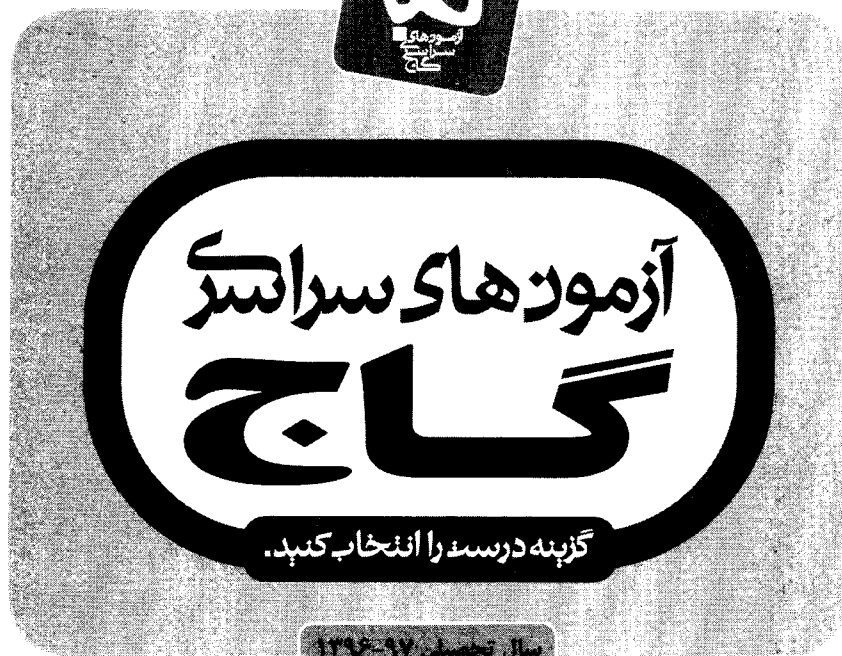


اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۹

جمعه ۹۶/۰۸/۰۵



آزمون عمومی

گروه‌های آزمایشی علوم ریاضی و علوم تجربی

چهارم دبیرستان (پیش‌دانشگاهی)

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۶۰ دقیقه	تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۸۰

عناوین مواد امتحانی آزمون عمومی گروه‌های آزمایشی علوم ریاضی و علوم تجربی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	تعداد گزینه‌ها	مدت پاسخگویی
۱	زبان و ادبیات فارسی	۲۰	۱	۱۵ دقیقه
۲	زبان عربی	۲۰	۲۱	۱۵ دقیقه
۳	فرهنگ و معارف اسلامی	۲۰	۴۱	۱۵ دقیقه
۴	زبان انگلیسی	۲۰	۶۱	۱۵ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سؤالات آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع می‌باشد و پیگرد قانونی دارد.

برای اطلاع از نتایج آزمون و زمان دقیق اعلام آن باید در کانال تلگرام کاج عضو شوید. @Gaj_IR



۱- در کدام گزینه به معنی درست واژه‌های «سپردن - لابه - کومه - چَلَمَن - تفتیش» اشاره شده است؟

(۱) زیر پا گذاشتن - تضرع - آلودگی - بی‌دستی و پا - بازرسی

(۲) نهادن - التماس - کبیر - قدردان - بازجست

(۳) پای‌مال کردن - اظهار نیاز - کلبه - نالایق - اعتراف گرفتن

(۴) واگذار کردن - ناتوان - خانه‌ای از نی و علف - کسی که زود فریب بخورد - واپژوهیدن

۲- معنی چند واژه در کمانک روبه‌روی آن نادرست نوشته شده است؟

آرمان (امید) / آیزن (حوض کوچک) / هُما (فرخنده) / زخم (ضربه) / شخیص (بزرگ و ارجمند) / آزگار (حریص) / مصف (محل‌های صف

بستن) / بقل (سبزی و تره‌بار) / بحبوحه (هیاهو) / دُوری (بشقاب بزرگ و مقعر) / ترفیع (بالا بردن)

(۱) چهار (۲) سه

(۳) دو (۴) یک

۳- در معنی واژه‌های کدام گزینه اشتباه وجود دارد؟

(۱) اشتیاق: میل قلب به دیدار محبوب / توتیا: اکسید طبیعی و ناخالص روی / قلیه: نوعی خوراک از گوشت که آن را در تاوه یا دیگ بریان می‌کنند /

یوزبان: مأمور نگهداری یوزهای شکاری

(۲) سحاب: ابر / فتوح: گشایش حاصل شدن چیزی بیش از حد انتظار / هله: صوت تنبیه به معنی «آگاه باش» / بارگی: اسب

(۳) خدنگ: درختی که از چوب آن تیر و نیزه و زین اسب سازند / تریاق: زهر / شرحه: پاره‌ی گوشتی که از درازا بریده باشند / ملاهی: آلات لهو

(۴) بیگاه: دیر / سوفار: دهانه‌ی تیر / أبرش: اسبی که بر اعضای او نقطه‌ها باشد / حرب: آلت حرب و نزاع

۴- در کدام بیت غلط املایی وجود ندارد؟

(۱) قیام خاستمت کرد عقل می‌گوید مکن که شرط ادب نیست پیش سرو قیام

(۲) می‌جست از سحاب امل رحمتی ولی جز دیده‌اش معاینه بیرون نداد نم

(۳) طبل قضا برآمد وز عشق لشکر آمد کو رستم سرآمد تا دست برگشاید

(۴) دوش رفتم به سرکوی به نظاره‌ی دوست شب حزیمت شده دیدم ز دو رخساره‌ی دوست

۵- در عبارت «با این که درویشی، ضایع‌کننده‌ی زور و همیت است و حجاب حیا از میان بگیرد و حاجتمند نزد اقران و کهتران خود خوار گردد،

اما علما گویند که سَمَت کندزبانی اولی‌تر از فصاحت به فحش و مذلت درویشی نیکوتر از عَزّ توانگری به کسب حرام.» چند غلط املایی

هست؟

(۱) یک (۲) دو

(۳) سه (۴) چهار

۶- اگر بخواهیم ابیات زیر را به ترتیب داشتن آرایه‌های «کنایه - تشبیه - حس آمیزی - تضاد - استعاره» مرتب کنیم، کدام گزینه درست است؟

(الف) بالی و صدهزاران خنده آمد گل به باغ از کریمی گویا در گوشه‌ای بسوی شنید

(ب) قحط جود است آبروی خود نمی‌باید فروخت باده و گل از بهای خرکه می‌باید خرید

(ج) دامنی گر چاک شد در عالم رندی چه باک جامه‌ای در نیک‌نامی نیز می‌باید درید

(د) این لطایف کز لب لعل تو من گفتم که گفت؟ وین تطاول کز سر زلف تو من دیدم که دید؟

(ه) تیر عاشق‌کش ندانم بر دل حافظ که زد این قدر دانم که از شعر ترش خون می‌چکید

(۱) د - ب - ه - الف - ج (۲) ج - د - ه - ب - الف (۳) ب - ه - د - الف - ج (۴) ه - ب - ج - د - الف

۷- در کدام بیت همهی آرایه‌های «جناس ناقص - نغمه‌ی حروف - استعاره - تشبیه - جناس تام - تکرار» وجود دارد؟

- (۱) یاقوت روان‌بخش تو تا قوت روان است چشمم ز غمت چشمه‌ی یاقوت روان است
(۲) با ما به شکرخنده درآزان که یقینم کز پسته‌ی تنگ تو یقینم به گمان است
(۳) تا پشت کمان می‌شکند ابروی شوخت پیوسته ز ابروی تو پشتم چو کمان است
(۴) آن موی میان تو که سازد کمر از موی مویی به میان آمده یا موی میان است

۸- نام پدیدآورنده‌ی چند اثر در برابر آن درست نوشته شده است؟

دارالمجانین (عبدالحسین صنعتی‌زاده) / از رنجی که می‌بریم (بزرگ علوی) / جزیره‌ی سرگردانی (محمود دولت‌آبادی) / سه قطره خون

(صادق هدایت) / چمدان (بزرگ علوی) / سیاحت‌نامه‌ی ابراهیم بیگ (طالبوف) / امیرارسلان (نقیب‌الممالک)

- (۱) پنج (۲) چهار (۳) سه (۴) دو

۹- کدام گزینه به ویرایش زبانی نیاز دارد؟

- (۱) منگر آنک تو حقیری یا ضعیف بنگر اندر همت خود ای شریف
(۲) دم مزن تا بشنوی زان آفتاب آنچ نامد در کتاب و در خطاب
(۳) آدم و حوا کجا بد آن زمان که خدا افکند این زه در کمان
(۴) هوش را بگذار وانگه هوش‌دار گوش را بر بند وانگه گوش‌دار

۱۰- در همهی گزینه‌ها «واج میانجی» وجود دارد، به‌جز.....

- (۱) خواجه‌ی جانی به لطف، شاه جهانی به قدر گردن گردن‌کشان رام کمند تو باد
(۲) گو تشنگان بادیه را جان به لب رسید تو خفته در کجاوه به خواب خوش اندری
(۳) ز گیسو داشتم زنجیر شیران به زنجیر اوفتادم چون اسیران
(۴) که ای سودایی زنجیر مویم گذشته ز آرزوها آرزویم

۱۱- تعداد تکواژها در کدام گزینه کم‌تر است؟

- (۱) زمانی بیا تا دمی خوش برآریم (۲) چو فانی است گلدسته‌ی باغ گیتی
(۳) از بس رمیده است ز هم صحبتان دلم (۴) خون خود چون کوهکن مردانه می‌ریزیم ما

۱۲- معنی «ردیف» در کدام گزینه متفاوت است؟

- (۱) قاتلم می‌شد و چون خون ز جراحت می‌رفت جان من نعره زنان از پی قاتل می‌شد
(۲) گر دلم روز وداع از بی محمل می‌شد تو مپندار که آن دلبرم از دل می‌شد
(۳) گفتم از محمل آن جان جهان برگردم پایم از خون دل سوخته در گل می‌شد
(۴) راستی هر که در آن سرو خرامان می‌دید همچو من فتنه بر آن شکل و شمائل می‌شد

۱۳- معنی واژه‌ی «محضر» در کدام گزینه متفاوت است؟

- (۱) تا ورق برگشت، محضرها به خون ما نوشت چون قلم آن را که با خود یک‌زبان پنداشتیم
(۲) گاه براند به نیم همچو کبوتر ز وطن گاه به صد لابه مرا خواند تا محضر خود
(۳) مه و خورشید سالاران گردون اندر این بیعت نشستند یک‌جا و نشستند محضرها
(۴) آن‌چه حالی در ضمیر آمد همین ابیات بود کاندین محضر به خط خویش بنوشت انوری

۱۴- کدام گزینه با بیت «هنر خوار شد، جادویی ارجمند / نهان راستی، آشکارا گزند» تناسب معنایی ندارد؟

- (۱) عدل گم گشت و نمی‌یابد کسی از وی نشان ظلم جای وی گرفت و چند ماه و سال ماند
(۲) نام ظالم بد بود امروز و فردا حال او آن نکرده نیک با کس جایش از حالش بتر
(۳) سرورانی که به هر گرسنه نان می‌دادند استخوان جوی شده همچو سنگ درگاهی
(۴) منسوخ شد مروت و معدوم شد وفا زین هر دو مانده نام چو سیمرغ و کیمیا



۱۵- کدام گزینه با بیت «نتوان وصف تو گفتن که تو در فهم نگنجی / نتوان شبه تو گفتن که تو در وهم نیایی» ارتباط مفهومی دارد؟

- ۱) سیمرغ وهم را نبود قوت عروج
- ۲) بشکسته در قفای تو شهباز عقل پر
- ۳) آن چه نبرده است وهم عقل ندیده است و فهم
- ۴) نیم جان بستاند و صد جان دهد

۱۶- کدام گزینه با بیت «در نیابد حال پخته هیچ خام / پس سخن کوتاه باید، والسّلام» تناسب معنایی بیش تری دارد؟

- ۱) همه سلامت نفس آرزو کند مردم
- ۲) حدیث عشق نداند کسی که در همه عمر
- ۳) منه به جان تو بار فراق بر دل ریش
- ۴) و گر تو جور کنی رای ما دگر نشود

۱۷- کدام گزینه با بیت «روزهاگر رفت، گو رو، باک نیست / تو بمان، ای آن که چون تو پاک نیست» تناسب معنایی دارد؟

- ۱) صنعت حق را نباید کم نمودن یا افزون
- ۲) هرکه را زخمی زدی سر در قفای او منه
- ۳) پاکبازی رسم عشاق است و باید از نخست
- ۴) محرم گنج الهی نیست هر ناشسته روی

۱۸- کدام گزینه با مفهوم «کُلُّ شَيْءٍ يَرْجِعُ إِلَىٰ أَوَّلِهِ» متناسب نیست؟

- ۱) خلاص ده ز تن تیره روح قدسی را
- ۲) اندیشه‌ای از فتنه‌ی افلاک ندارد
- ۳) بر فرش خاک تکیه زدن شرط عقل نیست
- ۴) گرچه در عالم خاک است مقام لیکن

۱۹- کدام رباعی با عبارت زیر تناسب دارد؟

«یک بار دیگر به کلام بلندپایه‌ی «از ماست که بر ماست» ایمان آوردم و پشت دستم را داغ کردم که تا من باشم دیگر پیرامون ترفیع رتبه نگردم.»

- ۱) آن نیست جهان جان که پنداشته‌اند
آن چشمه‌ی فیضی که دلت می‌خواهد
- ۲) گردون کمری از تن فرسوده‌ی ماست
دوزخ شرری ز رنج بیهوده‌ی ماست
- ۳) گر کار تو نیک است به تدبیر تو نیست
تسلیم و رضا پیشه کن و شاد بزی
- ۴) گر تخم برومند نشد کشته‌ی توست
گر ز آن که تو را پای فرورفت به گل

۲۰- کدام گزینه با بیت «بگذار تا بگیریم چون ابر در بهاران / کز سنگ ناله خیزد روز وداع یاران» متناسب تر است؟

- ۱) بگذرد هر نفس آن عمر گرامی از من
- ۲) چه مهره باخت ندانم سپهر دشمن خوی
- ۳) لاف عشق و گله از یار زهی لاف دروغ
- ۴) اگر این داغ جگرسوز که بر جان منست



■ عَيْن الْأَصْحَاحِ وَالْأَدَقِّ فِي الْجَوَابِ لِلتَّرْجُمَةِ أَوْ التَّعْرِيبِ أَوْ الْمَفْهُومِ (٢٦ - ٢١):

٢١- «تَوَضَّلَ الْبَاحِثُونَ فِي عِلْمِ الْفَلَكِ إِلَى نَظَرِيَّةٍ خَلَّصَتْهَا أَنَّ الْمَادَّةَ الْأُولَى لِلْعَالَمِ كَانَتْ جَامِدَةً.»:

- ١) پژوهشگران در علم ستاره‌شناسی دیدگاه جامد بودن مادهٔ اولیهٔ جهان را به طور خلاصه دریافتند.
- ٢) پژوهشگران در علم ستاره‌شناسی به نظریه‌ای دست یافتند که خلاصه‌اش این است که مادهٔ اولیهٔ جهان جامد بوده است.
- ٣) در علم اخترشناسی نظریه‌ای توسط پژوهشگران به دست آمد که خلاصه‌اش این بود که نخستین ماده برای جهان جامد است.
- ٤) در علم اخترشناسی پژوهشگران به دیدگاهی دست یافتند که خلاصه‌اش این است که اولین ماده برای جهان جامد بوده است.

٢٢- «أَصْلُ الْعَالَمِ سَرٌّ غَامُضٌ وَ يُخْبِرُ بَعْضُ آيَاتِ الْقُرْآنِ عَنِ هَذَا الْأَمْرِ مِنْ خِلَالِ كَلِمَاتٍ وَجِيزَةٍ.»:

- ١) اصل جهان رازی پیچیده است و برخی آیات قرآن دربارهٔ این امر از میان کلماتی مختصر و مفید خبر می‌دهند.
- ٢) اساس جهان راز پیچیده است و دربارهٔ این امر برخی از آیات قرآن از میان کلماتی مختصر و مفید خبر داده‌اند.
- ٣) اصل این عالم همچون رازی پیچیده است که برخی از آیات قرآن مختصراً دربارهٔ آن خبر می‌دهند.
- ٤) اساس جهان راز پیچیده‌ایست که برخی آیات قرآن دربارهٔ این امر از میان کلمات مختصر و مفید خبر می‌دهند.

٢٣- «فِي لَيْلَةِ ظُلْمَاءٍ حَمَلَ عَلِيٌّ كَتْفَهُ جَرَابًا مَمْلُوءًا مِنَ الدَّرَاهِمِ وَالْأَطْعَمَةِ.»:

- ١) در شب بسیار تاریک روی شانه‌هایش کیسه‌ای پر از درهم‌ها و غذاها را حمل می‌کرد.
- ٢) در یک شب بسیار تاریک کیسه‌های پر از پول و غذا را روی شانه‌اش حمل کرد.
- ٣) در شب بسیار تاریک روی شانه‌اش کیسه‌هایی پر از درهم‌ها و غذاها را حمل می‌کرد.
- ٤) در شبی بسیار تاریک کیسه‌ای پر از پول‌ها و غذاها را روی شانه‌اش حمل کرد.

٢٤- عَيْنُ الصَّحِيحِ:

- ١) الوالي لرعيته كالأولاده: حاكم برای شهروندان مانند پدر است برای فرزندانش.
- ٢) أنا ذلك العبد الذي حبيته في السوق: من عبد آن کسی هستم که در بازار به او سلام دادی.
- ٣) إجلعني في حلٍّ ممّا مرّ في أمرك: مرا از آن چه در مورد تو گذشت، حلال کن.
- ٤) «أليس الله بأعلم بالشاكرين»: آیا خداوند نسبت به شکرگزاران آگاه نیست.

٢٥- «المرء على دين خليله و قرينه» عَيْنُ الْمُنَاسِبِ لِلْمَفْهُومِ:

- ١) از مکافات عمل غافل مشو / گندم از گندم بروید جو ز جو
- ٢) تا توانی می‌گریز از یار بد / یار بد بدتر بود از مار بد
- ٣) دشمن دانا که غم جان بود / بهتر از آن دوست که نادان بود
- ٤) پسر نوح با بدان بنشست، خاندان نبوتش گم شد / سگ اصحاب کهف روزی چند، پی نیکان گرفت و آدم شد

٢٦- «پایداری را از قطرات آب بیاموز و بنگر که چگونه در صخرهٔ سخت سوراخی ایجاد می‌کنند.»:

- ١) علمی الاستقامة من قطرات الماء و انظري كيف تحدث الثقب في الصخرة الصعبة.
- ٢) تعلم الاستقامة من قطرة الماء و انظر كيف أحدثت في صخرة صعبة ثقباً.
- ٣) تعلمي الاستقامة من قطرات الماء و انظري كيف تحدث ثقباً في الصخرة الصعبة.
- ٤) إعلم الاستقامة من قطرات الماء و انظر كيف أحدثت في صخرة صعبة الثقب.

■ اقرأ النص التالي بدقة ثم أجب عن الأسئلة التالية بما يناسب النص (٣٣ - ٢٧):

العلماء قالوا: «الزهد أن تترك الشيء لاحتقاره و تصغير شأنه، و تستغني عنه بشيء خير منه.» هناك نقطة مهمة جداً في موضوع الزهد. ليس الزهد أن ترفض نعم الله عزوجل، هذا ليس زهداً، بل الزهد أن تستخدم نعم الله عزوجل فيما سمح به، أو أن تستعين بهذه النعم على طلب الآخرة أو أن تسخر هذه النعم لأعمال صالحة تقربك إلى الله. هذا هو الزهد، لا أن ترفض الدنيا. هذه هي حقيقة الزهد على خلاف ما يتوهم بعض الناس.



۲۷- عین الصحيح للفراغ: ليس الزهد أن ...

- (۱) تستخدم النعم التي أنعم الله بها عليك فيما أمره!
(۲) تترك الدنيا و ما فيها لحقارته!
(۳) تقدّر النعم في العمل الصالح!
(۴) تستعين بهذه النعم للوصول إلى رضوان الله!

۲۸- كيف الاستعانة بنعم الله يودي إلى الزهد؟

- (۱) إذا كانت على طلب الآخرة.
(۲) عندما يسمح الله به.
(۳) حينما تقرب الإنسان إلى ربه.
(۴) إذا كانت على خلاف توهم الناس.

۲۹- عین المناسب لمفهوم النص:

- (۱) متى ما تلق من تهوى دع الدنيا و أهملها
(۲) و ما المال و الأهلون إلا ودائع.
(۳) لا تترك الدنيا بذريعة الحصول إلى الآخرة.
(۴) لا تحصل على الآخرة إلا بترك الدنيا.

■ عین الصحيح في التشكيل (۳۰ و ۳۱):

۳۰- «الزهد أن تسخر هذه النعم لأعمال صالحة تقربك إلى الله.»:

- (۱) الزُّهْدُ - النَّعْمُ - أَعْمَالٍ - اللَّهُ
(۲) هَذِهِ - صَالِحَةٍ - تُقَرِّبُكَ - اللَّهُ
(۳) الزُّهْدُ - النَّعْمَ - أَعْمَالٍ - تُقَرِّبُكَ
(۴) هَذِهِ - النَّعْمَ - صَالِحَةٍ - تُقَرِّبُكَ

۳۱- «هذه هي حقيقة الزهد على خلاف ما يتوهم بعض الناس.»:

- (۱) حَقِيقَةٌ - خِلَافٍ - بَعْضُ - النَّاسِ
(۲) هِيَ - الزُّهْدُ - خِلَافٍ - يَتَوَهَّمُ
(۳) حَقِيقَةٌ - الزُّهْدِ - يَتَوَهَّمُ - بَعْضُ
(۴) هِيَ - حَقِيقَةٌ - خِلَافٍ - النَّاسِ

■ عین الصحيح في الإعراب و التحليل الصرفي (۳۲ و ۳۳):

۳۲- «العلماء»:

- (۱) اسم، جمع تكسير (مفرد: عالم)، ممنوع من الصرف، معرب / مبتدأ و مرفوع بالعلامة الأصلية
(۲) اسم، معرفة، صحيح الآخر، معرب / مبتدأ و مرفوع بالعلامة الفرعية
(۳) اسم، جمع تكسير (مفرد: علم)، مقصور، جامد / فاعل و مرفوع لفاعل «قالوا»
(۴) اسم، معرّف بأل، ممنوع من الصرف، مبني / فاعل و مرفوع بالعلامة الظاهرية

۳۳- «احتقار»:

- (۱) اسم، معرفة، مشتق، معرب، صحيح الآخر / مجرور بحرف «لـ»
(۲) اسم، معرّف بالإضافة، مصدر من باب إفتعال، معرب / مجرور بحرف جاز
(۳) نكرة، جامد (مصدر من باب إفعال)، صحيح الآخر / مضاف إليه و مجرور
(۴) اسم، نكرة، مشتق، مفرد، معرب / مضاف إليه و مجرور

■ عین المناسب للجواب عن الأسئلة التالية (۴۰ - ۴۴):

۳۴- ما هو الخطأ عن عدد المعارف فيما يلي:

- (۱) إن ربكم يعلم ما في السماوات و الأرض ← ۵
(۲) ﴿إِنَّ هَذَا الْقُرْآنَ يَهْدِي لِلَّذِي هِيَ أَقْوَمُ﴾ ← ۴
(۳) ليس مثل ما أصاب قوم هود منكم ببعيد ← ۴
(۴) نَجَّى شَعِيبًا وَ الَّذِينَ مَعَهُ بِرَحْمَةٍ مِنْهُ ← ۵

۳۵- عین الجملة فيها جميع انواع المعارف:

- (۱) كتبنا وظائفنا التي أمرتنا المعلمة بها!
(۲) المؤمنان اللذان يعبدان الله هما المخلصان!
(۳) من يخلص لله أربعين يوماً ينور الله قلبه!
(۴) هناك من يقدم أعماله خالصة لله فهو سينتفع بها يوم القيامة!

۳۶- عین ما فيه من العلامات الفرعية للإعراب:

- (۱) أريد أن أسافر إلى البلاد الإسلامية في العالم لمشاهدة مساجد تاريخية!
- (۲) شاهدوا ذلك الرجل مع جيش من أولئك الصبيان!
- (۳) إلهي قد سترت عليّ ذنوباً في الدنيا و أنا أحوج إلى سترها في الآخرة!
- (۴) إقرأ قوانين المرور قبل ركوب السيارة!

۳۷- عین علامه الإعراب الفرعية: «ساعِد الفقراء و المساكين لِأَنها فريضة على كُل واحد من المسلمين و قليلاً ما يُوجد بأفضل منها بينهم في

مناطق مختلفة من العالم الإسلامي.»

- (۱) المساكين - المسلمين - أفضل
- (۲) المسلمين - أفضل - مناطق
- (۳) الفقراء - المساكين - المسلمين
- (۴) الفقراء - أفضل - مناطق

۳۸- عين العبارة التي ليس فيها الممنوع من الصرف:

- (۱) القرآن دستور لحياتنا اليومية!
- (۲) قد عزم السكّاتيّ على الذهاب إلى خوارزم!
- (۳) من مقاصد شباننا الوصول إلى درجات عُليا!
- (۴) انكشفت حقيقة القمر بعد هبوط الإنسان الأول على سطحه!

۳۹- عین جمعاً سالماً للمؤنث علامة إعرابه فرعية:

- (۱) ما قصرت الطالبات في مساعدة صديقاتهنّ!
- (۲) تبعد الأُمّهات كثيراً من الخواطر من أولادهنّ!
- (۳) إحدى الواجبات الضرورية للإنسان هي التوكّل على الله!
- (۴) تريد مديرة المدرسة أن ترى زميلاتنا!

۴۰- عین الصحيح في علامات الإعراب الفرعية:

- (۱) المؤمنون يواجهون الآخرون بحسن الخلق!
- (۲) الإسلام شجّع المسلمون على التفكّر و التعلّم!
- (۳) حينما رزق الله الإنسان عقلاً كاملاً و لساناً فصيحاً فله فضيلتان!
- (۴) يا أيّها النبيّ جاهد الكفّار و المنافقون و الذين معهم!



فرهنگ و معارف اسلامی

- ۴۱- کسی می تواند حقیقت جهان را به درستی دریابد که اهل باشد و وقتی به جهان می نگریم، در می یابیم که جهان بر حق و درستی استوار است و آیهی شریفه‌ی «ان فی خلق السماوات و الارض و اختلاف الليل و النهار ...» به موضوع اشاره دارد.
- (۱) ایمان و تقوا - روابط مستحکم - دوم
(۲) تعقل و خردورزی - نظم استوار - دوم
(۳) تعقل و خردورزی - روابط مستحکم - اول
(۴) ایمان و تقوا - نظم استوار - اول
- ۴۲- سؤال « » بر زندگی انسان تأثیر داشته و به او جهت می دهد و این موضوع را می توان در آیهی شریفه‌ی جستجو نمود.
- (۱) ما در چگونه جهانی زندگی می کنیم - برنامه های - «خلق الله السماوات و الارض بالحق ان فی ذلك لایة للمومنین»
(۲) آینده‌ی جهان و انسان چگونه خواهد بود - برنامه های - «خلق الله السماوات و الارض بالحق ان فی ذلك لایة للمومنین»
(۳) آینده‌ی جهان و انسان چگونه خواهد بود - تصمیم های - «ما ترى فی خلق الرحمن من تفاوت فارجع البصر هل ترى من فطور»
(۴) ما در چگونه جهانی زندگی می کنیم - تصمیم های - «ما ترى فی خلق الرحمن من تفاوت فارجع البصر هل ترى من فطور»
- ۴۳- عدم شناخت جایگاه خویش در جهان هستی معلول است و این موضوع در شعر سعدی علیه الرحمه مشهود است که می فرماید:
- (۱) پیشه نکردن خردمندی - این همه نقش عجب بر در و دیوار وجود / هر که فکرت نکند نقش بود بر دیوار
(۲) زیانکاری در دنیا - این همه نقش عجب بر در و دیوار وجود / هر که فکرت نکند نقش بود بر دیوار
(۳) زیانکاری در دنیا - ما ز بالاییم و بالا می رویم / ما ز دریاییم و دریا می رویم
(۴) پیشه نکردن خردمندی - ما ز بالاییم و بالا می رویم / ما ز دریاییم و دریا می رویم
- ۴۴- مفاهیم «کمال استواری در پدیده ها» و «تحت قانون مندی واحد الهی عمل کردن» به ترتیب در کدام آیات تجلی دارد؟
- (۱) «صنع الله الذی اتقن کل شیء» - «ربنا ما خلقت هذا باطلا سبحانک»
(۲) «الذی خلق فسوی و الذی قدر فهدی» - «ربنا ما خلقت هذا باطلا سبحانک»
(۳) «صنع الله الذی اتقن کل شیء» - «افغیر دین الله یبغون و له اسلم من فی السماوات و الارض»
(۴) «الذی خلق فسوی و الذی قدر فهدی» - «افغیر دین الله یبغون و له اسلم من فی السماوات و الارض»
- ۴۵- موضع کافران در برابر حق، در کدام آیهی شریفه، مذکور است؟
- (۱) «ان تقولوا علی الله ما لا تعلمون»
(۲) «افغیر دین الله یبغون»
(۳) «عما اُندروا معرضون»
(۴) «ربنا ما خلقت هذا باطلا»
- ۴۶- آیهی شریفه‌ی «و من آیاته خلق السماوات و الارض و ما بث فیهما من دابة و هو علی جمعهم اذا یشاء قدیر» مربوط به کدام اصول دین بوده و مؤید کدام صفت الهی است؟
- (۱) توحید - علم (۲) معاد - علم (۳) معاد - حکمت (۴) توحید - حکمت
- ۴۷- وجود تندر که بیم و امید را به دنبال دارد، بیانگر است و آیهی شریفه‌ی به آن اشارت دارد.
- (۱) حکیمانه بودن خلقت جهان - «و من آیاته یریکم البرق خوفاً و طمعاً و ینزل من السماء ماء»
(۲) حکیمانه بودن خلقت جهان - «و من آیاته خلق السماوات و الارض و ما بث فیهما من دابة»
(۳) علم و قدرت بی نهایت خداوند - «و من آیاته خلق السماوات و الارض و ما بث فیهما من دابة»
(۴) علم و قدرت بی نهایت خداوند - «و من آیاته یریکم البرق خوفاً و طمعاً و ینزل من السماء ماء»
- ۴۸- آیهی شریفه‌ی «... فی مقعد صدق عند ملیک مقتدر» درباره‌ی چه کسانی است و کدام موضوع را بیان می کند؟
- (۱) مؤمنین - قرب وجودی خدا به انسان
(۲) مؤمنین - قرب وجودی انسان به خدا
(۳) متقین - قرب وجودی انسان به خدا
(۴) متقین - قرب وجودی خدا به انسان

۴۹- شیطان خطاب به فرد گنهکار در می‌گوید «خداوند به شما وعده‌ی حق داد، اما من به شما وعده‌ای دادم و خلاف آن عمل کردم، البته من بر شما تسلطی نداشتیم فقط شما را به گناه دعوت کردم.» این عبارت اشاره به انسان دارد و شیطان از راه انسان را گمراه می‌کند.

(۱) بعد از مرگ - فطرت - ایجاد کینه و دشمنی میان مردم

(۲) رستاخیز - اختیار - غافل کردن از خدا و یاد او

(۳) بعد از مرگ - اختیار - سرگرم کردن به آرزوهای سراب‌گونه‌ی دنیایی

(۴) رستاخیز - فطرت - زیبا و لذت‌بخش نشان دادن گناه

۵۰- ارزش هر کس به درک و فهم انسان از است و کدام آیه‌ی شریفه، جایگاهی برای انسان پاک و پرهیزگار پیش‌بینی کرده است؟

(۱) حقیقت هستی - «اولئك الذين هداهم الله و اولئك هم اولوا الاكباب»

(۲) جایگاه خود در نظام آفرینش - «فی مقعد صدق عند مليك مقتدر»

(۳) جایگاه خود در نظام آفرینش - «لقد كرمتنا بنی آدم و حملناهم فی البر و البحر»

(۴) حقیقت هستی - «فاقم وجهك للدين حنيفاً فطرة الله التي فطر الناس عليها»

۵۱- کرامت و عزت نفس از طریق به دست می‌آید و حرام‌خواری تبعیت از است.

(۱) خویش‌شناسی - علت - شیطان

(۲) خداشناسی - علت - نفس اماره

(۳) خویش‌شناسی - معلول - شیطان

(۴) خداشناسی - معلول - نفس اماره

۵۲- اگر بخواهیم برای ابیات زیر، یک مبنای قرآنی ذکر کنیم، پیام کدام آیه را مورد نظر قرار داده‌ایم؟

«دوست نزدیک‌تر از من به من است وین عجب‌تر که من از وی دورم

چه کنم با که توان گفت که او در کنار من و من مهجورم»

(۱) «بشر عباد الذين يستمعون القول فيتبعون احسنه»

(۲) «و الذين جاهدوا فينا لنهدينهم سبلنا و ان الله لمع المحسنين»

(۳) «انا هدينه السبيل اما شاكراً و اما كفوفاً»

(۴) «فاقم وجهك للدين حنيفاً فطرة الله التي فطر الناس عليها»

۵۳- از آیه‌ی شریفه‌ی «و من آياته ان تقوم السماء و الارض بامرہ ثم اذا دعاكم دعوةً من الارض اذا انتم تخرجون» به ترتیب کدام موارد برداشت می‌شود؟

(۱) برپایی آسمان و زمین - توحید در ربوبیت - زنده شدن انسان‌ها پس از مرگ

(۲) حکیمانه بودن خلقت - توحید در ربوبیت - بازگشت به گرایش فطری و الهی

(۳) برپایی آسمان و زمین - توحید در خالقیت - زنده شدن انسان‌ها پس از مرگ

(۴) حکیمانه بودن خلقت - توحید در خالقیت - بازگشت به گرایش فطری و الهی

۵۴- موضوعاتی مانند بهشت و جهنم در دایره‌ی شناخت انسان قرار زیرا هستند و شناخت صفات و ویژگی‌های خداوند از راه شناخت ، امکان‌پذیر است.

(۱) دارند - نامحدود - مخلوقات - کاملاً

(۲) ندارند - نامحدود - آیات الهی - کاملاً

(۳) دارند - محدود - مخلوقات - تا حدودی

(۴) ندارند - محدود - آیات الهی - تا حدودی

۵۵- از آیه‌ی شریفه‌ی «هو الذی یسیرکم فی البر و البحر» کدام موضوع دریافت نمی‌گردد؟

(۱) منت‌گذاری خداوند بر انسان

(۲) اشاره به مرتبه‌ی توحید در ربوبیت

(۳) رام‌شدن خشکی و دریا برای انسان

(۴) برپایی آسمان و زمین به امر خداوند

۵۶- آیه‌ی شریفه‌ی «و لله ما فی السماوات و ما فی الارض» بازتاب کدام آیه است و مفهوم «باز شدن حساسی جداگانه برای خود و سایر مخلوقات» نشان‌دهنده‌ی چیست؟

(۱) «الی الله ترجع الامور» - شرک در ربوبیت

(۲) «قل الله خالق کل شیء» - شرک در ربوبیت

(۳) «قل الله خالق کل شیء» - شرک در خالقیت

(۴) «الی الله ترجع الامور» - شرک در خالقیت



۵۷- مفهوم «پدید آمدن جهان از اصل‌های متعدد» بیانگر است و آیه‌ی شریفه‌ی با آن تقابل دارد.

(۱) توحید در خالقیت - «قل الله خالق کل شیء»

(۲) شرک در خالقیت - «قل الله خالق کل شیء»

(۳) شرک در خالقیت - «لا یشرك فی حکمه احداً»

(۴) توحید در خالقیت - «لا یشرك فی حکمه احداً»

۵۸- مفاهیم «یگانه‌ی بی‌همتا»، «هستی‌بخش» و «تنها مدبّر جهان» به ترتیب یادآور کدام مراتب توحید است؟

(۱) توحید در خالقیت - اصل توحید - توحید در ربوبیت

(۲) توحید در خالقیت - اصل توحید - توحید در مالکیت

(۳) اصل توحید - توحید در خالقیت - توحید در ربوبیت

(۴) اصل توحید - توحید در خالقیت - اصل توحید

۵۹- مضامین «فرمانروایی خداوند»، «هدایت الهی» و «نداشتن شریک و همتا» به ترتیب در کدام آیات تجلی دارد؟

(۱) «لا یشرك فی حکمه احداً» - «افرایتم ما تحرثون ...» - «قل الله خالق کل شیء»

(۲) «لا یشرك فی حکمه احداً» - «و لله ما فی السماوات و ما فی الارض» - «قل الله خالق کل شیء»

(۳) «ما لهم من دونه من ولی» - «و لله ما فی السماوات و ما فی الارض» - «قل هو الله احد»

(۴) «ما لهم من دونه من ولی» - «افرایتم ما تحرثون ...» - «قل هو الله احد»

۶۰- اگر از ما بپرسند چرا خداوند مالک و ربّ است، پاسخ این سؤال به ترتیب در آیات و تجلی دارد.

(۱) «قل الله خالق کل شیء» - «قل الله خالق کل شیء»

(۲) «قل الله خالق کل شیء» - «افرایتم ما تحرثون»

(۳) «لله ما فی السماوات و الارض» - «افرایتم ما تحرثون»

(۴) «لله ما فی السماوات و الارض» - «قل الله خالق کل شیء»

**PART A: Grammar and Vocabulary**

Directions: Questions 61-67 are incomplete sentences. Beneath each sentence you will see four words or phrases, marked (1), (2), (3), and (4). Choose the one word or phrase that best completes the sentence. Then mark your answer sheet.

- 61- First I'll look at the prices, and only then I'll decide I'll buy the camera or not.
1) because 2) whether 3) when 4) unless
- 62- Have you made up your mind ?
1) where do you want to go for your holidays
2) for your holidays would you like to go where
3) where you want to go for your holidays
4) where you would like for your holidays to go
- 63- According to a recent study, the average lifespan of the Japanese is still , and Japan has the highest life expectancy in the world.
1) increasing 2) creating
3) involving 4) releasing
- 64- Companies can now be more about where they site their operations – they can even move their manufacturing plants to foreign countries.
1) flexible 2) efficient 3) recent 4) regular
- 65- There was a / an of four prizes, and the winner could select one of them.
1) case 2) ability
3) joint 4) choice
- 66- How long the journey takes will how long it takes to get through the traffic.
1) go around 2) wonder about 3) depend on 4) find out
- 67- I studied English in my school days. But it wasn't until two or three years ago that I really started taking it
1) deeply 2) seriously 3) certainly 4) flexibly

PART B: Cloze Test

Directions: Questions 68-72 are related to the following passage. Read the passage and decide which choice, (1), (2), (3), or (4), best fits each space. Then mark your answer sheet.

The human body is a complex collection of more than 100,000 million living units called cells. There are more than 200 different types of cells, ...68... nerve cells or neurons, muscle cells, fat cells, epidermal cells, blood cells, and gland cells that ...69... secretions, such as hormones and enzymes. Each type of cell in the body does a particular job. Cells that do similar jobs are grouped together to form tissues, such as muscle tissue and nerve tissue. Tissues, in turn, are grouped together to form organs, ...70... The lungs, heart, liver, and kidneys are some of the main organs. Linked organs work together as systems, and each system carries out one or more major ...71... For example, the heart, blood vessels, and blood form the circulatory system, which carries oxygen and ...72... around the body and carries away waste products. All the different systems work together, under the control of the brain, to produce a living, walking, talking human body.

- 68- 1) relying 2) including 3) moving 4) holding
- 69- 1) perform 2) cover 3) release 4) stretch
- 70- 1) structures separately within the body
2) have separated within the body the structures
3) whose separated structures are the body
4) which are separate structures within the body
- 71- 1) functions 2) conditions 3) periods 4) shapes
- 72- 1) sources 2) objects 3) fuels 4) nutrients

**PART C: Reading Comprehension**

Directions: In this part of the test, you will read two passages. Each passage is followed by four questions. Answer the questions by choosing the best choice, (1), (2), (3), or (4). Then mark your answer sheet.

Passage 1:

Do you enjoy learning about life in the past? If so, you might consider a career in archaeology when you finish your school. Archaeologists are scientists who study human life and cultures of the past.

Some archaeologists work outside on field crews, digging and searching where people lived long ago. Field crews uncover all kinds of things from the past, including homes, roads, tools, art objects, and even garbage pits.

Archaeologists often specialize in certain areas of study. One kind of archaeologist, for example, studies the remains of animals from sites where humans lived long ago. They want to know more about the animals that people hunted, raised for food, or kept as companions.

Some archaeologists study the remains of shipwrecks. They look for clues that explain why the wrecks occurred. The treasures they find at the bottom of the ocean can reveal where people traveled, how they got there, and whom they traded goods with.

Not all archaeologists work outdoors. Some work at museums, universities, or parks. They study the records that other archaeologists create and help preserve the artifacts that field crews dig up. These specialists not only discover secrets about life long ago, but they also help the public to understand those discoveries.

73- Based on the passage, how are all archaeologists similar?

- | | |
|---|---|
| 1) They study plant and animal remains. | 2) They study how humans lived in the past. |
| 3) They specialize in certain topics. | 4) They work at museums. |

74- Which statement is true about archaeologists who discover artifacts and those who preserve artifacts?

- 1) Both types work underwater.
- 2) Both types teach the public.
- 3) They work in different places.
- 4) Neither would be interested in garbage pits.

75- Which archaeologists would be most interested in ancient tools made from stone and copper?

- | | |
|--|-------------------------------------|
| 1) Those who look for tools at dig sites | 2) Those who examine animal remains |
| 3) Those who teach at universities | 4) Those who study shipwrecks |

76- Which of the following could be a good title for the passage?

- 1) General Misconceptions about Archaeology
- 2) The Many Sides of Archaeology
- 3) Archaeology; Facts and Figures
- 4) Ancient Civilizations and the Modern World

Passage 2:

In 1995, Miguel Indurain won the Tour de France for the fifth time in a row. The Tour de France is the most difficult bicycle race in the world. No one before Miguel had ever won five Tour races in a row. What made Miguel such a successful athlete?

Miguel grew up on a farm and learned the value of hard work at an early age. His father taught him that work is something you always do, no matter how difficult it is. Miguel had large lungs and a strong heart, both of which helped him endure the 2,200 miles of the Tour de France. He was naturally calm, which allowed him to stay focused on the course. And he trained hard, had a good bike, and was surrounded by excellent teammates who helped him succeed.

In addition to the Tour de France, Miguel won the Giro d'Italia, another national bicycle race, in 1992 and 1993. He captured a gold medal in track cycling during the 1996 Olympics in Atlanta, Georgia. Later that year, he retired from competitive racing at the age of 31.

Miguel's long list of accomplishments assures him a place among the top athletes in history. But fans will especially remember his relaxed and friendly attitude. "My strength", Miguel said, "was that I was more balanced than most other riders."



- 77- Which of the following is NOT given as a reason for Miguel's success?
- 1) his natural calmness
 - 2) the fact that he values hard work
 - 3) the quality of his team
 - 4) his aggressive nature
- 78- Which sentence best describes the main idea of the passage?
- 1) Miguel Indurain was friendly.
 - 2) The Tour de France is a difficult bicycle race.
 - 3) Miguel Indurain was an extraordinary athlete.
 - 4) To win, a rider needs a good bicycle.
- 79- Which statement is best supported by the passage?
- 1) Big lungs are an advantage for bike racers.
 - 2) The Giro d'Italia is more difficult than the Tour de France.
 - 3) Olympic track cycling is easy.
 - 4) Miguel would rather have been a farmer.
- 80- When did Miguel win his first Tour de France?
- 1) 1991
 - 2) 1992
 - 3) 1993
 - 4) 1995

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۹

جمعه ۹۶/۰۸/۰۵



سال تحصیلی ۹۷-۱۳۹۶

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی

چهارم دبیرستان (پیش‌دانشگاهی)

نام و نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۲۵

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		وضعیت پاسخگویی	تعداد سؤال	مواد امتحانی		ردیف
	از	تا					
۷۵ دقیقه	۸۱	۹۵	اجباری	۱۵	حساب دیفرانسیل و انتگرال		۱
	۹۶	۱۰۵		۱۰	ریاضیات گسسته		
	۱۰۶	۱۱۵		۱۰	هندسه تحلیلی و جبر خطی		
	۱۱۶	۱۲۰		۵	ریاضیات ۲		
	۱۲۱	۱۲۵		۵	ریاضیات	Gaj Book ۲	
	۱۲۶	۱۳۰		۵	پایه	حسابان	
	۱۳۱	۱۳۵		۵	حسابان Gaj Book		
۵۰ دقیقه	۱۴۶	۱۶۰	اجباری	۱۵	فیزیک پیش‌دانشگاهی		۲
	۱۶۱	۱۷۰	زوج کتاب	۱۰	فیزیک ۱		
	۱۷۱	۱۸۰		۱۰	فیزیک ۱ Gaj Book		
	۱۸۱	۱۹۰		۱۰	فیزیک ۳		
۲۵ دقیقه	۱۹۱	۲۰۰	اجباری	۱۰	فیزیک ۳ Gaj Book		۳
	۲۰۱	۲۱۵		۱۵	شیمی پیش‌دانشگاهی		
	۲۱۶	۲۲۵		۱۰	شیمی ۲		
	۲۲۶	۲۳۵	زوج کتاب	۱۰	شیمی ۳		

حق چاپ و تکثیر سؤالات آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع می‌باشد و پیگرد قانونی دارد.



حساب دیفرانسیل و انتگرال

۸۱- بسط اعشاری عدد گویای $\frac{4^{\circ}}{(9 \times a_1) + a_p}$ به شکل $a_p \bar{a}_1 a_p \bar{a}_1 \dots$ است. تفاضل a_1 و a_p کدام است؟ ($0 < a_1, a_p \leq 9$)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۸۲- اگر به ازای هر $\varepsilon > 0$ نامساوی $\varepsilon < |x| - 6 \leq x^2$ برقرار باشد، آن‌گاه $x = a$ یا $x = b$ است، در این صورت نقطه‌ی میانی بازه‌ی $(a+2, b+1)$ کدام است؟

- (۱) $1/5$ (۲) $2/5$ (۳) ۱ (۴) 2

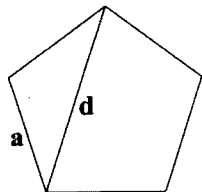
۸۳- در یک پنج‌ضلعی منتظم، طول قطر عددی گویا است. طول ضلع کدام گزینه می‌تواند باشد؟

(۱) $\sqrt{2} - 2$

(۲) $\sqrt{6} - 2$

(۳) $\sqrt{10} - 2$

(۴) $\sqrt{5} - 2$



۸۴- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟ ($x \in \mathbb{R}$)

(۲) $|2x-1| - |x+3| \leq |x-4|$

(۱) $|2x-1| - |x+3| \leq |3x+2|$

(۴) $|2x-1| + |x+3| \leq |3x+2|$

(۳) $|2x-1| + |x+3| \geq |x-4|$

۸۵- مساحت ناحیه‌ی محصور به نمودار با معادله‌ی $|x-1| + |y| = 2$ کدام است؟

(۴) ۱۴

(۳) ۱۲

(۲) ۱۰

(۱) ۸

۸۶- اگر $\frac{1}{|6x+1|} \geq \frac{1}{7}$ ، آن‌گاه $|x| \leq k$ و $x \neq -\frac{1}{6}$ ، در این صورت کم‌ترین مقدار k کدام است؟

(۴) ۱

(۳) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{4}{3}$

(۱) $\frac{2}{3}$

۸۷- اگر به ازای هر عدد طبیعی n داشته باشیم $2 + \frac{1}{n} < |x|(3 - |x|) \leq 2$ ، آن‌گاه مجموعه‌ی مقادیر x به شرط $x \neq 1$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) یک همسایگی متقارن به مرکز ۲ است.

(۲) یک همسایگی متقارن به مرکز ۳ است.

(۳) یک همسایگی محذوف متقارن به مرکز ۱ است.

(۴) یک همسایگی نیست.

۸۸- برای یک مقدار حقیقی x ، اگر $a = 1 + x^2$ بزرگ‌ترین کران پایین و $b = |\cos x|$ کوچک‌ترین کران بالای مجموعه‌ی غیرتهی A باشد، آن‌گاه مجموعه‌ی A چند عضوی است؟

(۴) بی‌شمار

(۳) صفر

(۲) ۲

(۱) ۱

۸۹- اگر همسایگی متقارن عدد $\frac{2}{3}$ به شعاع δ ، فقط شامل سه عدد صحیح باشد، حداکثر مقدار δ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) $\frac{5}{3}$

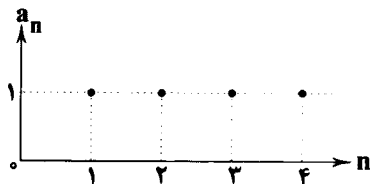
(۲) $\frac{4}{3}$

(۱) $\frac{2}{3}$

محل انجام محاسبات

۹۰- قسمتی از نمودار دنباله‌ی $a_n = (2x^2 - x - 4)n + 2n + 1$ شامل نقاط زیر است که همگی روی خط $y = 1$ قرار دارند، حاصل ضرب مقادیر

ممکن برای x کدام است؟



-۱ (۱)

-۲ (۲)

-۳ (۳)

-۴ (۴)

۹۱- کدام دنباله غیریکنوا و کران دار است؟

(۱) $\{\sqrt[n]{3}\}$ (۲) $\{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n}\}$

(۳) $\{(\frac{n+3}{n+5})(\frac{1-(-1)^n}{2})\}$ (۴) $\{n \cos(n\pi)\}$

۹۲- چند جمله از دنباله‌ی $a_n = \begin{cases} 2 + \frac{1}{n} & \text{فرد } n \\ 2 - \frac{3}{n} & \text{زوج } n \end{cases}$ در بازه‌ی $(\frac{1}{9}, \frac{2}{1})$ قرار ندارد؟

۵ (۴)

۱۵ (۳)

۲۰ (۲)

۳۰ (۱)

۹۳- اگر $a_n = \cos \frac{n\pi}{4}$ باشد، حاصل $a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_{50}^3$ کدام است؟

۲ (۴)

صفر (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۹۴- دنباله‌ای با جمله‌ی عمومی $a_n = (1 - \frac{1}{n+2}) \cos \frac{\pi}{n+2}$ چگونه است؟

(۲) کران دار و غیریکنوا

(۱) کران دار و یکنوا

(۴) بی کران و غیریکنوا

(۳) بی کران و یکنوا

۹۵- کدام یک از نامعادلات زیر یک همسایگی محذوف عدد ۱ را نشان می‌دهد؟

(۴) $\frac{1}{|x-1|} > 1$

(۳) $|x-1| < 1$

(۲) $\frac{1}{|x|} > 1$

(۱) $|x| < 1$

۹۶- در یک گراف همیلتونی از مرتبه‌ی ۸، که دارای ۳ دور به طول چهار است، حداکثر چند رأس از درجه‌ی می‌نیم (۵) وجود دارد؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۹۷- گراف بازه‌های $(-1, 2)$ ، $(2, 3)$ ، $(1, 4)$ و $(0, b)$ ، دارای ۴ یال است. کدام نتیجه حتماً درست است؟

(۲) $3 < b \leq 4$

(۱) $2 < b \leq 3$

(۴) $0 < b < 1$

(۳) $1 < b \leq 2$

۹۸- اگر a یکی از رأس‌های گراف K_6 باشد، چند دور به طول ۴ شامل رأس a در این گراف موجود است؟

۴۰ (۴)

۲۰ (۳)

۶۰ (۲)

۳۰ (۱)

۹۹- دنباله‌ی درجه‌ی رأس‌های یک گراف ساده به صورت $1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3$ است. حداقل تعداد یال‌های لازم جهت تبدیل این گراف به

یک گراف منتظم کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۳ (۳)

۵ (۲)

۱۱ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۰۰- در گراف ناهمبند G می‌دانیم $\Delta = 6$ و $\delta = 3$. گراف G حداقل چند یال دارد؟

- ۱۲ (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۱ (۴)

۱۰۱- بازه‌های $a = (0, 2)$, $b = (1, 10)$, $c = (3, 5)$, $d = (m, n)$, $e = (7, 9)$ و $f = (8, 11)$. متناظر با رأس‌های گراف بازه‌ای زیر است.

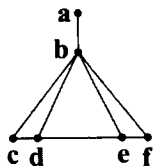
حداکثر طول بازه d کدام است؟

۵ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)



۱۰۲- حداکثر تعداد یال گراف ساده‌ای با دنباله‌ی درجه‌ی رأس‌های $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, x, y, z, 7$ ، کدام است؟

- ۱۵ (۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴)

۱۰۳- اگر یکی از رأس‌های گراف کامل K_p و همه‌ی یال‌های مجاورش را حذف کنیم، تعداد دورهای به طول ۳ آن نصف می‌شود. گراف کامل K_p چند یال دارد؟

- ۱۵ (۱) ۲۱ (۲) ۲۸ (۴) ۱۰ (۳)

۱۰۴- هر یک از حروف کلمه‌ی «نگاه والا» را روی گوی‌های یکسان می‌نویسیم. به چند طریق می‌توان سه گوی از ۸ گوی حاصل را انتخاب نمود؟

- ۲۰ (۱) ۲۵ (۲) ۲۶ (۳) ۳۲ (۴)

۱۰۵- چند عدد چهاررقمی بخش‌پذیر بر ۵ و متشکل از رقم‌های زوج وجود دارد؟

- ۹۹ (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰۱ (۳) ۱۰۲ (۴)

هندسه تحلیلی و جبر خطی

۱۰۶- اگر برای سه بردار \vec{a} , \vec{b} و \vec{c} ، رابطه‌ی $\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ برقرار باشد، حاصل $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} - \vec{a} \times \vec{c}$ کدام است؟

۰ (۱) $4(\vec{b} \times \vec{c})$ (۲)

$2(\vec{b} \times \vec{c})$ (۳) $3(\vec{a} \times \vec{b})$ (۴)

۱۰۷- به ازای کدام مقدار m ، چهار نقطه‌ی $A = (1, 0, 2)$, $B = (-1, 2, 0)$, $C = (3, 1, 1)$ و $D = (0, 1, m)$ در یک صفحه واقع‌اند؟

- صفر (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

۱۰۸- حجم متوازی‌السطوح بناشده بر بردارهای $\vec{a} = (3, 0, 0)$, $\vec{b} = (0, 3, 0)$ و $\vec{c} = (0, 0, 3)$ ، به اندازه‌ی $\frac{4}{5}$ برابر حجم متوازی‌السطوح بناشده روی بردارهای $\vec{a}' = (1, 1, 0)$, $\vec{b}' = (0, 2, 0)$ و $\vec{c}' = (0, 0, m)$ است. مقدار مثبت m کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴)

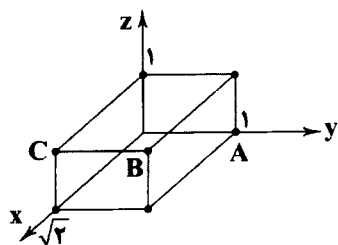
۱۰۹- در مکعب‌مستطیل شکل زیر، زاویه‌ی بین دو بردار \vec{AB} و \vec{AC} ، کدام است؟

$\frac{\pi}{3}$ (۱)

$\frac{\pi}{6}$ (۲)

$\frac{\pi}{4}$ (۳)

$\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ (۴)



محل انجام محاسبات

۱۱۰- فرض کنید e_1 و e_2 دو بردار یک‌جه باشند به طوری که $\bar{v}_1 = 5e_1 + 4e_2$ و $\bar{v}_2 = e_1 - 2e_2$. اگر دو بردار v_1 و v_2 بر هم عمود باشند، زاویه‌ی بین دو بردار e_1 و e_2 چند درجه است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۶۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۱۲۰

۱۱۱- بردار a با محور x زاویه‌ی 60° درجه می‌سازد و بر بردار $b = (1, -1, 0)$ عمود است. زاویه‌ی حاده‌ی بردار a با محور z ها، چند درجه است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴) ۹۰

۱۱۲- طول بردارهای a ، b و $2a - 3b$ به ترتیب برابر 2 ، 4 و $2\sqrt{13}$ واحد است. طول بردار $a \times b$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) ۳ (۴) $3\sqrt{3}$

۱۱۳- بردارهای a ، b و c یک‌هاند و بردار b بر بردار c عمود است. اگر $|a + (b \times c)| = \frac{3}{4}$ ، آن‌گاه حجم متوازی‌السطوحی که روی سه بردار هم‌م‌رس $4a$ ، $5b$ و $6c$ ساخته می‌شود، کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴) $12/5$

۱۱۴- اگر \bar{a} قرینه‌ی بردار $\bar{a} = (2, -1, -3)$ نسبت به صفحه‌ی $yo z$ و \bar{a}' تصویر بردار \bar{a} بر محور y ها باشد، اندازه‌ی بردار $\bar{a} + \bar{a}'$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $\sqrt{17}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{19}$

۱۱۵- اگر تصاویر قائم دو بردار غیرصفر v_1 و v_2 روی امتداد بردار $\bar{a} = (1, 2, -1)$ قرینه‌ی یک‌دیگر باشند، آن‌گاه بردار $v_1 + v_2$ ، کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱) $(3, -2, 1)$ (۲) $(2, 1, 3)$ (۳) $(-1, 2, 3)$ (۴) $(1, -1, 2)$

ریاضیات ۲

۱۱۶- اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت ۵ می‌دهند. طول ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۶ (۳) ۱۳ (۴) ۱۲

۱۱۷- حاصل $(1 + \sqrt{5})^2 (1 - \sqrt{5})^3$ کدام است؟

- (۱) $16 - 16\sqrt{5}$ (۲) $16\sqrt{5} - 16$ (۳) $4 - 4\sqrt{5}$ (۴) $4\sqrt{5} - 4$

۱۱۸- اگر $\frac{x\sqrt{3}}{x\sqrt{27}} = \frac{1}{4}$ باشد، x کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt[3]{2}\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt[3]{3}$ (۴) $\frac{4}{\sqrt{3}}\sqrt{3}$

۱۱۹- اگر مجموع هفده جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی برابر ۳۴ باشد، مجموع جملات چهارم، نهم و چهاردهم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۵

۱۲۰- در یک دنباله‌ی هندسی با جملات منفی تفاضل جمله‌ی سوم از دوم برابر $-\frac{1}{4}$ است. اگر نسبت جمله‌ی دوم به جمله‌ی سوم برابر $\frac{1}{4}$ باشد، جمله‌ی اول کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۲۱- اگر جمله‌ی $2n - 1$ ام یک دنباله به صورت $\frac{2n-1}{n}$ باشد، جمله‌ی n ام آن کدام است؟

- (۱) $\frac{n}{n+1}$ (۲) $\frac{2n}{n+1}$ (۳) $\frac{n}{2n+1}$ (۴) $\frac{n}{n+2}$

۱۲۲- اگر اضلاع یک مثلث قائم الزاویه با ضلع کوچک تر a ، تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند، آن گاه محیط آن کدام است؟

$$\frac{11a}{3} \text{ (۴)} \quad \frac{10a}{3} \text{ (۳)} \quad 4a \text{ (۲)} \quad 3a \text{ (۱)}$$

۱۲۳- در یک دنباله‌ی هندسی مجموع سه جمله‌ی متوالی ۱۹ و حاصل ضرب آن‌ها ۲۱۶ می‌باشد. اختلاف کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین این سه عدد کدام است؟

$$7 \text{ (۴)} \quad 6 \text{ (۳)} \quad 5 \text{ (۲)} \quad 4 \text{ (۱)}$$

۱۲۴- اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جمله‌ی هر دسته برابر شماره‌ی آن دسته باشد. $(1), (3, 5), (7, 9, 11), \dots$ جمله‌ی آخر در دسته‌ی بیستم کدام است؟

$$423 \text{ (۴)} \quad 421 \text{ (۳)} \quad 419 \text{ (۲)} \quad 415 \text{ (۱)}$$

۱۲۵- در یک دنباله‌ی هندسی حاصل ضرب جملات سوم و نهم برابر $\sqrt[3]{12}$ می‌باشد. حاصل ضرب مجذورات یازده جمله‌ی اول کدام است؟

$$36 \text{ (۴)} \quad 144 \text{ (۳)} \quad 6 \text{ (۲)} \quad 12 \text{ (۱)}$$

۱۲۶- به ازای کدام مقدار n ، چندجمله‌ای $P(x) = (a-3)x^n - 9ax^{n-2} + 81$ بر $x-3$ بخش پذیر است؟

$$5 \text{ (۴)} \quad 4 \text{ (۳)} \quad 3 \text{ (۲)} \quad 2 \text{ (۱)}$$

۱۲۷- اگر $R(x)$ باقی‌مانده‌ی تقسیم $x^5 + x^4 + x^3 - x^2 + x + 1$ بر $x^2 - x + 3$ باشد، $R(-3)$ کدام است؟

$$8 \text{ (۴)} \quad -8 \text{ (۳)} \quad 10 \text{ (۲)} \quad -10 \text{ (۱)}$$

۱۲۸- در بسط دو جمله‌ای $(\sqrt[3]{x^2} - \frac{2}{\sqrt{x}})^9$ ضریب جمله‌ی شامل $\sqrt[3]{x^4}$ کدام است؟

$$-2016 \text{ (۲)} \quad 2016 \text{ (۱)}$$

$$-1008 \text{ (۴)} \quad 1008 \text{ (۳)}$$

۱۲۹- چند عدد طبیعی وجود دارد که هر سه عدد ۱۵۶، ۸۴ و ۱۳۲ بر آن‌ها بخش پذیر باشد؟

$$8 \text{ (۴)} \quad 6 \text{ (۳)} \quad 4 \text{ (۲)} \quad 2 \text{ (۱)}$$

۱۳۰- دستگاهی دارای دو تایمر می‌باشد که تایمر A هر ۲۴ ثانیه و تایمر B هر ۳۶ ثانیه یک بار چشمک می‌زنند. اگر در یک لحظه هر دو تایمر با هم چشمک بزنند، پس از گذشت ۱۱ دقیقه چند بار دیگر تایمرها با هم چشمک زده‌اند؟

$$10 \text{ (۴)} \quad 9 \text{ (۳)} \quad 8 \text{ (۲)} \quad 7 \text{ (۱)}$$

gajbook

حسابان

۱۳۱- در یک دنباله‌ی هندسی، جمله‌ی اول و n ام به ترتیب A و B و مجموع n جمله‌ی اول آن S می‌باشد. قدرنسبت این دنباله‌ی هندسی کدام است؟

$$\frac{A-S}{B-S} \text{ (۴)} \quad \frac{A+S}{B-S} \text{ (۳)} \quad \frac{A-S}{B+S} \text{ (۲)} \quad \frac{A+S}{B+S} \text{ (۱)}$$

۱۳۲- در یک دنباله حسابی ۶۰ جمله‌ای، مجموع ۱۱ جمله‌ی اول برابر با ۷۰ و مجموع ۱۱ جمله‌ی آخر برابر ۵۱ می‌باشد. مجموع تمام جملات کدام است؟

$$510 \text{ (۴)} \quad 420 \text{ (۳)} \quad 330 \text{ (۲)} \quad 240 \text{ (۱)}$$

محل انجام محاسبات

۱۳۳- باقی مانده‌ی تقسیم عبارت $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + 1$ بر $x^2 + 5x + 3$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) صفر ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۴- به ازای کدام مقدار m ، عدد $\frac{1}{8}$ واسطه‌ی عددی بین دو ریشه‌ی معادله‌ی $(m^2 - 4)x^2 - 3x + m = 0$ است؟

- ۱ (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۴ (۴) -۴ (۴)

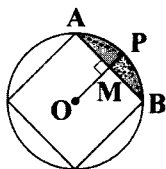
۱۳۵- بسط $(x-3)^7 + (3x+1)^5$ چند جمله دارد؟

- ۱ (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۷ (۴) ۹ (۴)

هفتادم (۱)

۱۳۶- مطابق شکل زیر، مربعی درون یک دایره به مرکز O و شعاع ۲ واحد محاط شده است. از نقطه‌ی O ، شعاع OP را بر ضلع AB عمود می‌کنیم.

تا آن را در نقطه‌ی M قطع کند. مساحت مثلث ABP چند واحد مربع است؟



۱ (۱) $2(2 - \sqrt{2})$

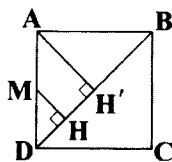
۲ (۲) $2(\sqrt{2} - 1)$

۳ (۳) $2 - \sqrt{2}$

۴ (۴) $4\sqrt{2} - 2$

۱۳۷- در مربع $ABCD$ ، از نقطه‌ی M وسط AD و از رأس A ، به ترتیب عمودهای MH و AH' را بر قطر BD رسم می‌کنیم. اگر مساحت

چهارضلعی $AMHH'$ برابر ۳ واحد مربع باشد، مساحت مربع $ABCD$ کدام است؟



۱ (۱) ۱۸

۲ (۲) ۱۵

۳ (۳) ۲۰

۴ (۴) ۱۶

۱۳۸- در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC ، مجموع مربعات میانه‌ها برابر ۹۶ است. طول وتر این مثلث کدام است؟

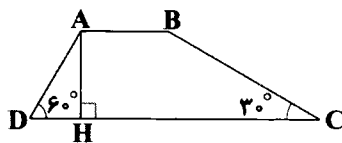
۱ (۱) ۱۲

۲ (۲) ۸

۳ (۳) ۱۰

۱۳۹- در دوزنقه‌ی شکل زیر، زوایای مجاور قاعده‌ی بزرگ برابر با 30° و 60° درجه هستند. اگر $AB = 5$ و $CD = 13$ قاعده‌های دوزنقه باشند،

اندازه‌ی ارتفاع AH کدام است؟



۱ (۱) $4\sqrt{3}$

۲ (۲) $2\sqrt{3}$

۳ (۳) $4\sqrt{2}$

۴ (۴) $2\sqrt{2}$

۱۴۰- در مستطیلی به ابعاد ۶ و ۱۳ واحد، نقطه‌ی M بر روی ضلع بزرگ‌تر قرار دارد و خطوط واصل از M به دو رأس دیگر مستطیل، برهم عمودند.

فاصله‌ی نزدیک‌ترین رأس مستطیل از M ، کدام است؟

۱ (۱) ۳

۲ (۲) $3/5$

۳ (۳) ۴

۴ (۴) $4/5$

محل انجام محاسبات

۱۴۱- در داخل یک هشت ضلعی منتظم به طول ضلع $\sqrt{2}$ ، دایره‌ای محاط کرده‌ایم. مساحت محصور بین هشت ضلعی و دایره کدام است؟ ($\pi = 3$)

$$7\sqrt{2} - \frac{1}{4} \quad (4)$$

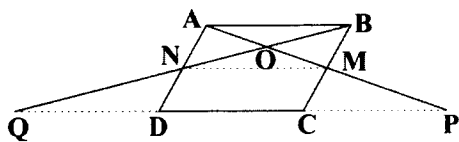
$$\sqrt{2} - \frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

۱۴۲- در متوازی‌الاضلاع ABCD، از A به وسط ضلع BC و از B به وسط ضلع AD وصل می‌کنیم و امتداد می‌دهیم تا امتداد ضلع CD را به ترتیب در نقاط P و Q قطع کنند. اگر AP و BQ در نقطه‌ی O تلاقی کنند، مساحت مثلث OPQ، چند برابر مساحت متوازی‌الاضلاع

ABCD است؟



$$1 \quad (1)$$

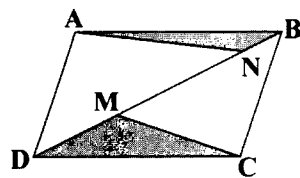
$$\frac{6}{5} \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{9}{8} \quad (4)$$

۱۴۳- اگر در متوازی‌الاضلاع ABCD داشته باشیم $6NB = 3MD = DB$ ، در این صورت مساحت سطح سایه‌خورده، چند برابر مساحت

متوازی‌الاضلاع ABCD است؟



$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

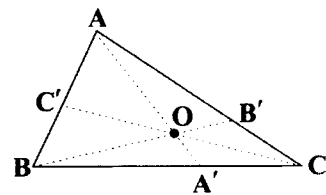
$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

$$\frac{1}{12} \quad (4)$$

۱۴۴- هرگاه سه پاره‌خط AA' ، BB' و CC' در نقطه‌ی O داخل مثلث ABC متقاطع باشند، آن‌گاه حاصل $\frac{OA'}{AA'} + \frac{OB'}{BB'} + \frac{OC'}{CC'}$ برابر کدام

است؟



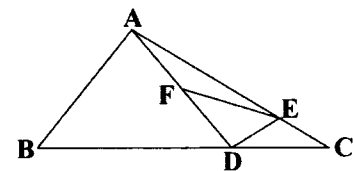
$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{2}{4} \quad (3)$$

$$1 \quad (4)$$

۱۴۵- در شکل زیر، $BD = 2DC$ و $EC = \frac{1}{4}AC$ است. اگر F وسط AD باشد، مساحت مثلث EFD چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



$$\frac{1}{8} \quad (1)$$

$$\frac{3}{16} \quad (2)$$

$$\frac{3}{8} \quad (3)$$

$$\frac{1}{16} \quad (4)$$

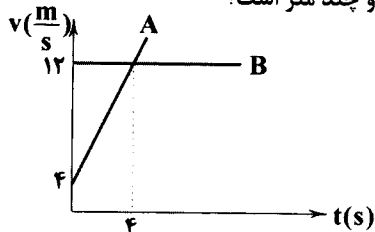
محل انجام محاسبات



DriQ.com

فیزیک

۱۴۶- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان دو اتومبیل A و B را در SI نشان می‌دهد. اگر در لحظه $t = 0$ اتومبیل A از $x = 30\text{m}$ و اتومبیل B از $x = 0$ بگذرد، کمترین فاصله‌ی دو اتومبیل به ترتیب از راست به چپ در چه ثانیه‌ای اتفاق می‌افتد و چند متر است؟



(۱) $24 - 4$

(۲) $14 - 4$

(۳) $46 - 2$

(۴) $12 - 2$

۱۴۷- متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، در مدت ۱۰ ثانیه با پیمودن مسافت ۲۵۰ متر و بدون تغییر جهت، سرعت خود را به $45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رساند. این متحرک در ۵ ثانیه‌ی اول حرکت، چند متر را طی می‌کند؟

(۴) 100

(۳) 125

(۲) 75

(۱) 62.5

۱۴۸- گلوله‌ی A از بالای یک برج به ارتفاع ۱۰۰ متر رها می‌شود و هم‌زمان با آن گلوله‌ی B از سطح زمین با سرعت اولیه‌ی v_0 در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود. اگر در لحظه‌ای که دو گلوله از کنار یک‌دیگر می‌گذرند سرعتشان هم‌اندازه باشد، اندازه‌ی v_0 چند متر بر ثانیه

است؟ (مقاومت هوا ناچیز فرض شود). ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

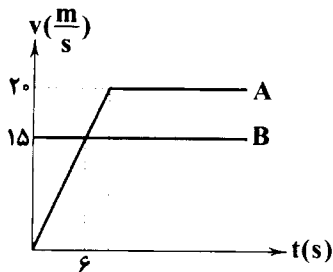
(۴) $30\sqrt{3}$

(۳) $20\sqrt{5}$

(۲) 50

(۱) 40

۱۴۹- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که هم‌زمان از یک محل و در امتداد یک خط راست به حرکت در می‌آیند به صورت شکل زیر است. در چه زمانی برحسب ثانیه دو متحرک دوباره به یک‌دیگر می‌رسند؟



(۱) 18

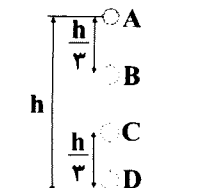
(۲) 20

(۳) 16

(۴) 12

۱۵۰- گلوله‌ای از ارتفاع h مطابق شکل رها می‌شود. اگر گلوله فاصله‌ی B تا C را در مدت ۱ ثانیه طی کند، با چشم‌پوشی از مقاومت هوا، اندازه‌ی

سرعت گلوله هنگام رسیدن به زمین تقریباً چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\sqrt{2} = 1/4$, $\sqrt{3} = 1/7$)



(۱) 41

(۲) 48

(۳) 32

(۴) 37

۱۵۱- معادله‌ی مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = \frac{4}{3}t^3 - 4t^2 + 6$ است. مسافتی که متحرک در ۲ ثانیه‌ی اول حرکت طی می‌کند، چند

متر است؟

(۴) $\frac{16}{3}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{8}{3}$

(۱) صفر

محل انجام محاسبات

۱۵۲- معادله‌ی مکان- زمان متحرکی که در صفحه‌ی xOy حرکت می‌کند، در SI به صورت $\begin{cases} x = 9t + 8 \\ y = t^2 - 5t + 36 \end{cases}$ است. نوع حرکت متحرک در ۳

ثانیه‌ی اول حرکت کدام است؟

(۱) تندشونده

(۲) کندشونده

(۳) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

(۴) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده

۱۵۳- متحرکی از حال سکون، با شتاب ثابت در مسیری مستقیم و افقی شروع به حرکت می‌کند. اگر در مدت t_1 ثانیه‌ی ابتدای حرکت، مسافت ۸

متر و در مدت t_2 ثانیه‌ی بعدی مسافت ۶۴ متر را طی کند، حاصل $\frac{t_1 + t_2}{2t_1}$ کدام است؟

(۱) ۳

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) ۱

(۴) $\frac{3}{2}$

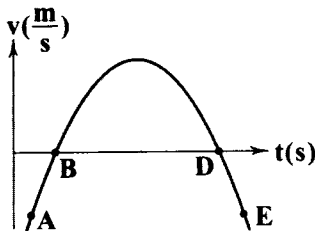
۱۵۴- شکل زیر، نمودار سرعت- زمان متحرکی که در امتداد محور x ها حرکت می‌کند را نشان می‌دهد. در کدام یک از لحظات مشخص شده، حرکت متحرک کندشونده است؟

(۱) A

(۲) B

(۳) D

(۴) E



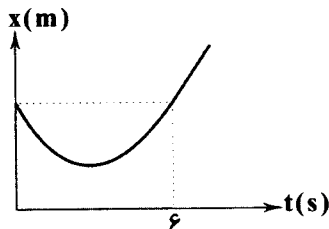
۱۵۵- نمودار مکان- زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل زیر است. اگر اندازه‌ی شیب خط مماس بر نمودار در لحظه‌ی $t = 6s$ برابر با ۵ واحد SI باشد، سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = 2s$ چند متر بر ثانیه است؟

(۱) $-\frac{5}{3}$

(۲) -۵

(۳) $-\frac{5}{6}$

(۴) باید v_0 مشخص باشد.



۱۵۶- از خودرویی که با سرعت ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است، جعبه‌ای مماس بر سطح زمین رها می‌شود. اگر این جعبه بعد از رها شدن با شتاب ثابت در مسیری مستقیم به حرکت خود ادامه دهد تا بایستد، مسافتی که از لحظه‌ی رها شدن تا لحظه‌ی توقف طی می‌کند چند برابر مسافتی است که خودرو در نصف همین مدت زمان طی می‌کند؟

(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) سرعت خودرو باید مشخص باشد.

۱۵۷- در شرایط خلأ، از ارتفاع h گلوله‌ای در راستای قائم رو به پایین پرتاب می‌شود. اگر اندازه‌ی تغییرات سرعت آن از لحظه‌ی پرتاب تا رسیدن به

زمین $50 \frac{m}{s}$ و اندازه‌ی سرعت متوسط گلوله در این بازه‌ی زمانی $30 \frac{m}{s}$ باشد، ارتفاع محل پرتاب (h) چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۴) ۲۰۰

(۳) ۳۰۰

(۲) ۲۵۰

(۱) ۱۵۰

۱۵۸- گلوله‌ای از سطح زمین به طرف بالا پرتاب می‌شود و با سرعت $15 \frac{m}{s}$ از پایین پنجره‌ای می‌گذرد و در بازگشت با سرعت $14 \frac{m}{s}$ از بالای پنجره

عبور می‌کند، ارتفاع پنجره چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۱) 0.725

(۲) $\frac{2}{9}$

(۳) $\frac{1}{45}$

(۴) $\frac{1}{5}$

محل انجام محاسبات

۱۵۹- از بالای برجی به ارتفاع h ، گلوله‌ای بدون سرعت اولیه رها می‌شود. در همان لحظه گلوله‌ی دیگری با سرعت اولیه‌ی $20 \frac{m}{s}$ از سطح زمین در همان راستای قائم که گلوله‌ی اولی سقوط می‌کند به بالا پرتاب می‌شود. اگر دو گلوله پس از $1/25s$ از مقابل یکدیگر عبور کنند، h چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز است).

۷۵ (۴)

۵۰ (۳)

۲۵ (۲)

۱۲/۵ (۱)

۱۶۰- متحرکی در صفحه‌ی xOy از حال سکون و از مبدأ به حرکت در می‌آید. اگر بردار شتاب آن در طول حرکت و در SI ، $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$ باشد، معادله‌ی مسیر حرکت این متحرک چگونه است؟

$y = 2x$ (۴)

$y = \frac{x}{2}$ (۳)

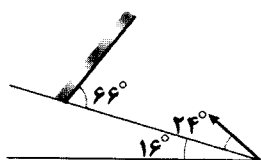
$y = x$ (۲)

$y = -x$ (۱)

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (فیزیک ۱، شماره‌ی ۱۶۱ تا ۱۸۰) و زوج درس ۲ (فیزیک ۳، شماره‌ی ۱۸۱ تا ۲۰۰)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

زوج درس ۱

فیزیک ۱ (سوالات ۱۶۱ تا ۱۸۰)



۱۶۱- در شکل مقابل، زاویه‌ی بین راستای تصویر با سطح افقی چند درجه است؟

۱۶ (۱)

۱۸۰ (۲)

۹۰ (۳)

۴۰ (۴)

۱۶۲- از یک منبع نور گسترده به قطر $14cm$ و از جسم کدروی به طول $18cm$ روی یک پرده به موازات جسم و منبع نور، سایه و نیم‌سایه ایجاد شده است. پهنای نیم‌سایه‌ی ایجادشده $4cm$ و فاصله‌ی پرده از منبع نور $1/2m$ است. اگر ابعاد جسم کدر را دو برابر کنیم، پهنای نیم‌سایه به چند سانتی‌متر می‌رسد؟

۱۶ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۶۳- زاویه‌ی بین راستای پرتوی تابش و پرتوی بازتاب از یک آینه‌ی تخت 6 برابر زاویه‌ی بین پرتوی تابش و سطح آینه است. زاویه‌ی تابش چند درجه است؟

۵۲/۵ (۴)

۳۷/۵ (۳)

۶۷/۵ (۲)

۲۲/۵ (۱)

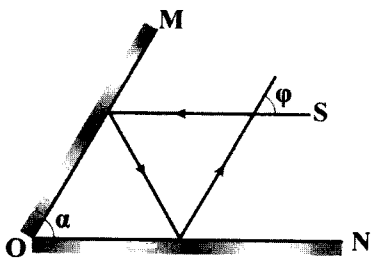
۱۶۴- دو آینه‌ی تخت OM و ON مطابق شکل زیر با یکدیگر زاویه‌ی α می‌سازند. باریکه‌ی نور S پس از بازتاب از هر دو آینه، با راستای اولیه‌ی خود زاویه‌ی ϕ می‌سازد. اگر دستگاه دو آینه به اندازه‌ی 10 درجه حول فصل مشترک دو آینه به صورت ساعتگرد بچرخد، زاویه‌ی ϕ چند درجه تغییر می‌کند؟

۲۰ (۱)

۱۰ (۲)

صفر (۳)

۴۰ (۴)



۱۶۵- یک آینه‌ی مقعر از جسمی که در فاصله‌ی ۲۰cm آینه قرار دارد، تصویری وارونه نسبت به جسم با بزرگنمایی ۲ تشکیل می‌دهد. مختصات

تصویر نقطه‌ی $A \begin{cases} 10\text{cm} \\ 2\text{cm} \end{cases}$ در آینه کدام است؟ (مختصات رأس آینه در $S \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases}$ قرار دارد.)

- (۱) $(-30\text{cm}, 8\text{cm})$ (۲) $(-40\text{cm}, 6\text{cm})$ (۳) $(-40\text{cm}, 8\text{cm})$ (۴) $(-30\text{cm}, 6\text{cm})$

۱۶۶- آینه‌ی مقعری از یک جسم تصویری حقیقی تشکیل می‌دهد که طول آن $\frac{1}{8}$ طول جسم است. اگر جسم را به محل تصویر منتقل کنیم، طول

تصویری که در این حالت به دست می‌آید چند برابر طول تصویر حالت اول است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۶۴ (۴) ۲

۱۶۷- جسمی در فاصله‌ی ۱۰ سانتی‌متری از یک آینه‌ی مقعر به فاصله‌ی کانونی ۲۰ سانتی‌متر قرار دارد. نسبت اندازه‌ی جسم به اندازه‌ی تصویر

کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۲

۱۶۸- جسمی در مقابل یک آینه‌ی محدب به شعاع ۴۰cm قرار دارد و طول تصویر آن $\frac{1}{4}$ طول جسم است. جسم را چند سانتی‌متر از آینه دور

کنیم تا طول تصویر آن $\frac{1}{6}$ طول جسم شود؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۴۰ (۳) ۲۰ (۴) ۳۰

۱۶۹- یک آینه‌ی مقعر از شیئی که در فاصله‌ی ۶۰ سانتی‌متری آن قرار دارد، تصویری حقیقی و در فاصله‌ی ۳۰ سانتی‌متری آینه تشکیل می‌دهد.

اگر شیء ۲۰ سانتی‌متر به آینه نزدیک شود، تصویر آن در چند سانتی‌متری آینه تشکیل خواهد شد؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۳۰ (۳) ۱۰ (۴) ۲۰

۱۷۰- جسمی را از فاصله‌ی نسبتاً دور تا نزدیکی کانون یک آینه‌ی مقعر با سرعت ثابت به آینه نزدیک می‌کنیم. سرعت انتقال تصویر در مقایسه با

سرعت انتقال جسم چگونه است؟

- (۱) ابتدا بیش‌تر و سپس کم‌تر (۲) ابتدا کم‌تر و سپس بیش‌تر (۳) همواره بیش‌تر (۴) همواره کم‌تر

gajbook

فیزیک ۱

۱۷۱- توپی از نخ‌ی آویزان شده و بین پرده و چشمه‌ی نور قرار دارد و سایه‌ی آن روی پرده تشکیل شده است. در کدام حالت با نزدیک کردن

چشمه به توپ، سایه کوچک‌تر می‌شود؟

(۱) چشمه نقطه‌ای باشد.

(۲) چشمه گسترده و هم‌اندازه با توپ باشد.

(۳) چشمه گسترده و توپ بزرگ‌تر از چشمه باشد.

(۴) چشمه گسترده و توپ کوچک‌تر از چشمه باشد.

۱۷۲- در یک آینه‌ی تخت زاویه‌ی بین پرتوی تابش با سطح آینه برابر است با زاویه‌ی بین پرتوی تابش با پرتوی بازتاب. در این صورت زاویه‌ی

پرتوی بازتاب با سطح آینه چند درجه است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۴۵ (۳) ۳۰ (۴) ۷۵

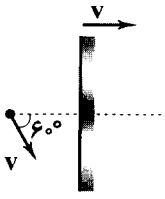
۱۷۳- در یک آینه‌ی تخت، پرتوی تابش با سطح آینه زاویه‌ی 20° می‌سازد. با ثابت نگه داشتن پرتوی تابش، آینه را 15° دوران می‌دهیم. پرتوی

تابش و بازتاب در حالت جدید چه زاویه‌ای با هم می‌سازند؟

- (۱) 170° یا 110° (۲) 160° یا 100° (۳) 55° یا 85° (۴) 80° یا 50°

محل انجام محاسبات

۱۷۴- مطابق شکل جسمی با سرعت v تحت زاویه 60° با راستای افق به آینه‌ی تختی نزدیک می‌شود. آینه نیز با سرعت v در جهت نشان داده شده حرکت می‌کند. اندازه‌ی سرعت انتقال تصویر در راستای افق نسبت به یک ناظر ساکن کدام است؟



(۱) $\frac{v}{2}$

(۲) $\frac{v}{4}$

(۳) v

(۴) $\frac{3v}{2}$

۱۷۵- اگر فاصله‌ی شمع روشنی تا یک آینه برابر فاصله‌ی شمع روشن تا تصویرش باشد، نوع آینه و نوع تصویر کدام است؟

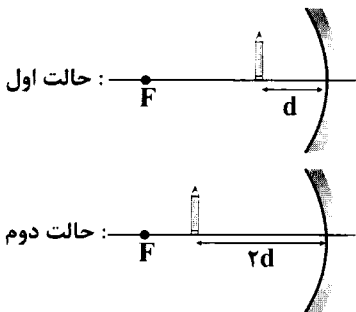
(۱) محدب، مجازی

(۲) محدب، حقیقی

(۳) مقعر، حقیقی

(۴) مقعر، مجازی

۱۷۶- در شکل زیر، مدادی را در دو وضعیت نشان داده شده، در مقابل یک آینه‌ی مقعر با فاصله‌ی کانونی f قرار داده‌ایم و بزرگنمایی در حالت دوم، 2 برابر بزرگنمایی در حالت اول است. فاصله‌ی جسم از آینه در حالت دوم کدام است؟



(۱) $\frac{1}{3}f$

(۲) $\frac{1}{2}f$

(۳) $\frac{2}{3}f$

(۴) $\frac{3}{4}f$

۱۷۷- جسمی عمود بر محور اصلی مقابل یک آینه‌ی محدب (کوژ) در فاصله‌ی p قرار دارد. اگر شعاع انحنای آینه r باشد، طول جسم چند برابر طول تصویر در آینه است؟

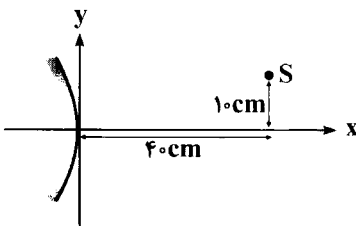
(۱) $\frac{r}{2p-r}$

(۲) $\frac{r}{2p+r}$

(۳) $\frac{2p-r}{r}$

(۴) $\frac{2p+r}{r}$

۱۷۸- نقطه‌ی روشن S در مقابل یک آینه‌ی محدب با فاصله‌ی کانونی 10 سانتی‌متر قرار دارد. بردار مکان تصویر این نقطه برحسب سانتی‌متر کدام است؟



(۱) $-6\vec{i} + 2\vec{j}$

(۲) $-6\vec{i} + 4\vec{j}$

(۳) $-8\vec{i} + 4\vec{j}$

(۴) $-8\vec{i} + 2\vec{j}$

۱۷۹- اگر مدادی را یک بار در نقطه‌ی A و بار دیگر در نقطه‌ی B ، عمود بر محور اصلی یک آینه‌ی کروی قرار دهیم، در هر دو وضعیت، تصویری از مداد ایجاد می‌شود که فاصله‌ی آن تصویر تا کانون آینه با یکدیگر یکسان و برابر $2f$ می‌باشد. نوع آینه چیست و فاصله‌ی نقطه‌ی A از نقطه‌ی B ، چند برابر فاصله‌ی کانونی آینه است؟

(۱) کاو، ۱

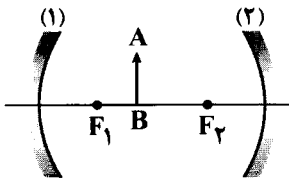
(۲) کوژ، $\frac{2}{3}$

(۳) کوژ، ۱

(۴) کاو، $\frac{2}{3}$

محل انجام محاسبات

۱۸۰- در شکل زیر، فاصله‌ی رأس‌های آینه‌های نشان داده شده برابر ۴۵ سانتی‌متر است. اگر فاصله‌ی کانونی آینه‌ی اول ۱۰ سانتی‌متر و فاصله‌ی کانونی آینه‌ی دوم ۲۰ سانتی‌متر باشد، جسم را در چند سانتی‌متری از آینه‌ی (۱) قرار دهیم تا بزرگنمایی اولین تصویر حقیقی تشکیل شده توسط این دو آینه با یکدیگر برابر شود؟



۲۰ (۱)

۱۵ (۲)

۳۰ (۳)

۳۵ (۴)

زوج درس ۲

فیزیک ۳ (سوالات ۱۸۱ تا ۲۰۰)

۱۸۱- اگر در یک فرایند بی‌دررو فشار کاهش یابد، علامت کار و نوع تغییر انرژی درونی در این فرایند به ترتیب چگونه خواهد بود؟

(۲) منفی - کاهش

(۱) مثبت - افزایش

(۴) منفی - افزایش

(۳) مثبت - کاهش

۱۸۲- در چرخه‌ی رانکین، چه فرایندی در تلمبه انجام می‌شود؟

(۲) هم‌دما

(۱) بی‌دررو

(۴) هم‌حجم

(۳) هم‌فشار

۱۸۳- ماشین گرمایی کارنوبی بین دو دمای 300K و 600K کار می‌کند. کدام گزینه می‌تواند در مورد مقادیر کار و گرمای این ماشین درست باشد؟

$$(۱) Q_H = 120\text{J}, |Q_C| = 30\text{J}, |W| = 90\text{J}$$

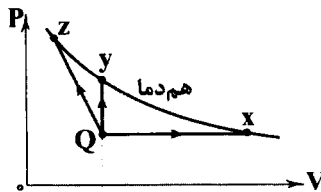
$$(۲) Q_H = 120\text{J}, |Q_C| = 50\text{J}, |W| = 80\text{J}$$

$$(۳) Q_H = 200\text{J}, |Q_C| = 0\text{J}, |W| = 200\text{J}$$

$$(۴) Q_H = 60\text{J}, |Q_C| = 30\text{J}, |W| = 30\text{J}$$

۱۸۴- سه ظرف حاوی گازهای یکسان با فشار، حجم و دمای برابر است. هر یک از گازهای درون این سه ظرف مطابق فرایندهای شکل زیر از حالت اولیه Q به یکی از حالت‌های نهایی x ، y و z برده می‌شوند و گرمای داده‌شده به گازها در هر فرایند Q_x ، Q_y و Q_z است. اگر دمای نهایی

گازها مساوی باشد، چه رابطه‌ای بین گرمای داده‌شده به گازها در هر فرایند وجود دارد؟



$$(۱) Q_x > Q_y > Q_z$$

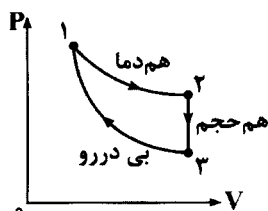
$$(۲) Q_x > Q_z > Q_y$$

$$(۳) Q_z > Q_x > Q_y$$

$$(۴) Q_x = Q_y = Q_z$$

۱۸۵- در چرخه‌ی شکل زیر اندازه‌ی کار انجام‌شده روی گاز 10J است. اگر در طول فرایند $3 \rightarrow 2$ انرژی درونی گاز 20J کاهش یابد و در طول

فرایند $1 \rightarrow 3$ ، 20J کار روی گاز انجام شود، چند ژول گرما در طول فرایند $2 \rightarrow 1$ به گاز داده می‌شود؟



(۱) صفر

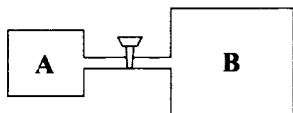
(۲) ۱۰

(۳) ۲۰

(۴) ۳۰

محل انجام محاسبات

۱۸۶- ظرف A حاوی گاز ایده آل با فشار ۸ جو و دمای ۳۰۰K و ظرف B نیز حاوی همان گاز با فشار ۶ جو و دمای ۵۰۰K است. شیر میان دو ظرف بسته است و حجم ظرف B، ۵ برابر حجم ظرف A است. شیر رابط را باز کرده و در حالی که دمای هر یک از دو ظرف در دمای اولیه شان نگه داشته شده، اجازه داده می شود فشار دو ظرف یکسان شود. فشار نهایی دو ظرف چند جو است؟



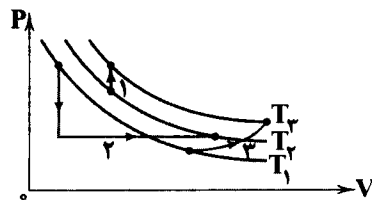
۶/۵ (۱)

۶/۳ (۲)

۷/۰ (۳)

۷/۲ (۴)

۱۸۷- شکل زیر سه مسیر را نشان می دهد که توسط یک گاز در نمودار $P-V$ طی شده است. تغییر انرژی درونی گاز در کدام فرایند بیش تر است؟ (منحنی T_1 ، T_2 و T_3 منحنی های هم دما می باشند.)



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴) تغییر انرژی درونی گاز در هر سه فرایند یکسان است.

۱۸۸- ۶۳۰۰ ژول گرما باید در حجم ثابت به یک گاز کامل داده شود تا دمای آن 150K افزایش یابد. اگر فرایند هم فشار باشد، گرمای مورد نیاز برای همین مقدار افزایش دما 8800 ژول است. تغییرات انرژی درونی گاز در فرایند هم فشار چند ژول است؟

۱۱۳۰۰ (۴)

۸۸۰۰ (۳)

۶۳۰۰ (۲)

۳۷۵۰ (۱)

۱۸۹- یک کولر گازی با توان 200W ، راندمان 50% و ضریب عملکرد ۴ کار می کند. این کولر در مدت نیم ساعت چند کیلو ژول گرما از فضای درون اتاق دریافت می کند؟

۱۶۸۰ (۴)

۱۴۴۰ (۳)

۷۲۰ (۲)

۳۶۰ (۱)

۱۹۰- اگر ضریب عملکرد یک یخچال ۲ برابر شود، گرمای داده شده به محیط بیرون یخچال در مدت زمان ثابت چگونه تغییر می کند؟ (توان موتور یخچال ثابت است.)

(۲) افزایش می یابد اما به ۲ برابر نمی رسد.

(۱) افزایش می یابد و ۲ برابر می شود.

(۴) افزایش می یابد اما نحوه ی تغییرات آن قابل تعیین نیست.

(۳) افزایش می یابد و از ۲ برابر بیش تر می شود.

gajbook

فیزیک ۳

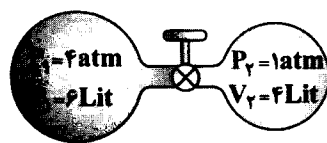
۱۹۱- در شکل زیر، اگر شیر رابط بین دو مخزن را باز کنیم و گازها در دمای ثابت اولیه به تعادل برسند، فشار در هر مخزن چند اتمسفر می شود؟

۲/۵ (۱)

۲/۸ (۲)

۳/۲ (۳)

۳/۴ (۴)



۱۹۲- کدام یک از عبارات های زیر صحیح است؟

(۱) منبع گرمایی، با دریافت و یا از دست دادن مقدار محدودی گرما، تغییرات دمایش قابل ملاحظه است.

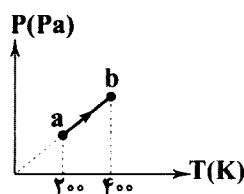
(۲) جرم مولکولی و شتاب ذرات یک گاز، جزء متغیرهای ترمودینامیکی محسوب می شود.

(۳) از کمیت های ماکروسکوپی می توان به فشار و دما اشاره کرد.

(۴) در ترمودینامیک، بر روی فرایندهایی بحث می کنیم که در آن ها تغییرات بر روی متغیرهای ترمودینامیکی ناگهانی و با تغییرات زیاد همراه باشد.

محل انجام محاسبات

۱۹۳- نمودار $P-T$ برای نیم‌مول گاز کامل دو اتمی مطابق شکل است. در طی این فرایند، انرژی درونی گاز چند ژول افزایش می‌یابد؟



$$(R = 8 \frac{J}{mol.K})$$

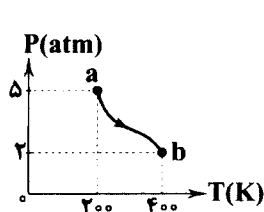
۲۴۰۰ (۱)

۴۰۰۰ (۲)

۱۲۰۰ (۳)

۲۰۰۰ (۴)

۱۹۴- دو مول گاز کامل تک اتمی طی فرایندی مطابق شکل، از حالت a به b می‌رود. اگر گرمای داده‌شده به محیط توسط گاز در این فرایند $1200 J$ باشد، کار انجام‌شده از طرف محیط بر روی گاز چند کیلوژول است؟



$$(R = 8 \frac{J}{mol.K})$$

۳/۶ (۱)

۴/۸ (۲)

۶ (۳)

۷/۲ (۴)

۱۹۵- مطابق شکل زیر، در طی یک فرایند هم‌فشار بر روی مقدار معینی از گاز کامل داخل محفظه، پیستون را اندکی پایین می‌آوریم. کدام یک از موارد زیر در رابطه با این فرایند نادرست است؟

موارد زیر در رابطه با این فرایند نادرست است؟

(۱) علامت کار انجام‌شده بر روی گاز مثبت و گرمای گرفته شده توسط گاز منفی است.

(۲) انرژی درونی و دمای گاز کاهش یافته است.

(۳) مقدار گرمایی که گاز از دست می‌دهد، بیش‌تر از کار انجام‌شده بر روی آن است.

(۴) نسبت دمای مطلق گاز به حجم گاز کاهش یافته است.



۱۹۶- دو مول گاز کامل تک اتمی طی دو فرایند متوالی هم‌حجم و هم‌فشار از A به C رفته است. تغییر انرژی درونی دستگاه تقریباً چند کیلوژول است؟

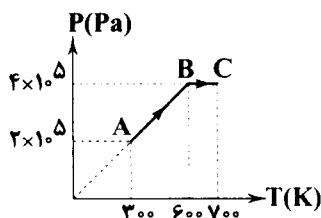
$$(R = 8 \frac{J}{mol.K}, C_V = 12/5 \frac{J}{mol.K}, C_P = 20/8 \frac{J}{mol.K})$$

۱۳ (۱)

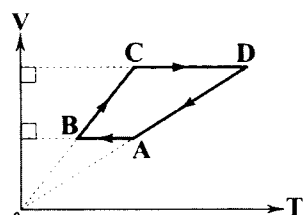
۱۰ (۲)

۷ (۳)

۴ (۴)



۱۹۷- شکل زیر، نمودار $V-T$ مربوط به مقدار معینی گاز کامل است. اگر کار انجام‌شده روی گاز در فرایندهای BC و DA را با W_{BC} و W_{DA} نشان دهیم و $\frac{W_{BC}}{W_{DA}} = K$ فرض شود، کدام رابطه درست است؟



نشان دهیم و $\frac{W_{BC}}{W_{DA}} = K$ فرض شود، کدام رابطه درست است؟

$K = -1$ (۱)

$K > 1$ (۲)

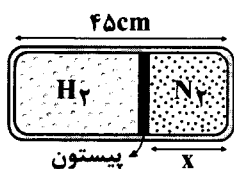
$-1 < K < 0$ (۳)

$K < -1$ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۹۸- در شکل زیر، پیستون نازکی در حال تعادل بوده و جرم و دمای گازها در دو طرف پیستون یکسان است. با توجه به این وضعیت، X چند

سانتی‌متر است؟ (جرم مولکولی N_2 برابر $28 \frac{g}{mol}$ و جرم مولکولی H_2 برابر $2 \frac{g}{mol}$ است.)



۳ (۱)

۶ (۲)

۹ (۳)

۱۲ (۴)

۱۹۹- حجم گاز کاملی را به سرعت از ۲ لیتر به ۸ لیتر می‌رسانیم. فشار گاز از ۴ atm به می‌رسد.

(۲) بیش‌تر از ۱ atm

(۱) ۱ atm

(۴) هریک از سه گزینه ممکن است درست باشد.

(۳) کم‌تر از ۱ atm

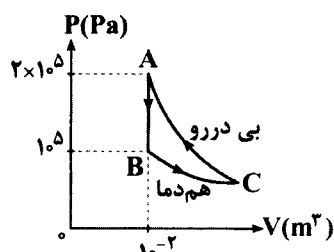
۲۰۰- در چرخه‌ی شکل زیر که روی مقداری گاز کامل تک اتمی انجام شده است، کار انجام‌شده روی گاز در فرایند CA چند ژول است؟

۱۵۰۰ (۱)

۳۰۰۰ (۲)

۴۵۰۰ (۳)

۶۰۰۰ (۴)



DriQ.com

شیمی

۲۰۱- چه تعداد از موارد زیر جزو مباحث مورد مطالعه در سینتیک به‌شمار می‌رود؟

• یافتن راهی برای کاهش سرعت برخی واکنش‌ها

• محاسبه‌ی آنتالپی (ΔH) یک واکنش

• بررسی عوامل مؤثر بر سرعت واکنش‌ها

• بررسی شرایط و چگونگی انجام واکنش‌های شیمیایی

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۲۰۲- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(آ) در یک واکنش شیمیایی افزایش مقدار واکنش‌دهنده‌ها منجر به افزایش سرعت واکنش می‌شود.

(ب) در واکنش پتاسیم با آب، حجم گاز تولید شده در دقیقه‌ی اول بیش‌تر از دقیقه‌ی دوم واکنش است.

(پ) شعله‌ی آتش موجب سوختن گرد آهن موجود در کپسول چینی می‌شود.

(ت) مخلوط دو گاز H_2 و O_2 را در دمای بالا می‌توان برای مدتی طولانی نگه داشت، بدون آن‌که میان آن‌ها واکنشی رخ دهد.

۴ (۴)

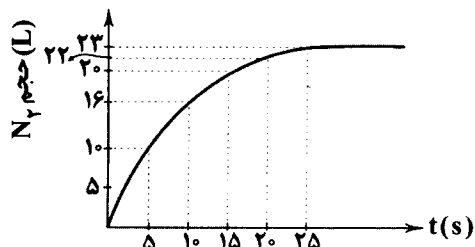
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۰۳- نمودار زیر حجم گاز نیتروژن حاصل از تجزیه‌ی آمونیاک را برحسب زمان نشان می‌دهد. چند ثانیه زمان لازم است تا $10/2$ گرم آمونیاک

تجزیه شود؟ ($d_{H_2} = 0/06 g \cdot L^{-1}$) ($N = 14, H = 1: g \cdot mol^{-1}$)



۱۵ (۱)

۲۰ (۲)

۵ (۳)

۱۰ (۴)

محل انجام محاسبات

۲۰۴- تکه‌ای از کلسیم کربنات به جرم ۵ گرم را در نیم لیتر محلول هیدروکلریک اسید ۰/۵ مولار می‌اندازیم تا با هم واکنش دهند. چه تعداد از موارد زیر سرعت واکنش را افزایش می‌دهد؟

(آ) استفاده از ۵ گرم پودر کلسیم کربنات به جای یک تکه‌ی ۵ گرمی از این ماده

(ب) اضافه کردن یک لیتر هیدروکلریک اسید ۰/۵ مولار به محلول اولیه

(پ) قرار دادن ظرف واکنش در آب داغ

(ت) اضافه کردن ۵ لیتر هیدروکلریک اسید ۰/۲ مولار به محلول اولیه

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۰۵- در یک ظرف سر بسته‌ی ۳ لیتری مقداری آمونیاک را وارد کرده و در شرایط مناسب تجزیه می‌کنیم. اگر در ۳ دقیقه‌ی آغازی واکنش، سرعت متوسط تولید هیدروژن $0.003 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ باشد و در پایان دقیقه‌ی سوم $33/33$ درصد از شمار مول‌های درون ظرف را آمونیاک تشکیل

دهد، مقدار اولیه‌ی آمونیاک چند گرم بوده است؟ ($N=14, H=1: \text{g.mol}^{-1}$)

۳۶/۷۲ (۱) ۱۸/۳۶ (۲) ۲۷/۵۴ (۳) ۱۳/۷۷ (۴)

۲۰۶- در یک ظرف سر بسته‌ی ۸ لیتری واکنش فرضی $2A(g) \rightarrow 3B(g) + 4C(g)$ با تجزیه‌ی مقداری A در حال انجام است. پس از گذشت ۵ دقیقه از آغاز واکنش به ترتیب چند مول A و چند مول B در ظرف وجود دارد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

t (min)	[A] (mol.L ⁻¹)	[B] (mol.L ⁻¹)	$\frac{-\Delta[A]}{\Delta t}$ (mol.L ⁻¹ .s ⁻¹)
۰	۱/۵	۰	۰/۰۰۴
۵			

۴/۸, ۴/۸ (۱)

۷/۲, ۴/۸ (۲)

۴/۸, ۷/۲ (۳)

۷/۲, ۷/۲ (۴)

۲۰۷- چه تعداد از مطالب زیر درباره‌ی ثابت سرعت واکنش درست است؟

(آ) کمیته‌ی تجربی است و با نماد k نشان داده می‌شود.

(ب) مقدار آن به دما بستگی دارد.

(پ) یکای آن در واکنش میان هموگلوبین و کربن مونوکسید به صورت $\text{L.mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ است.

(ت) مانند مرتبه‌ی واکنش دهنده‌ها می‌تواند عددی صحیح یا اعشاری باشد.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۲۰۸- ۸۵ گرم آمونیاک در دو واکنش (۱) و (۲) شرکت می‌کند. اگر جرم آمونیاک مصرفی در واکنش (۱)، ۴ برابر واکنش (۲) باشد و هر دو واکنش در یک زمان معین انجام شود، سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن در واکنش (۱)، چند برابر سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن در واکنش (۲)

است؟ ($N=14, H=1: \text{g.mol}^{-1}$)

بخار آب + نیتروژن → اکسیژن + آمونیاک (۱)

بخار آب + نیتروژن مونوکسید → اکسیژن + آمونیاک (۲)

۰/۶ (۱) ۱/۶۷ (۲) ۰/۴۱ (۳) ۲/۴ (۴)

۲۰۹- نمودارهای a, b و c، تغییرات غلظت ۲ مول گاز NH_3 را در واکنش تجزیه‌ی آن در شرایط مختلف دما و حجم ظرف نشان می‌دهد. اگر دما و حجم

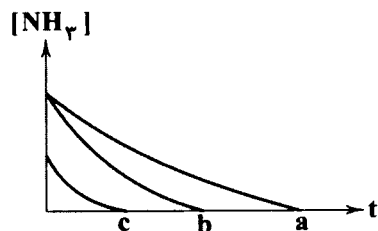
ظرف واکنش در نمودار a به ترتیب 40°C و ۱۰L باشد، کدام گزینه دما و حجم ظرف واکنش دو نمودار دیگر را می‌تواند به درستی نشان دهد؟

(۱) ۲۰L و 50°C ، c: 50°C و ۱۰L، b: 45°C

(۲) ۵L و 42°C ، c: 42°C و ۵L، b: 35°C

(۳) ۲۰L و 42°C ، c: 42°C و ۱۰L، b: 45°C

(۴) ۵L و 50°C ، c: 50°C و ۵L، b: 35°C



۲۱۰- داده‌های جدول زیر مربوط به واکنش میان کلسیم کربنات و محلول هیدروکلریک اسید است که در یک ظرف سرباز انجام می‌شود. با توجه به آن سرعت متوسط تولید ترکیب یونی به‌دست آمده در مدت زمان انجام واکنش چند $\text{mol}\cdot\text{min}^{-1}$ و سرعت متوسط مصرف اسید در 20°C ثانیه‌ی اول واکنش چند برابر 20°C ثانیه‌ی دوم واکنش است؟ ($C=12, O=16; \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$) (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).

زمان (ثانیه)	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰
جرم مخلوط واکنش (گرم)	۶۵/۹۸	۶۵/۳۲	۶۴/۸۸	۶۴/۶۶	۶۴/۵۵	۶۴/۵۰	۶۴/۵۰
جرم کربن دی‌اکسید (گرم)	۰	۰/۶۶	۱/۱۰

(۱) $1/66, 0/04$ (۲) $3/33, 0/04$ (۳) $1/66, 0/033$ (۴) $3/33, 0/033$

۲۱۱- داده‌های جدول زیر، مربوط به واکنش فرضی $A(g) + 2B(g) \rightarrow 2C(g)$ است. مرتبه‌ی واکنش‌دهنده‌ی A چند برابر مرتبه‌ی واکنش‌دهنده‌ی B است؟

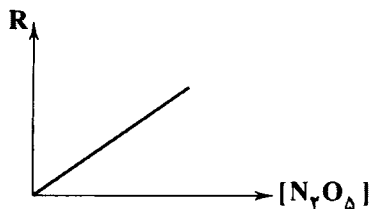
شماره‌ی آزمایش	$[A](\text{mol}\cdot\text{L}^{-1})$	$[B](\text{mol}\cdot\text{L}^{-1})$	$R(\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}\cdot\text{s}^{-1})$
۱	۰/۳۵	۰/۷	$1/4 \times 10^{-3}$
۲	۱/۴	۱/۴	$2/24 \times 10^{-2}$
۳	۰/۰۸۷۵	۲/۸	$4/48 \times 10^{-2}$

(۱) ۴

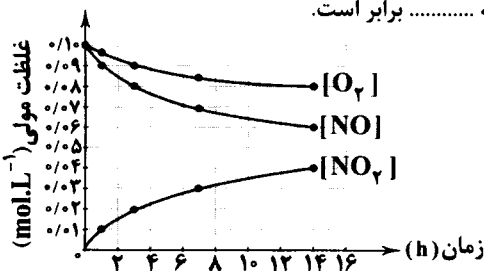
(۲) ۶

(۳) $1/4$ (۴) $1/6$

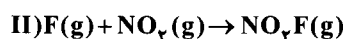
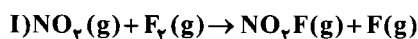
۲۱۲- نمودار زیر، سرعت واکنش تجزیه‌ی N_2O_5 را برحسب تغییر غلظت این گاز نشان می‌دهد. اگر $10/8$ گرم از این گاز را وارد یک سامانه‌ی دو لیتری کنیم و پس از ۵ دقیقه، $0/16$ مول گاز در سامانه‌ی واکنش وجود داشته باشد، سرعت واکنش در دقیقه‌ی پنجم چند برابر سرعت

آغازین واکنش است؟ ($N=14, O=16; \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)(۱) $0/3$ (۲) $0/4$ (۳) $0/6$ (۴) $0/8$

۲۱۳- شکل زیر، نمودارهای تغییر غلظت مولی مواد را در واکنش گاز برحسب زمان نشان می‌دهد و براساس آن سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن در ۷ ساعت نخست واکنش در مقایسه با ۷ ساعت دوم، نزدیک به برابر است.

(۱) تشکیل، NO_2 ، ۳(۲) تشکیل، NO_2 ، ۴(۳) اکسایش، NO ، ۳(۴) اکسایش، NO ، ۴

۲۱۴- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام عبارت‌های پیشنهادشده درست هستند؟



(آ) شمار پیوندهای سست نشده در حالت گذار واکنش‌های (I) و (II) با هم برابر است.

(ب) شمار پیوندهای سست نشده در حالت گذار واکنش (I) بیش‌تر از واکنش (II) است.

(پ) شمار پیوندهای سست شده در حالت گذار واکنش (I) بیش‌تر از واکنش (II) است.

(ت) شمار پیوندهای سست شده در حالت گذار واکنش‌های (I) و (II) با هم برابر است.

(۴) «ب» و «ت»

(۳) «ب» و «پ»

(۲) «آ» و «ت»

(۱) «آ» و «پ»

محله انجام محاسبات

۲۱۵- چه تعداد از موارد زیر ارتباطی به نظریه‌ی برخورد ندارند؟

- (آ) تشکیل پیچیده‌ی فعال هنگام برخورد ذره‌ها
(ب) شمار برخوردهای ذره‌های واکنش‌دهنده
(پ) جهت‌گیری مناسب ذره‌ها هنگام برخورد
(ت) انرژی کافی ذره‌ها هنگام برخورد
(ث) جرم مولی ذره‌های برخوردکننده

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (شیمی ۲، شماره‌ی ۲۱۶ تا ۲۲۵) و زوج درس ۲ (شیمی ۳، شماره‌ی ۲۲۶ تا ۲۳۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

شیمی ۲ (سؤالات ۲۱۶ تا ۲۲۵)

زوج درس ۱

۲۱۶- فلئورسانس از جمله خواص فیزیکی برخی مواد شیمیایی است. مواد دارای این خاصیت، نور با طول موج معینی را جذب می‌کنند و به جای آن، نور با طول موج را منتشر می‌سازند. تابش این نور با قطع شدن منبع نور و نمونه‌ای از این مواد است.

(۲) بلندتری - تا مدت کوتاهی ادامه می‌یابد - CuS

(۱) بلندتری - قطع می‌شود - ZnS

(۴) کوتاه‌تری - تا مدت کوتاهی ادامه می‌یابد - ZnS

(۳) کوتاه‌تری - قطع می‌شود - CuS

۲۱۷- اگر آرایش الکترونی گونه‌ای به ns^2 ختم شود، چند مورد از مطالب زیر درباره‌ی آن درست است؟

(آ) ممکن است این عنصر در دمای اتاق به حالت مایع باشد.

(ب) این عنصر می‌تواند بیش از دو الکترون ظرفیتی داشته باشد.

(پ) ممکن است این عنصر در دمای اتاق به حالت گاز باشد.

(ت) در صورتی که بیش از دو الکترون ظرفیتی داشته باشد، کاتیون آن به آرایش گاز نجیب نمی‌رسد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۲۱۸- در آرایش الکترونی اتم ${}_{51}Sb$ ، چند الکترون با مشخصات « $l=1$ ، $m_l=0$ ، $m_s=+\frac{1}{2}$ » وجود دارد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۲۱۹- اگر «مجموع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های ظرفیتی اتم فلز قلیایی خاکی هم دوره با آرگون» برابر با a و «مجموع شمار زیرلایه‌های شبه‌فلز گروه هالوژن‌ها» برابر با b باشد، نسبت $\frac{b}{a}$ کدام است؟

۱/۵ (۴)

۲/۵ (۳)

۲ (۲)

۱/۸۷۵ (۱)

۲۲۰- جدولی که توسط مندلیف برای دسته‌بندی عناصر پیشنهاد شد، به ترتیب دارای چند ردیف افقی و چند ستون عمودی (گروه) بود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

۱۸ و ۷ (۴)

۱۰ و ۱۲ (۳)

۸ و ۷ (۲)

۸ و ۱۲ (۱)

۲۲۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

(آ) تنها در یک گروه از جدول تناوبی، هر سه نوع حالت فیزیکی در عناصر آن گروه به چشم می‌خورد.

(ب) شمار عنصرهای نافلزی دوره‌ی دوم جدول تناوبی، بیش‌تر از سایر دوره‌های جدول است.

(پ) به علت واکنش‌پذیری زیاد سدیم، این عنصر را در زیر نفت نگاه‌داری می‌کنند.

(ت) شبه‌فلزها هیچ‌کدام از خواص فلزها و نافلزها را ندارند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات

۲۲۲- در چه تعداد از ستون‌های جدول تناوبی، عنصر آغازی در شرایط معمولی به حالت گاز است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۲۲۳- چه تعداد از عبارات‌های زیر در مورد سومین عنصر دوره‌های سوم و چهارم جدول تناوبی درست است؟

- (آ) هر دو عنصر، کاتیون X^{3+} تشکیل داده و قاعده‌ی هشت تایی را رعایت می‌کنند.
(ب) هر دو عنصر متعلق به یک دسته از عناصر بوده و در یک گروه از جدول جای دارند.
(پ) شمار الکترون‌های با $I=0$ در بیرونی‌ترین لایه‌ی الکترونی اتم دو عنصر یکسان و برابر با ۲ است.
(ت) عنصری که در دوره‌ی سوم جای دارد، واکنش‌پذیرتر از عنصر دیگر است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۲۴- عناصر تشکیل‌دهنده‌ی باروت سیاه شامل ۵ عنصر هستند که یکی از آن‌ها جزو فلزهای و چهار عنصر دیگر متعلق به تناوب‌های جدول هستند.

- (۱) قلیایی - دوم و چهارم (۲) قلیایی خاکی - دوم و چهارم (۳) قلیایی - دوم و سوم (۴) قلیایی خاکی - دوم و سوم

۲۲۵- کدام کشف به درستی به دانشمند ذکر شده نسبت داده شده است؟

- (۱) جرم الکترون: رابرت میلیکان (۲) خاصیت پرتوزایی: ماری کوری
(۳) طیف نشری خطی هیدروژن: نیلزبور (۴) طیف نشری خطی مس: رابرت بونزن

زوج درس ۲

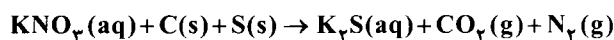
شیمی ۳ (سوالات ۲۲۶ تا ۲۳۵)

۲۲۶- از تجزیه‌ی $3/192$ گرم کلسیم کربنات ناخالص، 800 میلی‌لیتر گاز با چگالی $1/54 \text{ g.L}^{-1}$ تولید می‌شود. با توجه به این‌که ناخالصی‌ها تجزیه

نمی‌شوند، چند درصد از جرم جامد باقی مانده را فراورده‌ی واکنش تشکیل می‌دهد؟ ($\text{Ca}=40, \text{C}=12, \text{O}=16; \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۷۰ (۲) $66/7$ (۳) ۷۵ (۴) ۸۰

۲۲۷- در واکنش زیر پس از موازنه، نسبت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها به مجموع ضرایب فراورده‌ها کدام است؟



- (۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $1/2$ (۳) $1/1$ (۴) $0/8$

۲۲۸- 3 kg زغال سنگ (کربن) با مقدار کافی بخار آب واکنش می‌دهد تا گازهای متان و کربن دی‌اکسید تولید شود. اگر گاز متان به دست آمده به

طور کامل سوزانده شود، برای مصرف کامل CO_2 حاصل از دو واکنش، چند کیلوگرم متانیزیم اکسید با خلوص 64% لازم است؟

($\text{C}=12, \text{H}=1, \text{O}=16, \text{Mg}=24; \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۱۵ (۲) $14/4$ (۳) $9/6$ (۴) $15/625$

۲۲۹- اگر در یک کوره‌ی سرباز، واکنش میان آهن(III) اکسید و کربن به طور کامل انجام شود، طوری که چیزی از واکنش‌دهنده‌ها باقی نماند، چند

درصد از جرم مخلوط اولیه کاهش می‌یابد؟ ($\text{Fe}=56, \text{C}=12, \text{O}=16; \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۳۷ (۲) $25/6$ (۳) $23/6$ (۴) ۳۴

۲۳۰- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟ ($\text{C}=12, \text{H}=1; \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) فرمول مولکولی و فرمول تجربی $1, 2, 3$ - پروپان تری‌آل یکسان است، در صورتی که فرمول مولکولی اتیلن گلیکول، دو برابر فرمول تجربی آن است.
(۲) در فرمول مولکولی ماده‌ی خوش طعم و معطر موجود در آناناس، شمار اتم‌های هیچ دو عنصری با هم برابر نیست.
(۳) یکی از روش‌های تولید گاز کلر در آزمایشگاه، واکنش منگنز (IV) هیدروکسید با هیدروکلریک اسید است.
(۴) اختلاف جرم مولی متیل سالیسیلات و سالیسیلیک اسید، برابر با 14 g.mol^{-1} است.

محل انجام محاسبات

۲۳۱- در دما و فشار ثابت، نیم لیتر از یک ترکیب آلی گازی شکل می‌سوزد و طی آن $1/2$ لیتر گاز کربن دی‌اکسید و $0/8$ لیتر بخار آب تولید می‌شود. اگر بازده این واکنش 80% باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند نشان‌دهنده فرمول ترکیب آلی مورد نظر باشد؟



۲۳۲- 80% جرم یک هیدروکربن را کربن تشکیل می‌دهد. از سوختن کامل 12 گرم از این هیدروکربن با خلوص 80% چند گرم کربن دی‌اکسید به

دست می‌آید؟ (بازده واکنش 80% است.) ($C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$)



۲۳۳- در دو واکنش فلز کلسیم با آب با بازده 75% و واکنش فلز آهن با هیدروکلریک اسید با بازده 60% ، مقادیر یکسانی گاز هیدروژن به دست

آمده است. نسبت جرم آهن مصرفی به کلسیم مصرفی کدام است؟ ($Ca=40, Fe=56, H=1: g.mol^{-1}$)



۲۳۴- در واکنش تجزیه‌ی کدام ترکیب زیر در اثر گرما، گاز اکسیژن و اکسید فلزی به دست می‌آید؟



۲۳۵- از تجزیه‌ی عنصری یک ترکیب آلی، $3/24$ گرم کربن، $0/24$ گرم هیدروژن و $1/92$ گرم اکسیژن به دست آمده است. ترکیب مورد نظر

کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟ ($C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$)





آزمون‌های سراسر گاج

گزینه دروس را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۹۷-۱۳۹۶

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۹

جمعه ۹۶/۰۸/۰۵

پاسخ‌های تشریحی

گروه آزمایشی علوم ریاضی

چهارم دبیرستان (پیش‌دانشگاهی)

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۲۰۵	مدت پاسخگویی: ۲۱۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	شماره سوال	مدت
۱	زبان و ادبیات فارسی	۲۰	۱	۱۵ دقیقه
۲	زبان عربی	۲۰	۲۱	۱۵ دقیقه
۳	فرهنگ و معارف اسلامی	۲۰	۴۱	۱۵ دقیقه
۴	زبان انگلیسی	۲۰	۶۱	۱۵ دقیقه
۵	ریاضیات پایه	۱۵	۸۱	۷۵ دقیقه
		۱۰	۹۶	
		۱۰	۱۰۶	
		۵	۱۱۶	
		۵	۱۲۱	
		۵	۱۲۶	
		۵	۱۳۱	
۶	فیزیک	۱۵	۱۴۶	۵۰ دقیقه
		۱۰	۱۶۱	
		۱۰	۱۷۱	
		۱۰	۱۸۱	
		۱۰	۱۹۱	
۷	شیمی	۱۵	۲۰۱	۲۵ دقیقه
		۱۰	۲۱۶	
		۱۰	۲۲۶	

حق چاپ و تکثیر پاسخ‌های آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع می‌باشد و پیگرد قانونی دارد.

به نام خدا

حقوق دانش‌آموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نمایم:

- ۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.
- ۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.
- ۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.
- ۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تاییبی باشد.
- ۵- در هنگام برگزاری آزمون باید تغذیه رایگان دریافت نمایید.
- ۶- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.
- ۷- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

• مراجعه به سایت گاج به نشانی www.gaj.ir

• مراجعه به نمایندگی.

۸- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

- برگزاری جلسه مشاوره حضوری به صورت انفرادی حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.
- تماس تلفنی حداقل ۲ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.
- تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].
- بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود و یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۰۲۱-۶۴۲۰۰۰۰ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.



در گاج، بهترین صدا،

صدای دانش‌آموز است.



اهوان ثالث

زبان و ادبیات فارسی

۱- معنی درست واژه‌ها: سپردن: پای‌مال کردن و زیرپا گذاشتن / لابه: تضرع، التماس، اظهار نیاز / کومه: خانه‌ای از نی و علف که کشاورزان و باغبانان در آن می‌نشینند؛ آلونک، کپُر، کلبه / چُلَقن: کسی که زود فریب بخورد؛ نالایق و بی‌دست و پیا / تفتیش: بازرسی، بازرجست، واپزوهیدن

۲- معنی درست واژه‌ها: بحبوحه: میان، وسط / آرزگار: زمانی دراز، به‌طور مداوم، تمام و کامل (آزمند: حریص) / مصف: محلّ صف بستن، میدان جنگ؛ مفرد مصاف (مصاف: جمع «مصف»؛ محل‌های صف بستن، میدان‌های جنگ)

۳- معنی درست واژه: تریاق: پادزهر، ضدّ زهر

املاي درست واژه در سایر گزینه‌ها:

(۱) خواست: درخواست

(۳) غزا: جنگ

(۴) هزیمت: نابودن شدن سپاه

املاي درست واژه: حمیت: مردانگی

کنایه (بیت «ج»): چاک شدن دامن / جامه دریدن

تشبیه (بیت «د»): لب لعل

حس آمیزی (بیت «ه»): شعر تر (آمیختن دو حس شنوایی و لامسه)

تضاد (بیت «ب»): فروختن ≠ خریدن

استعاره (بیت «الف»): نسبت دادن لب، خندیدن، آمدن و شنیدن بو به گل

جناس ناقص: چشم و چشمه

نغمه‌ی حروف: تکرار مصوّت بلند «ا» (۶ بار) و صامت «ت» (۸ بار)

استعاره: یاقوت (مصراع اول): استعاره از لب معشوق / یاقوت (مصراع دوم): استعاره از اشک

تشبیه: تشبیه یاقوت (لب) معشوق به قوت / تشبیه چشم به چشمه‌ی یاقوت

جناس تام: روان (روح) و روان (رونده و جاری)

تکرار: یاقوت

۸- نام درست پدیدآورندگان آثار: دارالمجانین: محمدعلی جمال‌زاده / از رنجی که می‌بریم: جلال آل‌احمد / جزیره‌ی سرگردانی: سیمین دانشور /

سیاحت‌نامه‌ی ابراهیم بیگ: زین‌العابدین مراغه‌ای

خطای ویرایشی: عدم مطابقت نهاد و فعل از نظر شمار

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) خواجه‌ی جانی

(۲) تشنگان بادیه

(۴) که ای سودایی زنجیر (در انتهای سودایی نیز حرف میانجی «ی» به کار رفته است)

تکواژها: چو / فانی / است / اگل / دست / ه / باغ / ا / گیتی (۱۱ تکواژ)

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) زمان ای اب / آ / ا / تا / دم ای / خوش / بر / آر / ایم (۱۲ تکواژ)

(۳) از / بس / امید / ه / است / ا / از / هم / صحبت / ان / دل / ام (۱۲ تکواژ)

(۴) خون / ا / خود / چون / کوه / کن / مرد / انه / می / ریز / ایم / ما (۱۲ تکواژ)

فعل «شدن» در این گزینه در معنی «اسنادی» به کار رفته است و در سایر گزینه‌ها در معنی «رفتن»

واژه‌ی «محضر» در این گزینه در معنی «محل حضور و پیشگاه» به کار رفته است و در سایر گزینه‌ها در معنی «استشهادنامه»

مفهوم گزینه‌ی (۲): عاقبت و خیم ظلم

مفهوم مشترک بیت سؤال و سایر گزینه‌ها: تسلط بدی‌ها بر خوبی‌ها

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه‌ی (۲): عجز عقل از درک و شناخت خداوند

مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) اشتیاق در بند، همتی معشوق

(۳) فضل بی‌نهایت معشوق

(۴) در قمار عشق پشیمانی نیست

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه‌ی (۲): تنها عاشق درد عاشق را درک می‌کند.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) بلاکشی عاشق

(۳) طلب توجه و عنایت از معشوق / بار فراق غیرقابل تحمل است.

(۴) لذت رنج عاشقی

مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه‌ی (۳): پاک‌بازی

مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) نکوهش دخالت در آفرینش خداوند

(۲) نکوهش تعقیب دشمن زخم‌خورده

(۴) هر کسی، محرم راز عشق نیست

مفهوم گزینه‌ی (۲): پشتیبانی معشوق موجب امنیت و آسایش خاطر است.

مفهوم مشترک سؤال و سایر گزینه‌ها: بازگشت به اصل

مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه‌ی (۴): از ماست که بر ماست

مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) دعوت به بصیرت و نکوهش غفلت

(۲) اغراق در رنج و اندوه شاعر

(۳) تقدیرگرایی

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه‌ی (۴): گذازندگی هجران

مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) گله از بی‌توجهی معشوق

(۲) دشمنی روزگار با انسان‌ها

(۳) منافات عاشقی و شکایت از معشوق



DriQ.com

کانال رفع اشکال: @arabi_gaj

زبان عربی

درست‌ترین و دقیق‌ترین جواب را در ترجمه، تعریب و یا مفهوم مشخص کن (۲۶ - ۲۱):

ترجمه کلمات مهم: توصل إلی: دست یافت، رسید / علم الفلك: ستاره‌شناسی

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

(۱) دیدگاه (← نظریه‌ای، دیدگاهی)، جامد بودن ماده اولیه جهان (← ماده اولیه جهان جامد بوده است)، به طور خلاصه (← خلاصه‌اش)

(۳) «توسط» اضافی است، نظریه‌ای (← به نظریه‌ای)، به دست آمد (← دست یافتند)، این بود (← این است)، نخستین ماده (← ماده اولیه)، جامد است (← جامد بود)

(۴) اولین ماده (← ماده اولیه)

ترجمه کلمات مهم: غامض: پیچیده / وجیزه: مختصر و مفید

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

(۲) راز پیچیده (← رازی پیچیده، راز پیچیده‌ای؛ «سرّ غامض» ترکیب وصفی نکره است.)، خبر داده‌اند (← خبر می‌دهند)

(۳) «این» و «همچون» اضافه‌اند، که (← و) «من خلال» و «کلمات» ترجمه نشده است، مختصراً (← مختصر و مفید)، درباره آن (← درباره این امر)

(۴) که (← و)، کلمات مختصر و مفید (← کلماتی مختصر و مفید؛ «کلمات وجیزه» ترکیب وصفی نکره است.)

۲۲ ۴ ترجمه کلمات مهم: ظلماء: بسیار تاریک / کتف: شانه / جراب: کیسه / حمل: حمل کرد

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

- ۱) شب بسیار تاریک (← شبی بسیار تاریک، یک شب بسیار تاریک؛ «لیلا: ظلماء» ترکیب وصفی نکره است، شانه‌ها (← شانه)، حمل می‌کرد (← حمل کرد)
- ۲) کیسه‌های (← کیسه‌ای)، پول و غذا (← پول‌ها و غذاها)
- ۳) شب بسیار تاریک (← شبی بسیار تاریک، یک شب بسیار تاریک)، کیسه‌هایی (← کیسه‌ای)، حمل می‌کرد (← حمل کرد)

۲۳ ۲

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) شهروندان ← شهروندان (ضمیر «ه» ترجمه نشده است.)
 - ۲) عبد آن کسی هستم که ← آن عبدی هستم که ...
 - ۴) آگاه ← داناتر، آگاه‌تر («أعلم» اسم تفضیل است.)
- ترجمه عبارت سؤال: «انسان بر دین دوست و رفیقش است.»

۲۵ ۴

۲۶ ۳

نکته: اَعْلَمُ، اِعْلَمِي: بدان / عَلِمْتُ، عَلِمِي: یاد بده / تَعَلَّمْتُ، تَعَلَّمِي: یاد بگیر، بیاموز

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

- ۱) عَلِمِي (← تَعَلَّمِي)، الثَّقَبُ (← ثَقْبًا؛ «سوراخی» نکره است.)
 - ۲) قطرة (← قطرات)، أحدثت (فعل ماضی) (← تحدث؛ «ایجاد می‌کنند» فعل مضارع است.)، صخرة صعبة (← الصخرة الصعبة؛ «صخرة سخت» معرفه است.)
 - ۴) اِغْلَمُ (← تَعَلَّمْتُ)، أحدثت (← تحدث)، صخرة صعبة (← الصخرة الصعبة)، الثَّقَبُ (← ثَقْبًا)
- متن زیر را با دقت بخوان سپس متناسب با آن به سؤالات پاسخ بده (۳۳ - ۲۷):

دانشمندان گفته‌اند: «زهد آن است که چیزی را به خاطر بی‌ارزش دانستن و کوچک شمردن شأنش رها کنی و از آن با چیزی بهتر از آن بی‌نیاز شوی.»
در موضوع زهد واقعاً نکته مهمی وجود دارد؛ زهد آن نیست که نعمت‌های خداوند بزرگ را رها کنی. این زهد نیست؛ بلکه زهد آن است که نعمت‌های خداوند را در آن چه به تو اجازه داده است به‌کار گیری یا به وسیله این نعمت‌ها برای آخرت‌خواهی یاری جویی یا این نعمت‌ها را برای کارهای نیکی که تو را به خدا نزدیک می‌کند، به‌کار بندی. این همان زهد است نه این‌که دنیا را رها کنی. این همان حقیقت زهد است برخلاف آن چه برخی از مردم می‌پندارند.

۲۷ ۲ [گزینه] صحیح را برای جای خالی مشخص کن: زهد آن نیست که

ترجمه گزینه‌ها:

- ۱) نعمت‌هایی که خدا آن‌ها را بر تو ارزانی داشته در آن چه که خدا دستور داده است، به کار بگیری.
 - ۲) دنیا و آن چه در آن هست را به خاطر بی‌ارزش بودنش رها کنی.
 - ۳) نعمت‌ها را در کار نیک مقدر سازی.
 - ۴) از این نعمت‌ها برای رسیدن به خشنودی خداوند کمک بگیری.
- چگونه یاری جستن از نعمت‌های خداوند منجر به زهد می‌شود؟

۲۸ ۱

ترجمه گزینه‌ها:

- ۱) زمانی که برای آخرت‌خواهی باشد.
- ۲) هنگامی که خدا اجازه آن را بدهد.
- ۳) هرگاه انسان را به پروردگارش نزدیک کند.
- ۴) هرگاه برخلاف توهم مردم باشد.

۲۹ ۲

ترجمه گزینه‌ها:

- ۱) هرگاه کسی را که دوست داری ملاقات کردی، دنیا را رها کن و نسبت به آن بی‌توجه باش.
- ۲) مال و خانواده امانت‌هایی بیش نیستند.
- ۳) دنیا را به بهانه دست‌یابی به آخرت رها مکن.
- ۴) آخرت را تنها با رها کردن دنیا به دست می‌آوری.



■ گزینه درست را در حرکت‌گذاری مشخص کن (۳۰ و ۳۱):

حکمت‌گذاری کامل عبارت: «الرَّهْدُ أَنْ تُشَخَّرَ هَذِهِ النَّعْمَ لِأَعْمَالٍ صَالِحَةٍ تُقَرِّبُكَ إِلَى اللَّهِ.»

ترکیب کلمات مهم: الرَّهْدُ: مبتدا و مرفوع / أَنْ تُشَخَّرَ: خبر و محلاً مرفوع (جمله فعلیه) فعل و فاعل آن ضمیر «أنت» مستتر / هذه: مفعول به و محلاً منصوب (مبني) / النَّعْمَ: تابع اسم اشاره و منصوب به تبعیت / لأَعْمَالٍ: جار و مجرور / صَالِحَةٍ: صفت و مجرور به تبعیت / تُقَرِّبُ: فعل مضارع و مرفوع و فاعل آن ضمیر «هي» مستتر / لَنْ: مفعول به و مبني و محلاً منصوب / إِلَى اللَّهِ: جار و مجرور

حکمت‌گذاری کامل عبارت: «هَذِهِ هِيَ حَقِيقَةُ الرَّهْدِ عَلَىٰ خِلَافِ مَا يَتَوَهَّمُ بَعْضُ النَّاسِ.»

ترکیب کلمات مهم: هذه: مبتدا و محلاً مرفوع / هي: ضمیر فصل (محلّی از اعراب ندارد) / حَقِيقَةُ: خبر و مرفوع / الرَّهْدِ: مضاف‌الیه و مجرور / على خلاف: جار و مجرور / ما: مضاف‌الیه و محلاً مجرور / يَتَوَهَّمُ: فعل مضارع و مرفوع / بَعْضُ: فاعل و مرفوع / النَّاسِ: مضاف‌الیه و مجرور

■ گزینه درست را در اعراب و تحلیل صرفی مشخص کن (۳۲ و ۳۳):

🔍 موارد نادرست سایر گزینه‌ها:

- ۲) صحیح الآخر ← ممدود / بالعلامة الفرعية ← بالعلامة الأصلية
- ۳) مفردة: علم ← عالم / مقصور ← ممدود / جامد ← مشتق / فاعل لفعل «قالوا» ← مبتدأ
- ۴) مبني ← معرب / فاعل ← مبتدأ

🔍 موارد نادرست سایر گزینه‌ها:

- ۱) مشتق ← جامد
- ۳) نكرة ← معرف بالإضافة / باب إفعال ← باب إفتعال / مضاف‌إليه ← مجرور بحرف «لِ»
- ۴) نكرة ← معرف بالإضافة / مشتق ← جامد / مضاف‌إليه ← مجرور بحرف جارّ

■ گزینه مناسب را در مورد سؤالات زیر مشخص کن (۴۰-۴۴):

پنج اسم معرفه در این گزینه هست ← مثل / ما (اسم موصول) / قوم (معرفه به اضافه) / هود (عَلَم) / كم (ضمير)

🔍 بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) رَبِّ / كم (ضمير) / ما (اسم موصول) / السماوات (ذواللّام) / الأرض (ذواللّام)
 - ۲) هذا (اسم اشاره) / القرآن (ذواللّام) / الّتي (اسم موصول) / هي (ضمير)
 - ۴) شعيب (عَلَم) / الّذين (اسم موصول) / مع / هـ (ضمير) / هـ (ضمير)
- هناك (اسم اشاره) / من (اسم موصول) / أعمال، يوم، هـ، هو، هـا (ضمير) / الله (عَلَم) / القيامة (ذواللّام) ← تمامی انواع شش‌گانه معارف ذکر شده است.

🔍 بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) وظائف (معرفه به اضافه) / نا و ها (ضمير) / الّتي (اسم موصول) / المعلمة (ذواللّام) ← ۴ نوع
 - ۲) المؤمنان و المخلصان (ذواللّام) / اللّذان (اسم موصول) / هما (ضمير) / الله (عَلَم) ← ۴ نوع
 - ۳) من (اسم موصول) / الله (عَلَم) / قلب (معرفه به اضافه) / هـ (ضمير) ← ۴ نوع
- «مساجد» بر وزن «مفاعل» اسم غیرمنصرف و در این عبارت مضاف‌الیه و مجرور است. «تاریخية» هم صفت «مساجد» است بنابراین این کلمه در حالت جر اعراب فرعی نمی‌گیرد ← مشاهده مساجد تاریخيّة

🔍 بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۲) «الضبيان» جمع مکسر است ← اعراب اصلی
 - ۳) «أحوج» بر وزن «أفعل» و غیرمنصرف است و اعراب جرّش با علامت فرعی است اما در این جا نقش «خبر» دارد و مرفوع است ← اعراب اصلی
 - ۴) «قوانين» جمع مکسر و در این جا مفعول به و منصوب است ← اعراب اصلی
- «المسلمين» جمع سالم مذکر و مجرور به حرف جر و علامت آن «ياء» است / «أفضل» اسم غیرمنصرف و مجرور به حرف جر و علامت آن «است» / «مناطق» اسم غیرمنصرف و مجرور به حرف جر و علامت آن «است».

🔍 بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ و ۳) «المساكين» جمع مکسر و معطوف به «الفقراء» و اعراب نصب آن، اصلی است.
- ۲ و ۴) «الفقراء» جمع مکسر، مفعول به برای فعل «ساعِد» (کمک کن) و اعراب نصب آن، اصلی است.

۱ ۲۸

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) خوارزم (عَلَم غیرعربی)

نکته: عَلِيَا (دارای «الف» زائده در انتهای کلمه)

(۴) الأوَّل (بر وزن «أفعل»)

۴ ۲۹

«زمیلات» مفعول برای فعل «تری» است و در حالت نصب اعراب فرعی فتحه می‌گیرد. (ترجمه عبارت: مدیر مدرسه می‌خواهد هم‌کلاسی‌هایمان را ببیند.)

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) «الطالبات» فاعل برای فعل «ما قصرت» و اعراب آن مرفوع است / «صدیقات» مضاف‌الیه و مجرور است (ترجمه عبارت: دانش‌آموزان در کمک به دوستانشان کوتاهی نکردند.)

(۲) «الأمهات» فاعل برای فعل «تبعده» و اعراب آن مرفوع است. (ترجمه عبارت: مادرها بسیاری از خطرها را از فرزندانشان دور می‌کنند.)

(۳) «الواجبات» مضاف‌الیه و مجرور است. (ترجمه عبارت: یکی از واجبات ضروری برای انسان توکل به خداست.)

«فضیلتان» در جمله «فله فضیلتان» مبتدای مؤخر و مرفوع است و علامت رفع در اسم‌های مثنی «ا» است.

۳ ۳۰

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) «الآخرین» جمع مذکر سالم و مفعول‌به برای فعل «یواجهون» است. (شکل صحیح ← الآخرین)

(۲) «المسلمون» جمع مذکر سالم و مفعول‌به برای فعل «شجّع» است. (شکل صحیح ← المسلمین)

(۴) «المنافقون» جمع مذکر سالم و معطوف به «الکفار» (مفعول‌به برای فعل «جاهد») و منصوب است. (شکل صحیح ← المنافقین)



DriQ.com

کانال رفع اشکال: @dinozendegi_gaj

فرهنگ و معارف اسلامی



۲ ۳۱

در بخش پیام آیات آمده است، کسی می‌تواند حقیقت جهان را به درستی دریابد که اهل تعقل و خردورزی باشد (اولوالالباب) و وقتی به روابط مستحکم و نظم استوار جهان می‌نگریم در می‌یابیم که جهان بر حق و درستی استوار است و آیه‌ی شریفه‌ی «ان فی خلق السماوات و الارض و اختلاف الليل و النهار لآیات اولوالالباب» مربوط به موضوع اول است.

۱ ۳۲

یکی از سؤال‌های اصلی هر نوجوان و جوانی این است که «ما در چگونه جهانی زندگی می‌کنیم؟» پاسخ به این سؤال، در نگاه وی به زندگی تأثیر می‌گذارد و به برنامه‌ها و تصمیم‌های او جهت می‌دهد و این موضوع در آیه‌ی شریفه‌ی «خلق الله السماوات و الارض بالحق ان فی ذلك لآیه للمؤمنین: خداوند آسمان‌ها و زمین را به حق آفرید و در آن نشانه‌ای برای اهل ایمان است.» مشهود می‌باشد.

۱ ۳۳

با وجود نشانه‌هایی که در جهان خلقت وجود دارد، هر کس خردمندی پیشه نکند و به درستی نیندیشد، زیان آن را خواهد دید و جایگاه خود در جهان را نخواهد شناخت، سعدی می‌فرماید: «این همه نقش عجب بر در و دیوار وجود / هر که فکرت نکند، نقش بود بر دیوار»

۳ ۳۴

به کلید واژه‌های «اتقن» به معنای محکم و استوار در آیه‌ی شریفه‌ی «... صنع الله الذي اتقن كل شيء...» و «اسلم» به معنای تسلیم در آیه‌ی شریفه‌ی «افغیر دین الله بیغون و له اسلم...» دقت کنیم که به ترتیب اشاره به کمال استواری در پدیده‌ها و تحت قانون‌مندی واحد الهی عمل کردن، دارد.

۳ ۳۵

با توجه به آیه‌ی شریفه‌ی «ما خلقنا السماوات و الارض و ما بینهما الا بالحق و اجل مسمى و الذین کفروا عما اندروا معرضون» یکی از اندازهایی که مورد بی‌توجهی کافران قرار می‌گیرد، به حق آفریده‌شدن آسمان‌ها و زمین است.

۲ ۳۶

در این آیه با توجه به کلید واژه «جمعهم» معاد را می‌توان نتیجه گرفت و این آیه مربوط به حکیمانه بودن خلقت جهان است.

۱ ۳۷

وجود تندر یا برق آسمان که با بیم و امید (خوفاً و طمعاً) همراه است، اشاره به حکیمانه بودن خلقت جهان دارد که در آیه‌ی شریفه‌ی «و من آیاته یریکم البرق خوفاً و طمعاً و ینزل من السماء ماء فیحیی به الارض بعد موتها ان فی ذلك لآیات لقوم یعقلون» مشهود است.

۲ ۳۸

آیه‌ی شریفه «ان المتقین فی جنات و نهر فی مقعد صدق عند ملیک مقتدر» درباره‌ی متقین و پرهیزکاران است و مقام صداقت و قرب الهی، یعنی قرب وجودی انسان به خداوند را بیان می‌کند.

۲ ۳۹

شیطان در روز قیامت (رستاخیز) که کار از کار گذشته و فرصتی برای توبه باقی نمانده، به اهل جهنم می‌گوید: «خداوند به شما وعده حق داد، اما من به شما وعده‌ای دادم و خلاف آن عمل کردم...» این عبارت در رستاخیز از زبان شیطان است و نشان‌دهنده‌ی اختیار انسان در دنیا بوده است و شیطان از راه‌های زیر ما را گمراه می‌کند:

۱- زیبا و لذت‌بخش نشان دادن گناه

۲- سرگرم کردن به آرزوهای سراب‌گونه‌ی دنیایی

۳- غافل کردن از خدا و یاد او

۴- ایجاد کینه و دشمنی میان مردم



ارزش هر کس به درک و فهم وی از حقیقت هستی و جایگاه خود در نظام آفرینش بستگی دارد. (پس قسمت اول همه‌ی گزینه‌ها صحیح است) و آیه‌ی شریفه‌ی «ان المتقین فی جنات و نهر فی مقعد صدق عند ملیک مقتدر» درباره‌ی جایگاه انسان‌های پرهیزگار و متقین است.

کرامت انسان و عزت نفس از طریق خویشتن‌شناسی به دست می‌آید و حرام‌خواری علت تبعیت از شیطان است «کلوا مما فی الارض حلالاً طیباً و لاتتبعوا خطوات الشیطان» حلال‌خواری علت عدم تبعیت از شیطان است.

شعر «دوست نزدیک‌تر از من به من است ...» مربوط به سرشت خدا آشنا است، لذا با آیه‌ی شریفه‌ی «فاقم وجهک للذین حنیفاً فطرة الله التي فطر الناس علیها ...» ارتباط مفهومی دارد.

از آیه‌ی شریفه‌ی «و من آیاته ان تقوم السماء و الارض ...» با توجه به عبارت «و من آیاته» حکیمانه بودن خلقت نتیجه می‌شود و با توجه به عبارت «ان تقوم السماء و الارض» برپایی آسمان و زمین دریافت می‌شود و با توجه به عبارت «بامره» توحید در ربوبیت را می‌توان دریافت و با توجه به «ثم اذا دعاکم دعوة من الارض اذا انتم تخرجون» موضوع معاد و زنده‌شدن انسان‌ها پس از مرگ قابل دریافت است.

برخی موضوعاتی که ما می‌خواهیم درباره‌ی آن‌ها تحقیق کنیم و به تفکر بپردازیم در دایره‌ی شناخت ما قرار می‌گیرند، مانند: گیاهان، حیوان‌ها، ستارگان، بهشت و جهنم که خصوصیات و چستی هر کدام را می‌توانیم از راه و روش ویژه‌ی هر کدام، بشناسیم و بدانیم که آن‌ها چگونه وجودی دارند. این‌ها همه موجودات محدودی هستند که ذهن ما می‌تواند بر آن‌ها احاطه پیدا کند ولی چون ذات خدا حقیقی نامحدود دارد، ذهن انسان نمی‌تواند بر آن احاطه یابد. اسلام ما را به تفکر در صفات الهی تشویق کرده است و شناخت صفات خداوند از راه شناخت مخلوقاتش تا حدودی امکان‌پذیر است.

با توجه به عبارت «هو الذی یسیرکم فی البر و البحر» می‌توان منت‌گذاری خداوند و هم‌چنین رام‌شدن و تسخیر خشکی (البر) و دریا (البحر) را نتیجه گرفت، باید دقت کنیم عبارت «یسیرکم» به گونه‌ای به معنای هدایت است لذا از آن توحید در ربوبیت قابل برداشت است ولی برپایی آسمان و زمین از آیه‌ی «و من آیاته ان تقوم السماء و الارض ...» قابل برداشت است نه از این آیه.

می‌دانیم آیه‌ی شریفه‌ی «و لله ما فی السماوات و الارض ...» مربوط به مالکیت است ولی بازتاب و نتیجه‌ی توحید در خالقیت است، پس بازتاب آیه‌ی «قل الله خالق کل شیء ...» می‌باشد و مفهوم «بازشدن حسایی جداگانه و مستقل برای خود و سایر مخلوقات» نشان‌دهنده‌ی شرک در ربوبیت است.

باید دقت کنیم جهان از یک اصل پدید آمده، لذا پدید آمدن جهان از اصل‌های متعدد نشان‌دهنده‌ی «شرک در خالقیت» است و با آیه‌ی شریفه‌ی «قل الله خالق کل شیء» که مفهوم توحید در خالقیت را می‌رساند در تقابل و تضاد است.

مفاهیم:

یگانه‌ی بی‌همتا (نام درس دوم): اصل توحید، خداوند شریک و همتایی ندارد.

هستی‌بخش (نام درس اول): توحید در خالقیت، خداوند تنها خالق و هستی‌بخش جهان است.

تنها مدبر جهان: توحید در ربوبیت، تدبیر همه‌ی امور هستی به دست خداست.

فرمانروایی خداوند ← توحید در ولایت: ما لهم من دونه من ولی و لا یشرک فی حکمه احداً

هدایت الهی ← توحید در ربوبیت: افرايتم ما تحرثون أ انتم تزرعونه ام نحن الزارعون

نداشتن شریک و همتا ← اصل توحید: قل هو الله احد - و لم یکن له کفواً احدٌ

اگر از ما بپرسند چرا خداوند مالک است؟ می‌گوییم چون خالق جهان است و آیه‌ی شریفه‌ی «قل الله خالق کل شیء» به آن مربوط است. و اگر از ما بپرسند چرا خدا رب است؟ باز می‌گوییم چون خالق جهان است و باز آیه‌ی شریفه‌ی «قل الله خالق کل شیء» با آن مرتبط است.



DriQ.com

کانال رفع اشکال: @zaban_gaj

زبان انگلیسی



ابتدا به قیمت‌ها نگاه خواهیم کرد و صرفاً بعد از آن تصمیم خواهیم گرفت که آیا دوربین را خواهیم خرید یا نه.

توضیح: کلمه‌ی ربط شرط "whether" در معانی «خواه ... خواه ... ، چه ... چه ...» و «آیا، که آیا» به کار می‌رود. دقت کنید که بعد از این کلمه‌ی ربط در معنی اول، حتماً و در معنی دوم در بیش‌تر موارد از "or" استفاده می‌شود.

تصمیم‌تان را گرفته‌اید که می‌خواهید برای تعطیلات خودتان کجا بروید؟

توضیح: بعد از کلمات پرسشی در وسط جمله (مانند where در این تست)، ادامه‌ی جمله حالت خبری خواهد داشت، نه سؤالی. در بین گزینه‌های این تست، فقط گزینه‌ی (۳) دارای ساختار خبری صحیحی است.

طبق یک مطالعه‌ی جدید، طول عمر متوسط ژاپنی‌ها هنوز افزایش می‌یابد، و ژاپن بیش‌ترین امید به زندگی را در جهان دارد.

(۱) افزایش دادن؛ افزایش یافتن (۲) خلق کردن؛ ایجاد کردن (۳) درگیر کردن؛ مشارکت دادن (۴) آزاد کردن؛ ترشح کردن

- ۶۴ ۱ در حال حاضر شرکت‌ها می‌توانند در مورد این‌که می‌خواهند فعالیت‌هایشان را کجا مستقر کنند، انعطاف‌پذیرتر باشند؛ آن‌ها حتی می‌توانند کارخانه‌های تولیدی خودشان را به کشورهای خارجی منتقل کنند.
- ۶۵ ۴ (۱) انعطاف‌پذیر؛ قابل تغییر (۲) مؤثر، کارآمد (۳) اخیر، جدید (۴) منظم، مرتب
انتخاب بین چهار جایزه وجود داشت، و برنده می‌توانست یکی از آن‌ها را انتخاب کند.
- ۶۶ ۳ (۱) مورد، نمونه (۲) توانایی (۳) مفصل، بند؛ محل اتصال (۴) انتخاب؛ حق انتخاب
این‌که سفر چقدر طول می‌کشد، به این موضوع بستگی خواهد داشت که چقدر طول می‌کشد از ترافیک عبور کنید.
- ۶۷ ۲ (۱) دور ... چرخیدن (۲) متحیر بودن در مورد (۳) بستگی داشتن به، وابسته بودن به (۴) پی بردن، فهمیدن
در روزهای مدرسه‌ام انگلیسی می‌خواندم. اما دو یا سه سال قبل بود که واقعاً شروع به جدی گرفتن آن کردم.
- (۱) عمیقاً؛ به شدت (۲) به شدت؛ (به طور) جدی (۳) قطعاً، یقیناً (۴) به نحو انعطاف‌پذیری
توضیح: چیزی را جدی گرفتن: "take something seriously"

بدن انسان مجموعه‌ی پیچیده‌ای از بیش از ۱۰۰۰۰۰ میلیون واحد زنده به نام سلول است. بیش از ۲۰۰ نوع سلول مختلف شامل سلول‌های عصبی یا نورون‌ها، سلول‌های عضلانی، سلول‌های چربی، سلول‌های پوستی، سلول‌های خونی و سلول‌های غددی که ترشحاتی مانند هورمون‌ها و آنزیم‌ها را ترشح می‌کنند، وجود دارد. هر نوع از سلول در بدن یک کار مخصوص را انجام می‌دهد. سلول‌هایی که کارهای مشابه انجام می‌دهند به صورت گروه جمع می‌شوند تا بافت‌ها، مانند بافت عضلانی و بافت اعصاب را تشکیل دهند. بافت‌ها به نوبه‌ی خود با هم گروه‌بندی می‌شوند تا عضوها را تشکیل دهند، که ساختارهای مجزایی در بدن هستند. ریه‌ها، قلب، کبد و کلیه‌ها بعضی از عضوهای اصلی هستند. عضوهای مرتبط با هم به عنوان سیستم کار می‌کنند و هر سیستم یک یا چند عملکرد مهم را انجام می‌دهد. برای مثال، قلب، رگ‌های خونی و خون، سیستم گردش خون را تشکیل می‌دهند، که اکسیژن و مواد غذایی را به اطراف بدن می‌رساند و ضایعات را [از بدن] خارج می‌کند. تمام سیستم‌های مختلف، تحت کنترل مغز، با هم کار می‌کنند تا یک بدن انسان زنده‌ی دارای قابلیت پیاده‌روی [و] تکلم را به وجود بیاورند.

- ۶۸ ۲ (۱) وابسته بودن، متکی بودن (۲) شامل ... بودن (۳) حرکت کردن؛ حرکت دادن (۴) نگه داشتن؛ برگزار کردن
۶۹ ۳ (۱) انجام دادن، اجرا کردن (۲) پوشاندن (۳) آزاد کردن؛ ترشح کردن (۴) کشیدن، کش دادن
۷۰ ۴ (۱) ساختارهایی به صورت جداگانه در داخل بدن (۲) ساختارها را در داخل بدن جدا کرده‌اند (۳) که ساختارهای جداگانه‌ی آن، بدن هستند (۴) که ساختارهای مجزایی در بدن هستند
۷۱ ۱ (۱) کارکرد، عملکرد (۲) شرط؛ [در جمع] شرایط (۳) دوره، دوران؛ مدت (۴) شکل؛ حالت
۷۲ ۴ (۱) منبع؛ منشأ (۲) شیء (۳) سوخت (۴) ماده‌ی غذایی

آیا از یادگیری درباره‌ی زندگی در گذشته لذت می‌برید؟ اگر این‌طور است، شما می‌توانید زمانی‌که مدرسه را تمام کردید، شغلی در [حوزه] باستان‌شناسی را مورد بررسی قرار دهید. باستان‌شناسان دانشمندانی هستند که زندگی انسان‌ها و فرهنگ‌های گذشته را مطالعه می‌کنند.

بعضی از باستان‌شناسان در محیط بیرون در گروه‌های میدانی کار می‌کنند، و محل‌هایی را که انسان‌ها مدت‌ها قبل می‌زیستند، حفر و کاوش می‌کنند. گروه‌های میدانی، تمام انواع چیزهای مربوط به گذشته شامل خانه‌ها، جاده‌ها، ابزار، اشیاء هنری و حتی چاله‌های زباله را کشف می‌کنند.

باستان‌شناسان اغلب در حوزه‌های مطالعاتی به خصوصی تخصص دارند. برای مثال، یکی از انواع باستان‌شناسان بقایای حیوانات را از محل‌هایی که انسان‌ها مدت‌ها قبل در آن‌ها زندگی می‌کردند مطالعه می‌کند. آن‌ها می‌خواهند در مورد حیواناتی که انسان‌ها شکار می‌کردند، برای غذا پرورش می‌دادند یا به عنوان همدم نگهداری می‌کردند بیشتر بدانند.

بعضی از باستان‌شناسان بقایای کشتی‌های غرق‌شده را مطالعه می‌کنند. آن‌ها به دنبال سرنخ‌هایی هستند که توضیح دهند چرا غرق شدن اتفاق افتاده است. گنجینه‌هایی که آن‌ها در ته اقیانوس پیدا می‌کنند می‌توانند آشکار کنند [که] مردم کجا سفر می‌کردند، چگونه به آن‌جا می‌رسیدند و [این‌که] با چه کسی تجارت می‌کردند.

همه‌ی باستان‌شناسان در محیط بیرون کار نمی‌کنند. بعضی [از آن‌ها] در موزه‌ها، دانشگاه‌ها یا پارک‌ها، کار می‌کنند. آن‌ها مدارکی که دیگر باستان‌شناسان به وجود می‌آورند را مطالعه می‌کنند و به نگهداری از دست‌ساخته‌هایی که گروه‌های میدانی کشف کرده‌اند، کمک می‌کنند. این متخصصین، نه تنها رازهایی را در مورد زندگی گذشته‌ی دور کشف می‌کنند، بلکه به عموم مردم هم کمک می‌کنند تا این کشفیات را درک کنند.



بر مبنای متن، تمام باستان‌شناسان از چه جهت شبیه هستند؟

- (۱) آن‌ها بقایای گیاهان و حیوانات را مطالعه می‌کنند.
(۲) آن‌ها مطالعه می‌کنند انسان‌ها در گذشته چگونه می‌زیستند.
(۳) آن‌ها در موضوعات خاصی تخصص دارند.
(۴) آن‌ها در موزه‌ها کار می‌کنند.

کدام جمله در مورد باستان‌شناسانی که دست‌ساخته‌ها را کشف می‌کنند و آن‌هایی که دست‌ساخته‌ها را حفظ می‌کنند، صحیح است؟

(۱) هر دو نوع زیر آب کار می‌کنند.
(۲) هر دو نوع به مردم آموزش می‌دهند.

(۳) آن‌ها در محل‌های مختلف کار می‌کنند.
(۴) هیچ‌کدام به چاله‌های زباله علاقه‌مند نخواهند بود.
کدام باستان‌شناسان بیش‌تر به ابزارهای باستانی درست شده از سنگ و مس علاقه‌مند خواهند بود؟

(۱) آن‌هایی که در سایت‌های حفاری دنبال ابزار می‌گردند

(۲) آن‌هایی که بقایای حیوانات را بررسی می‌کنند

(۳) آن‌هایی که در دانشگاه‌ها تدریس می‌کنند

(۴) آن‌هایی که کشتی‌های غرق‌شده را بررسی می‌کنند

کدام‌یک از موارد زیر می‌تواند عنوان مناسبی برای متن باشد؟

(۱) تصورات عمومی غلط در مورد باستان‌شناسی

(۲) جنبه‌های بسیار متفاوت باستان‌شناسی

(۳) باستان‌شناسی، آمار و ارقام

(۴) تمدن‌های باستانی و دنیای مدرن

در سال ۱۹۹۵، میگل ایندوراین تور دو فرانس را برای بار پنجم پیاپی برنده شد. تور دو فرانس سخت‌ترین مسابقه‌ی دوچرخه‌سواری در جهان است. قبل از میگل، هیچ‌کس رقابت تور [دو فرانس] را پنج بار پیاپی برنده نشده بود. چه چیزی میگل را تبدیل به چنین ورزشکار موفقی کرد؟

میگل در یک مزرعه بزرگ شد و ارزش کار سخت را در سن کم یاد گرفت. پدرش به او یاد داد که کار، چیزی است که همیشه انجام می‌دهی، صرف‌نظر از این‌که آن چقدر سخت باشد. میگل ریه‌هایی بزرگ و قلبی قوی داشت، که هر دوی آن‌ها به او کمک کردند ۲۲۰۰ مایل تور دو فرانس را تحمل کند. او به طور طبیعی آرام بود که به او اجازه می‌داد بر روی مسابقه متمرکز بماند؛ و او به سختی تمرین می‌کرد، دوچرخه‌ی خوبی داشت و با هم‌تیمی‌های فوق‌العاده‌ای احاطه شده بود که به او کمک می‌کردند موفق شود.

میگل علاوه‌بر تور دو فرانس، در سال‌های ۱۹۹۲ و ۱۹۹۳ برنده‌ی جیرو دیتالیا، یک مسابقه‌ی دوچرخه‌سواری ملی دیگر شد. او [هم‌چنین] مدال طلای دوچرخه‌سواری پیست المپیک ۱۹۹۶ آتلانتای جورجیا [در ایالات متحده] را به‌دست آورد. در ادامه‌ی همان سال، او در سن ۳۱ سالگی، از مسابقه‌ی رقابتی بازنشسته شد.

لیست بلند دستاوردهای میگل، جایگاه او را در بین برترین ورزشکاران تاریخ تضمین می‌کند. اما طرفداران به خصوص رفتار آرام و دوستانه‌اش را به یاد خواهند داشت. میگل می‌گفت: «قدرت من این بود که متعادل‌تر از بیش‌تر دوچرخه‌سواران دیگر بودم.»

کدام‌یک از موارد زیر به عنوان دلیل موفقیت میگل ارائه نشده است؟

(۱) آرامش طبیعی‌اش

(۲) این واقعیت که او برای کار سخت ارزش قائل است

(۳) کیفیت تیم او

(۴) طبیعت پرخاشگر او

کدام جمله ایده‌ی اصلی متن را به بهترین شکل توصیف می‌کند؟

(۱) میگل ایندوراین صمیمی بود.

(۲) تور دو فرانس یک رقابت دوچرخه‌سواری دشوار است.

(۳) میگل ایندوراین ورزشکار فوق‌العاده‌ای بود.

(۴) یک دوچرخه‌سوار برای برنده شدن به دوچرخه‌ی خوبی نیاز دارد.

کدام جمله به بهترین شکل توسط متن تقویت می‌شود؟

(۱) برای دوچرخه‌سواران، ریه‌های بزرگ مزیت هستند.

(۲) جیرو دیتالیا سخت‌تر از تور دو فرانس است.

(۳) دوچرخه‌سواری پیست المپیک آسان است.

(۴) میگل ترجیح می‌داد کشاورز بود.

میگل چه زمانی اولین تور دو فرانس خودش را برد؟

(۴) ۱۹۹۵

(۳) ۱۹۹۳

(۲) ۱۹۹۲

(۱) ۱۹۹۱



۱ ۸۱

$$\circ/a_1 \bar{a}_p = \frac{40}{(9 \times a_1) + a_p} \quad (1)$$

$$\circ/a_1 \bar{a}_p = \frac{a_1 \bar{a}_p - a_1}{90} = \frac{(10 \times a_1 + a_p) - a_1}{90} = \frac{(9 \times a_1) + a_p}{90} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{40}{(9 \times a_1) + a_p} = \frac{(9 \times a_1) + a_p}{90}$$

$$\Rightarrow (9 \times a_1 + a_p)^2 = 3600 \xrightarrow{\text{جذر}} 9 \times a_1 + a_p = \pm 60 \xrightarrow{a_1, a_p \in \{1, \dots, 9\}} a_1 = 6, a_p = 6 \xrightarrow{\text{اختلاف}} \text{صفر}$$

با توجه به تمرین ۹ صفحه ۱۷ کتاب درسی داریم:

۱ ۸۲

$$x^2 - |x| - 6 = 0 \xrightarrow{x^2 = |x|^2} |x|^2 - |x| - 6 = 0 \Rightarrow (|x| + 2)(|x| - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |x| = -2 & * \text{ امکان ندارد.} \\ |x| = 3 \Rightarrow x = \pm 3 \Rightarrow a = -3, b = 3 \Rightarrow (a+2, b+1) = (-1, 4) \Rightarrow \text{نقطه‌ی میانی} = \frac{-1+4}{2} = \frac{3}{2} = 1/5 \end{cases}$$

در هر پنج‌ضلعی منتظم به ضلع a و قطر d (طبق قضیه هیپاسوس) نسبت $\frac{d}{a}$ برابر است با:

۱ ۸۳

$$\frac{d}{a} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \Rightarrow d = a \times \frac{\sqrt{5}+1}{2} \xrightarrow{\text{ضرب و تقسیم می‌کنیم}} \frac{\sqrt{5}+1}{2} \times \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-1} = a \times \frac{5-1}{2(\sqrt{5}-1)} = \frac{2a}{\sqrt{5}-1}$$

از طرفی بنا به فرض، d یعنی طول قطر، عددی گویاست و بنابراین $\frac{2a}{\sqrt{5}-1}$ باید گویا باشد و این موقعی برقرار است که a به صورت ضربیک عدد گویای مثبت در عدد $\sqrt{5}-1$ باشد که در میان گزینه‌ها فقط گزینه‌ی (۱) این خاصیت را دارد.

$$\frac{\sqrt{20}-2}{2\sqrt{5}} = 2(\sqrt{5}-1)$$

می‌دانیم اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، با توجه به اصل نامساوی مثلثی و نتایج آن داریم:

۴ ۸۴

$$|a| - |b| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|$$

بررسی گزینه‌ها:

$$1) a = 2x - 1, b = x + 3 \Rightarrow |a| - |b| \leq |a + b| \quad \checkmark$$

$$2) a = 2x - 1, b = x + 3 \Rightarrow |a| - |b| \leq |a - b| \quad \checkmark$$

$$3) a = 2x - 1, b = x + 3 \Rightarrow |a - b| \leq |a| + |b| \quad \checkmark$$

$$4) a = 2x - 1, b = x + 3 \Rightarrow |a| + |b| \geq |a + b| \Rightarrow |2x - 1| + |x + 3| \geq |3x + 2| \quad *$$

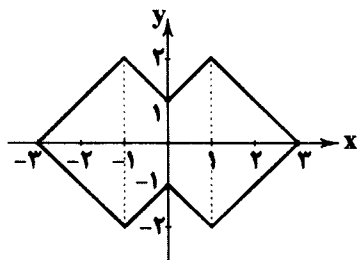
اگر در معادله‌ی داده شده x را به $-x$ و y را به $-y$ تبدیل کنیم، معادله تغییر نمی‌کند،

بنابراین نمودار آن نسبت به محورهای مختصات و مبدأ مختصات متقارن است، پس کافی

است نمودار آن را ابتدا برای $x \geq 0, y \geq 0$ رسم کرده و سپس قرینه‌ی آن را نسبت به

محورهای مختصات و مبدأ مختصات رسم کنیم.

۴ ۸۵



$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow y = -|x - 1| + 2$$

با توجه به نمودار رسم شده، ملاحظه می‌کنیم مساحت ناحیه‌ی مورد نظر از دو مثلث و دو

دوزنقه تشکیل شده است:

$$S = 2 \times \left(\frac{2 \times 4}{2} \right) + 2 \times \left(\frac{(4+2) \times 1}{2} \right) = 8 + 6 = 14$$



طبق فرض سؤال داریم:

$$\frac{1}{|6x+1|} \geq \frac{1}{\sqrt{6}} \xrightarrow{x \neq -\frac{1}{6}} |6x+1| \leq \sqrt{6} \Rightarrow -\sqrt{6} \leq 6x+1 \leq \sqrt{6} \Rightarrow -\sqrt{6}-1 \leq 6x \leq \sqrt{6}-1 \Rightarrow -\frac{\sqrt{6}+1}{6} \leq x \leq \frac{\sqrt{6}-1}{6}, x \neq -\frac{1}{6}$$

$$\xrightarrow{\text{می‌دانیم}} a \leq x \leq b \Rightarrow |x| \leq \max\{|a|, |b|\}$$

بنابراین:

$$-\frac{\sqrt{6}+1}{6} \leq x \leq \frac{\sqrt{6}-1}{6} \xrightarrow{x \neq -\frac{1}{6}, |x| \leq k} |x| \leq \max\left\{\left|-\frac{\sqrt{6}+1}{6}\right|, \left|\frac{\sqrt{6}-1}{6}\right|\right\} \Rightarrow |x| \leq \frac{\sqrt{6}+1}{6} \xrightarrow{k \geq \frac{\sqrt{6}+1}{6}} k \geq \frac{\sqrt{6}+1}{6} \xrightarrow{\min} k = \frac{\sqrt{6}+1}{6}$$

طبق نتیجه‌ی ویژگی ارشمیدسی داریم:

$$a \leq c < a + \varepsilon \xrightarrow[\text{دلخواه}]{\varepsilon > 0} c = a$$

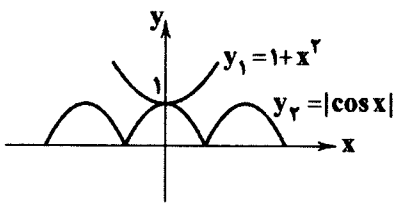
$$2 \leq 2[x] - [x]^2 < 2 + \frac{1}{n} \xrightarrow[\varepsilon > 0]{\frac{1}{n} = \varepsilon} 2[x] - [x]^2 = 2 \Rightarrow [x]^2 - 2[x] + 2 = 0 \Rightarrow ([x]-2)([x]-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} [x]=1 \Rightarrow 1 \leq x < 2 \\ \text{یا} \\ [x]=2 \Rightarrow 2 \leq x < 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{اجتماع}} 1 \leq x < 3$$

اما طبق فرض $x \neq 1$ است، پس $1 < x < 3$ و بنابراین مجموعه‌ی جواب، یک همسایگی متقارن به مرکز $\frac{1+3}{2} = 2$ است.

می‌دانیم که:

$$A \leq a \leq b \Rightarrow \text{کوچک‌ترین کران بالای } A \Rightarrow a \leq b \Rightarrow 1+x^2 \leq |\cos x|$$



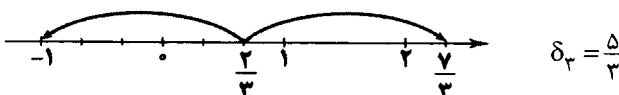
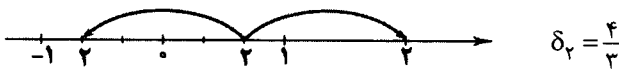
می‌دانیم برای حل معادلات و نامعادلات جبری - مثلثاتی همواره از رسم نمودار استفاده

می‌کنیم. ابتدا نمودار دو تابع $y_1 = 1+x^2$ و $y_2 = |\cos x|$ را در یک دستگاه مختصاترسم می‌کنیم. چون نامعادله به صورت $y_2 \geq y_1$ است، آن ناحیه‌ای از محور x ‌ها قابلقبول است که نمودار y_2 بالاتر یا برابر نمودار y_1 باشد که تنها در $x=0$ برقرار است،پس جواب نامعادله‌ی فوق، $x=0$ است و با جای‌گذاری $x=0$ ، عدد ۱ هم بزرگ‌ترینکران پایین A و هم کوچک‌ترین کران بالای A است، یعنی: $A = \{1\}$

نزدیک‌ترین سه عدد صحیح به عدد $\frac{2}{3}$ عبارت‌اند از اعداد ۰، ۱ و ۲. پس باید حتماً داخل بازه باشند، از آن‌جا که بیش‌ترین مقدار δ

خواسته شده است، تا نزدیک‌ترین عدد صحیح بعدی به عدد $\frac{2}{3}$ یعنی عدد ۱- پیش می‌رویم، بنابراین فاصله‌ی $\frac{2}{3}$ و ۱- که برابر $\frac{5}{3}$

است، شعاع موردنظر است:



$$a_n = (2x^2 - x - 4)n + 2n + 1 = (2x^2 - x - 4 + 2)n + 1 = (2x^2 - x - 2)n + 1$$

دنباله‌ی a_n وقتی برابر دنباله‌ی ثابت $\{1\}$ است که $2x^2 - x - 2 = 0$ برابر صفر باشد، یعنی $2x^2 - x - 2 = 0$. از حل این معادله، دو جواب

برای x به دست می‌آید ($\Delta > 0$) که $-\frac{2}{3} = -1 = \frac{c}{a} = \frac{-2}{3}$ می‌شود.

بررسی گزینه‌ها:

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n+\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3^{n+1}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3^n} \cdot \sqrt[3]{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3^n}} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3^{n+1}}} < 1 \Rightarrow a_{n+1} < a_n \quad (۱)$$

چون جملات دنباله همگی مثبت‌اند، پس دنباله نزولی و کران‌دار است.

$$a_{n+1} - a_n = \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{3^{n+1}}}\right) - \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{3^n}}\right) = \frac{1}{\sqrt[3]{3^{n+1}}} > 0 \Rightarrow a_{n+1} > a_n \quad (۲)$$

پس دنباله صعودی و یکنواست.

$$\frac{2}{3}, 0, \frac{3}{4}, 0, \frac{4}{5}, 0, \dots \quad (۳)$$

ابتدا چند جمله‌ی اولیه دنباله را می‌نویسیم:

با توجه به جملات دنباله، واضح است دنباله غیریکنوا است. از طرفی:

$$a_n = \left(\frac{n+3}{n+5}\right) \left(\frac{1-(-1)^n}{2}\right) \leq \left(\frac{n+3}{n+5}\right) \times 1 < 1; a_n \geq 0 \Rightarrow 0 \leq a_n < 1$$

بنابراین دنباله کران‌دار است.

$$\cos(n\pi) = (-1)^n \Rightarrow a_n = n(-1)^n \Rightarrow a_n = -1, 2, -3, 4, \dots \quad (۴)$$

پس دنباله نوسانی و غیریکنواست.

با توجه به این‌که هیچ عددی مانند M نمی‌توان یافت که قدرمطلق تمام جملات این دنباله $(|a_n| = n)$ از M کوچک‌تر باشد، پس دنباله‌ی $a_n = n \cos(n\pi)$ کران‌دار نیست.

ابتدا جملاتی را که در بازه‌ی $(1/9, 2/1)$ قرار دارند مشخص می‌کنیم:

$$1/9 < a_n < 2/1 \Rightarrow -0/1 < a_n - 2 < 0/1 \Rightarrow |a_n - 2| < 0/1$$

$$\begin{cases} \text{فرد } n \rightarrow \left| \left(2 + \frac{1}{n}\right) - 2 \right| < 0/1 \Rightarrow \left| \frac{1}{n} \right| < 0/1 \Rightarrow n > 10 \\ \text{زوج } n \rightarrow \left| \left(2 - \frac{2}{n}\right) - 2 \right| < 0/1 \Rightarrow \left| \frac{2}{n} \right| < 0/1 \Rightarrow n > 30 \end{cases}$$

بنابراین جواب مسأله، n های فرد کوچک‌تر یا مساوی 10 و n های زوج کوچک‌تر یا مساوی 30 است:

$$n \in \{1, 2, 5, 7, 9, 2, 4, \dots, 30\} \xrightarrow{\text{تعداد}} 5+15=20$$

بنابراین 20 جمله در بازه‌ی داده‌شده قرار ندارند.

$$a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{50}^2 = \underbrace{(0-1+0+1) + \dots + (0-1+0+1)}_{\text{صفر}} + \underbrace{(0-1)}_{\text{جمله‌ی } 49} = -1$$

$$n \in \mathbb{N} \rightarrow \begin{cases} 0 < \frac{\pi}{n+2} < \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < \cos\left(\frac{\pi}{n+2}\right) < 1 \\ 0 < \frac{1}{n+2} < 1 \xrightarrow{\text{ضرب طرفین نامساوی‌ها}} 0 < \left(1 - \frac{1}{n+2}\right) \cos\frac{\pi}{n+2} < 1 \Rightarrow 0 < a_n < 1 \end{cases}$$

\Rightarrow دنباله‌ی $\{a_n\}$ کران‌دار است.

همچنین می‌دانیم تابع \cos در ربع اول نزولی است، بنابراین با افزایش n کمان $\frac{\pi}{n+2}$ کاهش می‌یابد و در نتیجه $\cos\frac{\pi}{n+2}$ افزایش

می‌یابد. به علاوه با افزایش n $\frac{1}{n+2}$ کاهش، در نتیجه $1 - \frac{1}{n+2}$ افزایش و در نتیجه $1 - \frac{1}{n+2}$ نیز افزایش می‌یابد. در نتیجه جملات a_n با افزایش n افزایش می‌یابند و a_n صعودی است:

$$\begin{cases} 0 < \cos\frac{\pi}{n+2} < \cos\frac{\pi}{(n+1)+2} < 1 \\ 0 < 1 - \frac{1}{n+2} < 1 - \frac{1}{(n+1)+2} < 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین نامساوی‌ها}} 0 < \left(1 - \frac{1}{n+2}\right) \cos\frac{\pi}{n+2} < \left(1 - \frac{1}{(n+1)+2}\right) \cos\frac{\pi}{(n+1)+2} < 1$$

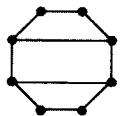
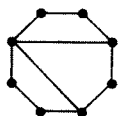
$\Rightarrow 0 < a_n < a_{n+1} < 1 \Rightarrow$ دنباله‌ی $\{a_n\}$ صعودی است.



$$\frac{1}{|x-1|} > 1 \xrightarrow{x \neq 1} |x-1| < 1 \xrightarrow{x \neq 1} -1 < x-1 < 1 \Rightarrow 0 < x < 2, x \neq 1$$

این بازه بیانگر یک همسایگی محذوف عدد ۱ می‌باشد.

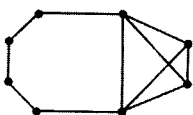
دقت کنید: گزینه‌ی (۳) یک همسایگی غیرمحذوف عدد ۱ و گزینه‌های (۱) و (۲) همسایگی صفر را نشان می‌دهند.

تعداد δ ها = ۴تعداد δ ها = ۵

می‌دانیم گراف همیلتونی از مرتبه‌ی ۸ یک دور به طول ۸ دارد. ($\delta=2$) برای داشتن ۳ دور

به طول چهار، حالت‌های زیر رخ می‌دهد:

با توجه به سه شکل رسم‌شده، ملاحظه می‌کنیم که حداکثر ۵ رأس از درجه‌ی می‌نیم (δ) وجود دارد.

تعداد δ ها = ۴

بازه‌های $(-1, 2)$ و $(2, 3)$ قطعاً با بازه‌ی $(1, 4)$ اشتراک دارند (۲ یال) و همین‌طور دو بازه‌ی $(-1, 2)$ و $(0, b)$ قطعاً دارای اشتراک‌اند. (یال سوم) بنابراین باید یک یال دیگر داشته باشیم، اگر $0 < b \leq 1$ باشد، آن‌گاه بازه‌ی $(0, b)$ با هیچ‌کدام از بازه‌های $(2, 3)$ و $(1, 4)$ اشتراک ندارد. همچنین اگر $b > 2$ باشد، بازه‌ی $(0, b)$ با هر دو بازه‌ی $(2, 3)$ و $(1, 4)$ دارای اشتراک است. پس برای داشتن ۴ یال باید الزاماً $1 < b \leq 2$ باشد، زیرا در این صورت بازه‌ی $(0, b)$ با بازه‌ی $(1, 4)$ دارای اشتراک و با بازه‌ی $(2, 3)$ فاقد اشتراک است.

می‌دانیم تعداد دوره‌هایی به طول m در گراف کامل K_p از رابطه‌ی $\binom{p}{m} \frac{(m-1)!}{2}$ دست می‌آید. حال چون یک رأس مشخص است، پس از رأس‌های انتخابی و کل رأس‌ها یک رأس کم می‌شود، بنابراین داریم:

$$\binom{6-1}{4-1} \times \frac{(4-1)!}{2} = \binom{5}{3} \times \frac{3!}{2} = 10 \times 3 = 30$$

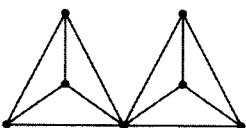
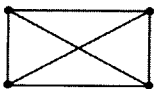
می‌دانیم در گراف‌های ساده داریم:

$$2q = \text{مجموع درجه‌ها} \Rightarrow \underbrace{2 + 3 \times 2 + 5 \times 1}_{14} = 2q \Rightarrow q = 7, p = 9$$

هم‌چنین می‌دانیم گراف Γ - منتظم از مرتبه‌ی فرد طوری که Γ فرد باشد، وجود ندارد، پس Γ باید زوج باشد و چون در این دنباله، درجه‌ی ۳ داریم، پس حداقل مقدار برای Γ باید ۴ باشد. بنابراین اگر گراف ۴ - منتظم از مرتبه‌ی ۹ باشد، داریم:

$$rp = 2q' \Rightarrow \underbrace{4 \times 9}_{36} = 2q' \Rightarrow q' = 18 \xrightarrow[\text{یال لازم}]{\text{حداقل تعداد}} q' - q = 18 - 7 = 11$$

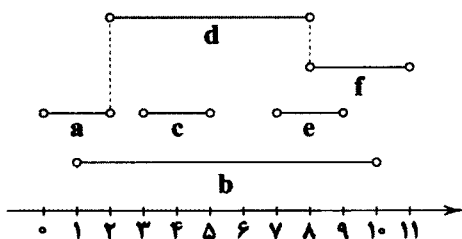
چون گراف G ناهمبند است، پس حداقل دارای دو بخش جدا از هم است. از یک طرف در یک بخش فقط چهار رأس با $\delta=3$ قرار می‌دهیم که تعداد یال‌های آن ۶ تا است.



از طرف دیگر برای ساختن بخش دوم، چون باید رأسی از درجه‌ی $\Delta=6$ وجود داشته باشد، حداقل به ۷ رأس نیاز داریم که در آن بخش نیز برای ایجاد $\Delta=6$ و $\delta=3$ بهترین حالت (حداقل یال) آن است که یک رأس از درجه‌ی ۶ و بقیه‌ی رأس‌ها (۶ رأس) از درجه‌ی ۳ باشند. (تعداد رأس‌های فرد باید زوج باشد).

بنابراین در این بخش نیز حداقل ۱۲ یال وجود دارد. پس با توجه به تعداد یال بخش اول، حداقل تعداد یال لازم این گراف برابر است با:

$$q = 6 + 12 = 18$$



ابتدا بازه‌های a, b, c, e, f را روی محور اعداد نشان می‌دهیم:

با توجه به گراف رسم‌شده، بازه‌ی $d = (2, 8)$ در حداکثر طول ممکن خود رسم شده است تا با بازه‌های a و f اشتراک نداشته باشد، بنابراین حداکثر طول بازه‌ی d برابر ۶ است.

گراف موردنظر دارای ۳ رأس فرد است، پس ۳ رأس دیگر یا همگی فرد هستند یا تنها یکی از آن‌ها فرد است. از طرفی گراف دارای یک رأس از درجه‌ی ۱ می‌باشد، پس تعداد رأس‌های درجه‌ی ۷ (رأس فرد)، نمی‌تواند بیش‌تر از یکی باشد، یعنی:

$$x, y, z \leq 6$$

حال اگر $x=y=6$ و $z=5$ در نظر گرفته شود، دنباله‌ی درجه‌ی رأس‌ها به صورت ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۶, ۷ درمی‌آید که یک دنباله‌ی گراف ساده نیست، زیرا طبق دستور هاول حکیمی در صورتی که ارتباط رأس درجه‌ی ۷ را با سایر رأس‌ها قطع کنیم، دنباله به صورت جدید ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۵ درمی‌آید که با کنار گذاشتن رأس درجه‌ی صفر، گرافی با ۶ رأس موجود است که در آن دو رأس از درجه‌ی ۵ وجود دارد و در این صورت باید حداقل درجه‌ی رأس‌ها ۲ باشد ($\delta \geq 2$) که با رأس درجه‌ی ۱ در تناقض است. بنابراین برای داشتن حداکثر تعداد یال، حالت‌های ممکن عبارت است از:

$$\begin{cases} x=y=z=5 \\ x=6, y=5, z=4 \end{cases}$$

یعنی دنباله‌های $\begin{cases} 7, 5, 5, 5, 4, 3, 2, 1 \\ 7, 6, 5, 4, 4, 3, 2, 1 \end{cases}$ را داریم که در هر کدام از آن‌ها تعداد یال‌ها برابر است با:

$$2q = 22 \Rightarrow q = 16$$

می‌دانیم در گراف کامل K_p تعداد دورهایی به طول r عبارت است از $\binom{p}{r} \times \frac{(r-1)!}{2}$. حال اگر یکی از رأس‌های گراف کامل K_p حذف شود، به گراف کامل K_{p-1} تبدیل می‌شود و بنابراین طبق فرض مسئله داریم:

$$\binom{p}{3} \times \frac{(3-1)!}{2} = 2 \times \binom{p-1}{3} \times \frac{(3-1)!}{2} \Rightarrow \frac{p(p-1)(p-2)}{1 \times 2 \times 3} = 2 \times \frac{(p-1)(p-2)(p-3)}{1 \times 2 \times 3} \frac{p \neq 1}{p \neq 2} \rightarrow p = 2(p-2)$$

$$\Rightarrow p = 2p - 6 \Rightarrow p = 6 \Rightarrow q(K_6) = \frac{p(p-1)}{2} \frac{p=6}{2} \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

برای انتخاب ۳ گوی از ۸ گوی با توجه به تکراری بودن حرف «ا» باید حالات زیر را در نظر بگیریم:

(۱) حرف «ا» وجود ندارد، پس باید ۳ حرف را از بین ۵ حرف انتخاب نماییم:

$$\binom{5}{3} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

(۲) یک حرف «ا» و دو حرف از بین بقیه‌ی حروف انتخاب کنیم:

$$\binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

(۳) دو حرف «ا» و یک حرف از بین بقیه‌ی حروف انتخاب کنیم:

$$\binom{5}{1} = 5$$

(۴) هر سه حرف «ا» باشد: (۱ حالت)

حال طبق اصل جمع، کل حالات برابر است با:

$$10 + 10 + 5 + 1 = 26$$

چون قرار است رقم‌ها، فقط اعداد زوج باشند باید از ارقام ۰, ۲, ۴, ۶ و ۸ استفاده کنیم. پس داریم:

$$\begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 4 \times 5 \times 5 \times 1 = 100$$

فقط ۰ همه‌ی اعداد به جز صفر



روش اول: می‌دانیم اگر $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ باشد، آن‌گاه $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$. حال اگر از این مطلب استفاده کنیم، داریم:

$$\vec{a} + (-2\vec{b}) + \vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} \times (-2\vec{b}) = (-2\vec{b}) \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a} \Rightarrow \cancel{2}(\vec{a} \times \vec{b}) = \cancel{2}(\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{c} \times \vec{a}$$

$$\xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} \vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a} = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{b} - 2(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{0} \quad \xleftarrow{\text{برابری}}$$

در عبارت سؤال

روش دوم:

$$\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$$

$$\begin{cases} \times \vec{b} \rightarrow \vec{a} \times \vec{b} - 2\vec{b} \times \vec{b} + \vec{c} \times \vec{b} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = -\vec{c} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} \quad (*) \\ \times \vec{c} \rightarrow \vec{a} \times \vec{c} - 2\vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{c} = 2\vec{b} \times \vec{c} \quad (**) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} \vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} - \vec{a} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{c} - 2\vec{b} \times \vec{c} = 2\vec{b} \times \vec{c} - 2\vec{b} \times \vec{c} = \vec{0}$$

برای آن‌که چهار نقطه‌ی A, B, C, D در یک صفحه قرار داشته باشند، باید سه بردار هم‌مبدأ $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$ ، هم‌صفحه باشند و آن موقعی است که ضرب مختلط سه بردار صفر باشد، یعنی $\vec{AD} \cdot (\vec{AB} \times \vec{AC})$. حال جای‌گذاری می‌کنیم:

$$((-2, 2, -2) \times (2, 1, -1)) \cdot (-1, 1, m-2) = 0 \Rightarrow (0, -6, -6) \cdot (-1, 1, m-2) = 0 \Rightarrow -6 - 6m + 12 = 0$$

$$\Rightarrow -6m + 6 = 0 \Rightarrow m = 1$$

متوازی‌السطوح بناشده روی بردارهای a, b, c مکعبی به طول یال ۳ است، پس حجم آن برابر است با $V = 3^3 = 27$. از طرفی داریم:

$$\text{حجم متوازی‌السطوح} = V' = |(a' \times b') \cdot c'| = |(0, 0, 2) \cdot (0, 0, m)| = |2m| \stackrel{m > 0}{=} 2m$$

$$\text{طبق فرض: } V = 4/5 V' \Rightarrow 27 = \frac{4}{5} \times 2m \Rightarrow 27 = \frac{8}{5} m \Rightarrow m = \frac{27 \times 5}{8} = \frac{135}{8}$$

با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$A = (0, 1, 0), B = (\sqrt{2}, 1, 1), C = (\sqrt{2}, 0, 1)$$

بنابراین مختصات دو بردار عبارت است از:

$$\begin{cases} \vec{AB} = (\sqrt{2}, 0, 1) \\ \vec{AC} = (\sqrt{2}, -1, 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 2 + 0 + 1 = 3 \\ |\vec{AB}| = \sqrt{2+1} = \sqrt{3} \\ |\vec{AC}| = \sqrt{2+1+1} = \sqrt{4} = 2 \end{cases}$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| |\vec{AC}|} = \frac{3}{\sqrt{3} \times 2} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{\pi}{6} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

 \vec{e}_1 و \vec{e}_2 بردارهای یکه‌اند و داریم:

$$v_1 \perp v_2 \Rightarrow v_1 \cdot v_2 = 0 \Rightarrow (\delta e_1 + \epsilon e_2) \cdot (e_1 - 2e_2) = 0 \Rightarrow \delta |e_1|^2 - 1 \cdot \delta e_1 \cdot e_2 - 2\epsilon |e_2|^2 + 4\epsilon e_1 \cdot e_2 = 0$$

$$\xrightarrow{|e_1|=|e_2|=1} -6\epsilon e_1 \cdot e_2 = 3 \Rightarrow e_1 \cdot e_2 = \frac{-1}{2} \xrightarrow{\text{تعریف}} |e_1| |e_2| \cos \theta = \frac{-1}{2} \Rightarrow \cos \theta = \frac{-1}{2} \Rightarrow \theta = 120^\circ$$

ابتدا مؤلفه‌های بردار a را کسینوس‌های زاویه‌های هادی آن فرض می‌کنیم، به این ترتیب که اگر بردار a با محورهای مختصات زاویه‌های α, β, γ بسازد، آن‌گاه:

$$\vec{a} = (\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma) \xrightarrow{\cos \alpha = \frac{1}{2}} \vec{a} = \left(\frac{1}{2}, \cos \beta, \cos \gamma \right)$$

$$a \perp b \Rightarrow a \cdot b = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}, \cos \beta, \cos \gamma \right) \cdot (1, -1, 0) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} - \cos \beta = 0 \Rightarrow \cos \beta = \frac{1}{2}$$

از طرفی رابطه‌ی بین کسینوس‌های زاویه‌های هادی یک بردار عبارت است از:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \cos^2 \gamma = 1 \Rightarrow \cos^2 \gamma = \frac{1}{2} \xrightarrow{\gamma \text{ حاده است}} \cos \gamma = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \gamma = 45^\circ$$

توجه کنید کسینوس‌های زاویه‌های هادی یک بردار، در حقیقت مؤلفه‌های بردار یکه‌ی آن بردار به حساب می‌آیند.



طبق رابطه‌ی اندازه‌ی تفاضل دو بردار، داریم:

۲ ۱۱۲

$$|2a - 3b|^2 = 4|a|^2 + 9|b|^2 - 12(a \cdot b) \xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} (2\sqrt{13})^2 = 4(4)^2 + 9(2)^2 - 12(a \cdot b)$$

$$\Rightarrow 52 = 64 + 36 - 12(a \cdot b) \Rightarrow 12(a \cdot b) = 100 - 52 \Rightarrow a \cdot b = 4$$

روش اول: از طرفی برای هر دو بردار دلخواه v_1 و v_2 ، رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$|v_1 \times v_2|^2 + (v_1 \cdot v_2)^2 = |v_1|^2 |v_2|^2 \xrightarrow{\frac{v_1 = a}{v_2 = b}} |a \times b|^2 + (a \cdot b)^2 = |a|^2 |b|^2$$

$$\xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} |a \times b|^2 + (4)^2 = (4)^2 \times (2)^2 \Rightarrow |a \times b|^2 = 48 \xrightarrow{\text{جذر}} |a \times b| = 4\sqrt{3}$$

روش دوم:

$$a \cdot b = 4 \Rightarrow |a| |b| \cos \theta = 4 \Rightarrow \cos \theta = \frac{4}{4 \times 2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$|a \times b| = |a| |b| \sin \theta = |4 \times 2 \times (\pm \frac{\sqrt{3}}{2})| = 4\sqrt{3}$$

بنا به فرض داریم $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$ و $\vec{b} \perp \vec{c}$ ، لذا می‌توان نوشت:

۲ ۱۱۳

$$|b \times c| = |b| |c| \sin \theta = (1)(1)(\sin 90^\circ) = 1$$

$$|a + (b \times c)| = \frac{3}{4} \xrightarrow{\text{توان}} |a|^2 + |b \times c|^2 + 2(a \cdot (b \times c)) = \frac{9}{4} \xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} 1 + 1 + 2(a \cdot (b \times c)) = \frac{9}{4} \Rightarrow a \cdot (b \times c) = \frac{1}{8} (*)$$

$$\text{حجم متوازی‌السطوح} = \vec{v}_1 \cdot (\vec{v}_2 \times \vec{v}_3) = 4a \cdot (\Delta b \times \Delta c) = 120 a \cdot (b \times c) = 15$$

$$\frac{1}{8}$$

۲ ۱۱۴

$$a = (2, -1, -3) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به صفحه‌ی YOZ}} a'' = (-2, -1, -3)$$

$$a'' = (-2, -1, -3) \xrightarrow{\text{تصویر روی محور Yها}} a' = (0, -1, 0)$$

$$a + a' = (2, -1, -3) + (0, -1, 0) = (2, -2, -3) \Rightarrow |\vec{a} + \vec{a}'| = \sqrt{4 + 4 + 9} = \sqrt{17}$$

اگر v_1' و v_2' به ترتیب تصاویر قائم v_1 و v_2 روی امتداد بردار $\vec{a} = (1, 2, -1)$ باشند، داریم:

۲ ۱۱۵

$$\vec{v}_1' = \left(\frac{v_1 \cdot a}{a \cdot a}\right) \vec{a}, \quad \vec{v}_2' = \left(\frac{v_2 \cdot a}{a \cdot a}\right) \vec{a}$$

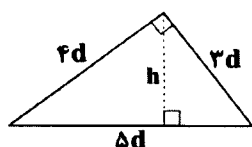
از طرفی می‌دانیم \vec{v}_1' و \vec{v}_2' قرینه‌ی یکدیگرند، یعنی $\vec{v}_1' = -\vec{v}_2'$ ، پس $\vec{v}_1' + \vec{v}_2' = \vec{0}$ ، لذا داریم:

$$\left(\frac{v_1 \cdot a}{a \cdot a}\right) \vec{a} + \left(\frac{v_2 \cdot a}{a \cdot a}\right) \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \left(\frac{v_1 + v_2 \cdot a}{a \cdot a}\right) \vec{a} = \vec{0}$$

این تساوی نشان می‌دهد که تصویر قائم بردار $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$ روی امتداد \vec{a} ، بردار صفر است، یعنی بردار $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$ یا صفر است یا بر \vec{a} عمود است. در بین گزینه‌ها بردار صفر وجود ندارد و تنها بردار $(-1, 2, 3)$ بر بردار $\vec{a} = (1, 2, -1)$ عمود است، زیرا:

$$(-1, 2, 3) \cdot (1, 2, -1) = -1 + 4 - 3 = 0$$

۴ ۱۱۶

نکته: اگر اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت d دهند، آن گاه طول اضلاع به صورت Δd ، $4d$ و $3d$ خواهد بود.

با فرض این که مثلث موردنظر به صورت مقابل باشد، داریم:

$$\left. \begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \times 3d \times 4d = 6d^2 \\ S &= \frac{1}{2} \times h \times 5d = \frac{5}{2} dh \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{5}{2} dh = 6d^2 \Rightarrow h = \frac{12}{5}d \xrightarrow{d=5} h=12$$

$$(1 + \sqrt{5})^2 (1 - \sqrt{5})^2 = (1 + \sqrt{5})^2 (1 - \sqrt{5})^2 (1 - \sqrt{5}) = (1 - (\sqrt{5})^2)^2 (1 - \sqrt{5}) = (-4)^2 (1 - \sqrt{5}) = 16(1 - \sqrt{5})$$

۱ ۱۱۷

$$= 16 - 16\sqrt{5}$$

۲ ۱۱۸

$$\frac{x\sqrt{r}}{x\sqrt{r^2}} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{x\sqrt{r}}{x^2\sqrt{r}} = \frac{1}{r} \Rightarrow x^{-2\sqrt{r}} = r^{-2} \Rightarrow x^{2\sqrt{r}} = r^2 \Rightarrow (x^{2\sqrt{r}})^{\frac{1}{2\sqrt{r}}} = (r^2)^{\frac{1}{2\sqrt{r}}} \Rightarrow x = r^{\frac{1}{\sqrt{r}}} = r^{\frac{\sqrt{r}}{r}}$$

$$= (r^{\frac{1}{r}})^{\sqrt{r}} = \sqrt[r]{r}^{\sqrt{r}}$$

۲ ۱۱۹

نکته:

$$S_{rk-1} = (rk-1)a_k$$

$$S_{17} = 34 \xrightarrow{\frac{rk-1=17}{k=9}} 17 \times a_9 = 34 \Rightarrow a_9 = 2 (*)$$

طبق قانون اندیس‌ها داریم:

$$4 + 14 = 2 \times 9 \Rightarrow a_4 + a_{14} = 2a_9 \xrightarrow{(*)} a_4 + a_{14} = 2(2) = 4 \Rightarrow a_4 + a_9 + a_{14} = 4 + 2 = 6$$

اگر قدرنسبت این دنباله‌ی هندسی برابر q باشد، چون جملات منفی‌اند، پس $q > 0$ و داریم:

۲ ۱۲۰

$$a_4 - a_9 < 0 \Rightarrow a_4 < a_9 < 0 \Rightarrow \frac{a_4}{a_9} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\frac{a_4}{a_9} = q} q = \frac{1}{2}$$

از طرفی داریم:

$$a_4 - a_9 = -\frac{1}{2} \Rightarrow a_4 - (a_9 q) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow a_4 - \frac{a_4}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a_4}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a_4 = -1$$

$$a_4 = a_9 q \Rightarrow a_9 = \frac{a_4}{q} = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$$

اگر $a_{2n-1} = \frac{2n-1}{n}$ باشد، برای محاسبه‌ی a_n از تغییر متغیر کمک می‌گیریم:

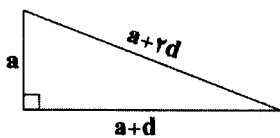
۲ ۱۲۱

$$2n-1 = t \Rightarrow n = \frac{t+1}{2} \Rightarrow a_t = \frac{t}{\frac{t+1}{2}} = \frac{2t}{t+1} \Rightarrow a_n = \frac{2n}{n+1}$$

(تألیفی - کتاب IQ - دیفانسیون)

چون a ضلع کوچک‌تر است، پس با فرض این‌که d مقداری مثبت دارد، رابطه‌ی فیثاغورس را برای مثلث می‌نویسیم:

۲ ۱۲۲



$$a^2 + (a+d)^2 = (a+rd)^2 \Rightarrow 2a^2 + d^2 + 2ad = a^2 + 4d^2 + 4ad$$

$$\Rightarrow a^2 - 2da - 3d^2 = 0 \Rightarrow (a-3d)(a+d) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = \frac{a}{3} \\ d = -a \end{cases} \xrightarrow{d > 0} d = \frac{a}{3} : \text{ محیط مثلث } : 3a + 3d = 3a + a = 4a$$

(تألیفی - کتاب IQ - دیفانسیون)

اگر جملات متوالی دنباله‌ی هندسی را a, aq, aq^2 فرض کنیم، آن‌گاه داریم:

۲ ۱۲۳

$$\frac{a}{q} \times a \times aq = 216 \Rightarrow a^3 = 216 \Rightarrow a = 6$$

$$\frac{a}{q} + a + aq = 19 \Rightarrow a\left(\frac{1}{q} + 1 + q\right) = 19 \Rightarrow \frac{1}{q} + 1 + q = \frac{19}{6}$$

$$\Rightarrow q + \frac{1}{q} = \frac{13}{6} \Rightarrow \frac{q^2 + 1}{q} = \frac{13}{6} \Rightarrow 6q^2 - 13q + 6 = 0 \Rightarrow q = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{12} = \frac{13 \pm 5}{12} \Rightarrow q = \frac{3}{2}, \frac{2}{3}$$

$$\text{اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین} = \left| aq - \frac{a}{q} \right| = a \left| q - \frac{1}{q} \right| = 6 \left| \frac{3}{2} - \frac{2}{3} \right| = 6 \times \frac{5}{6} = 5$$

(تألیفی - کتاب IQ - دیفانسیون)

در دسته اول، یک عدد فرد، در دسته دوم، دو عدد فرد، در دسته سوم، سه عدد فرد و در نتیجه در دسته بیستم، بیست عدد فرد وجود دارد، پس:

$$1+2+3+\dots+20 = \frac{20 \times 21}{2} = 210$$

بنابراین جمله آخر دسته بیستم، ۲۱۰مین جمله دنباله اعداد فرد می باشد و از آنجایی که دنباله اعداد فرد به صورت $a_n = 2n - 1$ مشخص می شود، پس:

$$a_{210} = 2(210) - 1 = 419$$

(ریاضی پایه ۹، کتاب IQ، صفحه ۱۰۰)

$$a_p \cdot a_q = \sqrt[3]{12} \Rightarrow a_p q^2 \cdot a_p q^4 = \sqrt[3]{12} \Rightarrow a_p^2 q^6 = \sqrt[3]{12}$$

$$\begin{aligned} \text{حاصل ضرب مجزورات یازده جمله اول} &= (a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_{11})^2 = (a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \cdot a_8 \cdot a_9 \cdot a_{10} \cdot a_{11})^2 \\ &= (a_1^1 q^{1+2+\dots+10})^2 = (a_1^1 q^{55})^2 = (a_1 q^5)^{22} = (a_1^2 q^{10})^{11} = (\sqrt[3]{12})^{11} = 12 \end{aligned}$$

(کتاب IQ، پایه دهم)

$$P(x) = 0 \Rightarrow (a-x)^{2n} - 9a \times x^{2n-2} + 81 = 0 \Rightarrow \cancel{3^{2n}} \times a - 3^{2n+1} - \cancel{3^{2n}} \times a = -81 \Rightarrow 3^{2n+1} = 3^4 \Rightarrow n = 3$$

$$x^2 - x = 0 \Rightarrow x^2 = x \quad (I)$$

برای توان های فرد داریم:

$$x^5 = x^3 \cdot x^2 \stackrel{(I)}{=} x \cdot x^2 = x^3 \stackrel{(I)}{=} x \quad (II)$$

$$x^7 = x^5 \cdot x^2 \stackrel{(II)}{=} x \cdot x^2 = x^3 \stackrel{(I)}{=} x$$

پس $x^{2n-1} = x$ هم چنین برای توان های زوج داریم:

$$x^4 = x^2 \cdot x \stackrel{(I)}{=} x \cdot x = x^2 \quad (III)$$

$$x^6 = x^4 \cdot x^2 \stackrel{(III)}{=} x^2 \cdot x^2 = x^4 \stackrel{(III)}{=} x^2 \Rightarrow x^{2n} = x^2$$

پس داریم:

$$P(x) = x^{24} + x^{19} - x^{12} + x^5 + x + 1 = \cancel{x^{24}} + \cancel{x^{19}} + x + x + 1 = 3x + 1 \Rightarrow R(-3) = 3(-3) + 1 = -8$$

$$\text{جمله } (k+1)\text{ام} = \binom{9}{k} (\sqrt[3]{x^2})^{9-k} \left(-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^k = \binom{9}{k} (x^{\frac{2}{3}})^{9-k} (-2)^k (x^{-\frac{1}{2}})^k = \binom{9}{k} (-2)^k x^{6-\frac{2}{3}k-\frac{1}{2}k}$$

$$6 - \frac{2}{3}k - \frac{1}{2}k = \frac{4}{3} \xrightarrow{\times 6} 36 - 4k - 3k = 8 \Rightarrow 28 = 7k \Rightarrow k = 4$$

$$\xrightarrow{k=4} \text{ضریب جمله پنجم} = \binom{9}{4} (-2)^4 = \frac{9!}{5!4!} \times 16 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \times 16 = 2016$$

ابتدا هر یک از اعداد را تجزیه کرده و ب.م.م را می یابیم:

$$\left. \begin{aligned} 132 &= 2^2 \times 3 \times 11 \\ 84 &= 2^2 \times 3 \times 7 \\ 156 &= 2^2 \times 3 \times 13 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{ب.م.م} = 2^2 \times 3 = 12$$

پس هر سه عدد فوق تنها به اعداد طبیعی ۱، ۲، ۳، ۴، ۶ و ۱۲ بخش پذیر هستند.



ابتدا ک.م.م دو عدد ۲۴ و ۳۶ را می‌یابیم:

$$\left. \begin{aligned} 24 &= 2^3 \times 3 \\ 36 &= 2^2 \times 3^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{ک.م.م} = 2^3 \times 3^2 = 72$$

پس بعد از اولین بار که تایمرها با هم چشمک می‌زنند، ۷۲ ثانیه طول می‌کشد تا مجدداً چنین اتفاقی بیفتد. پس بعد از گذشت ۱۱ دقیقه یعنی $660 = 11 \times 60$ ثانیه، با تقسیم ۶۶۰ بر ۷۲ به عدد ۹ می‌رسیم $(\lfloor \frac{660}{72} \rfloor = 9)$ ، پس ۹ بار دیگر با هم چشمک می‌زنند.

$$\begin{aligned} a_1 &= A, a_n = B \quad a_n = a_1 q^{n-1} \Rightarrow B = Aq^{n-1} \xrightarrow{\times q} Bq = Aq^n \\ S &= \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{a_1 - a_1 q^n}{1-q} = \frac{A - Aq^n}{1-q} \quad Bq = Aq^n \Rightarrow \frac{A - Bq}{1-q} \Rightarrow A - Bq = S - Sq \\ \Rightarrow q(B-S) &= A - S \Rightarrow q = \frac{A-S}{B-S} \end{aligned}$$

(تالیفی - کتاب IQ - دیوارنگار)

$$a_1 + a_7 + \dots + a_{10} + a_{11} = 70; a_6 + a_{59} + \dots + a_{51} + a_{50} = 51$$

$$(a_1 + a_{60}) + (a_7 + a_{54}) + \dots + (a_{10} + a_{51}) + (a_{11} + a_{50}) = 121$$

$$a_1 + a_{60} = a_7 + a_{54} = \dots = a_{11} + a_{50} \Rightarrow 11(a_1 + a_{60}) = 121 \Rightarrow a_1 + a_{60} = 11$$

مجموع n جمله‌ی اول دنباله حسابی به فرم $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ می‌باشد، پس:

$$S_{60} = \frac{60}{2}(a_1 + a_{60}) = 30 \times 11 = 330$$

(تالیفی - کتاب IQ - دیوارنگار)

$$x^2 + 5x + 3 = 0 \Rightarrow x^2 + 5x = -3$$

در تابع $f(x)$ به جای $x^2 + 5x$ عدد -3 را قرار می‌دهیم:

$$f(x) = (x+1)(x+4)(x+2)(x+3) + 1 \Rightarrow f(x) = (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) + 1 \Rightarrow R(x) = (-3+4)(-3+6) + 1 = 4$$

(تالیفی - کتاب IQ - دیوارنگار)

$$S = x_1 + x_2 = \frac{3}{m^2 - 4} \quad \text{اگر } x_1 \text{ و } x_2 \text{ ریشه‌های معادله‌ی } (m^2 - 4)x^2 - 3x + m = 0 \text{ باشند، آن‌گاه:}$$

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{3}{m^2 - 4} = \frac{1}{4} \Rightarrow m^2 - 4 = 12 \Rightarrow m = \pm 4$$

عدد $\frac{1}{8}$ واسطه‌ی حسابی بین x_1 و x_2 می‌باشد، پس:چون معادله‌ی $(m^2 - 4)x^2 - 3x + m = 0$ دارای دو ریشه است، پس به‌ازای m های به‌دست آمده باید $\Delta > 0$ باشد، پس:

$$\Delta > 0 \Rightarrow 9 - 4m(m^2 - 4) > 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 4 \Rightarrow \text{صدق نمی‌کند.} \\ m = -4 \Rightarrow \text{صدق می‌کند.} \end{cases}$$

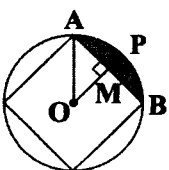
(تالیفی - کتاب IQ - دیوارنگار)

بسط $(2x+1)^5$ شامل جملاتی می‌باشد که متغیر x توان‌هایی بین ۰ تا ۵ را اختیار می‌کند. بسط $(x-3)^7$ نیز شامل جملاتی می‌باشد که متغیر x توان‌هایی بین ۰ تا ۷ را اختیار می‌کند. اگر بسط‌های $(2x+1)^5$ و $(x-3)^7$ را با هم جمع کنیم، جملاتی که توان x آن‌ها یکسان است با هم جمع می‌شوند، پس بسط $(2x+1)^5 + (x-3)^7$ دارای ۸ جمله می‌باشد.

(تالیفی - کتاب IQ - دیوارنگار)

ابتدا از مرکز دایره یعنی O به A وصل می‌کنیم. واضح است که $\angle OAB = 45^\circ$ ، بنابراین مثلث OAM ، قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است. لذا داریم:

$$\begin{cases} OM = AM, OA = 2 \text{ شعاع} \\ (OA)^2 = (OM)^2 + (AM)^2 \Rightarrow (2)^2 = (OM)^2 + (OM)^2 \Rightarrow (OM)^2 = 2 \xrightarrow{\text{جذر}} OM = AM = \sqrt{2} \end{cases}$$



$$\text{از طرفی: } \begin{cases} AB = 2AM = 2(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} \\ PM = OP - OM = 2 - \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Delta \text{ مساحت } ABP = \frac{1}{2} \times AB \times PM = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times (2 - \sqrt{2}) = 2(\sqrt{2} - 1)$$

۱۳۷ مطابق شکل واضح است که چهارضلعی AMHH'، یک دوزنقه و مثلث MHD، قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است. (زیرا $\widehat{MDH} = 45^\circ$) اگر اندازه‌ی ضلع مربع را a فرض کنیم داریم:

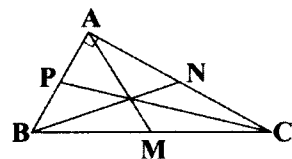
$$AH' = DH' = \frac{a\sqrt{2}}{2}, \quad MH = DH = \frac{MD}{\sqrt{2}} \xrightarrow{MD = \frac{a}{2}} MH = DH = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{از طرفی: } HH' = DH' - DH = \frac{a\sqrt{2}}{2} - \frac{a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow HH' = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{مساحت دوزنقه‌ی AMHH}' = \frac{1}{2}(MH + AH') \times HH' \Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{a\sqrt{2}}{4} + \frac{a\sqrt{2}}{2}\right) \times \frac{a\sqrt{2}}{4} = 3 \xrightarrow{\text{ساده می‌کنیم.}} \frac{3a^2}{16} = 3$$

$$\Rightarrow a^2 = 16 \xrightarrow{a > 0} a = 4 \Rightarrow \text{مساحت مربع ABCD} = a^2 = 4^2 = 16$$

۱۳۸ ابتدا میانه‌های AM، BN و CP را رسم می‌کنیم و داریم:

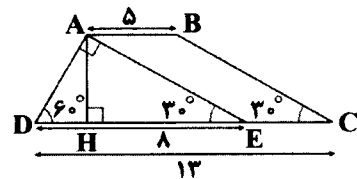


$$\begin{cases} \Delta ABC: AM = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2} \xrightarrow{\text{توان}} (AM)^2 = \frac{a^2}{4} \\ \Delta ABN: (BN)^2 = (AB)^2 + (AN)^2 - c^2 + \frac{b^2}{4} \xrightarrow{\text{سه رابطه را با هم جمع می‌بندیم.}} (AM)^2 + (BN)^2 + (CP)^2 = \frac{a^2}{4} + (c^2 + b^2) + \frac{(b^2 + c^2)}{4} = \frac{3a^2}{2} \\ \Delta ACP: (CP)^2 = (AC)^2 + (AP)^2 - \frac{c^2}{4} \end{cases}$$

چون مجموع مربعات میانه‌ها برابر با ۹۶ است، در نتیجه داریم:

$$\frac{3a^2}{2} = 96 \Rightarrow a^2 = 64 \xrightarrow{a > 0} BC = a = 8$$

۱۳۹ مطابق شکل ابتدا از رأس A خطی موازی ضلع BC رسم می‌کنیم تا قاعده‌ی بزرگ دوزنقه، یعنی CD را در نقطه‌ی E قطع کند، داریم:



$$AE \parallel BC \Rightarrow \widehat{AED} = \widehat{C} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{DAE} = 90^\circ$$

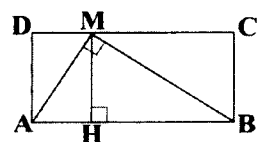
$$ABCE \text{ متوازی‌الاضلاع} \Rightarrow AB = CE = 5 \Rightarrow DE = CD - CE = 13 - 5 = 8$$

هم‌چنین می‌دانیم که در هر مثلث قائم‌الزاویه، ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی ۳۰ درجه، برابر نصف وتر و ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی ۶۰ درجه، برابر

$$\Delta ADE: \widehat{A} = 90^\circ \Rightarrow AE = \frac{\sqrt{3}}{2} DE = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3} \quad \text{وتر است، پس: } \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Delta AHE: \widehat{E} = 30^\circ \Rightarrow AH = \frac{1}{2} AE = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

۱۴۰ ابتدا در مثلث AMB ارتفاع MH را رسم می‌کنیم، داریم:



$$\begin{cases} MH = AD = 6 \\ AB = 13 \Rightarrow AH + HB = 13 \Rightarrow HB = 13 - AH \quad (*) \end{cases}$$

از طرفی:

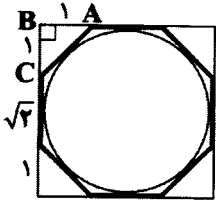
$$\Delta AMH \sim \Delta MBH \Rightarrow (MH)^2 = AH \times HB \xrightarrow{(*)} (6)^2 = AH \times (13 - AH) \Rightarrow (AH)^2 - 13(AH) + 36 = 0$$

$$\Rightarrow (AH - 4)(AH - 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} AH = 4 \Rightarrow DM = 4 \text{ (min)} \\ AH = 9 \Rightarrow DM = 9 \end{cases}$$

نزدیک‌ترین رأس مستطیل به نقطه‌ی M یعنی D، به فاصله‌ی ۴ واحد از آن قرار دارد.



نکته: بهترین روش برای به دست آوردن مساحت هشت ضلعی منتظم این است که، آن را داخل یک مربع محاط کنید.



$$\Delta ABC: (AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} (\sqrt{2})^2 = 2(AB)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} AB = BC = 1$$

مساحت چهار مثلث - مساحت مربع = مساحت هشت ضلعی منتظم

$$\Rightarrow \text{مساحت هشت ضلعی منتظم} = (2 + \sqrt{2})^2 - 4\left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1\right) = 4 + 4\sqrt{2}$$

همچنین با توجه به شکل واضح است که شعاع دایره، برابر نصف طول ضلع مربع است. پس:

$$\text{مساحت دایره} = \pi r^2 = \pi \left(\frac{2 + \sqrt{2}}{2}\right)^2 \xrightarrow{\pi=3} \text{مساحت دایره} = \frac{9}{4} + 3\sqrt{2}$$

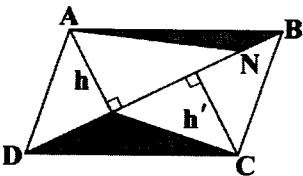
$$\text{مساحت محصور} = \text{مساحت هشت ضلعی منتظم} - \text{مساحت دایره} = (4 + 4\sqrt{2}) - \left(\frac{9}{4} + 3\sqrt{2}\right) = \sqrt{2} - \frac{1}{4}$$

واضح است که چهار ضلعی ABMN نیز یک متوازی الاضلاع است که مساحت آن نصف مساحت متوازی الاضلاع ABCD است.

از طرفی دو مثلث ABM و PCM و همچنین دو مثلث ABN و DQN نیز بنا به تساوی دو زاویه و ضلع بین با یکدیگر هم‌نهشت و بنابراین هم مساحت‌اند. لذا داریم:

$$\begin{aligned} \Delta \text{ مساحت } OPQ &= \Delta \text{ مساحت متوازی الاضلاع } ABCD + \Delta \text{ مساحت } OAB \\ &= \Delta \text{ مساحت متوازی الاضلاع } ABCD + \frac{1}{4} \times \Delta \text{ مساحت متوازی الاضلاع } ABMN \\ &= \Delta \text{ مساحت متوازی الاضلاع } ABCD + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} \times \Delta \text{ مساحت متوازی الاضلاع } ABCD\right) \\ &= \frac{9}{8} \times \Delta \text{ مساحت متوازی الاضلاع } ABCD \end{aligned}$$

ابتدا ارتفاع دو مثلث CBD و ABD را رسم کرده و h و h' می‌نامیم و واضح است که h = h'. داریم:



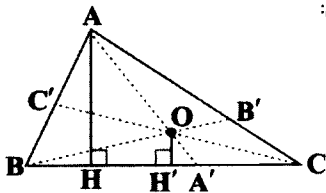
$$\begin{cases} \Delta \text{ مساحت } ANB = \frac{1}{2} \times NB \times h \\ \Delta \text{ مساحت } CMD = \frac{1}{2} \times MD \times h' \\ \Delta \text{ مساحت } ABD = \frac{1}{2} \times DB \times h = \frac{1}{2} \times \Delta \text{ مساحت متوازی الاضلاع } ABCD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\Delta \text{ مساحت } ANB}{\Delta \text{ مساحت } ABD} = \frac{\frac{1}{2} \times NB \times h}{\frac{1}{2} \times DB \times h} = \frac{NB}{DB} = \frac{1}{6} \\ \frac{\Delta \text{ مساحت } CMD}{\Delta \text{ مساحت } ABD} = \frac{\frac{1}{2} \times MD \times h'}{\frac{1}{2} \times DB \times h} = \frac{MD}{DB} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta \text{ مساحت } ANB = \frac{1}{12} \times \Delta \text{ مساحت متوازی الاضلاع } ABCD \\ \Delta \text{ مساحت } CMD = \frac{1}{6} \times \Delta \text{ مساحت متوازی الاضلاع } ABCD \end{cases}$$

مجموع طرفین تساوی \rightarrow مساحت سطح سایه‌خورده = $\Delta \text{ مساحت } ANB + \Delta \text{ مساحت } CMD$

$$= \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{6}\right) \times \Delta \text{ مساحت متوازی الاضلاع } ABCD = \frac{1}{4} \times \Delta \text{ مساحت متوازی الاضلاع } ABCD$$

ابتدا از نقاط A و O به ترتیب عمودهای AH و OH' را بر ضلع BC رسم می‌کنیم، بنابراین داریم:



$$\frac{\frac{\Delta_{OBC}}{\Delta_{ABC}}}{\frac{\Delta_{OAC}}{\Delta_{ABC}}} = \frac{\text{قضیه‌ی تالس}}{\text{قاعده‌ها یکسان}} = \frac{OH'}{AH} = \frac{OA'}{AA'}$$

به‌طور مشابه داریم:

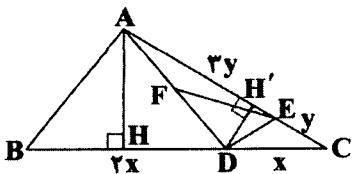
$$\frac{\frac{\Delta_{OAC}}{\Delta_{ABC}}}{\frac{\Delta_{OAB}}{\Delta_{ABC}}} = \frac{OB'}{BB'}$$

حال اگر روابط به‌دست آمده را با یکدیگر جمع کنیم، داریم:

$$\frac{OA'}{AA'} + \frac{OB'}{BB'} + \frac{OC'}{CC'} = \frac{\Delta_{OBC} + \Delta_{OAC} + \Delta_{OAB}}{\Delta_{ABC}} = \frac{\Delta_{ABC}}{\Delta_{ABC}} = 1$$

ابتدا ارتفاع مثلث ABC یعنی AH را رسم می‌کنیم. چون دو مثلث ABC و ADC ارتفاع‌های یکسانی دارند، پس نسبت مساحت‌های

آن‌ها برابر با نسبت قاعده‌ها است، یعنی:



$$\frac{\Delta_{ADC}}{\Delta_{ABC}} = \frac{CD}{BC} = \frac{1}{3} \quad (1)$$

هم‌چنین اگر ارتفاع مثلث DAC یعنی DH' را رسم کنیم، چون دو مثلث ADC و ADE ارتفاع‌های یکسانی دارند، پس نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت قاعده‌ها است، یعنی:

$$\frac{\Delta_{ADE}}{\Delta_{ADC}} = \frac{AE}{AC} = \frac{2}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\Delta_{EFD}}{\Delta_{ADE}} = \frac{FD}{AD} = \frac{1}{2} \quad (3)$$

و با همین استدلال داریم:

بنابراین داریم:

$$(3) \Rightarrow \Delta_{EFD} = \frac{1}{2} \times \Delta_{ADE} \stackrel{(2)}{=} \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{4} \times \Delta_{ADC} \right) \stackrel{(1)}{=} \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{3} \Delta_{ABC} \right) = \frac{1}{12} \Delta_{ABC}$$

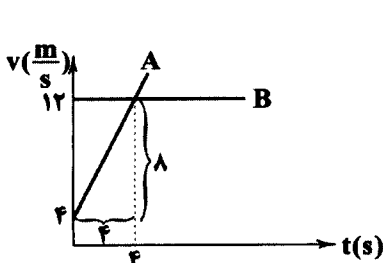


DriQ.com

کانال رفع اشکال: @fizik_gaj

فیزیک

با توجه به نمودار سرعت - زمان، نوع حرکت اتومبیل B یکتواخت است. بنابراین:



$$x_B = v_B t + x_{0B} \begin{cases} x_{0B} = 0 \\ v_B = 12 \frac{m}{s} \end{cases} \rightarrow x_B = 12t$$

نوع حرکت اتومبیل A، حرکت با شتاب ثابت است. بنابراین:

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t + x_{0A} \quad \text{با توجه به نمودار} \rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12 - 4}{4} = 2 \frac{m}{s^2}, v_0 = 4 \frac{m}{s}$$

$$x_A = \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 + 4t + 30 = t^2 + 4t + 30$$

$$\text{کم‌ترین مقدار این فاصله، در لحظه‌ی } t = 4s \text{ و به میزان } 14m \text{ است.} \rightarrow x_A - x_B = t^2 + 4t + 30 - 12t = t^2 - 8t + 30 = (t - 4)^2 + 14 \xrightarrow{t=4s} x_A - x_B = 14m$$



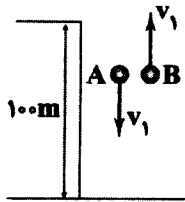
چون حرکت با شتاب ثابت است، با داشتن مقادیر Δt و v_1 می توان سرعت اولیه و شتاب را محاسبه کرد:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t \Rightarrow 250 = \frac{v_1 + 45}{2} \times 10 \Rightarrow v_1 = 5 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{45 - 5}{10} = 4 \frac{m}{s^2}$$

حال با داشتن مقادیر v_1 و a می توان جابه جایی متحرک در ۵ ثانیه ی اول حرکت را به دست آورد:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_1 t = \frac{1}{2} \times 4 \times 5^2 + 5 \times 5 = 75 m$$



فرض می کنیم برای گلوله ی A حرکت از نقطه ی شروع تا لحظه ای که به گلوله ی B می رسد به مدت t_1 ثانیه طول بکشد. برای گلوله ی B نیز همین مدت طول می کشد تا سرعتش را از v_1 به صفر برساند. زیرا شتاب هر دو گلوله برابر است. بنابراین می توان گفت نقطه ی اوج گلوله ی B همان محل رها شدن گلوله A است:

$$H = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow 100 = \frac{v_0^2}{20} \Rightarrow v_0 = 20\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

با توجه به نمودار، متحرک A حرکت خود را از حالت سکون شروع می کند و تا لحظه ی $t = t_1$ ، با شتاب ثابت $a = \frac{15 - 0}{6 - 0} = \frac{5}{2} \frac{m}{s^2}$ حرکت

می کند و از لحظه ی $t = t_1$ به بعد با سرعت $v_A = 20 \frac{m}{s}$ حرکت می کند. از طرفی، متحرک B از ابتدا تا انتها با سرعت ثابت

$$v_B = 15 \frac{m}{s}$$

نکته: سطح زیر نمودار $v-t$ برابر با جابه جایی متحرک است.

با توجه به نمودار، در ۶ ثانیه ی اول حرکت متحرک B بیش تر از سطح زیر نمودار متحرک A هست.

$$S_{(0-6)B} = 15 \times 6 = 90$$

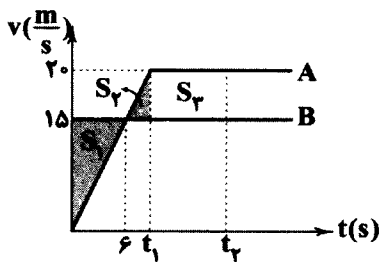
$$S_{(0-6)A} = \frac{1}{2} \times 6 \times 15 = 45$$

بنابراین در ۶ ثانیه ی اول متحرک B، $45m$ بیش تر از متحرک A جابه جا شده است.

از $t = 6s$ به بعد در هر بازه ی زمانی مشخص سطح زیر نمودار متحرک A بیش تر از سطح زیر نمودار متحرک B است.

اکنون باید حساب کنیم که متحرک A از $t = 6s$ به بعد، چند ثانیه طول می کشد تا جابه جایی اش $45m$ بیش تر از متحرک B شود.

دو مثلث S_1 و S_2 نشان داده شده روی شکل متشابه هستند، بنابراین:



$$\frac{20 - 15}{15} = \frac{t_1 - 6}{6} \Rightarrow t_1 = 8s$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 5 = 5$$

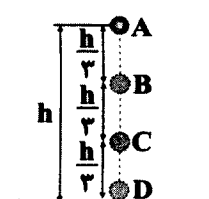
سطح بالای نمودار B و زیر نمودار A را حساب می کنیم:

$$S_2 = 5 \times (t_1 - 8)$$

$$S_1 + S_2 = 45 \Rightarrow S_2 = 40 \Rightarrow 5(t_1 - 8) = 40 \Rightarrow t_1 = 16s$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + y_0 \xrightarrow[\text{مبدأ = نقطه ی شروع}]{v_0 = 0} y = -\frac{1}{2}gt^2 \quad \begin{cases} AB = \frac{h}{2}, AC = \frac{2h}{2} \\ \frac{h}{2} = -\frac{1}{2}gt_{AB}^2 & t_{AC} = t_{AB} + 1 \\ \frac{2h}{2} = -\frac{1}{2}gt_{AC}^2 & \left(\frac{t_{AB}}{1+t_{AB}}\right)^2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{t_{AB}}{1+t_{AB}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 1+t_{AB} = \sqrt{2}t_{AB} \Rightarrow t_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} \xrightarrow{\text{صورت و مخرج را در } \sqrt{2}+1 \text{ ضرب می کنیم}} \sqrt{2}+1 = 2/4s$$



$$\left(\frac{t_{AB}}{t_{AD}}\right)^2 = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \left(\frac{t_{AB}}{t_{AD}}\right)^2 = \frac{AB = \frac{h}{2}, AD = h}{\frac{1}{2}} \Rightarrow t_{AD} = t_{AB}\sqrt{2} \Rightarrow t_{AD} = 1/\sqrt{2} \times 2/4$$

$$v = -gt + v_0 \Rightarrow v_D = -10 \times 1/\sqrt{2} \times 2/4 = -40/8 \frac{m}{s} \Rightarrow |v_D| = 40/8 = 5 \frac{m}{s}$$



$$x = \frac{1}{3}t^3 - 4t^2 + 6 \quad \text{در ابتدا لازم است لحظه‌ی توقف متحرک و تغییر جهت حرکت را به دست آوریم:} \quad 151$$

$$\Rightarrow v = \frac{dx}{dt} = 4t^2 - 8t = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=2s \end{cases}$$

با توجه به زمان‌های به دست آمده می‌توان فهمید که در این بازه متحرک متوقف نشده و تغییر جهت نداده است. بنابراین حرکت بر خط راست انجام می‌شود و لذا مسافت طی شده توسط متحرک برابر با اندازه‌ی جابه‌جایی متحرک در این بازه زمانی است. داریم:

$$\begin{cases} t_1=0 \\ t_2=2s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1=6m \\ x_2=\frac{2}{3}m \end{cases} \Rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = \frac{2}{3} - 6 = -\frac{16}{3}m$$

$$\text{مسافت طی شده} = |\Delta x| = \frac{16}{3}m$$

۱۵۲

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} \Rightarrow \vec{r} = (9t+8)\vec{i} + (t^2 - 5t + 36)\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 9\vec{i} + (2t-5)\vec{j}$$

$$|v| = \sqrt{9^2 + (2t-5)^2} \xrightarrow{|v|_{\min}} 2t-5=0 \Rightarrow t=2/5s$$

در لحظه‌ی $t=2/5s$ اندازه‌ی سرعت کمینه می‌شود، پس تا لحظه‌ی $t=2/5s$ سرعت در حال کاهش بوده و حرکت کندشونده است و از لحظه‌ی $2/5s$ به بعد حرکت تندشونده است.

چون متحرک از حال سکون و با شتاب ثابت در مسیری مستقیم شروع به حرکت کرده است، جابه‌جایی و مسافت طی شده‌ی آن با هم برابر است. اگر جابه‌جایی متحرک تا زمان $t_p = t_1 + t_2$ را با $\Delta x_p = \Delta x_1 + \Delta x_2$ نشان دهیم:

$$\xrightarrow{v_0=0} \Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \Delta x \propto t^2 \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_p} = \left(\frac{t_1}{t_p}\right)^2 \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_1 + \Delta x_2} = \left(\frac{t_1}{t_1 + t_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{8}{8+64} = \left(\frac{t_1}{t_1+t_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{9} = \left(\frac{t_1}{t_1+t_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{t_1}{t_1+t_2}$$

$$\Rightarrow 3t_1 = t_1 + t_2 \Rightarrow t_2 = 2t_1$$

$$\frac{t_1+t_2}{2t_1} = \frac{t_1+2t_1}{2t_1} = \frac{3}{2}$$

حال کسر خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

۱۵۳

شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان، شتاب حرکت را نمایش می‌دهد.

بنابراین در نقاط A و B شیب خط مماس مثبت و بنابراین شتاب مثبت است و در نقاط D و E شیب خط مماس منفی و شتاب منفی است. از روی نمودار مشخص است که علامت سرعت در نقاط A و E منفی و در نقاط B و D صفر است.

بنابراین، از آن جا که برای حرکت کندشونده می‌بایست $av < 0$ شود، حرکت متحرک فقط در نقطه‌ی A کندشونده است.

شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه، سرعت لحظه‌ای متحرک در آن لحظه است. از طرفی چون نمودار به صورت سهمی است، بنابراین حرکت از نوع شتاب ثابت است. با استفاده از معادله‌ی مستقل از شتاب بین لحظات $t=6s$ و $t=0$ داریم:

$$\Delta x_{\text{کل}} = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \xrightarrow{x(t=0)=x(t=6s)} 0 = \frac{5+v_0}{2} \times 6 \Rightarrow v_0 = -5 \frac{m}{s}$$

توجه: از آن جایی که لحظات $t=6s$ و $t=0$ دارای مقادیر X برابر هستند، بنابراین نسبت به رأس سهمی متقارن اند، بنابراین اگر سرعت

در لحظه‌ی $t=6s$ ، $v = 5 \frac{m}{s}$ است، سرعت در $t=0$ ، $v_0 = -5 \frac{m}{s}$ خواهد بود.

حال با استفاده از معادله‌ی سرعت - زمان، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} v_0 = -5 \frac{m}{s} \\ \Delta t = 6s \\ v_{t=6s} = 5 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow 5 = a \times 6 - 5 \Rightarrow a = \frac{10}{6} \frac{m}{s^2}$$

با داشتن مقادیر v_0 و a می‌توان سرعت را در هر لحظه محاسبه نمود، بنابراین برای لحظه‌ی $t=2s$ داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = \frac{10}{6} \times 2 - 5 = -\frac{5}{3} \frac{m}{s}$$

با توجه به این که جعبه از خودرو رها شده است، بنابراین دارای سرعت اولیه‌ای به اندازه‌ی همان سرعت ثابت خودرو است. از طرفی چون حرکت جعبه حرکتی شتابدار با شتاب ثابت در مسیری مستقیم بیان شده است، بنابراین برای محاسبه‌ی جابه‌جایی آن تا لحظه‌ی توقف داریم:

$$\left. \begin{array}{l} v_0: \text{ سرعت اولیه‌ی جعبه و سرعت ثابت خودرو} \\ t: \text{ مدت زمان توقف جعبه} \end{array} \right\} \Delta x_{\text{جعبه}} = \frac{v+v_0}{2}t = \frac{0+v_0}{2}t = \frac{v_0}{2}t \quad (\text{I})$$

حرکت خودرو یک حرکت یکنواخت روی خط راست، با سرعت v_0 است که در مدت $\frac{t}{2}$ ، مسافت پیموده‌شده آن برابر است با:

$$\Delta x_{\text{خودرو}} = v_0 \frac{t}{2} \quad (\text{II})$$

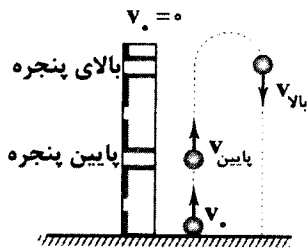
$$\frac{\Delta x_{\text{جعبه}}}{\Delta x_{\text{خودرو}}} = \frac{\frac{v_0}{2}t}{v_0 \frac{t}{2}} = 1$$

جهت مثبت را رو به بالا فرض می‌کنیم؛ در حرکت با شتاب ثابت تغییرات سرعت برابر است با:

$$\Delta v = a\Delta t \Rightarrow \Delta v = -g\Delta t \Rightarrow -50 = -10\Delta t \Rightarrow \Delta t = 5\text{s}$$

$$\Delta y = \bar{v}\Delta t \Rightarrow \Delta y = -30 \times 5 = -150\text{m} \Rightarrow |\Delta y| = h = 150\text{m}$$

علی‌رغم این که این سؤال خیلی پیچیده به نظر می‌رسد، حل بسیار ساده‌ای دارد. با استفاده از رابطه‌ی مستقل از زمان، داریم:



$$v_2^2 - v_1^2 = -2gh \Rightarrow (-14)^2 - (15)^2 = -2 \times 10 \times h \Rightarrow 196 - 225 = -20h$$

$$\Rightarrow -29 = -20h \Rightarrow h = \frac{29}{20} = \frac{2.9}{2} = 1.45\text{m}$$

بنابراین ارتفاع پنجره 1.45m است.

مبدأ را در سطح زمین فرض می‌کنیم.

$$y = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + y_0 \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{2}gt^2 + 0 \times t + h & \text{گلوله‌ای که از بالای برج رها می‌شود} \\ y' = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + 0 & \text{گلوله‌ای که از پایین برج به بالا پرتاب می‌شود} \end{cases}$$

پس از مدت $t = 1.25\text{s}$ ، دو گلوله از کنار هم عبور کرده‌اند. یعنی $y = y'$ شده است:

$$-\frac{1}{2}gt^2 + h = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t$$

$$h = v_0t = 20 \times 1.25 = 25\text{m}$$

$$\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} \xrightarrow{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}} \vec{v} = (2t + v_{0x})\vec{i} + (t + v_{0y})\vec{j}$$

چون متحرک از حال سکون به حرکت در آمده:

$$v_{0x} = v_{0y} = 0 \Rightarrow v = 2t\vec{i} + t\vec{j}$$

$$\xrightarrow{\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}} \vec{r} = (t^2 + x_0)\vec{i} + \left(\frac{t^2}{2} + y_0\right)\vec{j}$$

چون متحرک از مبدأ به حرکت در می‌آید:

$$x_0 = y_0 = 0$$

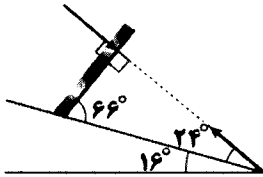
$$\vec{r} = t^2\vec{i} + \frac{t^2}{2}\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} x = t^2 \\ y = \frac{t^2}{2} \end{cases} \Rightarrow y = \frac{x}{2}$$



۴ | ۱۶۱

نکته: آینه، نیمساز زاویه‌ی راستاهای شی و تصویر است.

با توجه به شکل، جسم بر سطح آینه عمود است. بنابراین تصویر نیز بر سطح آینه عمود بوده و هم‌راستا با جسم است و با افق زاویه $۱۶^\circ + ۲۴^\circ = ۴۰^\circ$ می‌سازد.



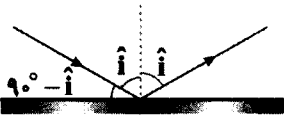
پهنای نیم‌سایه به ابعاد جسم کدر بستگی ندارد و با دو برابر شدن آن ثابت می‌ماند.

۲ | ۱۶۲

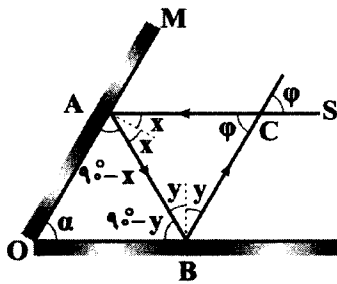
با توجه به شکل، داریم:

۲ | ۱۶۲

$$2i = 6(90 - i) \Rightarrow 2i = 540 - 6i \Rightarrow 8i = 540 \Rightarrow i = 67.5^\circ$$

با توجه به شکل رابطه‌ی بین α و φ را می‌یابیم.

۳ | ۱۶۴



$$\Delta ABO: \alpha + (90^\circ - x) + (90^\circ - y) = 180^\circ \Rightarrow \alpha = x + y \quad (I)$$

$$\Delta ABC: (x + x) + (y + y) + \varphi = 180^\circ \Rightarrow \varphi = 180^\circ - 2(x + y) \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I)} \varphi = 180^\circ - 2\alpha$$

پس رابطه‌ی بین α و φ مستقل از زاویه‌ی تابش به آینه‌ها (x) است و با چرخش آینه‌ها N مقدار φ تغییری نخواهد کرد.

برای پیدا کردن تصویر نقطه‌ی A ابتدا باید موقعیت آن را نسبت به آینه بفهمیم، تا تشخیص دهیم که تصویر مجازی است یا حقیقی. برای این منظور به فاصله‌ی کانونی آینه نیاز داریم. برای پیدا کردن فاصله‌ی کانونی از قسمت اول سؤال استفاده می‌کنیم. چون تصویر تشکیل شده از جسم بزرگ‌تر و وارونه است می‌توان نتیجه گرفت که جسم بین F و $2F$ بوده، بنابراین تصویر حقیقی خواهد بود، پس داریم:

۳ | ۱۶۵

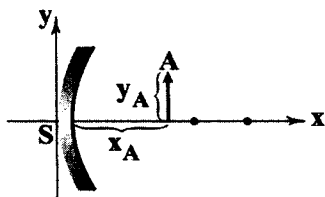
$$\begin{cases} \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \\ m = \frac{q}{p} = 2 \Rightarrow q = 2p \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{2p} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{2p}{3} \xrightarrow{p=20\text{cm}} f = \frac{40}{3}\text{cm}$$

محل نقطه‌ی A را می‌توان مشابه جسم به طول y در فاصله‌ی x از آینه فرض کرد. چون $p = x = 10\text{cm} < f = \frac{40}{3}\text{cm}$ است، پس تصویر مجازی است. بنابراین $q < 0$.

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \xrightarrow{p=x_A} \frac{1}{10} - \frac{1}{q} = \frac{3}{40} \Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{10} - \frac{3}{40} = \frac{1}{40} \Rightarrow q = 40\text{cm}$$

چون تصویر مجازی بوده، بنابراین سمت چپ نقطه‌ی S است و $x'_A = -40\text{cm}$. حال برای پیدا کردن y'_A به طریق زیر عمل می‌کنیم:

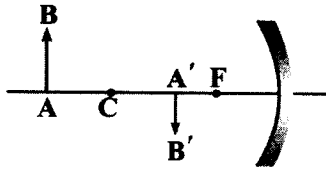
$$m = \frac{|q|}{p} = \frac{40}{10} = 4 \Rightarrow m = \frac{y'_A}{y_A} \xrightarrow{y_A=2} \frac{y'_A}{2} = 4 \Rightarrow y'_A = 8\text{cm}$$



بنابراین تصویر نقطه‌ی A در موقعیت $\begin{matrix} -40\text{cm} \\ 8\text{cm} \end{matrix}$ قرار دارد.



آینه‌ی مقعر زمانی از جسم تصویر حقیقی و کوچک‌تر می‌سازد که، جسم خارج از مرکز قرار گرفته باشد. ($p > f$)



$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \xrightarrow{(1)} \frac{1}{\lambda q} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{q}{\lambda q}$$

$$m = \frac{1}{\lambda} = \frac{q}{p} \Rightarrow \lambda q = p \quad (1)$$

وقتی جسم را در محل تصویر قرار می‌دهیم، فاصله‌ی جسم از آینه برابر می‌شود با: $p' = q$

$$\frac{1}{p'} + \frac{1}{q'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{q} + \frac{1}{q'} = \frac{q}{\lambda q}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{q'} = \frac{1}{\lambda q} \Rightarrow q' = \lambda q$$

$$\Rightarrow m' = \frac{q'}{p'} = \frac{p' = q}{p} \frac{\lambda q}{q} = \lambda$$

$$m = \frac{A'B'}{AB} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow A'B' = \frac{1}{\lambda} AB$$

$$m' = \frac{A''B''}{AB} = \lambda \Rightarrow A''B'' = \lambda AB$$

$$\frac{A''B''}{A'B'} = \frac{\lambda AB}{\frac{1}{\lambda} AB} = \lambda^2$$

در آینه‌ی مقعر داریم:

$$p < f \Rightarrow \text{تصویر مجازی} \Rightarrow m = \frac{f}{f-p}$$

$$p > f \Rightarrow \text{تصویر حقیقی} \Rightarrow m = \frac{f}{p-f}$$

در این سؤال نسبت اندازه‌ی جسم به اندازه‌ی تصویر یعنی $\frac{AB}{A'B'}$ خواسته شده است. می‌دانیم که $\frac{AB}{A'B'} = \frac{p}{q}$

$$p < f \Rightarrow m = \frac{f}{f-p} = \frac{20}{20-10} = 2$$

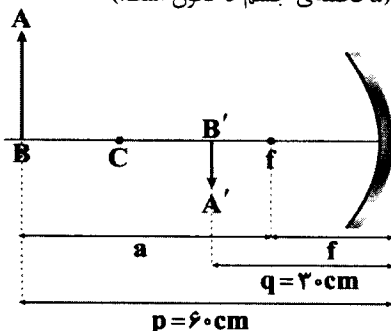
$$m = \frac{q}{p} = 2 \Rightarrow \frac{p}{q} = \frac{1}{2}$$

هنگامی که بزرگنمایی آینه در ۲ حالت و نیز جابه‌جایی جسم داده شود، از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم.

$$r = 2f \Rightarrow f = 20 \text{ cm}$$

$$\frac{\Delta p}{f} = \left| \frac{1}{m_2} - \frac{1}{m_1} \right| \Rightarrow \frac{\Delta p}{20} = \left| \frac{1}{\frac{1}{6}} - \frac{1}{\frac{1}{4}} \right| \Rightarrow \Delta p = 20(6-4) = 40 \text{ cm}$$

با توجه به داده‌های سؤال شکل زیر را رسم کرده و از رابطه‌ی $f = ma$ ، مقدار f را می‌یابیم. (a فاصله‌ی جسم تا کانون است.)



$$m = \frac{q}{p} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$$

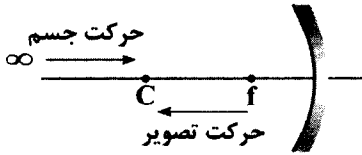
$$\Rightarrow f = ma \Rightarrow f = \frac{1}{3} a$$

$$\Rightarrow a = 3f$$

با دقت در شکل داریم:

$$p = a + f \xrightarrow{a=3f} 60 = 3f + f \Rightarrow f = 20 \text{ cm}$$

به این ترتیب اگر جسم را که در ۶۰ cm آینه است، به آینه نزدیک کنیم، جسم را به C رسانده‌ایم. همان‌طور که می‌دانید در این حالت تصویر هم بر روی C تشکیل می‌شود. بنابراین فاصله‌ی تصویر تا آینه ۴۰ cm خواهد شد.



روش اول: مطابق شکل، هنگامی که جسم در بی‌نهایت قرار دارد تصویر آن روی کانون تشکیل می‌شود و وقتی جسم روی مرکز قرار می‌گیرد، تصویر نیز روی مرکز قرار می‌گیرد.

۱۷۰ | ۲

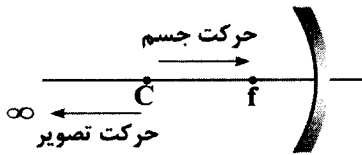
Δx_1 از بی‌نهایت تا مرکز: تغییرات مکان جسم
 Δx_2 از کانون تا مرکز: تغییرات مکان تصویر

$$\frac{\Delta x_1 > \Delta x_2}{\Delta t} > \frac{\Delta x_2}{\Delta t} \Rightarrow \text{سرعت انتقال تصویر کم‌تر از سرعت انتقال جسم}$$

سرعت انتقال تصویر سرعت انتقال جسم

$\Delta x'_1$ از مرکز تا کانون: تغییرات مکان جسم
 $\Delta x'_2$ از مرکز تا بی‌نهایت: تغییرات مکان تصویر

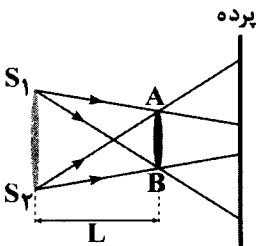
$$\frac{\Delta x'_1 < \Delta x'_2}{\Delta t} < \frac{\Delta x'_2}{\Delta t} \Rightarrow \text{سرعت انتقال تصویر بیش‌تر از سرعت انتقال جسم است.}$$



بنابراین، سرعت انتقال تصویر در مقایسه با سرعت انتقال جسم ابتدا کم‌تر و سپس بیش‌تر است.
روش دوم:

نکته: در آینه‌های کروی هرگاه جسم با سرعت ثابت به کانون نزدیک شود، حرکت تصویر تندشونده بوده و هرگاه از کانون دور شود حرکت تصویر کندشونده است.

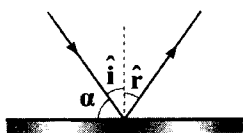
در این سؤال با توجه به این‌که گفته شده جسم از فاصله‌ی نسبتاً دور به کانون نزدیک شده است بنابراین حرکت تصویر نسبت به جسم تندشونده بوده یعنی ابتدا کم‌تر و سپس بیش‌تر.



با توجه به این‌که با نزدیک کردن چشمه‌ی نور به جسم کدر (توپ) و کاهش L ، سایه کوچک شده است، یعنی در این حالت ابعاد سایه با L متناسب است. این حالت تنها زمانی رخ می‌دهد که ابعاد منبع نور از ابعاد جسم کدر بزرگ‌تر باشد.
نیم‌سایه \uparrow و سایه $\downarrow \Rightarrow L \downarrow \Rightarrow$ نزدیک کردن چشمه به توپ
چشمه گسترده و ابعاد توپ کوچک‌تر از چشمه است. \rightarrow نتیجه

۱۷۱ | ۴

(مکمل مفهومی ریاضی ۹۱۳ - کتاب مکتوبه - فیزیک پایه)



با توجه به شکل مقابل و صورت سؤال داریم:

$$\text{زاویه‌ی بین پرتوی تابش و بازتاب} = \text{زاویه‌ی پرتوی تابش با سطح آینه}$$

$$\alpha = \hat{i} + \hat{r} \Rightarrow 90^\circ - \hat{i} = 2\hat{i} \Rightarrow \hat{i} = 30^\circ$$

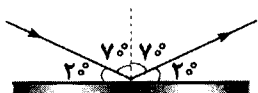
دقت شود که زاویه‌ی پرتوی بازتاب با سطح آینه که در صورت تست مورد پرسش قرار گرفته است نیز برابر $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ است و گزینه‌ی (۱) صحیح است.

(مکمل مناسبانی ریاضی ۸۱۳ - کتاب مکتوبه - فیزیک پایه)

پرتوی تابش و بازتاب، در حالت اول با یکدیگر زاویه‌ی 14° می‌سازند:

۱۷۲ | ۱

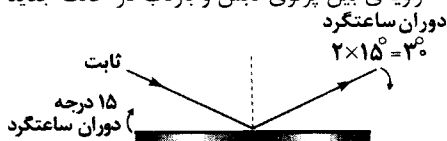
$$14^\circ = 2 \times 7^\circ = \text{زاویه‌ی بین پرتوی تابش و بازتاب}$$



حال اگر پرتوی تابش ثابت و آینه 15° درجه دوران کند، پرتوی بازتابش $3^\circ = 2 \times 15^\circ$ و در همان جهت دوران می‌کند، اما با توجه به این‌که جهت دوران آینه مشخص نمی‌باشد، دو حالت زیر رخ می‌دهد:

حالت ۱: با دوران ساعتگرد آینه، زاویه‌ی بین پرتوی تابش و بازتاب بیش‌تر می‌شود.

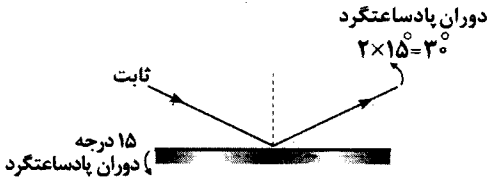
$$17^\circ = 14^\circ + 2 \times 15^\circ = \text{زاویه‌ی بین پرتوی تابش و بازتاب در حالت جدید}$$





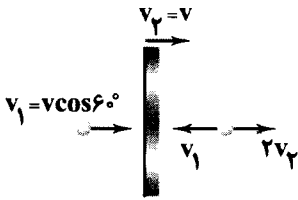
حالت ۲: با دوران پادساعتگرد آینه، زاویه‌ی بین پرتوی تابش و بازتاب کم‌تر می‌شود.

$$زاویه‌ی بین پرتوی تابش و بازتاب در حالت جدید = 14^\circ - 2 \times 15^\circ = 11^\circ$$



(MKA - کتاب منقوره - فیزیک پایه)

جسم با سرعت $v \cos 6^\circ = \frac{v}{3}$ به آینه نزدیک می‌شود و آینه با سرعت v از جسم دور می‌شود و سرعت حرکت تصویر در راستای افق به صورت زیر است:

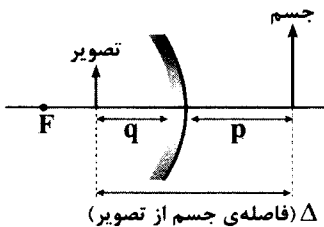


$$سرعت حرکت تصویر در راستای افق = 2v_p - v_1 = 2v - v \cos 6^\circ = \frac{2}{3}v$$

(تألیفی - کتاب منقوره - فیزیک پایه)

فاصله‌ی جسم از آینه (p) برابر فاصله‌ی جسم از تصویرش (Δ) شده است، حال بررسی می‌کنیم که این موضوع در چه آینه‌ای می‌تواند رخ دهد:

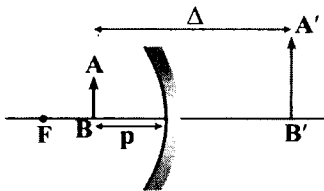
حالت اول (بررسی آینه‌ی محدب): با توجه به شکل زیر، در آینه‌ی محدب، فاصله‌ی جسم از تصویرش (Δ)، بزرگ‌تر از فاصله‌ی جسم از آینه است.



$$\Delta = p + q \rightarrow \Delta > p$$

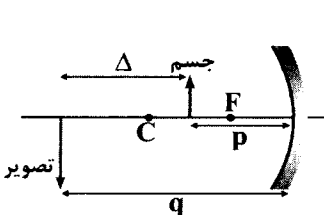
بنابراین، آینه لزوماً از نوع مقعر بوده و گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است.

حالت دوم (بررسی آینه‌ی مقعر در حالتی که تصویر جسم مجازی است): در آینه‌ی مقعر اگر تصویر مجازی باشد، مجدداً مانند آینه‌ی محدب، امکان ندارد که Δ با p برابر شود.



$$\Delta = p + q \rightarrow \Delta > p$$

حالت سوم: بنابراین آینه‌ی موردنظر مقعر بوده و حالت موردنظر، تنها زمانی رخ می‌دهد که تصویر ایجاد شده از جسم، حقیقی باشد. در این حالت جسم لزوماً بین آینه و تصویر قرار دارد (چرا؟) و شکل مقابل این موضوع را نشان می‌دهد:



ممکن است Δ با p برابر شود. \Rightarrow

نکته: در این سؤال اگر $\Delta = p$ شود، بزرگنمایی آینه چقدر است؟

با توجه به شکل فوق در حالت سوم اگر $\Delta = p$ شود، داریم:

$$\Delta = q - p \xrightarrow{\Delta = p} p = q - p \Rightarrow q = 2p \xrightarrow{\text{محاسبه‌ی بزرگنمایی}} m = \frac{q}{p} = 2$$

(مکمل مفهومی ریاضی ۹۰ - کتاب منقوره - فیزیک پایه)



روش اول: با توجه به روابط $p = nf$ و $m = \frac{1}{1-n}$ می توان نوشت (چون جسم در داخل فاصله‌ی کانونی آینه‌ی مقعر است، از رابطه‌ی

$$m = \frac{1}{1-n} \text{ استفاده می‌کنیم.}$$

رابطه‌ی (۱):

$$p_1 = d, p_2 = 2d \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = 2 \xrightarrow{p=nf} \frac{n_2}{n_1} = 2 \Rightarrow n_2 = 2n_1$$

$$\text{سؤال: } m_2 = 2m_1 \xrightarrow{m = \frac{1}{1-n}} \frac{1}{1-n_2} = 2 \times \frac{1}{1-n_1}$$

$$\xrightarrow{\text{رابطه‌ی (۱)}} \frac{1}{1-2n_1} = \frac{2}{1-n_1} \Rightarrow 1-n_1 = 2-4n_1 \Rightarrow n_1 = \frac{1}{3}$$

مقدار n_2

$$n_2 = 2n_1 \Rightarrow n_2 = \frac{2}{3} \xrightarrow{p_2 = n_2 f} p_2 = \frac{2}{3} f$$

روش دوم: با توجه به رابطه‌ی $m = \frac{f}{a}$ می توان نوشت:

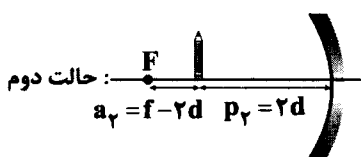
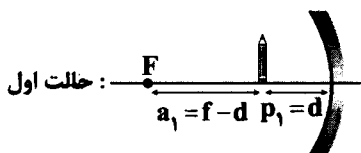
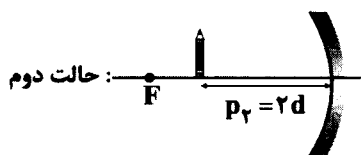
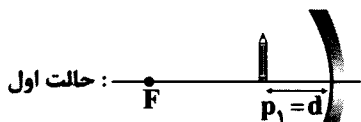
$$\frac{m_2}{m_1} = 2 \Rightarrow \frac{\frac{f}{a_2}}{\frac{f}{a_1}} = \frac{a_1}{a_2} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{f-d}{f-2d} = 2$$

با توجه به مقادیر a_2 و a_1 در شکل‌ها

$$\Rightarrow f-d = 2f-4d \Rightarrow 3d = f \Rightarrow d = \frac{1}{3} f$$

$$\text{فاصله‌ی جسم از آینه در حالت (۲): } p_2 = 2d = \frac{2}{3} f$$



(تاریخ: کتاب مدرسه - فیزیک پایه)

تلاش می‌کنیم که با توجه به روابط اصلی، به رابطه‌ی موردنظر طراح برسیم:

$$\begin{cases} f = \frac{1}{2} r = \frac{r}{2} \\ \frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{\frac{r}{2}} \Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{p} + \frac{2}{r} \Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{r+2p}{pr} \Rightarrow q = \frac{pr}{r+2p} \end{cases}$$

$$\frac{\text{طول جسم}}{\text{طول تصویر}} = \frac{1}{m} = \frac{p}{q} = \frac{p}{\frac{pr}{r+2p}} = \frac{r+2p}{r}$$

برای انتخاب پاسخ صحیح در این‌گونه مسائل که حل آن کمی دشوار است، می‌توان یک حالت آشنا که تمامی شرایط ذکر شده در سؤال را داراست، انتخاب نمود و مقادیر مربوط به آن حالت را در گزینه‌ها جایگزین کرد و از این طریق به درستی و یا نادرستی هر گزینه پی برد. مثلاً برای حل این مسئله، می‌توان به حالتی که جسم در فاصله‌ی f از آینه‌ی محدب قرار دارد ($p=f$) و تصویر مجازی آن با بزرگنمایی $\frac{1}{p}$ در فاصله‌ی $\frac{1}{p}$ از آینه تشکیل می‌شود، اشاره کرد. حال مقادیر را جایگذاری می‌کنیم:

$$\frac{2p+r}{r} = \frac{2f+2f}{2f} = 2 = \frac{1}{m} \quad \checkmark \quad (۱)$$

$$\frac{r}{2p+r} = \frac{2f}{2f+2f} = \frac{1}{2} = m \quad \times \quad (۲)$$

$$\frac{2p-r}{r} = \frac{2f-2f}{2f} = 0 \quad \times \quad (۳)$$

$$\frac{r}{2p-r} = \frac{2f}{2f-2f} = \text{تعریف نشده} \quad \times \quad (۴)$$

توجه: در این سؤال، نسبت طول جسم به طول تصویر که معکوس بزرگنمایی است، خواسته شده است.

(تاریخ: کتاب مدرسه - فیزیک پایه)



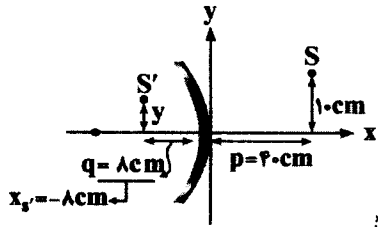
۴

برای پیدا کردن بردار مکان تصویر نقطه‌ی S، باید محل تصویر را مشخص کنیم.
فاصله‌ی تصویر S از آینه (یعنی S') برابر است با:

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{40} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{40} + \frac{1}{10} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow q = 8 \text{ cm}$$

از طرفی اگر S و S' را مانند نوک مداد و تصویر نوک مداد فرض کنیم، فاصله‌ی y برابر است:



$$m = \frac{q}{p} = \frac{\text{طول تصویر}}{\text{طول جسم}} = \frac{y}{10} \Rightarrow \frac{8}{40} = \frac{y}{10} \Rightarrow y = 2 \text{ cm}$$

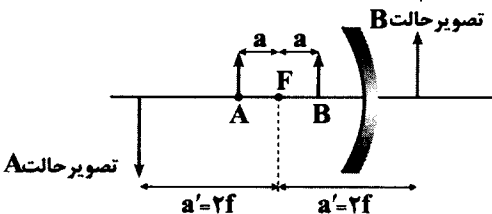
$$\vec{r}_{S'} = x\vec{i} + y\vec{j} \quad \frac{x_{S'} = -8 \text{ cm}}{y_{S'} = 2 \text{ cm}} \Rightarrow \vec{r}_{S'} = -8\vec{i} + 2\vec{j}$$

در نهایت بردار مکان تصویر نقطه‌ی S عبارت است از:

این آینه کاو (مقعر) می‌باشد و آینه‌ی کوژ این قابلیت را ندارد که در دو وضعیت تصویری ایجاد کند که فاصله‌ی آن تا کانون یکسان باشد (چرا؟). در ادامه با توجه به رابطه‌ی $aa' = f^2$ ، اگر فاصله‌ی تصویر از کانون (a') در دو حالت یکسان باشد (با توجه به ثابت بودن f)، فاصله‌ی جسم از کانون (a) نیز در دو حالت با یکدیگر یکسان است و داریم:

$$aa' = f^2 \quad a' = 2f \Rightarrow a \times 2f = f^2 \Rightarrow a = \frac{f}{2}$$

در نهایت با توجه به شکل زیر می‌توان گفت فاصله‌ی دو نقطه A و B از یکدیگر برابر $2a$ می‌باشد:

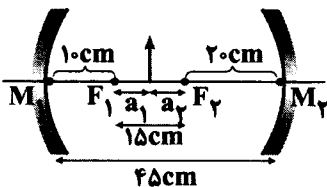


فاصله‌ی A و B برابر $2a = 2 \times \frac{f}{2} = f$ می‌باشد.

(مکمل سوال ریاضی ۴۸ - مسأله ۱۸ - صفحه ۱۸)

۲

بزرگنمایی در این حالت، برای دو آینه یکسان است، بنابراین می‌توان نوشت:
اگر $m_1 = m_2$ باشد:



$$\Rightarrow \frac{f_1}{a_1} = \frac{f_2}{a_2} \Rightarrow \frac{10}{a_1} = \frac{20}{a_2} \Rightarrow a_2 = 2a_1 \quad (1)$$

$$M_1M_2 = 45 \text{ cm} \Rightarrow M_1M_2 = 10 + a_1 + a_2 + 20 = 45$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 = 15 \text{ cm} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow a_1 + 2a_1 = 15 \Rightarrow 3a_1 = 15 \text{ cm} \Rightarrow a_1 = 5 \text{ cm}$$

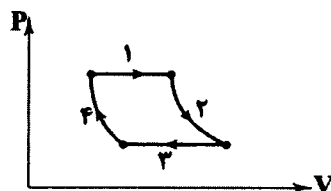
$$p_1 = f_1 + a_1 = 10 + 5 = 15 \text{ cm}$$

(کامل سوال فیزیک ۴۸ - مسأله ۱۸ - صفحه ۱۸)

۲

در فرایند بی‌دررو با کاهش فشار، دما کاهش و حجم افزایش می‌یابد. با کاهش دما طبق رابطه‌ی $\Delta U = nC_V \Delta T$ ، انرژی درونی نیز کاهش می‌یابد و با افزایش حجم، کار انجام شده روی گاز منفی خواهد بود.

با توجه به شکل چرخه‌ی رانکین، فرایند ۴ مربوط به مرحله‌ی تلمبه است که یک فرایند بی‌دررو است.



۴

گام اول: گزینه‌های (۲) و (۳) به ترتیب قوانین اول ($Q_H = |Q_C| + |W|$) و دوم (تمام گرمای ورودی به ماشین گرمایی نمی‌تواند تبدیل به کار شود) ترمودینامیک را نقض می‌کنند.

$$1) \eta_1 = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{90}{120} = \frac{3}{4} \Rightarrow \eta_1 = 75\%$$

گام دوم: بازدهی گزینه‌های باقی‌مانده را محاسبه می‌کنیم:

$$4) \eta_4 = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2} \Rightarrow \eta_4 = 50\%$$

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{300}{600} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \eta = 50\%$$

گام سوم: بازدهی ماشین گرمایی کارنو را محاسبه می‌کنیم:

بنابراین تنها گزینه‌ی (۴) می‌تواند پاسخ تست باشد.



هر سه فرایند از یک دما آغاز و به یک دما ختم شده‌اند. بنابراین تغییر انرژی درونی هر سه فرایند یکسان است:

$$\Delta U_{Q_x} = \Delta U_{Q_y} = \Delta U_{Q_z} \quad \frac{\Delta U = Q + W}{Q_x + \underbrace{W_x}_{\substack{\text{منفی است چون حجم} \\ \text{زیاد شده است}}} = Q_y + \underbrace{W_y}_{\substack{\text{صفر است چون} \\ \text{هم حجم است}}} = Q_z + \underbrace{W_z}_{\substack{\text{مثبت است چون} \\ \text{حجم کم شده است}}} \Rightarrow Q_x > Q_y > Q_z$$

در چرخه، تغییر انرژی درونی کل صفر است.

$$\Delta U_{\text{کل}} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta U_{3 \rightarrow 1} = 0$$

$$\Rightarrow (-20) + (W_{2 \rightarrow 1} + \underbrace{Q_{2 \rightarrow 1}}_{\text{بی‌دررو}}) = 0$$

$$\Rightarrow W_{2 \rightarrow 1} = +20 \text{ J}$$

برای محاسبه کار در فرایند ۱ → ۲ داریم:

$$W_{\text{کل}} = W_{1 \rightarrow 2} + \underbrace{W_{2 \rightarrow 3}}_{\text{هم حجم}} + W_{3 \rightarrow 1}$$

$$\Rightarrow -10 = W_{1 \rightarrow 2} + 0 + 20$$

$$\Rightarrow W_{1 \rightarrow 2} = -30 \text{ J}$$

$$Q_{1 \rightarrow 2} = -W_{1 \rightarrow 2} = +30 \text{ J}$$

فرایند ۱ → ۲ هم دما است و کار و گرما قرینه یکدیگرند.

۱- تعداد مول گازها قبل و بعد از باز کردن شیر رابط ثابت است.

۲- فشار در حالت‌های ثانویه‌ی گازها یکسان است.

$$n_A + n_B = n'_A + n'_B \quad \frac{n = \frac{PV}{RT}}{V_B = \Delta V_A} \rightarrow \frac{1V_A}{300} + \frac{6 \times (\Delta V_A)}{500} = \frac{P \times V_A}{300} + \frac{P \times (\Delta V_A)}{500} \Rightarrow P = 6 / 5 \text{ atm}$$

در هر مسیر که تغییر دمای بیش‌تری رخ دهد تغییرات انرژی درونی بیش‌تر است. نمودارهای هم‌دمای رسم‌شده براساس افزایش دما

یعنی $T_p > T_p > T_1$ است. بنابراین فرایند (۳) بیش‌ترین اختلاف دما و بیش‌ترین تغییر انرژی درونی را دارد.

در هر دو فرایند دمای گاز ۱۵۰ کلون تغییر می‌کند، بنابراین تغییرات انرژی درونی گاز در هر دو فرایند یکسان است.

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{W=0} \Delta U = Q = 6300 \text{ J}$$

در فرایند هم‌حجم گرمای مبادله‌شده همان تغییر انرژی درونی گاز است:

بنابراین در فرایند هم‌فشار نیز تغییر انرژی درونی گاز ۶۳۰۰ ژول خواهد بود.

گرمای گرفته‌شده از فضای درون اتاق همان Q_C است.

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W}{t} \Rightarrow W = P_{\text{مفید}} \times t = Ra \times P_{\text{ورودی}} \times t \quad (1)$$

$$\Rightarrow K = \frac{Q_C}{W} \Rightarrow Q_C = K \times W \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow Q_C = K \times Ra \times P_{\text{ورودی}} \times t$$

$$\frac{K=4, Ra=50\%}{P_{\text{ورودی}}=200 \text{ W}, t=30 \times 60=1800 \text{ s}} \quad Q_C = 4 \times \frac{50}{100} \times 200 \times 1800 = 72000 \text{ J} = 72 \text{ kJ}$$

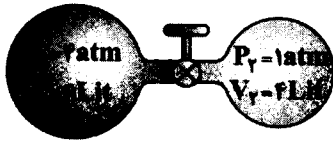
ابتدا رابطه‌ی Q_H را برحسب K به دست می‌آوریم.

$$K = \frac{Q_C}{W} \Rightarrow Q_C = KW$$

$$Q_H = Q_C + W = KW + W = (K+1)W$$

با دو برابر شدن K عبارت $K+1$ افزایش می‌یابد اما به دو برابر نمی‌رسد.

$$(K+1)W \times 2 = (2K+2)W > (2K+1)W$$



$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT}$$

فرض کنید تعداد مول گاز موجود در مخزن (۱) برابر n_1 و تعداد مول گاز موجود در مخزن (۲) برابر n_2 است. پس از باز کردن شیر، گویی یک مخزن با حجم $(V_1 + V_2)$ در اختیار داریم که $(n_1 + n_2)$ مول گاز در آن قرار دارد و می‌توان نوشت:

$$n_{\text{کل}} = n_1 + n_2$$

از طرفی با توجه به معادله‌ی حالت گاز کامل برای محاسبه‌ی تعداد مول گاز می‌توان نوشت:
بنابراین به کمک رابطه‌ی فوق، داریم:

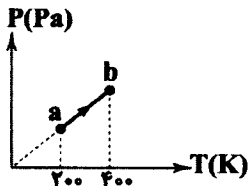
$$n_{\text{کل}} = n_1 + n_2 \xrightarrow{T_{\text{کل}} = T_1 = T_2} \frac{P_{\text{کل}} V_{\text{کل}}}{R T_{\text{کل}}} = \frac{P_1 V_1}{R T_1} + \frac{P_2 V_2}{R T_2} \Rightarrow P_{\text{کل}} \times (V_1 + V_2) = P_1 V_1 + P_2 V_2$$

$$P_{\text{کل}} \times (6 + 4) = 1 \times 6 + 1 \times 4 \Rightarrow P_{\text{کل}} = \frac{2 \times 10}{10} = 2/1 \text{ atm}$$

یعنی دو مخزن پس از تعادل، به فشار مشترک $2/1 \text{ atm}$ می‌رسند.

تنها عبارت مطرح‌شده در گزینه‌ی (۳) صحیح است. دقت شود که جرم مولکولی از ویژگی‌های گاز محسوب شده و متغیر ترمودینامیکی محسوب نمی‌شود (متغیرهای ترمودینامیکی، فشار، حجم و دما هستند). هم‌چنین ترمودینامیک بر روی فرایندهای آرمانی که تغییرات در آن‌ها دیفرانسیلی و جزئی می‌باشد بحث می‌کند.

با توجه به نمودار $P-T$ رسم شده، دمای مطلق ابتدا و انتهای فرایند $a-b$ را می‌دانیم. از طرفی این گاز کامل و دو اتمی بوده و تغییر انرژی درونی در آن عبارت است از:



$$T_a = 200 \text{ K}, T_b = 400 \text{ K}, n = 0.5 \text{ mol}$$

$$\Delta U_{ab} = \frac{5}{2} nR(T_b - T_a) \Rightarrow \Delta U_{ab} = \frac{5}{2} \times 0.5 \times 8 \times (400 - 200) = 2000 \text{ J}$$

اگر گاز را کامل و تک اتمی در نظر می‌گرفتید، ΔU را به اشتباه 1200 J به دست می‌آوردید. بعد از تست‌های زیادی که برای گاز کامل و تک اتمی در کنکور مطرح شده است، بعید نیست این بار گاز کامل و دو اتمی را طراح مورد پرسش قرار دهد (مانند این تست).

توجه کنید که در این سؤال، نمودار $P-T$ داده شده است. برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: با توجه به نمودار دمای گاز از $T_a = 200 \text{ K}$ به $T_b = 400 \text{ K}$ رسیده است. بنابراین تغییر انرژی درونی این گاز تک اتمی در این فرایند برابر است با:

$$\Delta U = \frac{5}{2} nR \Delta T = \frac{5}{2} \times 0.5 \times 8 \times (400 - 200) = 4800 \text{ J}$$

گام دوم: گاز 1200 J گرما به محیط داده است، بنابراین $Q = -1200 \text{ J}$ بوده و با توجه به قانون اول ترمودینامیک، داریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow 4800 = -1200 + W \Rightarrow W = +6000 \text{ J} = 6 \text{ kJ}$$

در تراکم هم‌فشار می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

(۱) با توجه به این‌که حجم گاز کاهش یافته است ($\Delta V < 0$)، کار انجام‌شده توسط محیط بر روی دستگاه مثبت است.



$$W = -P \Delta V \xrightarrow{\Delta V < 0} W > 0$$

(۲) چون در فشار ثابت، حجم گاز کاهش یافته است، بنابراین دمای گاز کاهش یافته و در نتیجه انرژی درونی آن نیز کاهش می‌یابد.

$$\downarrow \text{ثابت} \quad \downarrow U \propto T \\ P \cdot V = nRT \longrightarrow U \downarrow \Rightarrow \Delta U < 0$$

(۳) در فرایند هم‌فشار ΔU با Q هم‌علامت است، بنابراین $Q < 0$ است.

(۴) با توجه به از دست دادن گرما در طی فرایند، $Q < 0$ است. با توجه به هم‌علامت بودن ΔU و Q ، می‌توان فهمید $|Q| > |W|$ بوده و به همین دلیل ΔU منفی شده است (اگر $|W|$ بزرگ‌تر از $|Q|$ بود، $\Delta U > 0$ می‌شد که این‌گونه نیست).

$$\ominus \quad \ominus \quad \oplus \\ \Delta U = Q + W$$



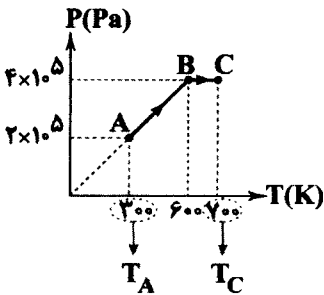
$$|Q| > |\Delta U| > |W|$$

نکته: در تراکم و انبساط هم‌فشار، همواره نامساوی مقابل برقرار است:
Q و ΔU با یکدیگر هم‌علامت و با W مختلف‌العلامت هستند.

(Δ) با توجه به معادله‌ی حالت گاز کامل، در یک فرایند هم‌فشار بر روی مقدار «یعنی از یک گاز کامل، نسبت $\frac{T}{V}$ ثابت می‌ماند.

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{T}{V} = \frac{P}{nR} \Rightarrow \text{نسبت } \frac{T}{V} \text{ ثابت می‌ماند و گزینه‌ی (۴) نادرست است.}$$

(مکمل مفهومی ریاضی ۸۹ - کتاب مبانی - فراتر پایه)



برای پاسخ دادن به این سؤال، دقت شود که تغییرات انرژی درونی گاز کامل تابع مسیر انجام فرایند نمی‌باشد و تنها حالت اولیه و حالت پایانی گاز و تفاوت شرایط ترمودینامیکی این دو نقطه حائز اهمیت است.

$$\Delta U_{ABC} = \Delta U_{AC} = U_C - U_A = \frac{3}{2} nR(T_C - T_A) = \frac{3}{2} \times 2 \times 8.314 \times (700 - 300)$$

$$\Delta U_{ABC} = 24 \times 400 = 9600 \text{ J} = 10 \text{ kJ}$$

نگاه دقیق‌تر: با یک نگاه دقیق‌تر می‌توان گفت که ΔU از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\Delta U = nC_V \Delta T = nC_V(T_C - T_A) = 2 \times 12.47 \times (700 - 300) = 10000 \text{ J} = 10 \text{ kJ}$$

تذکره: به عبارت بهتر در این روابط محاسبه‌ی ΔU برای گازهای مختلف به صورت زیر دقیق‌تر است:

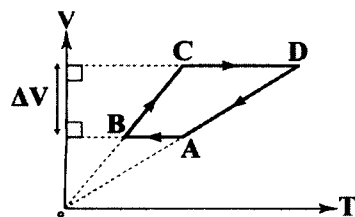
$$\text{یک اتمی: } \Delta U = \frac{3}{2} nR \Delta T = nC_V \Delta T$$

$$\text{دو اتمی: } \Delta U = \frac{5}{2} nR \Delta T = nC_V \Delta T$$

$$\text{سه اتمی و بیشتر: } \Delta U = \frac{7}{2} nR \Delta T = nC_V \Delta T$$

یعنی مواردی که دور آن‌ها خط کشیده شده است در واقع مقادیر تقریبی C_V برای گازهای مختلف است و اگر مقدار C_V توسط طراح مقادیر دیگری داده شود، نباید از اعداد $\frac{3}{2}R$ ، $\frac{5}{2}R$ و $\frac{7}{2}R$ استفاده کرد.

(مکمل فاصله ریاضی ۸۷ - کتاب مبانی - ریاضی پایه)



برای پاسخ دادن به این سؤال، به نکات زیر توجه شود:

(۱) هر دو فرایند BC و DA هم‌فشار می‌باشند، چون نمودار V-T برای آن‌ها به صورت خط راست گذرنده از مبدأ می‌باشد.

(۲) با توجه به رابطه‌ی $PV = nRT$ ، در فرایند هم‌فشار، شیب نمودار V-T برابر $\frac{nR}{P}$ است. با توجه به نمودار مقابل، چون شیب فرایند BC بزرگ‌تر از DA است، بنابراین فشار در فرایند BC کم‌تر از فشار در فرایند DA می‌باشد.

$$\text{شیب خط: } m = \frac{nR}{P} \xrightarrow{m_{BC} > m_{DA}} P_{BC} < P_{DA}$$

(۳) با توجه به رابطه‌ی $W = -P\Delta V$ در فرایند هم‌فشار و این‌که اندازه‌ی تغییر حجم در هر دو فرایند BC و DA یکسان است، می‌توان نوشت:

$$|W| = |P\Delta V| \xrightarrow{|\Delta V| \text{ یکسان}} \frac{W_{BC}}{W_{DA}} = \frac{P_{BC}}{P_{DA}} \xrightarrow{P_{BC} < P_{DA}} \frac{W_{BC}}{W_{DA}} < 1 \quad (I)$$

(۴) فرایند BC یک فرایند انبساطی و فرایند DA تراکمی است، بنابراین داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{BC انبساطی} \Rightarrow W_{BC} < 0 \\ \text{DA تراکمی} \Rightarrow W_{DA} > 0 \end{array} \right. \xrightarrow{(I)} -1 < \frac{W_{BC}}{W_{DA}} < 0 \Rightarrow -1 < K < 0$$

(مکمل فاصله ریاضی ۸۷ - کتاب مبانی - ریاضی پایه)



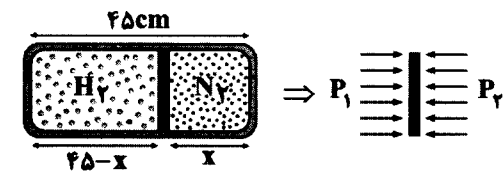
اگر فشار گاز هیدروژن را P_1 و فشار گاز نیتروژن را P_2 در نظر بگیریم، برای برقراری تعادل پیستون می‌توان از دینامیک کمک گرفت.

یادآوری: اگر بر سطحی با مساحت A فشار P وارد شود، نیروی وارد بر آن PA است.

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P_1 \times A = P_2 \times A \Rightarrow P_1 = P_2$$

به عبارت دیگر وقتی در چنین وضعیتی پیستون ثابت است یعنی فشار دو طرف یکسان است.

در ادامه با توجه به این که دما و جرم در دو طرف پیستون برابر است، می‌توان معادله‌ی حالت گاز کامل را به این شکل بازنویسی کرد:



$$PV = nRT \Rightarrow P(Ah) = \frac{m}{M}RT \Rightarrow P = \frac{mRT}{hMA}$$

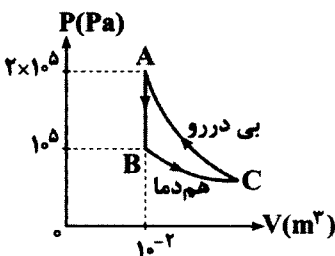
$$P_1 = P_2 \xrightarrow{\text{پارامترهای } A \text{ و } T, R, m} h_{H_2} M_{H_2} = h_{N_2} M_{N_2} \Rightarrow (45-x) \times 2 = x \times 28 \Rightarrow x = 3 \text{ cm}$$

(مکمل مفهومی ریاضی ۹۴ - کتاب مفهومی - سوالات پایه)

باتوجه به سرعت فرایند، می‌توان آن را انبساط بی‌دررو دانست و در انبساط بی‌دررو، دمای گاز کاهش می‌یابد و می‌توان نوشت:

$$PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nR(T)}{V} \xrightarrow{\text{کاهش } T \text{ کم‌تر از } \frac{1}{4} \text{ برابر}} P_2 < \frac{1}{4} P_1 \Rightarrow P_2 < \frac{1}{4} \times 4 \Rightarrow P_2 < 1 \text{ atm}$$

(مکمل مفهومی ریاضی ۸۹ - کتاب مفهومی - سوالات پایه)



برای پاسخ دادن به این سؤال، به نکات زیر توجه کنید:

۱) فرایند BC یک فرایند هم‌دما است و حاصل $P_B V_B$ با $P_C V_C$ برابر است.

$$P_C V_C = P_B V_B = 1.05 \times 10^{-2} = 10^3$$

۲) فرایند CA یک فرایند بی‌دررو است و کار انجام‌شده بر روی گاز در این فرایند با تغییر

انرژی درونی آن برابر است و می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \Delta U_{CA} = Q_{CA} + W_{CA} \\ \Delta U_{CA} = \frac{3}{2} (P_A V_A - P_C V_C) \end{cases} \Rightarrow W_{CA} = \frac{3}{2} (2 \times 10^5 \times 10^{-2} - 10^3) = \frac{3}{2} \times 10^3 = 1500 \text{ J}$$

(مکمل مفهومی ریاضی ۹۰ - کتاب مفهومی - سوالات پایه)



DriQ.com

کانال رفع اشکال: @shimi_gaj

شیمی



به‌جز مورد اول، بقیه‌ی موارد در سینتیک مورد بررسی قرار می‌گیرند.

محاسبه‌ی ΔH یک واکنش، جزو مباحث ترمودینامیک است. درباره‌ی مورد دوم باید گفت: در سینتیک، شیمی‌دان‌ها در پی یافتن راه‌هایی برای کاهش سرعت یا توقف واکنش‌های ناخواسته‌اند.

به‌جز عبارت «ب» بقیه‌ی عبارت‌ها نادرست هستند.

بررسی موارد:

ا) در یک واکنش شیمیایی، افزایش مقدار واکنش‌دهنده‌ها به تنهایی باعث افزایش سرعت واکنش نمی‌شود. به عنوان نمونه در واکنش تجزیه‌ی کلسیم کربنات، با افزایش مقدار واکنش‌دهنده‌ی جامد که غلظت آن ثابت است، سرعت واکنش تغییر نمی‌کند. در واقع اگر با افزایش مقدار واکنش‌دهنده، غلظت واکنش‌دهنده نیز افزایش یابد، می‌توان گفت که اغلب سرعت واکنش نیز افزایش می‌یابد.

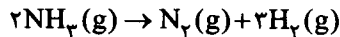
ب) از آن‌جا که با گذشت زمان سرعت واکنش کاهش می‌یابد، حجم فراورده‌ی گازی (H_2) واکنش پتاسیم با آب، در اوایل واکنش بیش‌تر است.

پ) شعله‌ی آتش، گرد آهن موجود در کپسول چینی را داغ و سرخ می‌کند.

ت) پژوهش‌ها نشان می‌دهد که مخلوط دو گاز H_2 و O_2 را در دمای اتاق می‌توان برای مدتی طولانی نگه داشت، بدون آن‌که میان آن‌ها واکنشی رخ دهد.



معادله‌ی موازنه شده‌ی واکنش موردنظر به صورت زیر است:

ابتدا از روی چگالی گاز هیدروژن، چگالی گاز N_2 را به دست می‌آوریم:

$$\frac{d(\text{H}_2)}{d(\text{N}_2)} = \frac{M(\text{H}_2)}{M(\text{N}_2)} \Rightarrow \frac{0.06 \text{ g.L}^{-1}}{28 \text{ g.mol}^{-1}} = \frac{2 \text{ g.mol}^{-1}}{d(\text{N}_2)} \Rightarrow d_{\text{N}_2} = 0.84 \text{ g.L}^{-1}$$

$$? \text{LN}_2 = 10/2 \text{gNH}_3 \times \frac{1 \text{ molNH}_3}{17 \text{ gNH}_3} \times \frac{1 \text{ molN}_2}{2 \text{ molNH}_3} \times \frac{28 \text{ gN}_2}{1 \text{ molN}_2} \times \frac{1 \text{ LN}_2}{0.84 \text{ gN}_2} = 10 \text{ LN}_2$$

مطابق نمودار داده شده پس از گذشت ۵ ثانیه از آغاز واکنش، ۱۰ لیتر گاز N_2 تولید می‌شود.

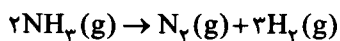
موارد «آ» و «پ» سرعت واکنش را افزایش می‌دهند. در مورد «آ» به دلیل افزایش سطح تماس ماده‌ی جامد با محلول اسید و در مورد «پ»، به دلیل افزایش دما، سرعت واکنش افزایش می‌یابد.

بررسی سایر موارد:

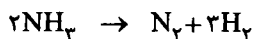
(ب) از آن‌جا که غلظت اسید ثابت و هم‌چنان برابر ۰/۵ مولار است، سرعت واکنش تغییر نمی‌کند.

(ت) از آن‌جا که غلظت نهایی محلول هیدروکلریک اسید کم‌تر از ۰/۵ مولار می‌شود، سرعت واکنش کاهش می‌یابد.

معادله‌ی موازنه شده‌ی واکنش موردنظر به صورت زیر است:



$$\bar{R}_{\text{H}_2} = \frac{\Delta[\text{H}_2]}{\Delta t} = \frac{\Delta n}{v \Delta t} \Rightarrow 0.003 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} = \frac{\Delta n}{(3 \times 60) \text{ s}} \Rightarrow \Delta n = 1/62 \text{ molH}_2$$

اگر شمار مول‌های اولیه‌ی آمونیاک را با a نشان دهیم، می‌توان نوشت:

$$\begin{array}{l} t=0: \quad a \quad \quad \quad 0 \quad 0 \\ t=3 \text{ min}: \quad a-2x \quad \quad x \quad 3x \\ 3x = 1/62 \text{ mol} \Rightarrow x = 0.54 \text{ mol} \end{array}$$

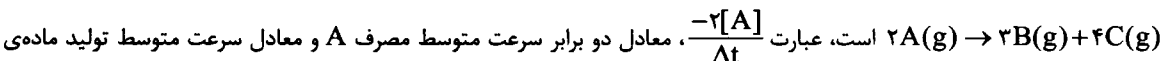
مطابق محاسبات بالا داریم:

$$\text{NH}_3 \text{ درصد مولی} = \frac{\text{شمار مول‌های آمونیاک}}{\text{مجموع شمار مول‌های درون ظرف}} \times 100 \Rightarrow 33/33 = \frac{a - 2(0.54)}{a - 2(0.54) + 0.54 + 1/62} \times 100$$

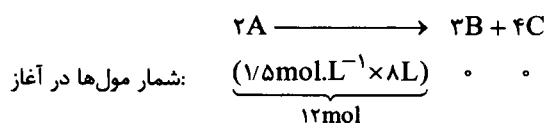
$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{m}{m + 2/16} \Rightarrow m = \frac{2/16}{2} = 1/8$$

$$m = a - 2(0.54) = 1/8 \Rightarrow a = 1/8 + 1/8 = 2/16 \text{ molNH}_3$$

$$? \text{gNH}_3 = 2/16 \text{ molNH}_3 \times \frac{17 \text{ gNH}_3}{1 \text{ molNH}_3} = 36/72 \text{ gNH}_3$$

می‌دانیم عبارت $\frac{-\Delta[\text{A}]}{\Delta t}$ نشان‌دهنده‌ی سرعت متوسط مصرف A است و با توجه به معادله‌ی واکنش که به صورت C است (دقت کنید که ضریب C ، دو برابر ضریب A است).

$$\bar{R}_{\text{C}} = \frac{\Delta n(\text{C})}{v \Delta t} \Rightarrow 0.004 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} = \frac{\Delta n(\text{C})}{(5 \times 60) \text{ s}} \Rightarrow \Delta n(\text{C}) = 9/6 \text{ molC}$$



$$\text{شمار مول‌ها در دقیقه‌ی پنجم: } 12 - 2x \quad 3x \quad 4x$$

$$4x = 9/6 \Rightarrow x = 2/4 \text{ mol}$$

مطابق محاسبات فوق داریم:

$$\text{B شمار مول‌های: } 3x = 3(2/4) = 7/2 \text{ molB}$$

$$\text{A شمار مول‌های: } 12 - 2x = 12 - 2(2/4) = 7/2 \text{ molA}$$



هر چهار عبارت درست هستند.

ثابت سرعت واکنش (k) کمیتی تجربی و وابسته به دما است. این کمیت می‌تواند مانند مرتبه‌ی واکنش‌دهنده‌ها، عددی صحیح یا اعشاری باشد.

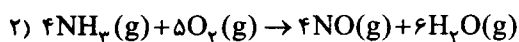
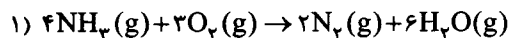
در مورد درستی عبارت (پ) به مطلب زیر توجه کنید.

قانون سرعت واکنش میان هموگلوبین (Hb) و کربن مونوکسید به صورت زیر است:

$$R = k[CO][Hb]$$

بنابراین این واکنش، مرتبه‌ی دوم است و یکای ثابت سرعت آن به صورت $L \cdot mol^{-1} \cdot s^{-1}$ می‌باشد.

معادله‌ی موازنه شده‌ی هر دو واکنش در زیر آمده است:

فرض می‌کنیم a گرم آمونیاک در واکنش (۱) و b گرم آن در واکنش (۲) مصرف شود. در این صورت خواهیم داشت:

$$a + b = 85g \Rightarrow a = 68, b = 17$$

$$a = 4b$$

$$? \text{ mol } O_2 = 68g NH_3 \times \frac{1 \text{ mol } NH_3}{17g NH_3} \times \frac{3 \text{ mol } O_2}{4 \text{ mol } NH_3} = 3 \text{ mol } O_2$$

[واکنش ۱]

$$? \text{ mol } O_2 = 17g NH_3 \times \frac{1 \text{ mol } NH_3}{17g NH_3} \times \frac{5 \text{ mol } O_2}{4 \text{ mol } NH_3} = 1/25 \text{ mol } O_2$$

[واکنش ۲]

با توجه به این‌که Δt دو واکنش یکسان است، نسبت سرعت مصرف O_2 در واکنش (۱) به سرعت مصرف O_2 در واکنش (۲) برابر با نسبت مول‌های مصرف‌شده‌ی آن‌ها است:

$$\frac{\bar{R}_{O_2} \text{ (واکنش ۱)}}{\bar{R}_{O_2} \text{ (واکنش ۲)}} = \frac{\Delta n(O_2) \text{ [واکنش ۱]}}{\Delta n(O_2) \text{ [واکنش ۲]}} = \frac{3}{1/25} = 2/4$$

بررسی نمودار b : در این نمودار غلظت اولیه‌ی گاز NH_3 تغییری نکرده، یعنی حجم ظرف ثابت و برابر $10L$ بوده است، اما شیب نمودار بیش‌تر شده و در زمان کوتاه‌تری نسبت به نمودار a آمونیاک مصرف شده، یعنی سرعت واکنش افزایش یافته است. افزایش سرعت واکنش می‌تواند به دلیل افزایش دما باشد، یعنی $\theta_b > \theta_a$ بوده و در نتیجه دما در این حالت بیش‌تر از $40^\circ C$ است. تا این‌جا گزینه‌های (۲) و (۴) حذف می‌شوند.

بررسی نمودار c : در این نمودار غلظت اولیه‌ی گاز NH_3 کاهش یافته است. کاهش غلظت می‌تواند نتیجه‌ی افزایش حجم ظرف باشد، پس حجم ظرف در این حالت بیش‌تر از $10L$ (مثلاً $20L$) خواهد بود. افزایش حجم و کاهش غلظت، موجب کاهش سرعت می‌شود، اما مدت زمان مصرف کامل NH_3 در نمودار c ، از نمودار b هم کم‌تر است، یعنی در این حالت سرعت واکنش از هر دو حالت a و b بیش‌تر است. در نتیجه دمای مربوط به نمودار c هم از دمای a ($40^\circ C$) و هم از دمای b ($45^\circ C$) باید بیش‌تر باشد. با این حساب گزینه‌ی (۳) نیز حذف می‌شود.

معادله‌ی موازنه شده‌ی واکنش موردنظر به صورت زیر است:



واکنش در ظرف سرباز انجام شده و گاز کربن دی‌اکسید تولید شده از ظرف خارج می‌شود. مطابق قانون پایستگی جرم، مجموع جرم مخلوط واکنش و گاز CO_2 تولید شده در هر لحظه برابر با جرم مخلوط واکنش در آغاز واکنش است. به این ترتیب شکل کامل شده‌ی جدول داده شده به صورت زیر است:

زمان (ثانیه)	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰
جرم مخلوط واکنش (گرم)	۶۵/۹۸	۶۵/۳۲	۶۴/۸۸	۶۴/۶۶	۶۴/۵۵	۶۴/۵۰	۶۴/۵۰
جرم کربن دی‌اکسید (گرم)	۰	۰/۶۶	۱/۱۰	۱/۳۲	۱/۴۳	۱/۴۸	۱/۴۸



از آن جا که از ثانیه ۵۰ به بعد جرم مخلوط واکنش و یا جرم کربن دی اکسید ثابت و بدون تغییر مانده است، می توان نتیجه گرفت که واکنش در ۵۰ ثانیه انجام شده است و ثانیه ۵۰ نشان دهنده لحظه پایانی واکنش است.

$$\bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{\frac{1/48 \text{ g}}{44 \text{ g.mol}^{-1}}}{\frac{50 \text{ min}}{60}} = 0.04 \text{ mol.min}^{-1}$$

منظور از ترکیب یونی به دست آمده همان CaCl_2 است که سرعت تولید آن با سرعت تولید CO_2 برابر است:

$$\bar{R}_{\text{CaCl}_2} = \bar{R}_{\text{CO}_2} = 0.04 \text{ mol.min}^{-1}$$

نسبت سرعت متوسط مصرف اسید در ۲۰ ثانیه اول (از آغاز تا ثانیه ۲۰) به ۲۰ ثانیه دوم (از ثانیه ۲۰ تا ثانیه ۴۰) برابر است با نسبت سرعت متوسط هر کدام از اجزای واکنش در این دو بازه. بنابراین می توان نوشت:

$$\frac{\bar{R}_{\text{HCl}}(0-20)}{\bar{R}_{\text{HCl}}(20-40)} = \frac{\bar{R}_{\text{CO}_2}(0-20)}{\bar{R}_{\text{CO}_2}(20-40)} = \frac{\Delta n(\text{CO}_2)(0-20)}{\Delta n(\text{CO}_2)(20-40)} = \frac{(1/10-0)}{(1/43-1/10)} = \frac{1/10}{0.33} = 3/33$$

* مشاهده می کنید که در محاسبه نسبت سرعت ها، جرم مولی و نیز Δt ساده می شوند.

قانون سرعت واکنش داده شده را به صورت $R = k[A]^m[B]^n$ در نظر می گیریم.

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{k[1/4]^m[1/4]^n}{k[0.25]^m[0.7]^n} \Rightarrow \frac{2/24 \times 10^{-2}}{1/4 \times 10^{-3}} = 4^m \times 2^n$$

$$\Rightarrow 16 = 2^{2m} \times 2^n \Rightarrow 2^4 = 2^{2m} \times 2^n \Rightarrow 4 = 2m + n \quad (*)$$

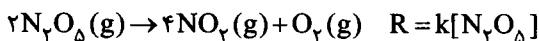
$$\frac{R_3}{R_1} = \frac{k[0.0875]^m[2/8]^n}{k[0.25]^m[0.7]^n} \Rightarrow \frac{4/48 \times 10^{-2}}{1/4 \times 10^{-3}} = \left(\frac{1}{4}\right)^m \times 4^n$$

$$\Rightarrow \frac{22}{25} = 2^{-2m} \times 2^{2n} \Rightarrow 5 = -2m + 2n \quad (**)$$

$$(*), (**) \Rightarrow n = 3, m = \frac{1}{2}$$

$$\frac{A \text{ مرتبه‌ی}}{B \text{ مرتبه‌ی}} = \frac{m}{n} = \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

از روی نمودار داده شده می توان نتیجه گرفت که قانون سرعت واکنش تجزیه دی نیتروژن پنتا اکسید به صورت زیر است:



برای لحظه‌ی آغازین واکنش می توان نوشت:

$$? \text{ mol N}_2\text{O}_5 = 10/8 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{108 \text{ g}} = 0.1 \text{ mol N}_2\text{O}_5$$

$$[\text{N}_2\text{O}_5]_1 = \frac{0.1 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 0.05 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$R_1 = k[0.05]$$

برای دقیقه‌ی پنجم می توان نوشت:

تغییرات مول گازها + مول آغازین واکنش دهنده = مجموع شمار مول های درون ظرف

$$0.16 = 0.1 + \frac{(-2x + 4x + x)}{2} \Rightarrow x = 0.02 \text{ mol}$$

$$? \text{ mol N}_2\text{O}_5 = 0.1 - 2x = 0.1 - 2(0.02) = 0.06 \text{ mol}$$

$$[\text{N}_2\text{O}_5]_2 = \frac{0.06 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 0.03 \text{ mol.L}^{-1}$$

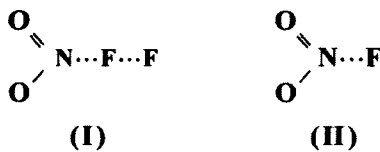
$$R_2 = k[0.03]$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{0.03}{0.05} = 0.6$$

نمودار نمی‌تواند مربوط به واکنش تشکیل NO_2 باشد. واکنش‌دهنده‌های واکنش تشکیل NO_2 ، عناصر N_2 و O_2 هستند، در صورتی که به جای عنصر N_2 ، ترکیب NO در نمودار دیده می‌شود. به این ترتیب، گزینه‌های (۱) و (۲) حذف می‌شوند. البته ما به حذف گزینه‌های (۱) و (۲) اکتفا نکرده و معادله‌ی واکنش را به دست می‌آوریم. غلظت گاز NO_2 ، رو به افزایش و غلظت گازهای O_2 و NO در حال کاهش است. بنابراین NO_2 ، فراورده و گازهای O_2 و NO ، واکنش‌دهنده‌های واکنش موردنظر هستند. با توجه به این‌که در هر بازه‌ی زمانی دلخواه، اندازه‌ی تغییرات $[\text{NO}_2]$ و $[\text{NO}]$ یکسان و دو برابر اندازه‌ی تغییر $[\text{O}_2]$ است، می‌توان واکنش $2\text{NO}(g) + \text{O}_2(g) \rightarrow 2\text{NO}_2(g)$ را به نمودار داده‌شده نسبت داد. این واکنش، اکسایش گاز NO را نشان می‌دهد. برای محاسبه‌ی نسبت سرعت موردنظر، کافی است اندازه‌ی تغییرات $[\text{O}_2]$ را در دو بازه‌ی زمانی بر هم تقسیم کنیم. زیرا بازه‌های زمانی با هم برابر است.

$$\frac{\bar{R}_{\text{O}_2}(0-7h)}{\bar{R}_{\text{O}_2}(7-14h)} = \frac{|\Delta[\text{O}_2](0-7h)|}{|\Delta[\text{O}_2](7-14h)|} = \frac{|0.085-0.1|}{|0.08-0.085|} = \frac{0.015}{0.005} = 3$$

حالت گذار هر دو واکنش در زیر رسم شده است:



موارد «آ» و «ث» ارتباطی به نظریه‌ی برخورد ندارند.

نظریه‌ی برخورد تنها برای توصیف واکنش‌های بنیادی در فاز گاز به کار می‌رود. مطابق با این نظریه یک واکنش بنیادی هنگامی رخ می‌دهد که بین ذره‌های واکنش‌دهنده برخوردی مؤثر صورت گیرد. برخورد هنگامی مؤثر است و به تولید فراورده می‌انجامد که طی آن، ذره‌های برخوردکننده، جهت‌گیری مناسب و انرژی کافی داشته باشند. البته افزایش شمار برخورد میان ذره‌ها نیز احتمال وجود برخوردهای مؤثر را افزایش می‌دهد.

بررسی عبارات:

(آ) تشکیل پیچیده‌ی فعال هنگام برخورد ذره‌ها از مفاهیم نظریه‌ی حالت گذار است.

(ث) در هیچ‌کدام از نظریه‌های برخورد و حالت گذار به جرم مولی ذره‌های برخوردکننده، اشاره‌ای نشده است.

فلوئورسانس از جمله خواص فیزیکی برخی مواد شیمیایی است. مواد دارای این خاصیت، نور با طول موج معینی را جذب می‌کنند و به جای آن، نور با طول موج بلندتری را منتشر می‌سازند. تابش این نور با قطع شدن منبع نور، قطع می‌شود و ZnS نمونه‌ای از این مواد است.

به جز عبارت «ت»، بقیه‌ی عبارات درست هستند.

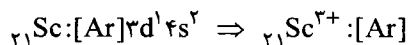
بررسی موارد:

(آ) آرایش الکترونی جیوه ($_{80}\text{Hg}$) به $6s^2$ ختم می‌شود. می‌دانیم که جیوه در دمای اتاق، مایع است.

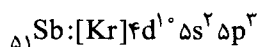
(ب) آرایش الکترونی بیش‌تر عناصر واسطه (دسته‌ی d) به ns^2 ختم می‌شود و هر کدام از آن‌ها بیش از دو الکترون ظرفیتی دارند.

(پ) آرایش الکترونی هلیم ($_{2}\text{He}$) به صورت $1s^2$ است. می‌دانیم که هلیم، گازی شکل است.

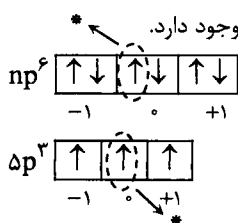
(ت) اسکاندیم ($_{21}\text{Sc}$) دارای سه الکترون ظرفیتی است و کاتیون آن به آرایش گاز نجیب آرگون می‌رسد:

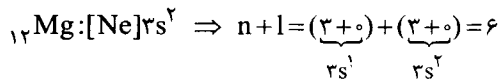
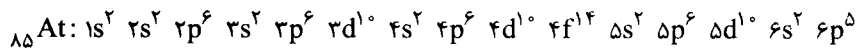


آرایش الکترونی اتم ${}_{51}\text{Sb}$ به صورت زیر است:



$l=1$ زیرلایه‌ی p را نشان می‌دهد، $m_l=0$ نشان‌دهنده‌ی دومین اوربیتال این زیرلایه و $m_s=+\frac{1}{2}$ مربوط به الکترون‌هایی است که به صورت ساعتگرد می‌چرخند. در هر کدام از زیرلایه‌های $2p^6$ ، $3p^6$ ، $4p^6$ و $5p^3$ یک الکترون با این ویژگی‌ها وجود دارد.



فلز قلیایی خاکی هم دوره با آرگون، منیزیم (Mg_{12}) است: ۳ ۲۱۹شبه فلز گروه هالوژن ها نیز At_{85} است و در آرایش الکترونی اتم آن ۱۵ زیرلایه وجود دارد:

بنابراین، داریم:

$$\frac{b}{a} = \frac{15}{6} = 2.5$$

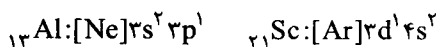
جدولی که توسط مندلیف برای دسته بندی عناصرها پیشنهاد شد، دارای ۱۲ ردیف افقی و ۸ ستون عمودی (گروه) بود. ۱ ۲۲۰به جز عبارت «ت» بقیه عبارت ها درست هستند. ۲ ۲۲۱**بررسی موارد:**آ) تنها در گروه هالوژن ها (گروه ۱۷ جدول) می توان عناصر جامد (مانند I_2)، مایع (Br_2) و گازی شکل (مانند F_2) یافت.ب) در دوره ی دوم جدول تناوبی پنج عنصر نافلز C, N, O, F و Ne وجود دارد که بیش تر از هر دوره ی دیگر جدول است.

پ) بدون شرح!

ت) شبه فلزها برخی از خواص فلزها و برخی از خواص نافلزها را دارند.

منظور از ستون های جدول تناوبی همان گروه ها است. در ۵ گروه اول، پانزدهم، شانزدهم، هفدهم و هجدهم عناصرهای آغازی که به ترتیب ۲ ۲۲۲

هیدروژن، نیتروژن، اکسیژن، فلوئور و هلیم هستند در شرایط معمولی گازی شکل اند.

به جز عبارت «ب» بقیه عبارت ها درست هستند. ۳ ۲۲۳سومین عنصر دوره های سوم و چهارم جدول تناوبی به ترتیب Al_{13} و Sc_{21} هستند.**بررسی موارد:**آ) Al و Sc با از دست دادن سه الکترون و تشکیل کاتیون X^{3+} به ترتیب به آرایش گاز نجیب Ne_{10} و Ar_{18} می رسند.ب) Al جزو فلزهای اصلی (دسته ی p) و Sc جزو فلزهای واسطه (دسته ی d) است و به ترتیب در گروه های ۱۳ و ۳ جدول جای دارند.پ) در بیرونی ترین لایه ی الکترونی اتم هر دو عنصر، ۲ الکترون با عدد کوانتومی $l=0$ (زیرلایه ی s) وجود دارد.ت) فلز اصلی Al واکنش پذیرتر از فلز واسطه ی Sc است.باروت سیاه مخلوطی از پتاسیم نیترات (KNO_3)، گرد زغال (C) و گوگرد (S) است. K جزو فلزهای قلیایی، N، C و O متعلق به ۲ ۲۲۴

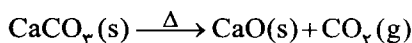
تناوب دوم و S متعلق به تناوب سوم جدول است.

بررسی سایر گزینه ها:

۱) بار الکترون: رابرت میلیکان

۲) خاصیت پرتوزایی: هانری بکرل

۳) طیف نشری خطی هیدروژن: آنگستروم

معادله ی موازنه شده ی واکنش مورد نظر به صورت زیر است: ۲ ۲۲۵

$$?g CaCO_3 (\text{خالص}) = 0.18 L CO_2 \times \frac{1/54 g CO_2}{1 L CO_2} \times \frac{1 mol CO_2}{44 g CO_2} \times \frac{1 mol CaCO_3}{1 mol CO_2} \times \frac{100 g CaCO_3}{1 mol CaCO_3}$$

$$= 2.18 g CaCO_3 (\text{خالص})$$

بنابراین، ۳/۱۹۲ گرم کلسیم کربنات ناخالص شامل ۲/۸ گرم $CaCO_3$ و ۰/۳۹۲ گرم ناخالصی است.اکنون جرم فراورده ی جامد (CaO) را به دست می آوریم:

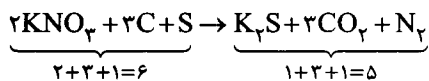
$$?g CaO = 2.18 g CaCO_3 \times \frac{1 mol CaCO_3}{100 g CaCO_3} \times \frac{1 mol CaO}{1 mol CaCO_3} \times \frac{56 g CaO}{1 mol CaO} = 1.22 g CaO$$



جامد باقی مانده شامل کلسیم اکسید تولید شده و ناخالصی‌های کلسیم کربنات است.

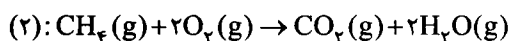
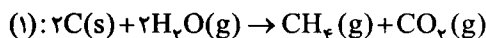
$$\%CaO = \frac{1/568g}{(1/568 + 0/392)g} \times 100 = \%80$$

معادله‌ی موازنه‌شده‌ی واکنش موردنظر به صورت زیر است:



$$\frac{\text{مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها}}{\text{مجموع ضرایب فراورده‌ها}} = \frac{6}{5} = 1/2$$

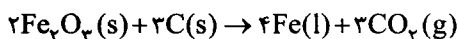
معادله‌ی موازنه‌شده‌ی واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:



جمع واکنش‌های (۱) و (۲) به روشنی نشان می‌دهد که به ازای دو مول C، دو مول CO₂ تولید می‌شود و مطابق معادله‌ی واکنش (۳) نیز برای مصرف دو مول CO₂ به دو مول MgO نیاز است:

$$?kgMgO (\text{ناخالص}) = 2kgC \times \frac{1molC}{12gC} \times \frac{2molMgO}{2molC} \times \frac{40gMgO}{1molMgO} \times \frac{100gMgO (\text{ناخالص})}{64gMgO (\text{خالص})} = 15/625kgMgO (\text{ناخالص})$$

معادله‌ی موازنه‌شده‌ی واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



کاهش جرم مخلوط واکنش، مربوط به خروج گاز کربن دی‌اکسید از کوره است.

فرض می‌کنیم مخلوط اولیه شامل ۲ مول Fe₂O₃ و ۳ مول کربن باشد.

$$\text{جرم مخلوط اولیه} = 2(2(56) + 3(12)) + 3(12) = 356g$$

در این صورت جرم گاز CO₂ تولید شده برابر است با:

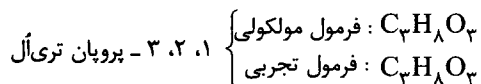
$$?gCO_2 = 3(12 + 2(16)) = 132g$$

$$\text{جرم کاهش جرم} = \frac{\text{جرم گاز CO}_2}{\text{جرم مخلوط اولیه}} \times 100 = \frac{132g}{356g} \times 100 = \%37$$

یکی از روش‌های تولید گاز کلر در آزمایشگاه، واکنش منگنز (IV) اکسید با هیدروکلریک اسید است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) فرمول مولکولی ماده‌ی معطر و خوش‌طعم موجود در آناناس به صورت C₈H₁₄O₂ است.

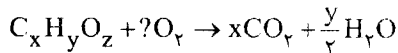
(۴) اختلاف جرم مولی متیل سالیسیلات (C₈H₈O₃) و سالیسیلیک اسید (C₇H₆O₃) به اندازه‌ی یک واحد CH₂ و برابر ۱۴g.mol⁻¹ است.

با توجه به گزینه‌ها، فرمول ترکیب آلی مورد نظر را به صورت C_xH_yO_z در نظر می‌گیریم.

ابتدا حجم نظری فراورده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} CO_2: 80 = \frac{1/2L}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \text{مقدار نظری} = 1/5L CO_2 \\ H_2O: 80 = \frac{0/8L}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \text{مقدار نظری} = 1L H_2O \end{array} \right\} \text{مقدار عملی} \times 100 = \text{بازده درصدی}$$

هر مول از ترکیب آلی دارای کربن و هیدروژن بر اثر سوختن، به اندازه‌ی شمار اتم‌های کربن، مول کربن دی‌اکسید و به اندازه‌ی نصف شمار اتم‌های هیدروژن، مول بخار آب تولید می‌کند. در صورتی که دما و فشار ثابت و ترکیب آلی نیز مانند CO_2 و H_2O گازی باشد، عبارت فوق را برای حجم آن‌ها نیز می‌توان تعبیر کرد، زیرا در دما و فشار ثابت، حجم مولی گازها با هم برابر است.



$$?\text{LCO}_2 = \frac{0.5\text{LC}_x\text{H}_y\text{O}_z \times \frac{x\text{LCO}_2}{\text{LC}_x\text{H}_y\text{O}_z}}{1} = 1.5\text{LCO}_2 \Rightarrow x=3$$

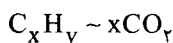
$$?\text{LH}_2\text{O} = \frac{0.5\text{LC}_x\text{H}_y\text{O}_z \times \frac{y\text{LH}_2\text{O}}{\text{LC}_x\text{H}_y\text{O}_z}}{1} = 1\text{LH}_2\text{O} \Rightarrow y=4$$

فقط در فرمول گزینه‌ی (۱)، x و y به ترتیب برابر ۳ و ۴ هستند.

فرمول هیدروکربن مورد نظر را به صورت C_xH_y در نظر می‌گیریم. مطابق داده‌های سؤال، ۲۰٪ جرم این هیدروکربن را هیدروژن تشکیل می‌دهد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{\%C}{\%H} = \frac{\text{جرم عنصر کربن}}{\text{جرم عنصر هیدروژن}} \Rightarrow \frac{\%80}{\%20} = \frac{x \times 12}{y \times 1} \Rightarrow 4 = \frac{12x}{y} \Rightarrow y=3x$$

از سوختن کامل هر مول هیدروکربن C_xH_y ، به اندازه‌ی x مول کربن دی‌اکسید (CO_2) به دست می‌آید:

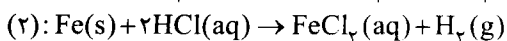
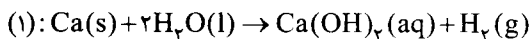


$$?\text{gCO}_2 = 12\text{gC}_x\text{H}_y(\text{ناخالص}) \times \frac{100\text{gC}_x\text{H}_y(\text{خالص})}{100\text{gC}_x\text{H}_y(\text{ناخالص})} \times \frac{1\text{molC}_x\text{H}_y}{(12x+y)\text{gC}_x\text{H}_y} \times \frac{x\text{molCO}_2}{1\text{molC}_x\text{H}_y} \times \frac{44\text{gCO}_2}{1\text{molCO}_2}$$

$$= 28.16\text{gCO}_2 \text{ (مقدار نظری)}$$

$$\text{مقدار عملی} = 22.5\text{gCO}_2 \Rightarrow 80 = \frac{\text{مقدار عملی}}{28.16\text{g}} \times 100 \Rightarrow \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} = 0.8$$

معادله‌ی موازنه‌شده‌ی واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:

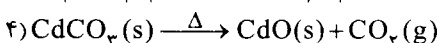
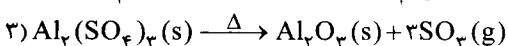
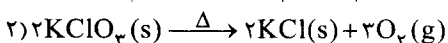


$\text{Ca} \sim \text{Fe}$

از آن جا که ضریب گاز H_2 در دو واکنش یکسان است، می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{جرم کلسیم} \times \frac{R_1}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم آهن} \times \frac{R_2}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x \text{gCa} \times \frac{75}{100}}{1 \times 40} = \frac{y \text{gFe} \times \frac{60}{100}}{1 \times 56} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{56 \times 0.75}{40 \times 0.6} = 1.75$$

معادله‌ی واکنش تجزیه‌ی هر چهار ترکیب در زیر آمده است:



$$?\text{mol C} = 3/24\text{gC} \times \frac{1\text{mol C}}{12\text{g C}} = 0.125\text{mol C}$$

$$?\text{mol H} = 0.24\text{gH} \times \frac{1\text{mol H}}{1\text{g H}} = 0.24\text{mol H}$$

$$?\text{mol O} = 1/92\text{gO} \times \frac{1\text{mol O}}{16\text{g O}} = 0.012\text{mol O}$$

اگر اعداد به دست آمده را بر ۰.۰۳ تقسیم کنیم، همگی به اعداد صحیح تبدیل می‌شوند:

$$\text{C}: \frac{0.125}{0.03} = 9, \quad \text{H}: \frac{0.24}{0.03} = 8, \quad \text{O}: \frac{0.12}{0.03} = 4$$

بنابراین فرمول تجربی ترکیب مورد نظر به صورت $\text{C}_9\text{H}_8\text{O}_4$ است.

فرمول تجربی و همچنین فرمول مولکولی ترکیب‌های گلیسرین، آسپرین، سالیسیلیک اسید و متیل سالیسیلات به ترتیب به صورت $\text{C}_8\text{H}_8\text{O}_3$ و $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_3$ ، $\text{C}_9\text{H}_8\text{O}_4$ ، $\text{C}_7\text{H}_8\text{O}_3$ است.