برابر با  $\frac{2b^2}{a}$  است.

با توجه به نکته‌ی بیان شده داریم:

$$\text{طول وتر مورد نظر} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times 3}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$$

زاویه‌ی دوران برابر با  $45^\circ$  است، بنابراین:

۱۰۸

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2}(x' - y'), y = \frac{\sqrt{2}}{2}(x' + y')$$

$$xy + \sqrt{2}y = 8 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}(x' - y') \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}(x' + y') + \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}(x' + y') = 8 \Rightarrow \frac{x'^2}{2} - \frac{y'^2}{2} + x' + y' = 8$$

$$x'^2 - y'^2 + 2x' + 2y' = 16 \Rightarrow (x'^2 + 2x') - (y'^2 - 2y') = 16 \Rightarrow (x'+1)^2 - (y'-1)^2 = 16 + 1 - 1 = 16$$

$$\Rightarrow \frac{(x'+1)^2}{16} - \frac{(y'-1)^2}{16} = 1$$

$$c^2 = a^2 + b^2 = 16 + 16 = 32 \Rightarrow c = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \Rightarrow \text{فاصله‌ی کانونی} = 2c = 8\sqrt{2}$$

۱۰۹

$$x^2 + 2\sqrt{3}xy + 3y^2 + 2x + 2\sqrt{3}y - 3 = 0 \Rightarrow (x + \sqrt{3}y)^2 + 2(x + \sqrt{3}y) - 3 = 0$$

$$\xrightarrow{x + \sqrt{3}y = t} t^2 + 2t - 3 = 0 \Rightarrow (t+3)(t-1) = 0 \Rightarrow t = -3 \text{ یا } t = 1$$

$$x + \sqrt{3}y = -3 \text{ یا } x + \sqrt{3}y = 1$$

پس مشخص‌کننده‌ی دو خط موازی می‌باشد.

مجموع درایه‌های ماتریس  $6(x+y+z) = 18$  است، پس  $x+y+z=3$

۱۱۰

$$A = \begin{vmatrix} x+y+2z & x & y \\ z & 2x+y+z & y \\ z & x & x+2y+z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x+2y+2z & x & y \\ 2x+2y+2z & 2x+y+z & y \\ 2x+2y+2z & x & x+2y+z \end{vmatrix}$$

$$= 2(x+y+z) \begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & 2x+y+z & y \\ 1 & x & x+2y+z \end{vmatrix} = 2(x+y+z) \begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 0 & x+y+z & 0 \\ 0 & 0 & x+y+z \end{vmatrix} = 2(x+y+z)^3$$

با توجه به این‌که  $x+y+z=3$ ، پس  $|A| = 2 \times 3^3 = 54$

۱۱۱

$$|(\Delta A^T)^T| = |\Delta A^T|^T = (\Delta^T |A^T|)^T = (\Delta^T |A|)^T = (\Delta^T \times 2)^T = 2\Delta^T = 6 \times 25 = 150$$

**تذکره:** دترمینان ماتریس‌های  $A$  و  $A^T$  با هم برابر است. اگر عدد  $k$  در ماتریس مرتبه‌ی  $n \times n$  ضرب شود، دترمینان آن ماتریس،  $k^n$

برابر می‌شود.



۲ ۱۱۲

$$A = \underbrace{\frac{1}{2}(A+A^T)}_{\text{ماتریس متقارن}} + \underbrace{\frac{1}{2}(A-A^T)}_{\text{ماتریس پادمقارن}}$$

$$A+A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ -4 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -4 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 6 \\ -2 & -2 & 4 \\ 6 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{ماتریس متقارن} = \frac{1}{2}(A+A^T) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{دترمینان ماتریس متقارن} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 1(-2-6) - 1(-2-4) + 9 = -11$$

۲ ۱۱۳

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -5 \\ 2 & 0 & -2 \\ 7 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -3 & -5 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = 6$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} -1 & -5 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} = 32$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} = 10$$

$$\Rightarrow A_{11} + A_{22} + A_{33} = 6 + 32 + 10 = 48$$

۲ ۱۱۴

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} = \sqrt{2} R_{45^\circ}$$

$$A^{200} = (\sqrt{2})^{200} \times R_{45^\circ}^{200} = 2^{100} \times R_{200 \times 45^\circ} = 2^{100} \times R_{25(A \times 45^\circ)} = 2^{100} \times R_{36^\circ} = 2^{100} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 2^{100} \times I$$

$$B = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} = 2 R_{30^\circ}$$

$$B^{60} = 2^{60} \times R_{30^\circ}^{60} = 2^{60} \times R_{60 \times 30^\circ} = 2^{60} \times R_{18(A \times 30^\circ)} = 2^{60} \times R_{36^\circ} = 2^{60} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 2^{60} \times I$$

$$\Rightarrow A^{200} \times B^{60} = 2^{100} \times I \times 2^{60} \times I = 2^{160} \times I$$

۲ ۱۱۵

$$\begin{vmatrix} a-2 & b+1 & 1 \\ 0 & 1 & 8 \end{vmatrix} = 2(-3) \quad \begin{vmatrix} a-2 & b+1 & 1 \\ 0 & 5 & 4 \end{vmatrix} = 6 \quad \begin{vmatrix} a-2 & b+1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 6 \quad \begin{vmatrix} a & b & 2 \\ 1 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 4 \end{vmatrix}$$

$$(*) \quad 6(k+29) = 6k + 174$$

$$\begin{vmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 4 \end{vmatrix} = -1 = 8 + 0 - 5 - 4 + 3 - 0 = 29(*)$$



۱۱۶

$$۴(y+۱)^۲ - ۵(x-۲)^۲ = -۲۰ \xrightarrow{\div(-۲۰)} \frac{(x-۲)^۲}{۴} - \frac{(y+۱)^۲}{۵} = ۱$$

$$\Rightarrow a^۲=۴, b^۲=۵ \Rightarrow c^۲=۹ \Rightarrow c=۳$$

$$O(۲, -۱) \Rightarrow F, F'(۲\pm ۳, -۱) \begin{cases} F(۵, -۱) \\ F'(-۱, -۱) \end{cases}$$

(تمرین هارم ۸۵ - کتاب IQ - هندسه)

هذلولی افقی است، چون طول کانون‌ها تغییر کرده است. بنابراین شیب مجانب‌ها  $\pm \frac{b}{a}$  است. بنابراین خواهیم داشت:

۱۱۷

$$\begin{cases} ۲c = FF' = ۲\sqrt{۵} \Rightarrow c = \sqrt{۵} \\ ۲a = AA' = ۲ \Rightarrow a = ۱ \end{cases} \Rightarrow b = \sqrt{c^۲ - a^۲} = \sqrt{۵ - ۱} = ۲ \Rightarrow m = \pm \frac{b}{a} = \pm ۲$$

$$O = \frac{F+F'}{۲} \Rightarrow O(۱, -۲) \Rightarrow \text{مجانب: } y+۲ = -۲(x-۱) \Rightarrow y = -۲x \Rightarrow y+۲x = ۰$$

(تمرین هارم ۹۳ - کتاب IQ - هندسه)

۱۱۸

$$\tan ۲\theta = \frac{-۲\sqrt{۳}}{۲-۴} = \sqrt{۳} \Rightarrow ۲\theta = ۶۰^\circ \Rightarrow \theta = ۳۰^\circ \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{۳}}{۲} & -\frac{۱}{۲} \\ \frac{۱}{۲} & \frac{\sqrt{۳}}{۲} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \Rightarrow y = \frac{۱}{۲}(x' + \sqrt{۳}y')$$

(تألیفی - کتاب IQ - هندسه)

۱۱۹

**نکته:** اگر معادله‌ی یک مقطع مایل را در قبل و بعد از دوران به اندازه‌ی  $\theta$  حول مبدأ داشته باشیم، مقدار ثابت آن دو را یکسان می‌کنیم. یعنی به شکل‌های  $ax^۲ + bxy + cy^۲ + \dots = f$  و  $a'x'^۲ + b'xy' + c'y'^۲ + \dots = f$  درمی‌آوریم. در این صورت دو چیز در قبل و بعد دوران یکسان است:

$$a+c = a'+c'$$

(۱) جمع ضرایب  $x^۲$  و  $y^۲$  در قبل و بعد دوران:

$$b^۲ - ۴ac = b'^۲ - ۴a'c'$$

(۲) دلتای معادله در قبل و بعد دوران:

مقدار ثابت گزینه‌ها همگی برابر ۲ است. پس صورت تست را در ۲ ضرب می‌کنیم یعنی  $۲\sqrt{۳}xy + ۲y^۲ = ۲$  حال جمع ضرایب  $x^۲$  و  $y^۲$  برابر است با ۲ که تنها گزینه‌ی (۱) به این صورت است.

(داکل ۹۲ - کتاب IQ - هندسه)

۱۲۰

$$(A-I)(A+I) = \alpha A + ۲I \Rightarrow A^۲ - I = \alpha A + ۲I \Rightarrow A^۲ = \alpha A + ۲I$$

از طرفی طبق قضیه کیلی - همیلتن داریم:

$$A^۲ - ۲A + (۱-۲m)I = \bar{O} \Rightarrow A^۲ = ۲A + (۲m-۱)I \Rightarrow \begin{cases} \alpha = ۲ \\ ۲m-۱ = ۲ \Rightarrow m = ۲ \end{cases}$$

(تألیفی - کتاب IQ - هندسه)

وقتی  $(A+B)(A-B) = A^۲ - B^۲$  باشد، یعنی اتحاد برقرار است و این بدان معنا است که ضرب  $A$  و  $B$  خاصیت جابه‌جایی دارد.

۱۲۱

$$(AB)^T = B^T A^T = (-B)(A) = -BA = -AB \Rightarrow \text{پادمتقارن}$$

(داکل ۸۵ - کتاب IQ - هندسه)

حال:

چون  $A^T - A = \bar{O}$  است، بنابراین  $A^T = A$  و ماتریس  $A$  متقارن می‌باشد:

۱۲۲

$$A = \begin{bmatrix} ۲-m & ۲-۲m \\ ۴-m & ۴-۲m \end{bmatrix} \Rightarrow ۲-۲m = ۴-m \Rightarrow m = -۲ \Rightarrow A = \begin{bmatrix} ۴ & ۶ \\ ۶ & ۸ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^۲ - (۸+۴)A + (۳۲-۳۶)I = \bar{O} \Rightarrow A^۲ = ۱۲A + ۴I \Rightarrow \beta = ۴$$

(داکل ۹۰ - کتاب IQ - هندسه)





۲ ۱۲۲

$$x=1 \Rightarrow D = \begin{vmatrix} 6 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 3 \end{vmatrix} = 6(-30) - 3(-3) + 2(14) = -143$$

حال در دترمینان خواسته شده هم به  $x=1$  می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 9 & 2 & 9 \\ 3 & 4 & 4 \end{vmatrix} = 1(-28) - 1(4) + 6(30) = 143 = -D$$

(فاز ۹۳ - کتاب IQ - هندسه)

۲ ۱۲۴

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ 4+1 & -2+1 & 7+1 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ 4 & -2 & 7 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ 3 & 2 & a \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ 4 & -2 & 7 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix} + 6 \Rightarrow \begin{vmatrix} 3 & 2 & a \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 6$$

برای محاسبه‌ی دترمینان، آن را حول ستون اول بسط می‌دهیم:

$$3 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 6 \Rightarrow 3 - (12 - 5a) = 6 \Rightarrow a = 3$$

(فاز ۸۹ - کتاب IQ - هندسه)

۲ ۱۲۵

می‌دانیم ماتریس  $A - A^t$  یک ماتریس پادمتقارن است، بنابراین درایه‌های روی قطر اصلی آن صفر و درایه‌های طرفین قطر اصلی نظیر به نظیر قرینه‌ی یکدیگر هستند.

$$A - A^t = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ a & b \end{bmatrix} \Rightarrow \text{درایه‌های طرفین قطر اصلی، } b = 0, a = -3$$

(فاز ۸۸ - کتاب IQ - هندسه)

۲ ۱۲۶

اگر به جای  $a_p - 2d$ ،  $a_p$  و به جای  $a_\Delta + 2d$ ،  $a_\Delta$  قرار دهیم، داریم:

$$a_p + a_\Delta + a_p = 9 \Rightarrow a_\Delta - 2d + a_\Delta + a_\Delta + 2d = 9 \Rightarrow 3a_\Delta = 9 \Rightarrow a_\Delta = 3$$

از طرفی داریم:

$$(a_\Delta - 2d)^2 + a_\Delta^2 + (a_\Delta + 2d)^2 = 59 \Rightarrow (3 - 2d)^2 + 3^2 + (3 + 2d)^2 = 59 \Rightarrow 9 + 4d^2 - 12d + 9 + 9 + 4d^2 + 12d = 59$$

$$\Rightarrow 27 + 8d^2 = 59 \Rightarrow 8d^2 = 32 \Rightarrow d^2 = 4 \Rightarrow d = \pm 2$$

بزرگ‌ترین جمله ۷ است.  $\Rightarrow -1, 3, 7$  : جملات  $\Rightarrow 3 - 4, 3, 3 + 4$  : جملات

۲ ۱۲۷

$$\begin{cases} t_1 + t_1q + t_1q^2 + t_1q^3 = 40 \\ t_1q + t_1q^2 + t_1q^3 + t_1q^4 = 120 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم دو طرف بر هم}} \frac{t_1(1+q+q^2+q^3)}{t_1q(1+q+q^2+q^3)} = \frac{40}{120} \Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{3} \Rightarrow q = 3$$

با جای‌گذاری  $q = 3$  در رابطه‌ی اول داریم:

$$t_1 + 3t_1 + 9t_1 + 27t_1 = 40 \Rightarrow 40t_1 = 40 \Rightarrow t_1 = 1 \Rightarrow t_p = t_1q^p \Rightarrow t_p = 1 \times 3^p = 9$$

۲ ۱۲۸

$$\log_3 14 = \alpha \Rightarrow 14 = 3^\alpha \quad (*)$$

$$9^{\alpha-2} = \frac{9^\alpha}{9^2} = \frac{(3^\alpha)^\alpha}{81} = \frac{(3^\alpha)^2}{81} \quad (*) \Rightarrow \frac{14^2}{81} = \frac{196}{81}$$

با لگاریتم‌گیری از دو طرف در مبنای ۲ داریم:

$$\log_2 x^{2-\log_2 x} = \log_2 \frac{1}{8} \Rightarrow (2 - \log_2 x) \log_2 x = \log_2 2^{-3} \Rightarrow 2 \log_2 x - (\log_2 x)^2 = -3$$

$$\Rightarrow (\log_2 x)^2 - 2 \log_2 x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \Rightarrow x = 2^{-1} = \frac{1}{2} \\ \log_2 x = 3 \Rightarrow x = 2^3 = 8 \end{cases} \Rightarrow 8 + \frac{1}{2} = \frac{17}{2}$$



۱۳۰

$$\frac{(\frac{5}{2})^{x-1}}{2^{x+1}} = 0.0125 \times 5^x \Rightarrow \frac{(\frac{1}{5})^{x-1}}{(2^2)^{x+1}} = \frac{125}{10^4} \times 5^x \Rightarrow \frac{(\frac{1}{5})^{x-1}}{2^{2x+2}} = \frac{5^3}{5^4 \times 2^4} \times 5^x \Rightarrow \frac{5^{-x+1}}{2^{2x+2}} = \frac{5^{-x-1}}{2^4}$$

$$\Rightarrow \frac{5^{-x-1}}{5^{-x+1}} = \frac{2^4}{2^{2x+2}} \Rightarrow 5^{-x-1-(-x+1)} = 2^{4-(2x+2)} \Rightarrow 5^{-2x-2} = 2^{-2x+2} \Rightarrow \begin{cases} 2x-2=0 \\ -2x+2=0 \end{cases} \Rightarrow x_0=1$$

با جای‌گذاری  $x_0=1$  در  $y$  داریم:

$$y_0 = \frac{(\frac{5}{2})^{1-1}}{2^{1+1}} = \frac{1}{16} \Rightarrow A(1, \frac{1}{16}) \Rightarrow x_0 + y_0 = \frac{17}{16}$$

۱۳۱

$$\text{ام } (k+1) \text{ جمله } = \binom{6}{k} (x^3)^{6-k} \left(\frac{-3}{x^2}\right)^k = \binom{6}{k} (-3)^k \times x^{18-3k} \times x^{-2k} = \binom{6}{k} (-3)^k x^{18-6k} \Rightarrow 18-6k=0$$

$$\Rightarrow k=3$$

پس جمله چهارم این بسط مستقل از  $x$  است و داریم:

$$\text{چهارم جمله} = \binom{6}{3} (-3)^3 = 20 \times (-27) = -540$$

ابتدا چندجمله‌ای مقسوم را مرتب می‌کنیم:

۱۳۲

$$P(x) = x^7 + 2x^6 - 3x^5 + 4x^4 + 2x^3 - 2 = x \cdot x^6 + 2x^6 - 3x \cdot x^5 + 4x \cdot x^4 + 2x^3 - 2$$

حال با قراردادن  $x^7 = -a$  در جملات فوق داریم:

$$x(-a)^7 + 2(-a)^7 - 3x(-a)^5 + 4x(-a)^4 + 2(-a) - 2 = ((-a)^7 - 3a^5 - 4a)x + (-2a^7 - 2a - 2)$$

چون باقی‌مانده  $4x + 18$  شده است، داریم:

$$\begin{cases} -2a^7 - 2a - 2 = 18 \\ -a^7 - 3a^5 - 4a = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{امتحان کردن گزینه‌ها}} a = -2$$

اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله‌ی فوق باشند، داریم:

۱۳۳

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{7}{2} \\ x_1 - x_2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = \frac{3}{2} \Rightarrow x_1 \times x_2 = 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

با توجه به معادله‌ی  $x^2 - 5x + 2 = 0$  داریم:

۱۳۴

$$S = -(-\frac{5}{1}) = 5, P = \frac{2}{1} = 2, \Delta = 25 - 4 = 17$$

$$\left| \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\beta}{\alpha} \right| = \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{|\alpha - \beta| |\alpha + \beta|}{|\alpha\beta|} = \frac{\sqrt{\Delta} \times |S|}{|P|} = \frac{\sqrt{17} \times 5}{2} = \frac{5\sqrt{17}}{2}$$

با توجه به صورت تست،  $x=2$  بین دو ریشه قرار دارد. بنابراین  $f(2)$  علامتی مخالف علامت  $m$  (ضریب  $x^2$ ) دارد. پس:

۱۳۵

$$m \cdot f(2) < 0 \Rightarrow m(6m + (m-3)2 - 2) < 0 \Rightarrow m(6m - 8) < 0 \Rightarrow 0 < m < \frac{4}{3}$$

دقت کنید به‌زای  $0 < m < \frac{4}{3}$  داریم  $\frac{c}{a} < 0$ ، پس همواره  $\Delta > 0$  بوده و نیاز به بررسی شرط مربوط به آن نمی‌باشد.

۱۳۶

تبدیل ایزومتری، تبدیلی است که طول پاره‌خط را ثابت نگه دارد.

برای حل تستی می‌توانیم دو نقطه  $A(0, 0)$  و  $B(1, 1)$  را در گزینه‌ها قرار دهیم و ببینیم کدام تبدیل طول را ثابت نگه می‌دارد. به‌طور

مثال در گزینه‌ی (۳) داریم:

$$\begin{cases} T(0, 0) = (1, 3) = A' \\ T(1, 1) = (0, 4) = B' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |AB| = \sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2} \\ |A'B'| = \sqrt{(1-0)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{2} \end{cases}$$

پس این تبدیل، ایزومتری است.



حال برای مثال، یک گزینه‌ی نادرست را بررسی می‌کنیم، مانند گزینه‌ی (۲):

$$\begin{cases} T(0, 0) = (0, 0) = A' \\ T(1, 1) = (0, 2) = B' \end{cases} \Rightarrow |A'B'| = \sqrt{(0-0)^2 + (0-2)^2} = 2 \Rightarrow |AB| \neq |A'B'| \Rightarrow \text{ایزومتری نیست.}$$

تصویر یک خط تحت انتقال، زمانی بر خودش منطبق می‌شود که بردار انتقال موازی با خط باشد. با توجه به این‌که شیب خط  $-2$  است، پس با بردار  $(-3, 6)$  موازی است.

$$3x - 4y = -7$$

$$8y - 6x - 10 = 0 \xrightarrow{\div(-2)} 3x - 4y = -5$$

با توجه به این‌که دو خط موازی هستند، پس خط  $d$ ، خطی موازی دو خط است که وسط آن‌ها می‌باشد.

$$d: 3x - 4y = -6 \Rightarrow -4y = -3x - 6 \Rightarrow y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$$

**نکته:** مختصات مرکز ثقل مثلث  $ABC$  برحسب رئوس آن برابر است با:

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$$

$$G\left(\frac{1-2+7}{3}, \frac{2+2-2}{3}\right) = (2, 1)$$

$$G \text{ به نسبت } A \text{ قرینه‌ی نقطه‌ی } A' = 2G - A = (4, 2) - (1, 2) = (3, 0)$$

تحت دوران حول مبدأ مختصات با زاویه‌ی  $270^\circ$  نقطه‌ی  $A(x, y)$  به نقطه‌ی  $A'(y, -x)$  تبدیل می‌شود. پس داریم:

$$T(x, y) = (y, -x) = (-2, 1) \Rightarrow \begin{cases} y = -2 \\ -x = 1 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

حال نقطه‌ی  $A$  باید روی خط قرار داشته باشد:

$$3x + 2y = 2(-1) + 2(-2) = -3 - 4 = -7 = m$$

$$\overline{OA'} = 2\overline{OA}$$

$$A' - O = 2(A - O) \Rightarrow A' - O = 2A - 2O \Rightarrow 2O = 2A - A' = (3, 6) - (5, -3) = (-2, 9)$$

$$\Rightarrow O(-1, \frac{9}{2}) = (m-1, 2n+1) \Rightarrow \begin{cases} m-1 = -1 \Rightarrow m = 0 \\ 2n+1 = \frac{9}{2} \Rightarrow n = \frac{7}{4} \Rightarrow m+n = \frac{7}{4} \end{cases}$$

اگر خطی بر محور تقارن عمود باشد، آن‌گاه بازتاب آن روی خودش نگاشته می‌شود و اگر خطی بر محور تقارن منطبق باشد، آن‌گاه باز هم بازتاب آن روی خودش نگاشته می‌شود.

از طرفی می‌دانیم حاصل ضرب شیب دو خط عمود بر هم،  $-1$  است. پس:

$$\text{شیب خط بازتاب} = \frac{1}{3} \Rightarrow m = -3$$

یا

$$2y = x \Rightarrow y = \frac{x}{2} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ 2m-1 = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$T(x, y) = (2y-1, x+2) = (x', y') \Rightarrow \begin{cases} 2y-1 = x' \Rightarrow y = \frac{x'+1}{2} \\ x+2 = y' \Rightarrow x = y'-2 \end{cases}$$

$$3x - y = 7 \Rightarrow 3(y'-2) - \left(\frac{x'+1}{2}\right) = 7 \Rightarrow 3y' - 6 - \frac{x'+1}{2} = 7$$

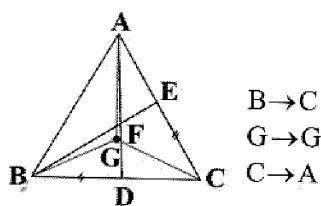
$$\Rightarrow 9y' - 18 - x' - 1 = 21 \Rightarrow 9y' - x' = 40$$

تنها نقطه‌ی  $(5, 5)$  در این خط، صدق می‌کند.



اگر  $G$  مرکز ثقل مثلث  $ABC$  باشد و دوران را با زاویه  $۱۲^\circ$  حول نقطه‌ی  $G$  تعریف کنیم، داریم:

۱۴۴



$B \rightarrow C$   
 $G \rightarrow G$   
 $C \rightarrow A$

پس مثلث  $BGC$  به مثلث  $CGA$  تبدیل می‌شود و ضلع  $BC$  به ضلع  $CA$  تبدیل می‌شود و با توجه به برابری  $BD$  و  $CE$  و  $D$  و  $E$  تبدیل یافته‌ی هم می‌باشند.

حال با همان دوران حول  $G$  با زاویه  $۱۲^\circ$ ، مثلث  $BDA$  به مثلث  $CEB$  تبدیل می‌شود.

$A \rightarrow B$   
 $B \rightarrow C$   
 $D \rightarrow E$

پس  $AD$  را اگر حول  $C$  با زاویه  $۱۲^\circ$  دوران دهیم به  $BE$  تبدیل می‌شود.

۱۴۵

$A(4, 2)$   
شیب بازتاب  $= 2 \Rightarrow$  شیب  $AH = -\frac{1}{2}$   
معادله‌ی خط  $AH$ :  $y - 2 = -\frac{1}{2}(x - 4) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 5$

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 5 \\ y = 2x + 1 \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{2}x + 5 = 2x + 1 \Rightarrow 4 = \frac{5x}{2} \Rightarrow x = \frac{8}{5} \Rightarrow y = \frac{21}{5}$$

$$\Rightarrow H\left(\frac{8}{5}, \frac{21}{5}\right) \Rightarrow A' = 2H - A = \left(\frac{16}{5}, \frac{42}{5}\right) - (4, 2) = \left(-\frac{4}{5}, \frac{27}{5}\right) \Rightarrow x_{A'} + y_{A'} = -\frac{4}{5} + \frac{27}{5} = \frac{23}{5}$$



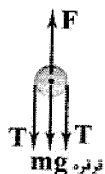
DriQ.com

کانال رفع اشکال: @fizik\_gaj

فیزیک

ابتدا باید کشش تار  $AB$  را تعیین کنیم.

۱۴۶



$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{2 \times 8 \times 12}{8 + 12} \times 10 = 96 \text{ N}$$

$$F = 2T + mg = 2 \times 96 + 0.8 \times 10 = 200 \text{ N}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{200}{0.02}} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

برای تعیین سرعت انتشار خواهیم داشت:

$$f_n = \frac{nv}{\lambda L} \xrightarrow{n=2} f_2 = \frac{2v}{\lambda L} = \frac{v}{L} = \frac{100}{25} = 400 \text{ Hz}$$

بسامه هم‌هنگ دوم تار خواسته شده است. بنابراین:

با توجه به شکل داریم:

۱۴۷

$$\frac{2\lambda}{4} = \frac{2}{16} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{4} \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{v=25 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \frac{1}{4} = \frac{25}{f} \Rightarrow f = 100 \text{ Hz}$$

$$A = 10 \text{ cm} = \frac{1}{10} \text{ m}$$

برای محاسبه‌ی متوسط توان انتقال انرژی، خواهیم داشت:

$$\bar{P} = 2\pi^2 \mu v f^2 A^2 = 2 \times 10 \times \frac{2}{10000} \times 25 \times (100)^2 \times \left(\frac{1}{10}\right)^2 \Rightarrow \bar{P} = 100 \text{ W}$$



۱ ۱۴۸ برای محاسبه‌ی اختلاف فاز خواهیم داشت:

$$\Delta\varphi = k\Delta d = \frac{\omega}{v}\Delta d = \frac{2\pi f}{v}\Delta d \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi \times 50}{12/5} \times \left(\frac{16-73/5}{100}\right) = \pi \text{ rad}$$

بنابراین اختلاف فاز دو موج رسیده به نقطه‌ی موردنظر برابر  $\pi$  است و تداخل آن‌ها ویرانگر خواهد بود.

۲ ۱۴۹ با استفاده از تعریف تراز شدت صوت و رابطه‌ی شدت یک صوت با دامنه‌ی موج صوتی داریم:

$$I \propto \frac{A^2 f^2}{d^2}$$

$$\Delta\beta = \log \frac{I_2}{I_1} = \log \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \Rightarrow 2 = 2 \log \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow \log \frac{A_2}{A_1} = 1/5 = 0.3 \times 5 \xrightarrow{\log 2 = 0.3} 5 \times \log 2 = \log \frac{A_2}{A_1}$$

$$\Rightarrow \log 2^5 = \log \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow 2^5 = \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = 32$$

از رابطه‌ی بسامد هماهنگ  $n\lambda$  لوله‌های صوتی دو انتها باز داریم: ۱ ۱۵۰

$$f_n = n \frac{v}{2L}$$

$$\text{(باز) لوله‌ی اولیه } f_5 = \frac{5v}{2L} = 500 \Rightarrow \frac{v}{L} = 200$$

لوله‌ی صوتی باز را به چهار قسمت تقسیم کردیم بنابراین طول لوله‌ی بسته در حالت دوم  $\frac{1}{4}$  طول اولیه است.

با استفاده از رابطه‌ی بسامد هماهنگ  $(2n-1)\lambda$  لوله‌های صوتی یک انتها بسته خواهیم داشت:

$$f_{(2n-1)} = (2n-1) \frac{v}{4L'}$$

$$f_7 = 7 \times \frac{v}{4L'} = \frac{v}{4} \times \frac{v}{L} = 7 \times \frac{v}{L} = 7 \times 200 = 1400 \text{ Hz}$$

ابتدا شدت صوت را در فاصله‌ی ۲۰ متری از منبع محاسبه می‌کنیم: ۱ ۱۵۱

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi d^2} = \frac{480}{4 \times 3 \times (20)^2} = 10^{-1} \frac{W}{m^2}$$

برای محاسبه‌ی تراز شدت صوت خواهیم داشت:

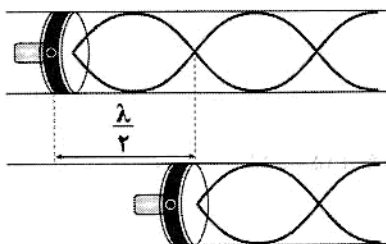
$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \left(\frac{10^{-1}}{10^{-12}}\right) = 10 \log 10^{11}$$

$$\beta = 110 \log 10 = 110 \text{ dB}$$

سرعت شنونده  $30 \frac{m}{s} = 108 \frac{km}{h}$  است و فرکانس دریافتی برای شنونده‌ی ساکن جلو و پشت منبع به ترتیب بزرگ‌تر و کوچک‌تر از ۲ فرکانس منبع است. با دوبار استفاده از رابطه‌ی دوپلر خواهیم داشت: ۲ ۱۵۲

$$\frac{f_{\text{جلو}}}{f_{\text{عقب}}} = \frac{v+v_s}{v-v_s} = \frac{300+30}{300-30} = \frac{330}{270} = \frac{11}{9}$$

فاصله‌ی بین دو نقطه که باعث تشدید لوله می‌شود،  $\frac{\lambda}{2}$  است. ۲ ۱۵۳



$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{300}{1000} = 0.3 \text{ m}$$

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2} = 0.15 \text{ m}$$

برای محاسبه‌ی سرعت حرکت پیستون خواهیم داشت:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0.15}{0.3} = \frac{1}{2} = 0.5 \frac{m}{s}$$





اگر  $f_k$  و  $f_{k'}$  بسامد تشدیدهای متوالی لوله‌ی صوتی باشند، آن‌گاه:

۱ ۱۵۴

$$\frac{f_k}{f_{k'}} = \frac{k}{k'} \Rightarrow \frac{k}{k'} = \frac{400}{500} = \frac{4}{5}$$

همانگ چهارم و پنجم (زوج و فرد) مربوط به یک لوله‌ی صوتی باز می‌تواند باشد. چرا که لوله‌ی بسته فقط همانگ فرد دارد.

$$\frac{n}{n'} = \frac{4}{5}$$

بنابراین:

با توجه به این که  $n$  و  $n'$  اعداد صحیح هستند، مقدار آن‌ها برابر  $n=4$  و  $n'=5$  خواهد بود. در نتیجه می‌توان طول لوله را به صورت زیر به دست آورد.

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow 400 = \frac{4 \times 360}{2L} \Rightarrow L = 1/8 m \Rightarrow L = 12.5 cm$$

از پرتوی فرورسوخ (IR) در عکاسی IR توسط ماهواره‌ها استفاده می‌شود.

۲ ۱۵۵

با توجه به تابع موج می‌توان سرعت انتشار موج در مایع را تعیین کرد.

۲ ۱۵۶

$$\left. \begin{aligned} \omega &= 4\pi \times 10^{14} \\ k &= 2\pi \times 10^6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v = \frac{\omega}{k} = \frac{4\pi \times 10^{14}}{2\pi \times 10^6} \Rightarrow v = 2 \times 10^8 \frac{m}{s}$$

برای تعیین ضریب شکست خواهیم داشت:

$$v = \frac{c}{n} \Rightarrow n = \frac{c}{v} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 10^8} = \frac{3}{2}$$

۲ ۱۵۷

$$\Delta\phi = k\Delta d = \frac{\omega}{v} \cdot \Delta d = \frac{2\pi f}{c} \cdot \Delta d \Rightarrow \Delta\phi = \frac{2\pi \times 5 \times 10^{14}}{3 \times 10^8} \times 10.5 \times 10^{-9} = \frac{7\pi}{2} \text{ rad}$$

ابتدا طول موج را محاسبه می‌کنیم. فاصله‌ی دو نوار روشن متوالی  $I$  با فاصله‌ی دو شکاف از هم  $(a)$  برابر است.

۲ ۱۵۸

$$I = 2e = 2 \times \frac{\lambda D}{2a} = a \Rightarrow \frac{\lambda \times 24 \times 10^{-2}}{1/2 \times 10^{-3}} = 1/2 \times 10^{-3} \Rightarrow \lambda = 0.6 \times 10^{-6} m$$

برای محاسبه‌ی انرژی خواهیم داشت:

$$E = nhf = nh \frac{c}{\lambda} = \frac{2000 \times 10^6 \times 4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{0.6 \times 10^{-6}} = 4 \times 10^9 eV = 0.004 \times 10^{12} eV = 0.004 TeV$$

با توجه به محاسبات فیزیک کلاسیک تابندگی باید با توان چهارم طول موج، رابطه‌ی عکس داشته باشد.

۲ ۱۵۹

باید واحد ثابت پلانک برحسب J.S جایگذاری شود:

۲ ۱۶۰

$$h = 4 \times 10^{-15} \times 1/6 \times 10^{-19} = 6/4 \times 10^{-34} J$$

$$\left. \begin{aligned} E &= nhf = nh \frac{c}{\lambda} \\ E &= RaP.t \end{aligned} \right\} \Rightarrow nh \frac{c}{\lambda} = RaP.t \Rightarrow n = \frac{RaP.t \cdot \lambda}{hc} = \frac{100 \times 500 \times 60 \times 0/4 \times 10^{-6}}{6/4 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} = 5 \times 10^{22} \text{ فوتون}$$

جابه‌جایی در راستای محور  $y$  است و تنها مؤلفه‌ی عمودی (راستای  $y$ ) دو نیرو کار انجام می‌دهند.

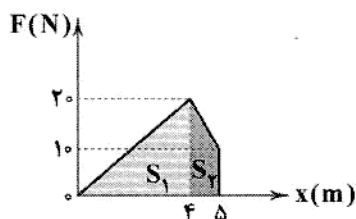
۱ ۱۶۱

$$\frac{W_{F_1}}{W_{F_2}} = \frac{W_{F_{1y}}}{W_{F_{2y}}} = \frac{F_{1y} \cdot d}{F_{2y} \cdot d} = \frac{F_{1y}}{F_{2y}} = \frac{12}{48} = \frac{1}{4} = 0.25$$

کار برابر سطح زیر نمودار  $F-x$  است. در مکان  $x = 5m$  مقدار نیرو برابر  $10N$  است. زیرا نیرو در  $x = 5m$  وسط مقادیر نیرو در

۲ ۱۶۲

مکان‌های  $x = 6m$  و  $x = 4m$  است.



$$W_F = S_1 + S_2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 20 + \frac{20+10}{2} \times 1 = 40 + 15 = 55 J$$



۱۶۳ هنگامی که ۲۰٪ از انرژی مکانیکی اولیه تلف می‌شود، انرژی مکانیکی ثانویه ۸۰٪ انرژی اولیه است. با توجه به این که سطح زمین مبنای انرژی پتانسیل گرانشی است، داریم:

$$E_p = \frac{\Delta}{100} E_1$$

$$U_p + K_p = \frac{\Delta}{100} (U_1 + K_1) \xrightarrow{U_p=0} \frac{1}{2} m v^2 = \frac{\Delta}{100} (mgh + \frac{1}{2} m v_1^2) \Rightarrow \frac{1}{2} v^2 = \frac{\Delta}{100} (gh + \frac{1}{2} v_1^2)$$

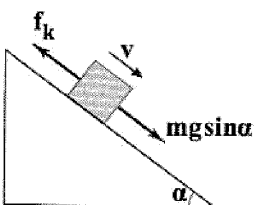
$$\Rightarrow \frac{1}{2} v^2 = \frac{\Delta}{100} (10 \times 1000 + \frac{1}{2} \times 1600) \Rightarrow \frac{1}{2} v^2 = \frac{\Delta}{100} (1800) \Rightarrow v^2 = 2880 \Rightarrow v = 24\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

با استفاده از قضیه‌ی کار و انرژی برای تعیین سرعت و زنه خواهیم داشت: ( $W_K$  کار نیروی فنر)

$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_F + W_K = K_p - K_1 \Rightarrow F \cdot x - \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m v^2 - 0$$

$$\Rightarrow 50 \times \frac{1}{10} - \frac{1}{2} \times 2000 \times (\frac{1}{10})^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times v^2 \Rightarrow 5 - 1 = v^2 \Rightarrow v^2 = 4 \Rightarrow v = 2 \frac{m}{s}$$

ساده‌ترین روش استفاده از انرژی خورشید در صفحات خورشیدی است که در آبگرمکن‌های با دمای پایین استفاده می‌شود.



$$mg \sin \alpha - f_k = ma$$

$$mg \sin \alpha - \mu_k mg \cos \alpha = ma$$

$$\Rightarrow a = g \sin \alpha - \mu_k g \cos \alpha \Rightarrow a = 10 \times 0.6 - \frac{3}{4} \times 10 \times 0.8 \Rightarrow a = 0$$

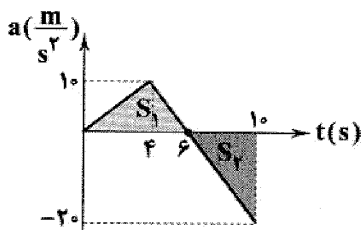
پس جسم با سرعت ثابت  $2 \frac{m}{s}$  پایین می‌آید و مسافت طی شده توسط جسم در هر ثانیه روی سطح شیب‌دار برابر است با:

$$d = vt = 2 \times 1 = 2m$$

کار نیروی اصطکاک برابر با کاهش انرژی مکانیکی است.

$$|W_{f_k}| = f_k \cdot d = \mu_k mg \cos \alpha \cdot d \Rightarrow |W_{f_k}| = \frac{3}{4} \times 4 \times 10 \times \frac{\Delta}{10} \times 2 = 48J$$

۱۶۷ سطح زیر نمودار  $a-t$  برابر با  $\Delta v$  است. با توجه به ثابت بودن شیب در بازه‌ی  $[4, 10]$  شتاب لحظه‌ی  $t=10s$  برابر  $20 \frac{m}{s^2}$  خواهد بود.



$$\Delta v_{[0,10]} = +S_1 - S_2 = \frac{1}{2} \times 6 \times 10 - \frac{1}{2} \times 4 \times 20$$

$$\Delta v_{[0,10]} = +30 - 40 = -10 \frac{m}{s} \Rightarrow v_{(10)} - v_{(0)} = -10$$

$$\Rightarrow v_{(10)} - 4 = -10 \Rightarrow v_{(10)} = -6 \frac{m}{s}$$

کار برابند نیروهای وارد بر جسم بنا به قضیه‌ی کار و انرژی برابر با تغییرات انرژی جنبشی است.

$$W_T = \Delta K = \frac{1}{2} m v_p^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow W_T = \frac{1}{2} \times 60 \times (36 - 16) = 600J$$

در نقطه‌ی اوج مؤلفه‌ی عمودی سرعت صفر است و انرژی جنبشی دارای کم‌ترین مقدار است.

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow K_{\min} = \frac{1}{2} m v_{\min}^2 = \frac{1}{2} m v_x^2 \Rightarrow K_{\min} = \frac{1}{2} \times \frac{200}{1000} \times (17)^2 = 28.9J$$

۱۶۸ توجه: در نقطه‌ای که فاصله‌ی آن از نقطه‌ی رها شدن ۲cm است تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی (تعادل) ۸cm است.

$$E_1 = E_p \Rightarrow U_1 + K_1 = U_p + K_p \Rightarrow \frac{1}{2} k x_1^2 + 0 = \frac{1}{2} k x_2^2 + \frac{1}{2} m v^2$$

طول عادی فنر  $x_2 = 10cm$



$x_1 = 10cm$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 100 \times (\frac{1}{10})^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times (\frac{\Delta}{100})^2 + \frac{1}{2} \times 1 \times v^2$$

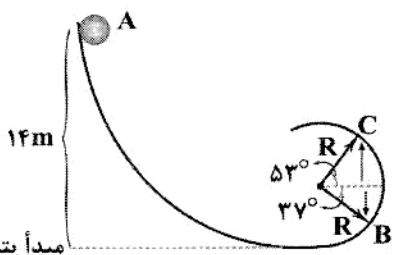
$$\Rightarrow 0.5 = 0.22 + \frac{1}{2} v^2 \Rightarrow \frac{1}{2} v^2 = 0.18$$

$$\Rightarrow v^2 = 0.36 \Rightarrow v = 0.6 \frac{m}{s}$$



۱۷۰

ابتدا ارتفاع نقاط B و C را از پایین ترین سطح تعیین می‌کنیم.



$$R \sin 53^\circ = 5 \times 0.8 = 4 \text{ m}$$

$$R \sin 37^\circ = 5 \times 0.6 = 3 \text{ m}$$

$$h_C = R + R \sin 53^\circ = 9 \text{ m}$$

$$h_B = R - R \sin 37^\circ = 2 \text{ m}$$

$$E_A = E_B$$

برای تعیین سرعت در هر نقطه از قانون پایستگی انرژی مکانیکی استفاده می‌کنیم:

$$U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow mgh_A + 0 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2g(h_A - h_B)} = \sqrt{2g(12)} \quad (1)$$

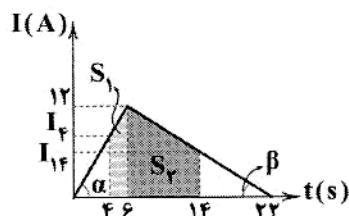
$$E_A = E_C$$

$$U_A + K_A = U_C + K_C \Rightarrow mgh_A + 0 = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow v_C = \sqrt{2g(h_A - h_C)} = \sqrt{2g(5)} \quad (2)$$

$$\frac{(1), (2)}{\rightarrow} \frac{v_C}{v_B} = \sqrt{\frac{5}{12}}$$

سطح زیر نمودار I-t برابر با بار الکتریکی عبوری است.

۱۷۱



$$\tan \alpha = \frac{12}{6} = \frac{I_f}{4} \Rightarrow I_f = 8 \text{ A}$$

$$\tan \beta = \frac{12}{16} = \frac{I_{14}}{8} \Rightarrow I_{14} = 6 \text{ A}$$

$$\Delta q = S_1 + S_2 = \frac{6+12}{2} \times 6 + \frac{6+12}{2} \times 16 = 20 + 72 = 92 \text{ C}$$

$$\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{92}{10} = 9.2 \text{ A}$$

مقاومت ولت‌سنج ایده‌آل بی‌نهایت است و هنگامی که مطابق شکل به صورت متوالی در مدار قرار گیرد جریان قطع می‌شود و ولت‌سنج

۱۷۲

نیروی محرکه مدار یعنی ۱۸ ولت را نشان می‌دهد.

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مولد را نشان می‌دهد.

۱۷۳

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow \begin{cases} 18 = \varepsilon - 2/5r \\ 12 = \varepsilon - 4r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 4 \Omega \\ \varepsilon = 28 \text{ V} \end{cases}$$

$$\varepsilon = I(R+r) \Rightarrow 28 = 2(R+4) \Rightarrow R+4=14 \Rightarrow R=10 \Omega$$

برای تعیین مقاومت رگوستا خواهیم داشت:

هنگامی که سیم را تحت کشش قرار می‌دهیم تا طول آن دو برابر شود، مساحت مقطع نصف‌شده (حجم ثابت،  $V=LA$ ) و مقاومت

۱۷۴

الکتریکی ۴ برابر می‌شود.

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} = \frac{2L_1}{L_1} \times \frac{A_1}{\frac{A_1}{2}} = 4 \Rightarrow R_2 = 4R_1$$

$$U = RI^2 t \xrightarrow{\text{ثابت } I} \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1} \times \frac{t_2}{t_1} \Rightarrow \frac{U_2}{240} = \frac{4R_1}{R_1} \times \frac{30}{60} \Rightarrow U_2 = 480 \text{ J}$$

برای حل سؤال به نکات زیر دقت کنید:

۱۷۵

(۱) با کاهش مقدار  $R_A$ ، مقاومت معادل مدار ( $R_T$ ) نیز کاهش می‌یابد.

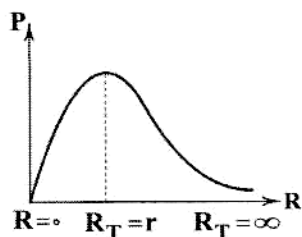
(۲) توان خروجی مولد برحسب مقاومت معادل مدار، نموداری مانند شکل زیر دارد.

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، با کاهش جزئی مقدار مقاومت  $R_A$  و در نتیجه کاهش  $R_T$ ،

سه حالت زیر ممکن است رخ می‌دهد.

(۱) اگر  $R_T > r$  باشد  $\leftarrow$  با کاهش  $R_T$   $\leftarrow P \uparrow$ (۲) اگر  $R_T < r$  باشد  $\leftarrow$  با کاهش  $R_T$   $\leftarrow P \downarrow$ (۳) اگر کاهش  $R_T$  به گونه‌ای باشد که رابطه  $r = \sqrt{R_{T1} R_{T2}}$  برقرار باشد، در این صورت توان خروجی مولد ثابت می‌ماند. بنابراین

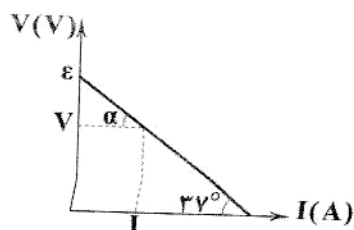
گزینه (۴) صحیح است.





شیب خط مماس عکس مقاومت است  $(R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{I}{V})$ . در یک نیمه‌راسانا با افزایش دما مقاومت کاهش می‌یابد و شیب خط مماس افزایش می‌یابد. بنابراین پاسخ صحیح گزینه‌ی (۲) است.

طبق رابطه‌ی  $V = \varepsilon - rI$  در نمودار  $V-I$  برای یک مولد، عرض از مبدأ نمودار برابر با نیروی محرکه و قدرمطلق شیب برابر مقاومت درونی است.



$$r \neq 0 \Rightarrow V = \varepsilon - rI$$

$$\tan \alpha = \frac{\varepsilon - V}{I} = \frac{rI}{I} = r$$

$$\varepsilon = 24V$$

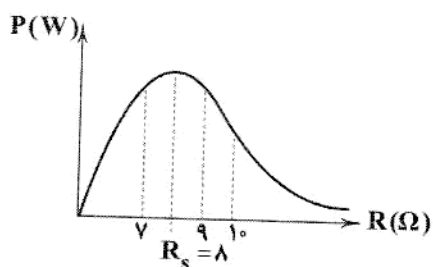
$$r = \tan 37^\circ = \frac{3}{4} \Omega$$

حداکثر توان مفید یک مولد از رابطه‌ی  $P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$  به دست می‌آید.

$$P_{\max} = \frac{(24)^2}{4 \times \frac{3}{4}} = 192W$$

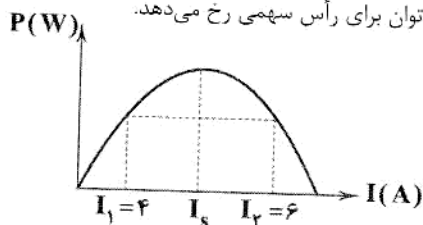
رابطه‌ی اختلاف پتانسیل دوسر مولد، برحسب جریان عبوری از آن به شکل  $V = \varepsilon - Ir$  است که مقدار آن در جریان  $5A$  برای دو مولد برابر است.

$$V_A = V_B \Rightarrow \varepsilon_A - Ir_A = \varepsilon_B - Ir_B \Rightarrow \varepsilon_A - \varepsilon_B = I(r_A - r_B) \Rightarrow 4 = 5(r_A - r_B) \Rightarrow r_A - r_B = 8\Omega$$



اگر توان مفید به‌ازای دو مقاومت  $R_1$  و  $R_2$  با هم برابر باشد، حداکثر توان مفید به‌ازای مقاومت نامتقارن بوده و به شکل زیر است. توجه کنید برای دو مقاومت که فاصله‌ی یکسانی از  $R_s$  دارند، به‌ازای  $R > R_s$  توان بیش‌تر است.

نمودار توان مفید برحسب جریان عبوری از یک مولد به صورت سهمی است و حداکثر توان برای رأس سهمی رخ می‌دهد.



$$I_s = \frac{I_1 + I_2}{2} = \frac{4 + 6}{2} = 5A$$

هنگامی توان مفید حداکثر می‌شود که مقاومت خارجی و داخلی با هم برابر شود.

$$R = r = 4\Omega \Rightarrow P_{\max} = \varepsilon I - rI^2 = RI^2 = 4 \times 25 = 100W$$



در یک واکنش اسید - باز، همواره تعادل از سمت اسید قوی‌تر و باز قوی‌تر به سمت تشکیل اسید ضعیف‌تر و باز ضعیف‌تر پیش می‌رود. به عبارتی هنگام تعادل، غلظت اسید و باز ضعیف‌تر بیش‌تر از غلظت اسید و باز قوی‌تر است، یعنی تعادل همواره در سمت اسید و باز ضعیف‌تر قرار دارد. با توجه به این‌که  $CN^-$  در مقایسه با  $SO_4^{2-}$ ، باز قوی‌تر و  $HSO_4^-$  در مقایسه با  $H_2N$ ، اسید قوی‌تر است، تعادل مورد نظر در سمت راست قرار دارد و  $K > 1$  است.

ابتدا از روی  $K_b$  یون پروپانوات، مقدار  $K_a$  پروپانویک اسید را به دست می‌آوریم:

$$K_w = K_a \cdot K_b \Rightarrow 10^{-14} = K_a \times 0.8 \times 10^{-9} \Rightarrow K_a = 1.25 \times 10^{-5}$$

اکنون از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

$$[H_3O^+] = \sqrt{K_a \cdot M} = \sqrt{(1.25 \times 10^{-5})(0.02)} = 5 \times 10^{-4}$$

$$pH = -\log[H_3O^+] = -\log(5 \times 10^{-4}) = -[\log 5 + \log 10^{-4}] = -[0.7 - 4] = 3.3$$



۱۸۳

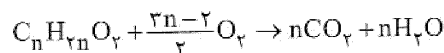
سرعت واکنش فلزها با محلول اسیدها به غلظت یون‌های هیدرونیوم موجود در محلول بستگی دارد. از آن‌جا که غلظت  $H_3O^+$  در محلول دو اسید با هم برابر است، می‌توان نتیجه گرفت که در شرایط یکسان، سرعت واکنش آن‌ها با جرم معینی از فلز Al، برابر است. در مورد قسمت دوم سؤال می‌توان گفت؛ با توجه به تعریف درجه‌ی یونش که در زیر آمده است، غلظت اسید با درجه‌ی یونش رابطه‌ی وارونه دارد:

$$\text{غلظت یون هیدرونیوم} = \frac{\text{غلظت یون هیدرونیوم}}{\text{غلظت اسید}} = \text{درجه‌ی یونش اسید}$$

هر چهار عبارت درست هستند.

۱۸۴

فرمول عمومی کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی به صورت  $C_nH_{2n}O_2$  و معادله‌ی موازنه‌شده‌ی واکنش سوختن کامل آن‌ها به صورت زیر است:



$$?g H_2O = \frac{n \text{ mol } H_2O}{\text{mol acid}} \times \frac{18g H_2O}{\text{mol } H_2O} = 36g H_2O$$

ابتدا n را به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow 9n = 36 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow \text{فرمول اسید: } C_4H_8O_2 \text{ (بوتانویک اسید)}$$

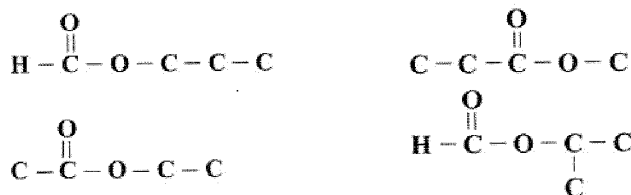
## پرسش عبارات:

(ا) اگر بوتانویک اسید با الکل میوه (اتانول) واکنش دهد، استر اتیل بوتانوات به دست می‌آید.

(ب) برای پیدا کردن مجموع شمار پیوندهای کووالانسی یک اسید با فرمول  $C_nH_{2n}O_2$  می‌توان از رابطه‌ی زیر استفاده کرد.

$$\text{مجموع شمار پیوندهای کووالانسی} = \frac{\frac{C}{(n \times 4)} + \frac{H}{(2n \times 1)} + \frac{O}{(2 \times 2)}}{2} \quad n=4 \rightarrow \text{مجموع شمار پیوندها} = \frac{4(4) + (8) + 2(2)}{2} = 14$$

(پ) برای استری با فرمول مولکولی  $C_4H_8O_2$ ، می‌توان ۴ ساختار در نظر گرفت:



$$\frac{\%O}{\%H} = \frac{2(16)}{8(1)} = 4 \text{ (ت)}$$

نقطه‌ی ذوب پروپانویک اسید بالاتر از بوتیل آمین است، در صورتی‌که انحلال‌پذیری آن در اتانول، کم‌تر از بوتیل آمین می‌باشد.

هر چهار ترکیب داده‌شده آفوتر محسوب می‌شوند.

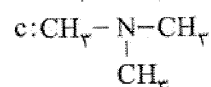
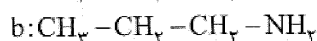
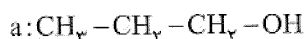
محلول (I) یک اسید قوی و محلول (II) یک اسید ضعیف را نشان می‌دهد. در سامانه‌ی بافری، غلظت اسید ضعیف و باز مزدوج برخلاف یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید بسیار زیاد است.

مطابق داده‌های سؤال می‌خواهیم pH محلول ۲ واحد کاهش یابد، یعنی غلظت  $OH^-$  به اندازه‌ی  $10^2$  برابر کم شود. به عبارت دیگر

غلظت یون هیدروکسید از  $4 \times 10^{-3}$  به  $4 \times 10^{-5}$  مول بر لیتر برسد.

$$[OH^-] = 4 \times 10^{-5} = \frac{(50 \times 10^{-4}) - (2 \times V \times 2)}{500 + V} \Rightarrow V = 49.4 \text{ mL}$$

a یک الکل و دو ترکیب دیگر، آمین هستند.



\* دمای جوش آمین‌های دارای پیوند N-H مانند ترکیب b از آمین‌های فاقد پیوند N-H مانند ترکیب c، با جرم مولی یکسان، بیش‌تر است. زیرا در آمین‌های دارای پیوند N-H امکان تشکیل پیوند هیدروژنی وجود دارد و همین امر موجب افزایش نقطه‌ی جوش می‌شود. (حذف‌گزینه‌ی (۲))

\*\* دمای جوش الکل‌ها از دمای جوش آمین‌های دارای پیوند N-H، با جرم مولی نزدیک به هم بیش‌تر است. زیرا پیوند هیدروژنی ناشی از O-H نسبت به پیوند هیدروژنی ناشی از N-H قوی‌تر است.





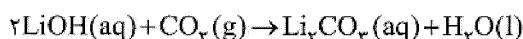
۱۹۰

## بررسی موارد:

آ) نمک  $\text{NH}_4\text{Cl}$  از اسید قوی  $\text{HCl}$  و باز ضعیف  $\text{NH}_3$  تشکیل می‌شود و در نتیجه اسیدی است ( $\text{pH} < 7$ ).  
 ب) اگر دمای آب خالص از  $25^\circ\text{C}$  کمتر شود،  $K_w$  کمتر از  $10^{-14}$  خواهد شد و در نتیجه  $\text{pH}$  بالاتر از ۷ می‌رود.  
 پ) نمک  $\text{NH}_4\text{CN}$  از باز ضعیف  $\text{NH}_3$  و اسید ضعیف  $\text{HCN}$  تشکیل شده است. از آن‌جا که  $K_b(\text{NH}_3) > K_a(\text{HCN})$  است، این نمک بازی محسوب می‌شود ( $\text{pH} > 7$ ).  
 ت) نمک  $\text{NH}_4\text{CF}_3\text{COO}$  از باز ضعیف  $\text{NH}_3$  و اسید ضعیف  $\text{CF}_3\text{COOH}$  تشکیل شده است. از آن‌جا که  $K_a(\text{CF}_3\text{COOH}) > K_b(\text{NH}_3)$  است می‌توان نتیجه گرفت که  $K_a(\text{CF}_3\text{COOH}) > K_b(\text{NH}_3)$  بوده و در نتیجه نمک از نوع اسیدی است ( $\text{pH} < 7$ ).

معادله‌ی واکنش موردنظر به صورت زیر است:

۱۹۱



$$\text{LiOH}: \text{pH} = 12 \Rightarrow \text{pOH} = 14 - 12 = 2 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-2} = 0.01 \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow [\text{LiOH}] = 0.01 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\frac{\text{لیتر گاز} \times \text{چگالی} \text{CO}_2}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{لیتر محلول} \times \text{غلظت مولی LiOH}}{\text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{0.01 \times V}{2} = \frac{1/1 \times 20}{1 \times 44} \Rightarrow V = 100 \text{ L LiOH}(\text{aq})$$

ساده‌ترین ترکیب هر چهار ماده‌ی آلی داده‌شده در زیر آمده است:

۱۹۲

۵ اتم هیدروژن:  $\text{H}_5\text{NCH}_2\text{COOH}$ : آمینو اسید (ا)۵ اتم هیدروژن:  $\text{CH}_5\text{NH}_2$ : آمین (ب)۲ اتم هیدروژن:  $\text{HCOOH}$ : کربوکسیلیک اسید (پ)۴ اتم هیدروژن:  $\text{HCOOCH}_3$ : استر (ت)

عبارت‌های «آ» و «ب» درست هستند.

۱۹۳

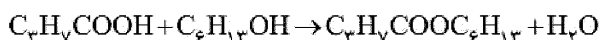
## بررسی عبارت‌های نادرست:

پ) از بنزوئیک اسید و برخی نمک‌های آن به عنوان محافظ مواد غذایی و ضد اکسایش در نوشابه‌ها، سس‌ها و آب میوه‌ها استفاده می‌شود.

ت) کربوکسیلیک اسیدهای حداکثر با پنج اتم کربن، در آب محلول هستند.

معادله‌ی واکنش موردنظر به صورت زیر است:

۱۹۴



هگزیل بوتانوات (استر) ۱- هگزانول بوتانوئیک اسید

$$? \text{ g ester} = 13/2 \text{ g acid} \times \frac{1 \text{ mol acid}}{148 \text{ g acid}} \times \frac{1 \text{ mol ester}}{148 \text{ g acid}} \times \frac{172 \text{ g ester}}{1 \text{ mol ester}} = 25/8 \text{ g ester (مقدار نظری)}$$

$$\text{مقدار عملی} = \frac{\text{مقدار نظری}}{\text{بازده درصدی}} \times 100 \Rightarrow 65 = \frac{25/8}{\text{مقدار عملی}} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{مقدار عملی} = 16/77 \text{ g ester}$$

pH اغلب خاک‌های کشاورزی در بازه‌ی ۶/۵-۷/۵ است.

۱۹۵

اول با مفهوم هیدروژن اسیدی آشنا شوید.

۱۹۶

به هیدروژن قابل جایگزین شدن با یک فلز، هیدروژن اسیدی می‌گویند.

برای شناسایی هیدروژن اسیدی در ترکیب‌های مختلف به نکات زیر توجه کنید:

۱) تمام هیدروژن‌های موجود در ساختار مولکولی اسیدهای بدون اکسیژن، هیدروژن اسیدی به شمار می‌روند.

۲) در اسیدهای اکسیژن‌دار، فقط هیدروژن‌های متصل به اکسیژن، خاصیت اسیدی دارند. تمام هیدروژن‌های موجود در ساختار

مولکولی اسیدهای اکسیژن‌دار کتاب درسی، متصل به اکسیژن هستند و هیدروژن اسیدی به شمار می‌روند.

۳) در ترکیب‌های آلی (کربن‌دار) نیز فقط هیدروژن متصل به اکسیژن خاصیت اسیدی دارند.



## بررسی گزینه‌ها:

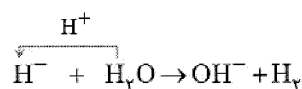
- (۱) نیتریک اسید ( $\text{HNO}_3$ ) و هیدروکلریک اسید ( $\text{HCl}$ ) هر کدام دارای یک هیدروژن اسیدی هستند.  
 (۲) مولکول اتانول ( $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ ) دارای یک هیدروژن اسیدی اما کربنیک اسید ( $\text{H}_2\text{CO}_3$ ) دارای دو هیدروژن اسیدی است.  
 (۳) فسفریک اسید ( $\text{H}_3\text{PO}_4$ ) دارای سه هیدروژن اسیدی اما نیتریک اسید ( $\text{HNO}_3$ ) دارای یک هیدروژن اسیدی است.  
 (۴) سولفوریک اسید ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ) دارای دو هیدروژن اسیدی اما هیپوکلرو اسید ( $\text{HClO}$ ) دارای یک هیدروژن اسیدی است.

(تالیفی - کتاب IQ - شیمی)

۱۹۷ مطابق نظریه‌ی آرنیوس، ماده‌ای خاصیت اسیدی دارد که با حل شدن در آب یون  $\text{H}^+(\text{aq})$  پدید آورد. در واکنش گزینه‌ی (۴)،  
 $\text{N}_2\text{O}_5$  طی حل شدن در آب، با مولکول‌های آب واکنش داده و یون  $\text{H}^+(\text{aq})$  تولید کرده است.

(تالیفی - کتاب IQ - شیمی)

۱۹۸ اگر یون  $\text{K}^+$  (یون تماشگر) را از دو طرف معادله حذف کنیم، خواهیم داشت:



اسید برونستد باز برونستد

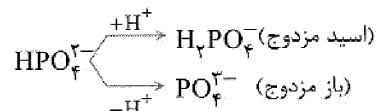
مشخص است که  $\text{H}_2\text{O}$ ، یک پروتون به  $\text{H}^-$  داده و خود به  $\text{OH}^-$  تبدیل شده است. بنابراین  $\text{H}_2\text{O}$ ، اسید برونستد و  $\text{H}^-$  باز برونستد است.

(تالیفی - کتاب IQ - شیمی)

۱۹۹ H موجود در  $\text{HCOO}^-$ ، هیدروژن اسیدی نیست. در واقع این یون نمی‌تواند در مواقع اضطراری! پروتون به دیگر گونه‌ها بدهد و تنها پذیرنده‌ی پروتون از دیگر گونه‌ها می‌باشد. بنابراین  $\text{HCOO}^-$  تنها خاصیت بازی دارد و آمفوتر محسوب نمی‌شود.

(تالیفی - کتاب IQ - شیمی)

۲۰۰ جزو آنیون‌های دارای هیدروژن اسیدی است و از گونه‌های آمفوتر به شمار می‌رود. برای پیدا کردن اسید و باز مزدوج آن، کافی است یک پروتون ( $\text{H}^+$ ) به آن اضافه و کم نمایید.



(تمرین فاه ۹۰ - کتاب IQ - شیمی)

۲۰۱ هر چه  $K_b$  یک محلول بازی کوچک‌تر باشد، باز موردنظر ضعیف‌تر است و قدرت اسید مزدوج آن بیش‌تر خواهد بود. در مورد نادرستی گزینه‌های (۱) و (۲) باید گفت:  $K_b$  فقط تابع دما است و از روی آن نمی‌توان در مورد غلظت باز و اسید مزدوج اظهارنظر کرد. گزینه‌ی (۴) نیز نادرست است، زیرا رسانایی الکتریکی به فراوانی یون‌ها و غلظت محلول بستگی دارد.

(تالیفی - کتاب IQ - شیمی)

۲۰۲ فسفریک اسید ( $\text{H}_3\text{PO}_4$ ) در مقایسه با هیدروفلوئوریک اسید ( $\text{HF}$ )، اسید قوی‌تری است و  $K_a$  آن بزرگ‌تر است، زیرا میزان یونش  $\text{H}_3\text{PO}_4$  در آب بیش‌تر از  $\text{HF}$  است و یون هیدرونیوم بیش‌تری تولید می‌کند. فراموش نکنید هر چه یک اسید به میزان بیش‌تری در آب یونش یابد، اسید قوی‌تری است.

(تالیفی - کتاب IQ - شیمی)

$$\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{OH}^-]} = 4 \times 10^{10} \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{4 \times 10^{10}}$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] \times \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{4 \times 10^{10}} = 10^{-14} \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+]^2 = 4 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = -\log(2 \times 10^{-2}) = -\log 2 - \log 10^{-2} = -0.3 + 2 = 1.7$$

(تالیفی - کتاب IQ - شیمی)



۲۰۴ ابتدا pH محلول اسید ضعیف HA را محاسبه می‌کنیم:

$$[H_3O^+] = M.n.\alpha = 0.02 \times 0.03 \times 1 = 6 \times 10^{-4}$$

$$pH = -\log(6 \times 10^{-4}) = -(\underbrace{\log 6}_{\substack{0.5 \\ 0.3}} + \underbrace{\log 10^{-4}}_{-4}) \Rightarrow pH = 3.7$$

اکنون pH محلول هیدروکلریک اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$[H_3O^+] = M.n.\alpha = 0.04 \times 1 \times 1 = 0.04$$

$$pH = -\log(4 \times 10^{-2}) = -(\underbrace{\log 4}_{2 \log 2} + \underbrace{\log 10^{-2}}_{-2}) \Rightarrow pH = 0.6$$

اکنون می‌توان نسبت این دو pH را به دست آورد:

$$\frac{pH \text{ اسید ضعیف}}{pH \text{ اسید قوی}} = \frac{3.7}{0.6} = 8$$

(تألیفی - کتاب IQ - شیمی)

۲۰۵

۱ اگر محلول یک اسید قوی ( $\alpha=1$ ) را با افزودن آب، رقیق نماییم، رابطه‌ی زیر میان تغییر حجم و تغییر pH محلول برقرار است:

$n_v$ : چند برابر شدن حجم محلول

$\Delta pH$ : تغییر pH محلول اسیدی

$$\Delta pH = \log n_v$$

۲ اگر محلول یک باز قوی ( $\alpha=1$ ) را با افزودن آب، رقیق نماییم، رابطه‌ی زیر میان تغییر حجم و تغییر pOH محلول برقرار است:

$n_v$ : چند برابر شدن حجم محلول

$\Delta pOH$ : تغییر pOH محلول بازی

$$\Delta pOH = \log n_v$$

⚠ تذکر: روابط بالا فقط برای اسیدها و بازهای قوی ( $\alpha=1$ ) کاربرد دارند.

مطابق صورت تست، اسید مورد نظر یک اسید قوی ( $\alpha=1$ ) است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta pH = \log n_v \xrightarrow{n_v=4} \Delta pH = \log 4 = 2 \log 2 = 2(0.3) = 0.6$$

بنابراین pH محلول جدید، ۰/۶ واحد افزایش می‌یابد.

(تألیفی - کتاب IQ - شیمی)

۲۰۶ آمینواسیدها هم یک گروه بازی ( $-NH_2$ ) و هم یک گروه اسیدی ( $-COOH$ ) دارند. فقط ترکیب مربوط به گزینه‌ی (۳) دارای این ویژگی است.

(تألیفی - کتاب IQ - شیمی)

۲۰۷ فسفریک اسید ( $H_3PO_4$ ) به عنوان ماده‌ی افزودنی در نوشابه‌های گازدار کاربرد دارد. از بنزویک اسید ( $C_6H_5COOH$ ) و برخی نمک‌های آن مانند  $C_6H_5COONa$  می‌توان به عنوان محافظ مواد غذایی و ضد اکسایش در نوشابه‌ها، شس‌ها و آب‌میوه‌ها استفاده کرد.

(تألیفی - کتاب IQ - شیمی)

۲۰۸ فقط عبارت (ت) نادرست است. کربوکسیلیک اسیدها، اسیدهای ضعیفی هستند و بر اثر حل شدن در آب، تعدادی از مولکول‌های آن‌ها پروتون اسیدی خود را به مولکول‌های آب می‌دهند و به سرعت به حالت تعادل می‌رسند.

بر اثر حل شدن آب ← اسیدهای قوی به سرعت یونیده می‌شوند.

← اسیدهای ضعیف به سرعت به تعادل می‌رسند.

(تألیفی - کتاب IQ - شیمی)



هر چه قدرت یک اسید بیشتر باشد، پایداری باز مزدوج آن بیشتر است.

۲ ۲۰۹

قدرت اسیدی:  $a < b < c \Leftrightarrow$  پایداری باز مزدوج:  $a < b < c$

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) قدرت اسیدی  $a < b < c$  می‌باشد. بنابراین در شرایط یکسان از نظر غلظت و دما، pH محلول اسیدی  $a > b > c$  است. زیرا pH با

قدرت اسیدی و  $[H^+]$  رابطه‌ی عکس دارد.

همچنین قدرت بازی  $d < e < f$  می‌باشد. بنابراین در شرایط یکسان از نظر غلظت و دما، pH محلول بازی  $d < e < f$  است.

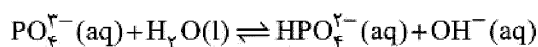
(۲) قدرت اسیدی و  $a < b < c: K_a$  می‌باشد. همچنین قدرت بازی و  $d < e < f: K_b$  می‌باشد.

(۴) جایگزین کردن یک اتم H در  $NH_3$  با یک گروه متیل، سبب افزایش قدرت بازی و  $K_b$  ترکیب حاصل نسبت به آمونیاک می‌شود.

(ریاضی دافل ۹۱ - کتاب IQ - شیمی)

در نمک  $K_3PO_4$ ، تنها یون  $PO_4^{3-}$  آبکافت می‌شود و با جذب  $H^+$  آب، یون  $OH^-$  تولید کرده و موجب بازی شدن محیط می‌شود:

۲ ۲۱۰



(تألیف - کتاب IQ - شیمی)

اگر تفاوت الکترونگاتیوی اتم‌های درگیر در پیوند بیش‌تر از  $1/7$  باشد، آن پیوند را جزو پیوندهای یونی در نظر می‌گیرند.

۲ ۲۱۱

مطابق داده‌های سؤال ساختار لوویس یون‌های  $AO_3^+$  و  $XO_3^-$  به صورت زیر خواهد بود:

۲ ۲۱۲



اکنون می‌توان نوشت:

$$XO_3^- \text{ بار یون} = \left[ \begin{array}{l} \text{مجموع شمار الکترون‌های به} \\ \text{کار رفته در ساختار} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{l} \text{مجموع یکان شماره} \\ \text{گروه اتم‌ها} \end{array} \right]$$

$$\Rightarrow -1 = [X + 3(6)] - [24] \Rightarrow X = 7$$

$$+1 = [A + 3(6)] - [16] \Rightarrow A = 5$$

به همین ترتیب برای یون  $AO_3^+$  خواهیم داشت:

بنابراین X و A به ترتیب در گروه‌های ۱۷ و ۱۵ جدول جای دارند و فرمول ساده‌ترین ترکیب حاصل از آن‌ها به صورت  $AX_3$  خواهد بود:



$$\frac{\text{شمار جفت الکترون‌های پیوندی}}{\text{شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{3}{10}$$

محاسبه‌ی عدد اکسایش N در ترکیبات موردنظر در زیر آمده است:

۴ ۲۱۳

$$NH_4Cl: N + 4(+1) + (-1) = 0 \Rightarrow N = -3$$

$$HNO_3: (+1) + N + 3(-2) = 0 \Rightarrow N = +5$$

$$HNO_2: (+1) + N + 2(-2) = 0 \Rightarrow N = +3$$

در  $ICl_4^+$  و  $BeF_4^{2-}$ ، اتم‌های مرکزی (I و Be) دارای آرایش هشت‌تایی هستند:

۲ ۲۱۴

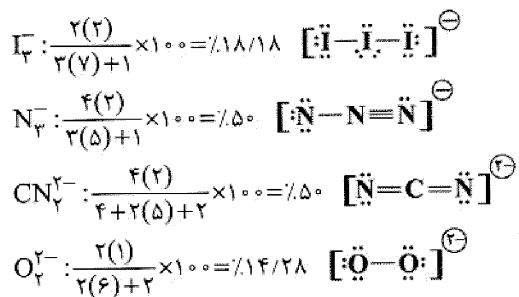


در  $CH_4^+$  و  $ClF_3$ ، اتم‌های مرکزی (C و Cl) به ترتیب آرایش ۶تایی و ۱۰تایی دارند.





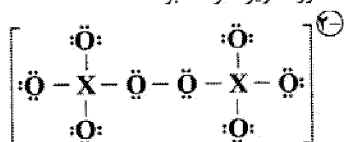
ساختار لوویس هر چهار گونه و نسبت موردنظر در زیر آمده است: ۲۱۵



در دو گونه‌ی  $\text{N}_3^-$  و  $\text{CN}_2^{2-}$ ، ۵۰٪ از الکترون‌های ظرفیت در تشکیل پیوند کووالانسی شرکت کرده‌اند.

با توجه به این‌که ظرفیت اکسیژن برابر با ۲ است، بالاترین ظرفیت A و D به ترتیب برابر با ۶ و ۴ خواهد بود. یعنی اتم عنصرهای A و D به ترتیب دارای ۶ و ۴ الکترون ظرفیتی بوده و در گروه‌های ۱۶ و ۱۴ جدول تناوبی جای دارند. عدد اتمی ۳۴ و ۱۴ به ترتیب مربوط به عناصری از گروه ۱۶ و ۱۴ جدول است. ۲۱۶

اگر همه‌ی اتم‌ها به آرایش هشت‌تایی رسیده باشند، ساختار لوویس کامل شده‌ی یون موردنظر به صورت زیر خواهد بود: ۲۱۷



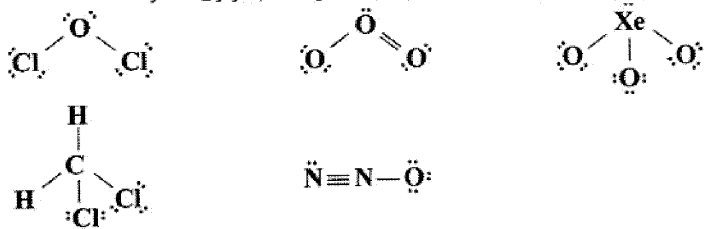
همان‌طور که می‌بینید در این گونه ۹ جفت الکترون پیوندی (۱۸ الکترون) و ۲۲ جفت الکترون ناپیوندی (۴۴ الکترون)، یعنی در مجموع  $62 = 44 + 18$  الکترون وجود دارد. با توجه به این‌که بار یون به صورت  $2-$  است، می‌توان نتیجه گرفت که مجموع الکترون‌های ظرفیتی اتم‌های X و O برابر با ۶۰ الکترون بوده است:

$$6 = \text{الکترون‌های ظرفیتی X} \Rightarrow \underbrace{\text{الکترون‌های ظرفیتی O}}_6 + 8 = \text{الکترون‌های ظرفیتی X} \Rightarrow 60 = 2(X)$$

اتم X دارای ۶ الکترون ظرفیتی بوده و می‌تواند S باشد. ۲۱۸

۵ مولکول زیر جزو مولکول‌های قطبی هستند.

۳ مولکول اول دارای جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم مرکزی و در ۲ مولکول دیگر، اتم‌های متصل به اتم مرکزی متفاوت هستند.



شکل هندسی  $\text{NO}_2^+$ ،  $\text{C}_2\text{H}_2$ ،  $\text{SCO}$ ،  $\text{BeF}_2$  خطی است، شکل هندسی سایر گونه‌ها به صورت خمیده است. ۲۱۹

۲۲۰

### بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) مقایسه‌ی درست به صورت  $\text{H}_2 < \text{O}_2 < \text{O}_3$  است.

(۲) مقایسه‌ی درست به صورت  $\text{HCl} < \text{HBr} < \text{HF}$  است.

مطابق توضیحات سؤال واضح است که محلول هیدروکلریک اسید به طور کامل مصرف می‌شود. ابتدا تعداد مول‌های این اسید را به دست می‌آوریم: ۲۲۱

$$? \text{ mol HCl} = 0.4 \text{ L} \times \frac{0.5 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0.2 \text{ mol HCl}$$

اکنون حساب می‌کنیم که به‌ازای مصرف  $0.2 \text{ mol HCl}$  چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود:

$$? \text{ kJ} = 0.2 \text{ mol HCl} \times \frac{137.5 \text{ kJ}}{1 \text{ mol HCl}} = 137.5 \text{ kJ} \approx 13750 \text{ J}$$

در ادامه با توجه به چگالی مخلوط و حجم محلول‌ها در آغاز می‌توانیم جرم مخلوط را به دست آوریم:

$$\text{چگالی مخلوط} = \frac{\text{جرم مخلوط}}{\text{حجم مخلوط}} \Rightarrow \frac{687.5 \text{ g}}{(400 + 150)} = \frac{13750 \text{ J}}{? \text{ g}} \Rightarrow ? \text{ g} = 687.5 \text{ g}$$

$$q = mc\Delta T \Rightarrow 13750 = 687.5 \times 4 \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = 5 \text{ K}$$

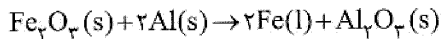
در انتها از رابطه‌ی  $q = mc\Delta T$  استفاده می‌کنیم:





معادله‌ی واکنش ترمیت به صورت زیر است:

۲ ۲۲۲



$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \left[ \begin{array}{l} \text{مجموع آنتالپی استاندارد} \\ \text{تشکیل واکنش دهنده‌ها} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{l} \text{مجموع آنتالپی استاندارد} \\ \text{تشکیل فراورده‌ها} \end{array} \right]$$

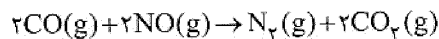
$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [2(12/5) + (-1670)] - [(-822) + 2(0)] = -823 \text{ kJ}$$

$\Delta H$  به دست آمده مربوط به تولید ۲ مول آهن مذاب است. در صورتی که  $3/36 \text{ kg}$  آهن مذاب تولید شود، مقدار گرمای آزاد شده برابر است با:

$$? \text{ kJ} = 3360 \text{ g Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{823 \text{ kJ}}{2 \text{ mol Fe}} = 24690 \text{ kJ}$$

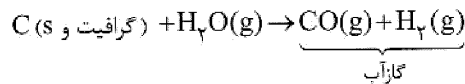
از واکنش میان گازهای CO و NO، گاز  $\text{N}_2$  به دست می‌آید:

۳ ۲۲۳



معادله‌ی واکنش تشکیل گازآب به صورت زیر است:

۱ ۲۲۴



$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \left[ \begin{array}{l} \text{مجموع آنتالپی تشکیل} \\ \text{فراورده‌ها} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{l} \text{مجموع آنتالپی تشکیل} \\ \text{واکنش دهنده‌ها} \end{array} \right]$$

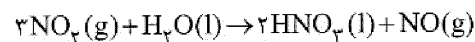
$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [(-111) + (0)] - [(0) + (-242)] = +131 \text{ kJ}$$

$\Delta H$  به دست آمده مربوط به تولید یک مول کربن مونوکسید (CO) و یک مول گاز هیدروژن ( $\text{H}_2$ )، یعنی در مجموع  $30 \text{ g}$  فراورده است. در صورتی که  $3000 \text{ g}$  یا  $3 \text{ kg}$  فراورده تولید شود،  $\Delta H$  برابر است با:

$$? \text{ kJ} = 3000 \text{ g water gas} \times \frac{+131 \text{ kJ}}{30 \text{ g water gas}} = +131 \times 10^2 \text{ kJ}$$

معادله‌ی واکنش هدف به صورت زیر است:

۲ ۲۲۵



برای رسیدن به این واکنش باید تغییرات زیر را بر روی واکنش‌های کمکی اعمال کنیم:

۱) واکنش (I) را وارونه و ضرایب آن را در عدد ۲ ضرب کنیم.

۲) واکنش (II) را وارونه و ضرایب آن را در عدد ۲ ضرب کنیم.

۳) ضرایب واکنش (III) را در عدد ۲ ضرب کنیم.

۴) ضرایب واکنش (IV) را در عدد  $\frac{1}{2}$  ضرب کنیم.

۵) واکنش (V) را وارونه و ضرایب آن را در عدد ۵ ضرب کنیم.

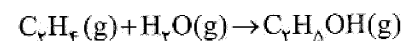
اگر واکنش‌های جدید را با هم جمع کنیم به واکنش هدف می‌رسیم. آنتالپی واکنش هدف برابر است با:

$$\Delta H = (-2\Delta H_{\text{I}}) + (-2\Delta H_{\text{II}}) + (2\Delta H_{\text{III}}) + (\frac{1}{2}\Delta H_{\text{IV}}) + (-5\Delta H_{\text{V}})$$

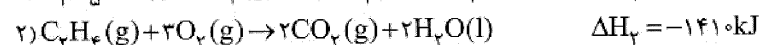
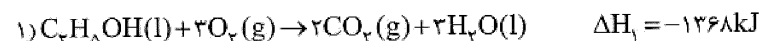
$$\Delta H = (-2(-145)) + (-2(-125)) + (2(-1170)) + (\frac{1}{2}(-1170)) + (-5(-55)) = -2110 \text{ kJ}$$

معادله‌ی واکنش هدف به صورت زیر است:

۱ ۲۲۶



با توجه به داده‌های سؤال می‌توان نوشت:



برای رسیدن به واکنش هدف کافیست واکنش‌های (۲) و (۴) را با معکوس واکنش‌های (۱) و (۳) جمع کنیم:

$$\Delta H = \Delta H_2 + \Delta H_4 - (\Delta H_1 + \Delta H_3)$$

$$\Delta H = (-1410) + (38) - (-1368 + 41) = -45 \text{ kJ}$$



پاسخ چهارم ریاضی

حل ویدئویی سؤالات این دفترچه را در  
وبسایت [DriQ.com](http://DriQ.com) مشاهده کنید.

شیمی ۳۶

مطابق نمودار داده شده مقدار انرژی لازم برای تبدیل ۲ مول  $\text{HCl(g)}$  به اتم‌های  $\text{H(g)}$  و  $\text{Cl(g)}$  برابر با  $۸۶۲\text{kJ}$  است. بنابراین

آنتالپی پیوند  $\text{H-Cl}$  که مقدار انرژی لازم برای تبدیل یک مول  $\text{HCl(g)}$  به اتم‌های  $\text{H(g)}$  و  $\text{Cl(g)}$  است برابر با  $\frac{۸۶۲}{۲} = ۴۳۱$

کیلوژول است.

تذکره: عدد  $۱۰۴۶$  کیلوژول مجموع آنتالپی پیوندهای  $\text{H-H}$  و  $\text{Cl-Cl}$  را نشان می‌دهد.

شکل داده شده فرایندی را نشان می‌دهد که در آن  $\Delta H > 0$  و  $-T\Delta S < 0$  (یا  $\Delta S > 0$ ) است. واکنش  $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) \rightarrow 2\text{NO}_2(\text{g})$

گرماگیر ( $\Delta H > 0$ ) و با افزایش بی‌نظمی همراه است ( $\Delta S > 0$ ).

بررسی سایر گزینه‌ها:

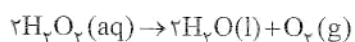
$$\Delta S < 0 \text{ و } \Delta H < 0 \text{ (۴)}$$

$$\Delta S < 0 \text{ (۳)}$$

$$\Delta H < 0 \text{ (۲)}$$

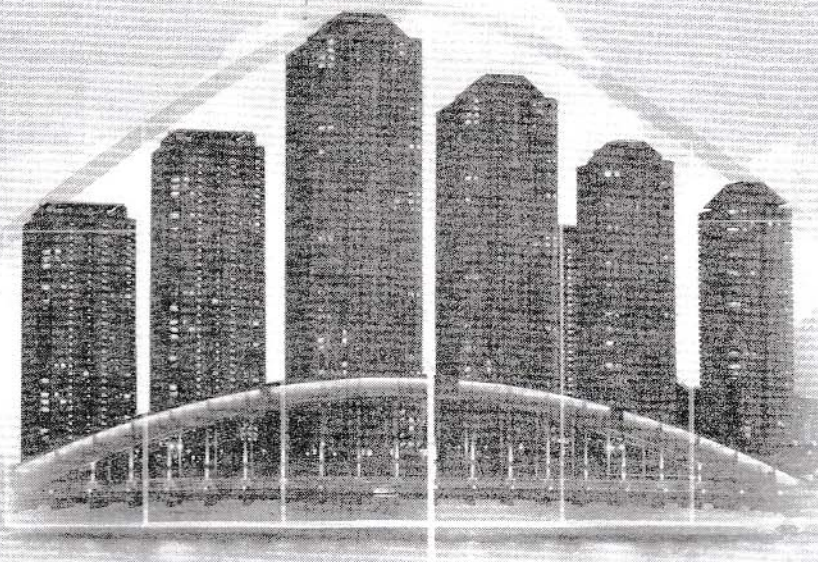
هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

معادله‌ی واکنش موردنظر به صورت زیر است:



این واکنش گرماده ( $\Delta H < 0$ ) و با افزایش بی‌نظمی ( $\Delta S > 0$ ) همراه است. چنین واکنشی در همه‌ی دماها به طور خودبه‌خودی انجام می‌شود.





# حیفرانسیس

سنة ١٤٣٥ هـ

میکرو طبقه بندی

- بررسی و طبقه بندی دقیق پرسش های چهارگزینه ای کنکور های سراسری، آزاد، آزمایشی، مسجش و آموزش و پرورش با پاسخ های کاملاً تشریحی
- بررسی پرسش های چهارگزینه ای کنکور های خارج از کشور با پاسخ های کاملاً تشریحی
- بررسی صدها پرسش چهارگزینه ای تالیفی یا پاسخ های کاملاً تشریحی
- بررسی کلیه تعریف های کتاب درسی در قالب پرسش های چهارگزینه ای یا پاسخ های کاملاً تشریحی
- ارائه و بیان درسنامه های جامع و متعدد برای آموزش دقیق مفاهیم و نکات کتاب درسی
- تالیف کامل درسنامه ها، پرسش های چهارگزینه ای و پاسخ ها با آخرین تغییرات کتاب درسی جدید

## نیم نگاه



برای دریافت اطلاعات  
 پیش تر لینک QR  
 رو به رو را اسکن کنید



# فصل سوم

## بخش ۱: مشتق

### قواعد مشتق‌گیری

- ۱- مشتق تابع  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$  در  $x = 4$  کدام است؟
- (۱)  $-\frac{1}{16}$  (۲)  $-\frac{1}{4}$  (۳)  $-\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{4}$
- ۲- مشتق تابع  $y = x\sqrt{x}$  به ازای  $x = 4$  کدام است؟
- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۱۲
- ۳- مشتق عبارت  $(\frac{16}{x} - \sqrt{x^2})^2$  به ازای  $x = -8$  کدام است؟
- (۱) -۱ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴) ۲
- ۴- اگر  $f(x) = \sqrt{\frac{3x-1}{2x+1}}$ ، آن‌گاه  $f'(2)$  کدام است؟
- (۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{4}$  (۳)  $-\frac{1}{8}$  (۴)  $-\frac{1}{16}$
- ۵- اندازه‌ی مشتق  $(\frac{2x+4}{3x-5})^{\frac{1}{3}}$  به ازای  $x = 2$  چه قدر است؟
- (۱)  $-\frac{7}{12}$  (۲)  $\frac{7}{24}$  (۳)  $\frac{11}{12}$  (۴)  $\frac{11}{24}$
- ۶- مشتق تابع  $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+\sqrt{x}}$  به ازای  $x = 1$  کدام است؟
- (۱)  $-\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{9}$  (۴)  $-\frac{1}{9}$
- ۷- مشتق تابع  $y = \frac{x\sqrt{x+5} + \sqrt{x}(x+5)}{\sqrt{x^2+5x}}$  در  $x = 4$  چه قدر است؟
- (۱) ۵ (۲)  $\frac{5}{6}$  (۳)  $\frac{13}{12}$  (۴)  $\frac{5}{12}$
- ۸- مشتق تابع  $y = \frac{1}{x + \sqrt{x^2+1}}$  برابر است با:
- (۱)  $1 - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$  (۲)  $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} - x$  (۳)  $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1$  (۴)  $\frac{2x}{\sqrt{1+x^2}} - 1$
- ۹- مقدار مشتق تابع  $f(x) = 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \dots + \frac{1}{x^6}$  به ازای  $x = 1$  کدام است؟
- (۱) ۱۵۶ (۲) ۱۹۲ (۳) -۱۹۲ (۴) -۱۵۶
- ۱۰- مشتق تابع  $f(x) = \sqrt[4]{x^2} \sqrt{x} \sqrt{x}$ ، کدام است؟ ( $x > 0$ )
- (۱)  $\frac{15}{24\sqrt[4]{x^9}}$  (۲)  $\frac{24}{15\sqrt[4]{x^9}}$  (۳)  $\frac{24}{15\sqrt[4]{x^9}}$  (۴)  $\frac{15}{24\sqrt[4]{x^9}}$
- ۱۱- مشتق تابع  $y = (\sqrt{x+4} - \sqrt{x+1})^2 (\sqrt{x+4} + \sqrt{x+1})^2$  در  $x = 0$  کدام است؟
- (۱)  $\frac{9}{4}$  (۲)  $\frac{27}{4}$  (۳)  $-\frac{27}{4}$  (۴)  $-\frac{9}{4}$
- ۱۲- مقدار مشتق تابع  $y = \cos^2 \frac{\pi}{3x}$  به ازای  $x = 4$  کدام است؟
- (۱)  $\frac{\pi}{96}$  (۲)  $\frac{\pi}{72}$  (۳)  $\frac{\pi}{48}$  (۴)  $\frac{\pi}{32}$

(سراسری ریاضی ۸۸)

(سراسری تهرانی فارغ از کشور ۹۰)

(سراسری تجربی ۹۰)

۱۳- مقدار مشتق تابع  $y = \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x}{4}\right)$  به ازای  $x = \frac{\pi}{3}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{4}$  (۲)  $-\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

(سراسری تجربی ۹۳)

۱۴- مشتق تابع  $y = 2\sin^2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}\right)$  به ازای  $x = \frac{\pi}{3}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $-\frac{1}{4}$  (۴)  $-\frac{1}{8}$

۱۵- مقدار مشتق  $\sin^2\sqrt{x}$  در نقطه‌ی  $x = \frac{\pi^2}{9}$  چه قدر است؟

- (۱)  $\frac{9}{16\pi}$  (۲)  $\frac{9}{8\pi}$  (۳)  $\frac{27}{16\pi}$  (۴)  $\frac{27}{8\pi}$

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۳)

۱۶- مشتق  $y = \sin^2(\sqrt{2x})$  به ازای  $x = \frac{\pi^2}{18}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{9}{8\pi}$  (۲)  $\frac{9}{4\pi}$  (۳)  $\frac{27}{8\pi}$  (۴)  $\frac{27}{4\pi}$

(سراسری تجربی ۸۵)

۱۷- اگر  $f(x) = \sqrt{2\sin\pi x^2}$ ، آن‌گاه  $f'\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$  (۳)  $\pi\sqrt{2}$  (۴)  $\pi\sqrt{3}$

۱۸- اندازه‌ی مشتق تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \sqrt{3 + 2\cos\frac{\pi}{x}}$  به ازای  $x = 3$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{12}$  (۲)  $\frac{1}{9}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۸۸)

۱۹- اگر  $f(x) = \frac{\cos^2 x}{1 + \sin^2 x}$ ، مقدار  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) - 3f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$  برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(سراسری تجربی خارج از کشور ۸۹)

۲۰- مقدار مشتق تابع  $y = \frac{1 + \cos 2x}{\cos 2x}$  به ازای  $x = \frac{\pi}{12}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{4}{3}$  (۲)  $-\frac{2}{4}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{4}{3}$

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۱)

۲۱- مقدار مشتق  $\sqrt{1 + \tan^2\left(\frac{1}{x}\right)}$  به ازای  $x = \frac{3}{\pi}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{2\pi^2\sqrt{3}}{9}$  (۲)  $-\frac{2\pi^2}{9}$  (۳)  $\frac{2\pi^2}{9}$  (۴)  $\frac{2\pi^2\sqrt{3}}{9}$

(سراسری تجربی ۸۹)

۲۲- اندازه‌ی مشتق تابع  $y = \frac{1 - \tan 2x}{1 + \tan 2x}$  به ازای  $x = \frac{\pi}{8}$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴)  $\frac{1}{2}$

۲۳- اگر  $f(x) = \left(\frac{1 - \sin 4x}{\sin 2x - \cos 2x}\right)^2$ ، آن‌گاه مقدار  $f'\left(\frac{\pi}{16}\right)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۳)  $-2\sqrt{2}$  (۴)  $-3\sqrt{2}$

۲۴- مشتق تابع  $y = \cos^6 x + \sin^6 x - 2\sin^2 x \cos^2 x$  در  $x = \frac{\pi}{6}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲) -۱ (۳)  $-\sqrt{3}$  (۴) ۱

(آزاد ریاضی ۸۶)

۲۵- مشتق تابع  $y = (\sin x + \cos x)^6 - 2\sin 2x$  در  $x = \frac{3\pi}{16}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $-\sqrt{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲۶- تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$ ،  $f(x) = \sin(\cos(\sin x))$ ، مفروض است. اگر  $f'(x_0) = 0$ ، آن‌گاه  $x_0$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{3}$  (۲) صفر (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴) ۱



(مسئله‌ی کتاب درسی)

۲۷- در تابع ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{x+1}{x} \text{Sgn}(x^2 - x + 1)$  حاصل  $f'(x)$  کدام است؟

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2}; & x > 0 \\ -\frac{1}{x^2}; & x < 0 \end{cases} \quad (۴) \quad f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2}; & x < 0 \\ -\frac{1}{x^2}; & x > 0 \end{cases} \quad (۳) \quad f'(x) = \frac{1}{x^2} \quad (۲) \quad f'(x) = -\frac{1}{x^2} \quad (۱)$$

۲۸- اگر  $f(x) = (\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1})^6$  و  $g(x) = (\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1})^6$  باشد، حاصل  $f'g + g'f$  در  $x=0$  کدام است؟

$$\frac{1-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \quad (۴) \quad \frac{1-\sqrt{2}}{2} \quad (۳) \quad \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \quad (۲) \quad \frac{1}{\sqrt{2}-2} \quad (۱)$$

(آزاد ریاضی فارغ از کشور ۸۷)

۲۹- اگر  $f(x) = \sqrt{x^2 - \sqrt{x}}$  و  $g(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$  حاصل  $f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$  در  $x=1$  کدام است؟

$$\frac{5}{12} \quad (۴) \quad -\frac{21}{12} \quad (۳) \quad 1 \quad (۲) \quad \frac{21}{12} \quad (۱)$$

(آزمون‌های گاه ۸۸)

۳۰- اگر  $f(x) = \frac{1}{x - \sqrt{x^2 + 1}}$  و  $g(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$  باشند، حاصل  $f'(x)g(x) - g'(x)f(x)$  کدام است؟

$$\sqrt{x^2 + 1} \quad (۴) \quad 2x \quad (۳) \quad \text{صفر} \quad (۲) \quad -1 \quad (۱)$$

۳۱- اگر  $y$  و  $z$  توابعی از  $x$  باشند و  $\frac{y}{z} = \frac{1}{x}$ ، آن‌گاه:

$$\frac{y'}{z} + \frac{z'}{y} = \frac{1}{x} \quad (۴) \quad \frac{y'}{y} + \frac{z'}{z} = \frac{1}{x} \quad (۳) \quad \frac{y'}{z} + \frac{z'}{y} = 1 \quad (۲) \quad \frac{y'}{y} + \frac{z'}{z} = 1 \quad (۱)$$

۳۲- اگر  $f(x) = \frac{(x+4)^2}{x^2 + 4x - 1}$ ،  $g(x) = \frac{a - x^2}{x^2 + 4x - 1}$  و  $f'(x) = g'(x)$ ؛ آن‌گاه مقدار  $a$  کدام است؟

$$18 \quad (۴) \quad 16 \quad (۳) \quad 4 \quad (۲) \quad 8 \quad (۱)$$

۳۳- اگر  $f'(a) = 2$  و  $f(a) = \frac{1}{y}$ ، مقدار مشتق عبارت  $f^2(x) + \frac{1}{f(x)}$  در نقطه‌ی  $x = a$  چه قدر است؟

$$6 \quad (۴) \quad 4 \quad (۳) \quad -6 \quad (۲) \quad -4 \quad (۱)$$

۳۴- اگر  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x + \sin x}$  و  $g(x) = \frac{x^2 + \sin^2 x + 2x \sin x}{x+1}$ ، آن‌گاه  $f'g + g'f$  به‌ازای  $x=1$  کدام است؟

$$1 \quad (۴) \quad -\frac{1}{4} \quad (۳) \quad \frac{1}{4} \quad (۲) \quad \frac{1}{2} \quad (۱)$$

۳۵- مشتق تابع  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$  در نقطه‌ی  $x=1$  برابر ۳ است. اگر  $f(1) = 0$ ،  $f'(1) = -4$  بوده و  $g'(1)$  موجود باشد؛ مقدار  $g(1)$  کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad (۴) \quad \frac{3}{4} \quad (۳) \quad -\frac{3}{4} \quad (۲) \quad -\frac{4}{3} \quad (۱)$$

۳۶- اگر  $f(x) = \frac{(x+1) \cdot h(x)}{(2x+1) \cdot h(2x+1)}$ ، آن‌گاه  $f'(-1)$  چه قدر است؟ ( $h(-1) \neq 0$ )

$$2 \quad (۴) \quad 1 \quad (۳) \quad -1 \quad (۲) \quad -2 \quad (۱)$$

(سراسری ریاضی ۸۳)

۳۷- مشتق تابع  $f(x) = \frac{(x-1)^{\frac{2}{3}} \sqrt{3x-2}}{(\Delta x - 3)^4}$  در نقطه‌ی  $x=1$  کدام است؟

$$\frac{5}{16} \quad (۴) \quad \frac{3}{40} \quad (۳) \quad \frac{1}{8} \quad (۲) \quad \frac{1}{16} \quad (۱)$$

۳۸- مشتق تابع  $y = \frac{4-x^2}{\sqrt{2x+5}}$  در  $x=2$  کدام است؟

$$-\frac{1}{7} \quad (۴) \quad \frac{4}{7} \quad (۳) \quad -\frac{4}{7} \quad (۲) \quad \frac{1}{7} \quad (۱)$$

۳۹- مشتق تابع  $y = \sqrt[3]{(x-1)^2(x+1)^2(x-2)}$  در  $x=1$  کدام است؟

$$\sqrt[3]{4} \quad (۴) \quad \text{صفر} \quad (۳) \quad -\sqrt[3]{2} \quad (۲) \quad -\sqrt[3]{4} \quad (۱)$$

(آزاد ریاضی ۸۹)

۴۰- مشتق تابع  $y = (x^3 - 1)(x^2 - 2) \dots (x^2 - 28)$  در  $x=3$  چه قدر است؟

$$-(26!) \quad (۴) \quad -(27!) \quad (۳) \quad 26! \quad (۲) \quad 27! \quad (۱)$$

۴۱- مشتق تابع  $f(x) = \frac{\cos \pi x}{x+1}$  در نقطه  $x = \frac{1}{\pi}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{2\pi}{3}$  (۲)  $-\frac{\pi}{3}$  (۳)  $\frac{\pi}{3}$  (۴)  $\frac{2\pi}{3}$

۴۲- مشتق تابع  $y = \left(x + \frac{\pi}{\sqrt{2}}\right)^2 \sin(2x - \pi)$  در  $x = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$  کدام است؟

- (۱)  $2\pi^2$  (۲)  $\pi^2$  (۳)  $\frac{\pi^2}{2}$  (۴) صفر

(آزمون‌های گاه ۸۹)

۴۳- اگر  $f(x) = \sin x \sin \frac{x}{\sqrt{2}} \sin \frac{x}{\sqrt{2}}$  باشد، حاصل  $f'(\pi)$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۳)  $\frac{\sqrt{6}}{4}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{6}}{4}$

۴۴- مقدار مشتق تابع  $f(x) = \sin \frac{\pi}{4} x \cdot \log \sqrt{x}$  به ازای  $x = 2$  چه قدر است؟

- (۱) صفر (۲)  $-\pi$  (۳)  $-\frac{\pi}{2}$  (۴)  $-2$

۴۵- مشتق تابع  $y = (x-3)|x-3| + \sqrt{(x-3)^2(x-4)}$  در  $x = 3$  کدام است؟

- (۱)  $-1$  (۲)  $1$  (۳) صفر (۴) در  $x = 3$  مشتق پذیر نیست.

(آزاد ریاضی خارج از کشور ۸۶)

۴۶- مشتق تابع  $y = \frac{(x-1)^2}{x^2+x+1} + \frac{x^2-1}{x+\sqrt{x}}$  به ازای  $x = 1$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $4$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $1$

۴۷- اندازه‌ی مشتق تابع  $y = \frac{x^3 + 3x^2 + 2x + 2}{x+2}$  در  $x = -1$  برابر است با:

- (۱)  $1$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴)  $-1$

۴۸- مشتق تابع  $f(x) = \frac{x^2\sqrt{x} - x^2 + 1}{\sin x + \cos x + 1}$  به ازای  $x = 0$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $-\frac{1}{4}$  (۳)  $-1$  (۴) صفر

۴۹- مشتق تابع  $y = \sin 2x \cdot \tan x + \frac{3x}{x^2-1}$  در  $x = 0$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $3$  (۳)  $-1$  (۴)  $-3$

۵۰- اندازه‌ی مشتق تابع  $y = |x| + |x^2 - 2x|$  در  $x = -1$  کدام است؟

- (۱)  $5$  (۲)  $-5$  (۳)  $-3$  (۴)  $3$

(سراسری ریاضی ۷۲)

۵۱- در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = |5 - x\sqrt{x}|$ ، مقدار  $f'(1) + f'(4)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $3$

۵۲- مشتق تابع  $y = |x^2 - 1| + |x^2 - 2| + \dots + |x^2 - 10|$  به ازای  $x = \frac{3}{2}$  چه قدر است؟

- (۱)  $30$  (۲)  $18$  (۳)  $-30$  (۴)  $-18$

(آزاد ریاضی ۸۶)

۵۳- مشتق تابع  $y = |x(x-1)| + |(x-1)(x-2)| + \dots + |(x-4)(x-5)|$  در  $x = \frac{3}{2}$  چه قدر است؟

- (۱)  $-20$  (۲)  $20$  (۳)  $10$  (۴)  $-10$

۵۴- مقدار مشتق تابع  $f(x) = x[\cos x]$  به ازای  $x = 0$  کدام است؟ ( [ ] علامت جزء صحیح است.)

- (۱)  $-1$  (۲) صفر (۳)  $1$  (۴) موجود نیست.

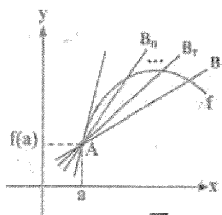
۵۵- مقدار مشتق تابع  $f(x) = \frac{[x]}{\sin x}$  به ازای  $x = \frac{3\pi}{4}$  کدام است؟ ( [ ] علامت جزء صحیح است.)

- (۱)  $2\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳)  $-\sqrt{2}$  (۴)  $-2\sqrt{2}$

### تعریف مشتق

۵۶- اگر برای تابع  $f$  داشته باشیم  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = L$  و  $L$  یک عدد حقیقی باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $L$  (۲)  $f(a)$  (۳)  $Lf(a)$  (۴)  $L + f(a)$



۵۷- در شکل مقابل، نقطه‌ی متغیر  $B_1(a + \Delta x, f(a + \Delta x))$  روی نمودار تابع  $f$  به نقطه‌ی  $A(a, f(a))$

نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود. عبارت  $\frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$  برابر کدام گزینه است؟

- (۱) شیب خط مماس بر  $f$  در  $A$  (۲) شیب نمودار  $f$  در  $x = a$   
 (۳) مقدار مشتق تابع  $f$  در  $x = a$  (۴) خارج قسمت تفاضلی

۵۸- شیب وترى که نقاط  $M$  و  $N$  به ترتیب به طول‌های ۱ و  $x$  از نمودار تابع مشتق پذیر  $f$  را به هم وصل می‌کند، برابر  $\frac{x\sqrt{x}}{x^2+1}$  است. شیب خط مماس بر نمودار  $f$  در نقطه‌ی  $M$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴) ۲

۵۹- دو نقطه به طول‌های ۱ و  $1+h$  بر روی نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = 3x^{17}$  انتخاب کنید. ضریب زاویه‌ی خط گذرنده بر دو نقطه، وقتی  $h \rightarrow 0$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۷ (۴) ۵۱

۶۰- اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^7 - 8}{h}$  تعریف مشتق تابع  $f$  در نقطه‌ی  $x = a$  باشد، کدام انتخاب برای  $f$  و  $a$  نادرست است؟ (آزمون‌های گاج ۸۸)

- (۱)  $f(x) = x^7, a = 2$  (۲)  $f(x) = x^7 + 7, a = 2$  (۳)  $f(x) = (x-1)^7, a = 1$  (۴)  $f(x) = (x+1)^7, a = 1$

۶۱- نمودار کدام تابع در  $x = 0$  مماس قائم ندارد؟

- (۱)  $y = \sqrt[3]{x}$  (۲)  $y = \sqrt[3]{x^2}$  (۳)  $y = \sqrt{|x|}$  (۴)  $y = \sqrt{1-x^2}$

۶۲- چه تعداد از توابع زیر در نقاط مشخص شده دارای خط مماس هستند؟ (Sgn تابع علامت است.) (مسئله‌ی کتاب درسی)

- (الف)  $f(x) = |x|$  در  $x = 1$  (ب)  $g(x) = |x^2 - 1|$  در  $x = 1$   
 (ج)  $e(x) = \sqrt[3]{x}$  در  $x = 0$  (د)  $t(x) = x \cdot \text{Sgn}(x)$  در  $x = 0$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۳- اگر  $f(x) = (x-2)\sqrt{x^2}$ ، حاصل  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(-1+\Delta x) - f(-1)}{\Delta x}$  کدام است؟ (سراسری توری خارج از کشور ۸۴)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{4}{3}$

۶۴- اگر  $f(x) = (x^2 - x - 2)\sqrt{x^2 - 7x}$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$  کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۳)

- (۱) -۶ (۲) -۳ (۳)  $-\frac{3}{2}$  (۴)  $-\frac{3}{4}$

۶۵- اگر  $f(x) = \frac{x + \sqrt{2x}}{x-1} \cot \frac{\pi}{x}$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$  کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۸۶)

- (۱)  $-\pi$  (۲)  $-\frac{\pi}{2}$  (۳)  $\frac{\pi}{2}$  (۴)  $\pi$

۶۶- اگر  $f'(-2) = 2$  مقدار  $\lim_{t \rightarrow -2} \frac{f(t) - f(-2)}{2(t+2)}$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۶۷- اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 3x$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x^2 - 9}$  چه قدر است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{1}{6}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۹

۶۸- مشتق تابع  $f$  در نقطه‌ی  $x = 2$ ، به صورت  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(2+h)^2 + k(2+h) - 2k - 8}{h}$  بیان شده است.  $k$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶ (سراسری ریاضی ۸۱)

۶۹- حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{((x+h)^2 + 1)^2 - (x^2 + 1)^2}{h}$  کدام است؟

- (۱)  $2(x^2 + 1)$  (۲)  $x^2 + 1$  (۳)  $2x(x^2 + 1)$  (۴)  $4(x^2 + 1)^2$

(آزمون‌های گاه ۸۸)

۷۰- حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(\cos(x+h)) - \sin(\cos x)}{h}$  کدام است؟

- ۱)  $-\sin x \cdot \cos(\cos x)$     ۲)  $\cos(\sin x)$     ۳)  $\sin(\sin x)$     ۴)  $\cos(\cos x)$

۷۱- حاصل  $\lim_{t \rightarrow x} \frac{tf(x) - xf(t)}{t-x}$  کدام است؟

- ۱)  $f'(x) + xf(x)$     ۲)  $xf'(x) - f(x)$     ۳)  $f(x) - xf'(x)$     ۴)  $f(x) + xf'(x)$

۷۲- با فرض آن که  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 2$  مقدار  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x-2h)}{h}$  کدام است؟

- ۱) ۲    ۲) ۴    ۳) -۲    ۴) -۴

(سراسری ریاضی ۷۴)

۷۳- اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h} = 2\sqrt{x}$  آن‌گاه  $f'(4)$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{2}{3}$     ۲)  $\frac{4}{3}$     ۳) ۴    ۴) ۲

(تمرین در کلاس کتاب درسی)

۷۴- اگر  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^{\sqrt{2}}(1+h) - f^{\sqrt{2}}(1)}{h}$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{3}$     ۲)  $\frac{2}{3}$     ۳)  $\frac{2}{9}$     ۴)  $\frac{1}{9}$

۷۵- اگر  $f(x) = 2\sin x$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{f(\frac{\pi}{6}+h)} - \sqrt{f(\frac{\pi}{6})}}{h}$  برابر کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{2}$     ۲) ۱    ۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     ۴)  $\sqrt{2}$

(سراسری تمرین ۸۶)

۷۶- اگر  $f(x) = x^2 - x$  و  $g(x) = \sqrt{2x}$  حاصل  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(\gamma + \Delta x)g(\gamma + \Delta x) - f(\gamma)g(\gamma)}{\Delta x}$  برابر کدام است؟

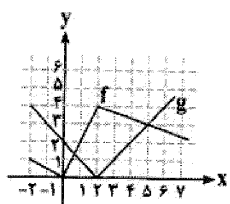
- ۱) ۳    ۲) ۴    ۳) ۶    ۴) ۷

۷۷- اگر  $f(x) = \sqrt{2x+1}$  و  $g(x) = \frac{1}{x}$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{f}{g}(1+h) - 2}{h}$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{5}{4}$     ۲)  $-\frac{11}{4}$     ۳)  $-\frac{5}{4}$     ۴)  $\frac{11}{4}$

۷۸- نمودار توابع  $f$  و  $g$  به صورت مقابل است. اگر  $H(x) = f^{\sqrt{2}}(x)g(x)$  باشد، مقدار  $H'(1)$  کدام است؟

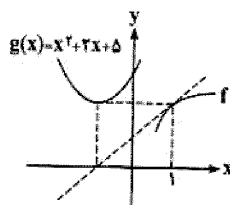
- ۱) ۸    ۲) ۲    ۳) -۴    ۴) ۴



۷۹- نمودار توابع  $f$  و  $g$  در شکل زیر داده شده است. مشتق تابع  $y = \frac{g(x)}{f(x)}$  در  $x=1$  کدام است؟

- ۱) صفر    ۲)  $\frac{1}{8}$     ۳)  $\frac{1}{4}$     ۴)  $\frac{1}{2}$

(آزمون‌های گاه ۸۸)



۸۰- اگر  $f(x) = \begin{cases} x-1 & ; x > 0 \\ x^2 & ; x \leq 0 \end{cases}$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x^{\sqrt{2}}+1+h) - f(x^{\sqrt{2}}+1)}{h}$  کدام است؟

- ۱)  $x^{\sqrt{2}}$     ۲)  $2(x^{\sqrt{2}}+1)$     ۳)  $(x^{\sqrt{2}}+1)^2$     ۴) ۱

۸۱- اگر  $f(x) = \begin{cases} x^{\sqrt{2}} \left[ \frac{1}{x} \right] & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$  مقدار  $f'(0)$  کدام است؟ ( [ ] علامت جزء صحیح است.)

- ۱) صفر    ۲) ۱    ۳)  $\frac{1}{2}$     ۴) وجود ندارد.





۹۶- مشتق چپ تابع  $f(x) = |2x+1| - |x-1|$  در نقطه‌ی  $x = -\frac{1}{2}$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۳ (۴) ۳

۹۷- اختلاف مشتق‌های چپ و راست تابع  $f(x) = |2x-1| - |\sin \pi x|$  در نقطه‌ی  $x = \frac{1}{2}$  چه قدر است؟

- (۱)  $4\pi$  (۲)  $2\pi$  (۳) ۴ (۴) ۲

(سراسری تیربی فارغ از کشور ۸۶)

۹۸- اگر  $f(x) = x |\sin \pi x|$  مقدار  $f'_+(1)$  کدام است؟

- (۱)  $-\pi$  (۲) -۱ (۳) ۱ (۴)  $\pi$

۹۹- اگر  $f(x) = \left| \sin \pi x + \cos \frac{\pi}{4} x \right|$  حاصل  $f'_-(1)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{2}$  (۲)  $-\frac{\pi}{2}$  (۳)  $\frac{3\pi}{2}$  (۴)  $-\frac{3\pi}{2}$

۱۰۰- به ازای کدام مقدار  $k$ ، مشتق چپ تابع  $f(x) = \frac{kx}{4\pi} |\sin x - \cos x|$  در نقطه‌ی  $x = \frac{5\pi}{4}$  برابر  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  است؟

- (۱)  $\frac{4}{5}$  (۲)  $\frac{5}{4}$  (۳)  $-\frac{4}{5}$  (۴)  $-\frac{5}{4}$

۱۰۱- اگر  $f(x) = |\sin^2 x - \sin x|$  حاصل  $f'(\pi)$  و  $f'(\frac{\pi}{2})$  به ترتیب کدام‌اند؟

- (۱) ناموجود - صفر (۲) صفر - صفر (۳) صفر - ناموجود (۴) ناموجود - ناموجود

۱۰۲- مشتق چپ تابع  $f(x) = |x+1| + |x+2| + |x+3| + |x+2| + |x+3| + |x+4|$  در  $x = -3$  کدام است؟

(آزاد ریاضی ۸۵)

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۰۳- اگر تابع  $f$  در  $x_0$  مشتق‌پذیر و  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = -2$  مقدار  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(x_0) - f(x_0-h)}{h}$  کدام است؟

- (۱)  $2 - f(x_0)$  (۲)  $2 + f(x_0)$  (۳) ۲ (۴) -۲

(سراسری تیربی ۸۳)

۱۰۴- اگر  $f(x) = |x-2| + \sqrt{2x}$  حاصل  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(2+\Delta x) - f(2)}{\Delta x}$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

(آزاد ریاضی ۸۷)

۱۰۵- برای تابع  $f(x) = \frac{|x-1|+1}{|x|+1}$  حاصل  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(1-2\Delta x) - f(1)}{\Delta x}$  چه قدر است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $-\frac{3}{4}$  (۴)  $-\frac{3}{2}$

۱۰۶- با فرض  $f(x) = |x| \sqrt{x+4}$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2h) - f(-2h)}{h}$  کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) -۱۰ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۰۷- برای تابع  $f(x) = |x|$  حد کسر  $\frac{f(-2) - f(-2-h^2)}{h^2}$  وقتی  $h \rightarrow 0$  چه قدر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

(آزمون‌های گاج ۸۹)

۱۰۸- اگر  $f(x) = |x^2 + x - 2|$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow +\infty} h \left( f\left(1 - \frac{1}{h}\right) - f(1) \right)$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) ۱

۱۰۹- اگر  $f(x) = |x-1|$  آن‌گاه حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1-3|h|) - f(1+2|h|)}{|h|}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۵ (۳) -۵ (۴) -۱

(آزاد ریاضی ۸۶)

۱۱۰- در تابع  $f(x) = |x-1| + 3|x-2|$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h^2) + f(2+h^2) - 4}{h^2}$  کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) -۷ (۳) -۱ (۴) ۲

(آزمون‌های گاج ۸۸)

۱۱۱- اگر  $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}$  باشد،  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h^2) - f(0)}{h^2}$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $\sqrt{2}$  (۴) ۲

۱۱۲- در تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & ; x \geq 1 \\ x^2 - 3x + 6 & ; x < 1 \end{cases}$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-h^2)}{h^2}$  چه قدر است؟

- (۱) ۵      (۲) -۱      (۳) ۴      (۴) -۲

(مسئله‌ی کتاب درسی)

۱۱۳- اگر  $y = \begin{cases} x^2 & ; |x| \geq 1 \\ 2x^2 - 1 & ; |x| < 1 \end{cases}$  حاصل  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(1+\Delta x) - 1}{\Delta x}$  چه قدر است؟

- (۱) ۳      (۲) -۳      (۳) ۴      (۴) -۴

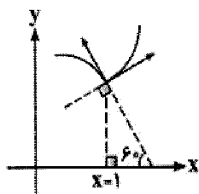
۱۱۴- در تابع  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1 & ; x \geq 1 \\ 3x & ; x < 1 \end{cases}$  حاصل  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(1+\Delta x) - f(1-\Delta x)}{\Delta x}$  کدام است؟

- (۱) ۷      (۲) ۵      (۳) ۹      (۴) ۱۰

(آزمون‌های گاه ۸۸)

۱۱۵- اگر  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 4 & ; x < 1 \\ x^2 - \sqrt{x} & ; x \geq 1 \end{cases}$  مقدار  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+2h) - f(1-h)}{h}$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴



۱۱۶- اگر قسمتی از نمودار تابع  $f$  مطابق شکل روبه‌رو باشد، حاصل  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(1-2\Delta x) - f(1)}{\Delta x}$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{3}$       (۲)  $-2\sqrt{3}$       (۳)  $\frac{2}{3}\sqrt{3}$       (۴)  $-\frac{2}{3}\sqrt{3}$

مشتق‌پذیری

۱۱۷- به‌ازای کدام مقدار  $a$  تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} (x-1)|x-1| & ; x \neq 1 \\ a & ; x = 1 \end{cases}$  در نقطه‌ی  $x=1$  مشتق‌پذیر است؟ (سراسری ریاضی ۸۴)

- (۱) صفر      (۲) ۱      (۳) ۲      (۴) هیچ مقدار  $a$

۱۱۸- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} a \cos x + bx - 1 & ; x \geq 0 \\ x^2 + x & ; x < 0 \end{cases}$  در نقطه‌ی  $x=0$  مشتق‌پذیر باشد، حاصل عبارت  $2a+b$  کدام است؟ (آزمون‌های گاه ۸۸)

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۱۱۹- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & ; x \leq 0 \\ ax + a + b & ; x > 0 \end{cases}$  در  $x=0$  مشتق‌پذیر باشد،  $a-b$  کدام است؟ (مثال کتاب درسی)

- (۱) -۱      (۲) ۱      (۳) ۴      (۴) ۵

۱۲۰- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x} - 5 & ; x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & ; x < 1 \end{cases}$  در نقطه‌ای به‌طول  $x=1$  مشتق‌پذیر است.  $b$  کدام است؟ (سراسری ترمی فارغ از کشور ۹۳)

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۱۲۱- در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{x} & ; x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & ; x < 1 \end{cases}$  مقدار  $f'(1)$  موجود است.  $f(1-\sqrt{2})$  کدام است؟ (سراسری ریاضی فارغ از کشور ۹۲)

- (۱)  $3 - \sqrt{2}$       (۲)  $2 - \sqrt{2}$       (۳)  $2 - 2\sqrt{2}$       (۴)  $3 - 2\sqrt{2}$

۱۲۲- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & ; x < 1 \\ 2\sqrt{4x-3} & ; x \geq 1 \end{cases}$  بر روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی مشتق‌پذیر است.  $b$  کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۲)

- (۱)  $\frac{1}{2}$       (۲) ۱      (۳)  $\frac{3}{2}$       (۴) ۲