پایه دهم، یازدهم و دوازدهم

موضوع:

۳۰ تست منتخب ریاضی آمادگی آزمون ۱۶

۱- اگر n عددی طبیعی و A_n بازه $((-1)^n n, 2n)$ باشد، چند عدد صحیح به مجموعه $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$ تعلق دارد؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

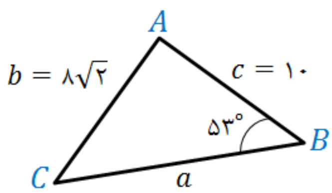
۲- بیست جمله اول دنباله حسابی با جملات اول $a_1 = 3$ و قدرنسبت $d_1 = 2$ و بیست جمله اول دنباله حسابی با جمله اول $b_1 = 2$ و قدرنسبت $d_2 = 3$ چند جمله مساوی دارند؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

۳- در متوازی‌الاضلاعی اندازه دو قطر ۱۲ و ۸ واحد زاویه بین دو قطر ۱۳۵ درجه است. مساحت متوازی‌الاضلاع چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

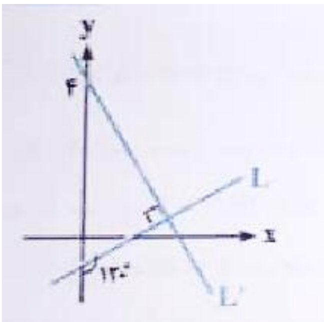
۱) ۱۸ ۲) ۲۴ ۳)۳۶ ۴) ۳۲

۴- مساحت مثلث ABC برابر ۱۶ واحد مربع است. اگر $B = 8$ و $c = 5$ باشد، اندازه ضلع متوسط a کدام است؟



۱) $\sqrt{39}$ ۲) $\sqrt{41}$ ۳) $3\sqrt{5}$ ۴) $5\sqrt{2}$

۵- خط $\acute{L}$ محور xها را با چه طولی قطع می‌کند؟



۱) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ۲) $\sqrt{3}$

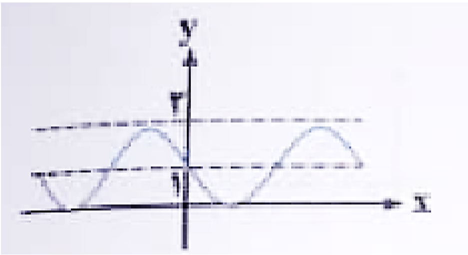
۳) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ ۴) $\frac{6}{\sqrt{3}}$

تهیه و تنظیم: سیاوش طیبی
Gmail:
siavash.parsi.۷۳@gmail.com

۶- حداکثر مقدار تابع $y = a\sin x + ۳$ $(a < ۰)$ برابر ۵ است. مقدار این تابع در $x = \frac{\pi}{۴}$ کدام است؟

۱) $۳ - \sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt{۲} - ۳$ ۳) $\sqrt{۲} + ۳$ ۴) $۳ - \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۷- نمودار مقابل بیانگر تابع $y = a\sin x + b$ می‌باشد. $a - b$ کدام است؟



۱) صفر ۲) ۲

۳) -۱ ۴) -۲

۸- اگر انتهای کمان α در ناحیه اول دایره مثلثاتی باشد، حاصل $\sqrt{۱+\cot^{۲}\alpha} - \sqrt{\frac{۱-\cos\alpha}{۱+\cos\alpha}}$ کدام است؟

۱) $-\tan\alpha$ ۲) $-\cot\alpha$ ۳) $\tan\alpha$ ۴) $\cot\alpha$

۹- یک ریشه دوم عدد $۵ - ۲\sqrt{۶}$ کدام است؟

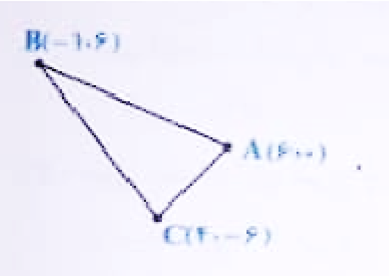
۱) $\sqrt{۲} + \sqrt{۳}$ ۲) $\sqrt{۲} - \sqrt{۳}$ ۳) $۲ - \sqrt{۳}$ ۴) $۲ + \sqrt{۳}$

۱۰- چه تعداد عدد صحیح به جای x می‌توان قرار داد تا نامساوی $-۳ < \sqrt[۳]{x} < -۲$ برقرار باشد؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۷ ۳) ۱۸ ۴) ۱۹

تهیه و تنظیم: سیاوش طیبی
Gmail:
siavash.parsi.۷۳@gmail.com

۱۱- کدام خط زیر حتماً از محل برخورد میانه‌های مثلث مقابل عبور می‌کند؟



۱) $y=-x+۳$ ۲) $y=۳x-۱$

۳) $x=۰$ ۴) $y=x$

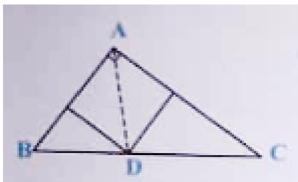
۱۲- دایره‌ای، محور xها را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ قطع کرده و یک قطر آن منطبق بر نیمساز ربع اول است. شعاع دایره کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) ۳   ۳) $\sqrt{۵}$ ۴) ۳

۱۳- مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع ۱۰ مفروض است. چند نقطه در صفحه وجود دارد که فاصله آن‌ها از دو رأس B و C برابر ۱۰ و فاصله‌شان از ضلع BC برابر $۵\sqrt{۳}$ باشد؟

۱) صفر   ۲) یک   ۳) دو   ۴) بی‌شمار

۱۴- دو مثلث قائم‌الزاویه به اضلاع قائم ۳ و ۷ واحد، طول نیمساز داخلی زاویه قائمه کدام است؟



۱) $۱/۴\sqrt{۲}$ ۲) $۲/۱$

۳) $۲/۸$ ۴) $۲/۱\sqrt{۲}$

۱۵- در مثلث ABC، رابطه $\frac{\hat{C}}{۵}=\frac{\hat{B}}{۴}=\frac{\hat{A}}{۳}$ بین زاویه‌ها برقرار است. زاویه حاده بین نیمسازهای داخلی دو زاویه $\hat{A}$ و $\hat{C}$، چند درجه است؟

۱) ۲۰   ۲) ۲۵   ۳) ۶۰   ۴) ۳۵

تهیه و تنظیم: سیاوش طیبی
Gmail:
siavash.parsi.۷۳@gmail.com

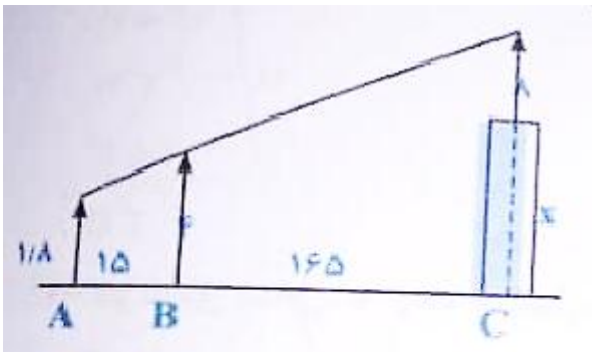
۱۶- اگر $z+۲=\frac{y}{۳}=\frac{x-۱}{۲}$ و $۲x+y-۲z=۱۶$، مقدار $x+y$ کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

۱۷- اگر بخواهیم حکم «اگر x عدد گنگ باشد، آن‌گاه $۲x^۲-۴x+۵$ همواره عدد گنگ است» را رد کنیم، از کدام عدد زیر به عنوان مثال نقض استفاده کنیم؟

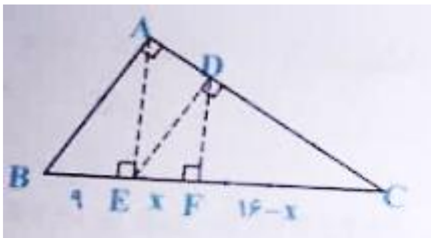
۱) $۲\sqrt{۲}+۲$ ۲) $۳\sqrt{۲}-۲$ ۳) $۵\sqrt{۲}+۱$ ۴) $۴\sqrt{۲}+۵$

۱۸- در شکل زیر، دکلی به طول ۸ متر بر بالای برجی نصب شده است. شخص A با قد ۱/۸ متر، از پشت یک تیرک ۴ متری به نوک دکل نگاه می‌کند. بلندی برج چند متر است؟



۱) ۱۹/۸
۲) ۲۰/۲
۳) ۲۰/۸
۴) ۲۱/۲

۱۹- در شکل مقابل، اندازه x کدام است؟



۱) ۴/۵۴ ۲) ۵/۳۶
۳) ۵/۷۶ ۴) ۶/۷۵

۲۰- در مثلث ABC زاویه $\hat{A} = ۲\hat{B}$ کدام رابطه بین سه ضلع این مثلث برقرار است؟ (ضلع b مقابل زاویه B است.)

۱) $a^۲ = bc$ ۲) $b^۲ = ac$

۳) $a^۲ - b^۲ = bc$ ۴) $a^۲ - c^۲ = bc$

۲۱- اگر $f(x) = \sqrt{۲x - x^۲}$، دامنه تابع $f(۳ - x)$ کدام بازه زیر است؟

۱) $[۰,۲]$ ۲) $[۰,۳]$ ۳) $[۱,۳]$ ۴) $[۱,۲]$

۲۲- در بازه‌ای که تابع با ضابطه $f(x) = |x - ۲| + |x - ۳|$ اکیداً نزولی است، نمودار آن بت نمودار $g(x) = ۲x^۲ - x - ۱۰$ در چند نقطه مشترک هستند؟

۱) ۱   ۲) ۲   ۳) ۳   ۴) فاقد نقطه مشترک

۲۳- اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{-x^۲+x+۲}}$ و $g(x) = (\frac{۱}{۲})^x$ باشند، دامنه تابع fog کدام است؟

۱) $(-\frac{۱}{۲}, +\infty)$ ۲) $\frac{۱}{۲}, +\infty$ ۳) $(-۲,۰)$ ۴) $(-۱, \frac{۱}{۲})$

۲۴- تابع با ضابطه $g(x) = x - \sqrt{x}$ مفروض است. اگر نمودار تابع f محور xها را در دو نقطه به طول‌های ۶ و $-\frac{۱}{۴}$ قطع کند، آن‌گاه نمودار تابع fog، محور xها را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) ۴ و $\frac{۱}{۹}$ ۲) ۹ و $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ و ۴   ۴) ۹ و ۴

تهیه و تنظیم: سیاوش طیبی
Gmail:
siavash.parsi.۷۳@gmail.com

پایه دهم، یازدهم و دوازدهم

موضوع:

۳۰ تست منتخب ریاضی آمادگی آزمون ۱۶

۲۵- اگر $f(x)=x^{۲}+x$ و $f(x)=\left|\sqrt{۴x+۱}\right|$ باشند، مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع gof و خط به معادله $y=۳$ کدام است؟

۱) ۳   ۲) ۴   ۳) ۴/۵   ۴) ۶

۲۶- دو تابع $f=\{(۲,۵),(۶,۳),(۳,۷),(۴,۱),(۱,۹)\}$ و $g(x)=\frac{x}{x-۱}$ مفروض‌اند. اگر $f^{-۱}(\mathrm{g}(۲\mathrm{a}))=۶$ باشد، a کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۲}$

۲۷- نمودارهای دو تابع $f(x)=۳^{ax=b}$ و $g(x)=(\frac{۱}{۹})^{x}$ در نقطه‌ای به طول -۱ متقاطع هستند. اگر $f(۲)=\frac{۱}{۲}$ باشد، مقدار $f^{-۱}(۲۷)$ کدام است؟

۱) -۳ ۲) -۲ ۳) ۱   ۴) ۳

۲۸- اگر $\frac{\sin\alpha}{۱+\cos\alpha}$ باشد، مقدار $\tan(\frac{\pi}{۲}+\frac{\alpha}{۲})$ کدام است؟

۱) -۲ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۲

۲۹- جواب کلی معادله مثلثاتی $۲sin^{۲}x+۳\cos x=۰$ کدام است؟

۱) $۲k\pi\pm\frac{۲\pi}{۳}$ ۲) $۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳}$ ۳) $۲k\pi\pm\frac{۵\pi}{۶}$ ۴) $k\pi-\frac{\pi}{۳}$

۳۰- مجموع تمام جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin۴x=sin^{۴}x-cos^{۴}x$ در بازه $[۰.\pi]$، کدام است؟

۱) $\frac{۷\pi}{۴}$ ۲) $\frac{۹\pi}{۴}$ ۳) $\frac{۵\pi}{۲}$ ۴) $\frac{۱۱\pi}{۳}$

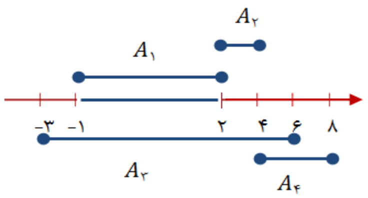
تهیه و تنظیم: سیاوش طیبی
Gmail:
siavash.parsi.۷۳@gmail.com

پاسخنامه ۳۰ تست منتخب ریاضی آمادگی آزمون ۱۶ آذر

پاسخ سوال ۱

نکته: اگر a و b دو عدد صحیح باشند که $a < b$، آن‌گاه در بازه (a, b)، $b - a - ۱$ عدد صحیح ، در بازه $(a, b]$، $b - a$ عدد صحیح و در بازه $[a, b]$، $b - a = ۱$ عدد صحیح وجود دارد.

$$A_۱ = ((-۱)^۱ \times ۱, ۲(۱)) = (-۱, ۲), A_۲ = ((-۱)^۲ \times ۲, ۲(۲)) = (۲, ۴), A_۳ = ((-۱)^۳ \times ۳, ۲(۳)) = (-۳, ۶), A_۴ = ((-۱)^۴ \times ۴, ۲(۴)) = (۴, ۸)$$

$A_۱ \bigcup A_۲ \bigcup A_۳ \bigcup A_۴ =$  $= (-۳, ۸)$

که در این بازه $۸ - (-۳) - ۱ = ۱۱ - ۱ = ۱۰$ عدد صحیح وجود دارد.

پاسخ سوال ۲

نکته: جملات مشترک دو دنباله حسابی a_n و b_n، خود تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند که قدرنسبت آن ک.م.م قدرنسبت‌های دنباله‌های a_n و b_n است.

$a_۱ = ۳ \,,\quad d_۱ = ۲ \,,\quad b_۱ = ۲ \,,\quad d_۲ = ۳ \,,$ تعداد جملات مساوی =?

جملات دنباله‌های a_n و b_n به شکل زیر هستند:

a_n بیست جمله اول $= ۳, \underline{۵}, ۷, ۹, \underline{۱۱}, ۱۳, ۱۵, \underline{۱۷}, \ldots, ۴۱$

b_n بیست جمله اول $= ۲, \underline{۵}, ۸, \underline{۱۱}, ۱۴, \underline{۱۷}, \ldots, ۵۹$

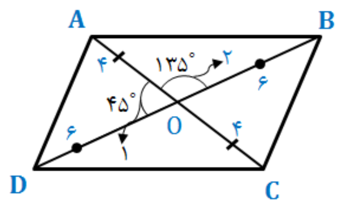
تهیه و تنظیم: سیاوش طیبی
Gmail: siavash.parsi.۷۳@gmail.com

با توجه به جملات دنباله‌ها، جملات مشترک دنباله‌ها خود یک دنباله حسابی جدید (c_n) با جمله اول ۵ (اولین جمله مشترک دو دنباله) و قدرنسبت $۶ = ۵ - ۱۱$ (ک.م.م قدر نسبت‌های ۲ و۳) می‌سازندو باید n یعنی تعداد جملات مشترک را بیابیم. چون آخرین جمله مشترک بین دو دنباله ۴۱ است، لذا:

$$c_n = ۴۱ \Rightarrow ۵ + ۶(\mathrm{n} - ۱) = ۴۱ \Rightarrow ۶(\mathrm{n} - ۱) = ۳۶ \Rightarrow \mathrm{n} - ۱ = ۶ \Rightarrow \mathrm{n} = ۷$$

پس ۷ جمله مشترک در دنباله‌ها وجود دارد.

پاسخ سوال ۳



راه اول: با توجه به اینکه در متوازی‌الاضلاع قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند و هر متوازی‌الاضلاع از چهار مثلث هم‌مساحت تشکیل شده است می‌توان مساحت یکی از مثلث‌ها را به کمک قانون مساحت محاسبه نموده و سپس جواب را در ۴ ضرب کرد، داریم:

$$S_{ABCD} = ۴S_{\overset{\Delta}{AOD}} = ۴\left(\frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۴ \times \sin ۴۵^\circ\right) = ۴۸ \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} = ۲۴\sqrt{۲}$$

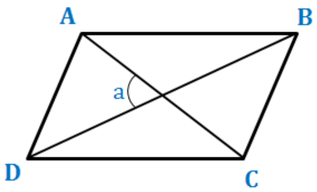
سوال: آقا ببخشید واقعاً مساحت مثلث‌ها با هم برابرند؟

پاسخ: بله برابرند ولی این خیالت راحت شه نشون می‌دم $S_{\overset{\Delta}{AOD}} = S_{\overset{\Delta}{AOD}}$ و بقیه رو هم مشابه اون میشه ثابت کرد که برابرند:

$$S_{\overset{\Delta}{AOD}} = \frac{۱}{۲} AO \times OD \times \sin \hat{O}_۱ \xrightarrow{OD = OB} \frac{۱}{۲} AO \times OB \times \sin ۴۵^\circ \xrightarrow[= \sin ۴۵^\circ]{\sin ۱۳۵^\circ = \sin(۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ)} \frac{۱}{۲} AO \times OB \times \sin ۱۳۵^\circ = S_{\overset{\Delta}{AOB}}$$

راه دوم:

نکته: اگر $ABCD$، یک متوازی‌الاضلاع باشد، داریم:



$$S_{ABCD}=\frac{Ac\times BD\times \sin\alpha}{۲}$$

با توجه از قانون مساحت، اندازه زاویه A را محاسبه می‌کنیم:

$$S_{ABCD}=\frac{۸\times ۱۲\times \sin ۴۵^\circ}{۲}=۴۸\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)=۲۴\sqrt{۲}$$

پاسخ سوال ۴

ابتدا از قانون مساحت، اندازه زاویه A را محاسبه می‌کنیم:

$$S_{\overset{\Delta}{ABC}}=\frac{۱}{۲}AB\times AC\times \sin\hat{A}\Rightarrow ۱۶=\frac{۱}{۲}\times ۵\times ۸\times \sin\hat{A}\Rightarrow \sin\hat{A}=\frac{۱۶}{۲۰}=\frac{۴}{۵}(*)$$

حال ارتفاع BH را رسم کرده داریم:

$$\sin\hat{A}=\frac{BH}{AB}\xrightarrow{(*)}\frac{۴}{۵}=\frac{BH}{۵}\Rightarrow BH=۴$$

قضیه فیثاغورس: $AB^۲=BH^۲+AH^۲\Rightarrow ۵^۲=۴^۲+AH^۲\Rightarrow AH=۳\Rightarrow HC=AC-AH=۸-۳=۵$

حال قضیه فیثاغورس را در مثلث BCH می‌نویسیم:

$$BC^۲=BH^۲+HC^۲\Rightarrow a^۲=۴^۲+۵^۲=۱۶+۲۵=۴۱\Rightarrow a=\sqrt{۴۱}$$

پاسخ سوال ۵

نکته: اگر دو خط d و $\acute{d}$ بر هم عمود باشند، آن‌گاه حاصل‌ضرب شیب‌های آن‌ها (۱-) است.

در نقطه C خطی را بر محور yها عمود می‌کنیم. با این کار زاویه ۱۲۰° به دو زاویه ۹۰° و ۳۰° تقسیم می‌شود که در این صورت شیب خط L برابر $\tan ۳۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$ می‌شود. چون خط $\acute{L}$ بر خط L عمود است، نتیجه می‌گیریم:

$$m_L \times m_{\acute{L}} = -۱ \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} \times m_{\acute{L}} = -۱ \Rightarrow m_{\acute{L}} = \frac{-۳}{\sqrt{۳}} = -\sqrt{۳}$$

حال با داشتن شیب خط $m_{\acute{L}} = -\sqrt{۳}$ و یک نقطه از خط (یعنی $A(۰,۴)$) معادله خط را می‌نویسیم:

$$y - ۴ = -\sqrt{۳}(x - ۰) \Rightarrow y = -\sqrt{۳}x + ۴$$

برای محاسبه محل برخورد خط $\acute{L}$ با محور xها، کافی است در معادله خط فوق y را صفر قرار دهیم:

$$y = -\sqrt{۳}x + ۴ \xRightarrow{y=۰} ۰ = -\sqrt{۳}x + ۴ \Rightarrow \sqrt{۳}x = ۴ \Rightarrow x = \frac{۴}{\sqrt{۳}}$$

تهیه و تنظیم: سیاوش طیبی
Gmail:
siavash.parsi.۷۳@gmail.com

پاسخ سوال ۶

نکته: حداکثر مقدار توابع $y = a\sin x + b$ و $y = a\cos x + b$ برابر $|a| + b$ و حداقل مقدار آن‌ها $-|a| + b$ می‌باشد.

با توجه به نکته فوق داریم:

$$|a| = ۳ = ۵ \Rightarrow |a| = ۲ \Rightarrow a = \pm \xRightarrow{a<۰} a = -۲ \Rightarrow y = -۲\sin x + ۳ \Rightarrow y\left(\frac{\pi}{۴}\right)$$

$$= -۲\sin\frac{\pi}{۴} + ۳ = -۲\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right) + ۳ = -\sqrt{۲} + ۳ = ۳ - \sqrt{۲}$$

پاسخ سوال ۷

نکته: حداکثر مقدار تابع $y = a\sin x + b$ برابر $|a| + b$ است.

با توجه به نمودار مشخص است که $y(۰) = ۱$ می‌شود داریم:

$$y(۰) = ۱ \Rightarrow ۱ = a\sin(۰) + b \Rightarrow b = ۱$$

با توجه به نکته گفته شده داریم:

$$|a| + b = ۲ \xRightarrow{b=۱} |a| = ۱ \Rightarrow a \pm ۱$$

اما اگر $a = ۱$ باشد، تابع به صورت $y = \sin x + ۱$ می‌شود که نمودار آن به شکل روبه‌رو خواهد شد که غلط است.

پس $a = -۱$ می‌باشد.

تهیه و تنظیم: سیاوش طیبی
Gmail:
siavash.parsi.۷۳@gmail.com

پاسخ سوال ۸

$$\sqrt{۱+cot^۲\alpha}-\sqrt{\frac{۱-\cos\alpha}{۱+\cos\alpha}}=\sqrt{\frac{۱}{sin^۲\alpha}}-\sqrt{\frac{۱-\cos\alpha}{۱+\cos\alpha}\times\frac{۱-\cos\alpha}{۱-\cos\alpha}}$$

$$=\frac{۱}{|\sin\alpha|}-\frac{\sqrt{۱-\cos\alpha}}{\sqrt{(۱+\cos\alpha)(۱-\cos\alpha)}}=\frac{۱}{\sin\alpha}-\frac{|۱-\cos\alpha|}{\sqrt{۱+cos^۲\alpha}}=\frac{۱}{\sin\alpha}-\frac{۱-\cos\alpha}{\sqrt{sin^۲\alpha}}$$

$$=\frac{۲}{\sin\alpha}-\frac{۱-\cos\alpha}{|\sin\alpha|}=\frac{۱}{\sin\alpha}-\frac{۱-\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{۱-(۱-\cos\alpha)}{\sin\alpha}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\cot\alpha$$

پاسخ سوال ۹

به کمک اتحاد اول داریم:

$$۵-۲\sqrt{۶}\ \text{ریشه‌های دوم عدد}=\pm\sqrt{(۵-۲\sqrt{۶})}=\pm\sqrt{\underbrace{۳}_{a^۲}+\underbrace{۲}_{b^۲}-\underbrace{۲\sqrt{۶}}_{۲ab}}=\pm\sqrt{\Big(\underbrace{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}_{a-b}\Big)^۲}=\pm(\sqrt{۳}-\sqrt{۲})$$

پاسخ سوال ۱۰

نکته: اگر a و b اعدادی صحیح باشند به‌طوری که $a>b$، آن‌گاه بین a و b به تعداد $b-a-۱$ عدد صحیح وجود دارد.

$$-۳<\sqrt[۳]{x}<-۲\xrightarrow{\text{به توان ۳ می‌رسانیم}}(-۳)^۳<x<(-۲)^۲\Rightarrow -۲۷<x<-۸$$

بین -۲۷ و -۸، به تعداد $-۸-(-۲۷)-۱=۱۸$ عدد صحیح وجود دارد.

تهیه و تنظیم: سیاوش طیبی
Gmail:
siavash.parsi.۷۳@gmail.com

پاسخ سوال ۱۱

فرض کنید O محل برخورد میانه‌ها باشد، برای پیدا کردن آن، کافی است معادله دو تا از میانه‌ها را به دست آورده و آن دو معادله را در یک دستگاه قرار داده و از حل آن مختصات O را بیابیم.

محاسبه معادله میانه $A\acute{A}$: نقطه $\acute{A}$ وسط ضلع BC است، پس مختصات آن برابر می‌شودبا:

$$x_{\acute{A}}=\frac{y_{\acute{A}}+y_A}{۲}=\frac{-۱+۴}{۲}=\frac{۳}{۲} \text{ و } y_{\acute{A}}=\frac{y_B+y_C}{۲}=\frac{۶+(-۶)}{۲}=۰ \Rightarrow \acute{A}(\frac{۳}{۲},۰)$$

با معلوم شدن دو نقطه A و $\acute{A}$ می‌توانیم معادله میانه $A\acute{A}$ را بنویسیم:

$$m_{A\acute{A}}=\frac{y_{\acute{A}}-y_A}{x_{\acute{A}}-x_A}=\frac{۰-۰}{\frac{۳}{۲}-۶}=۰ \Rightarrow \text{. افقی است } A\acute{A} \text{ پس میانه } \Rightarrow \text{معادله}: y=y_A \Rightarrow y=۰$$

محاسبه معادله میانه $C\acute{C}$: نقطه $\acute{C}$ وسط ضلع AB است. پس مختصات آن برابر می‌شود با:

$$x_{\acute{C}}=\frac{x_A+x_B}{۲}=\frac{۶+(-۱)}{۲}=\frac{۵}{۲} \text{ و } y_{\acute{C}}=\frac{y_A+y_B}{۲}=\frac{۰+۶}{۲}=۳ \Rightarrow \acute{c}(\frac{۵}{۲},۳)$$

با معلوم شدن دو نقطه c و $\acute{c}$ می‌توانیم معادله میانه $c\acute{c}$ را بنویسیم:

$$m_{C\acute{C}}=\frac{y_{\acute{c}}-y_c}{x_{\acute{C}}-x_C}=\frac{۳-(-۶)}{\frac{۵}{۲}-۴}-\frac{۹}{-\frac{۳}{۲}}=\frac{-۱۸}{۳}=-۶ \Rightarrow y-y_c=m_{c\acute{c}}(x-x_c)$$

$$\Rightarrow y-(-۶)=-۶(x-۴) \Rightarrow y+۶=-۶x+۲۴ \Rightarrow y=-۶x+۱۸$$

حال معادلات میانه‌های $C\acute{C}$ و $A\acute{A}$ را در یک دستگاه قرار داده تا محل تلاقی آن‌ها پیدا شود:

$$\begin{cases} y = \cdot \quad (*) \\ y = -۶x + ۱۸ \xrightarrow{(*)} \cdot = -۶x + ۱۸ \Rightarrow ۶x = ۱۸ \Rightarrow x = ۳ \end{cases} \Rightarrow O(۳,\cdot)$$

با توجه به گزینه‌ها، فقط خط $y = -x + ۳$ از نقطه $O(۳,\cdot)$ عبور می‌کند، زیرا مختصات O در معادله آن صذق می‌کند. پس گزینه(۱) صحیح است.

پاسخ سوال ۱۲

قطری از دایره منطبق بر نیمساز ربع اول $(y = x)$ است و چون مرکز دایره روی این قطر دارد، پس طول و عرض مرکز با هم برابرند و می‌توان مختصات آن را به صورت $O(a,a)$ فرض کرد مجدداً فاصله‌اش را از نقاط $A(۱,\cdot)$. $B(۳,\cdot)$ حساب کرده و با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$OA = OB = R \Rightarrow \sqrt{(a-۱)^۲ + (a-\cdot)^۲} = \sqrt{(a-۳)^۲ + (a-\cdot)^۲}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} a^۲ - ۲a + ۱ + a^۲ = a^۲ - ۶a + ۹ + a^۲ \Rightarrow ۴a = ۸ \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow O(۲,۲)$$

بنابراین:

$$R = OA = \sqrt{(a-۱)^۲ + (۲-\cdot)^۲} = \sqrt{۵}$$

پاسخ سوال ۱۳

نکته: ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر $\frac{a\sqrt{۳}}{۲}$ است.

تمام نقاطی که فاصله آن‌ها از دو راس B و C یکسان باشد، عمودمنصف پاره‌خط BC است، اما در سوال گفته آن نقاط از B و C یکسان و برابر ۱۰ باشد، در این صورت فقط ۲ نقطه با این ویژگی روی عمودمنصف وجود دارد. یکی خود

تهیه و تنظیم: سیاوش طیبی
Gmail: siavash.parsi.۷۳@gmail.com

راس A است، چون $AB = AC = 10$ (ضلع‌های مثلث متساوی‌الاضلاع) و یکی هم قرینه رأس A نسبت به قاعده BC است. از طرفی در مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۱۰، ارتفاع برابر $\frac{a\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{a=10} \frac{10\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$ است و مسأله خواسته که فاصله نقاط از قاعده BC، $5\sqrt{3}$ شود (یعنی فاصله به اندازه ارتفاع شود). پس تمام این نقاط که از BC به فاصله ارتفاع باشند ۲ خط موازی در طرفین قاعده BC و به فاصله $5\sqrt{3}$ از آن است که جواب مسأله نقاط برخورد این دو خط با آن دو نقطه A و $\acute{A}$ است. چون A و $\acute{A}$ دقیقاً روی این دو خط قرار دارند پس مسأله ۲ جواب دارد.

پاسخ سوال ۱۴

اولاً: AD نیمساز زاویه A است، پس $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = 45^\circ$

ثانیاً: D روی نیمساز زاویه A قرار دارد، پس فاصله‌اش از دو ضلع زاویه A برابر است با:

$$HD = \acute{H}D = a \ (*)$$

حالا مساحت مثلث قائم‌الزاویه ABC را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$S_{ABC} = A_{ABD} + S_{ACD} \Rightarrow \frac{AB \times AC}{2} = \frac{a \times AB}{2} + \frac{a \times AC}{2} \Rightarrow \frac{3 \times 7}{2} = \frac{3a}{2} + \frac{7a}{2} \Rightarrow 21 = 10a$$
$$\Rightarrow a = 2.1$$

مثلث قائم‌الزاویه ADH متساوی‌الساقین است. زیرا $H = 90^\circ$ و $A_1 = 45^\circ$ پس $D_1 = 45^\circ$. لذا $AH = DH = a = 2.1$، بنابراین:

$$AD^2 = AH^2 + DH^2 \Rightarrow AD^2 = 2.1^2 + 2.1^2 = 2 \times 2.1^2 \Rightarrow AD = \sqrt{2 \times 2.1^2} = 2.1\sqrt{2}$$

تهیه و تنظیم: سیاوش طیبی
Gmail:
siavash.parsi.73@gmail.com

پاسخ سوال ۱۵

هر یک از کسرهای داده شده را برابر t فرض می‌کنیم:

$$\frac{\hat{A}}{۳}=\frac{\hat{B}}{۴}=\frac{\hat{C}}{۵}=t \Rightarrow \hat{A}=۳t, \hat{B}=۴t, \hat{C}=۵t$$

می‌دانیم : $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=۱۸۰^\circ \Rightarrow ۳t+۴t+۵t=۱۸۰^\circ \Rightarrow ۱۲t=۱۸۰^\circ \Rightarrow t=۱۵^\circ$

$$\Rightarrow \hat{A}=۳\times ۱۵^\circ=۴۵^\circ, \hat{B}=۴\times ۱۵^\circ=۶۰^\circ, \quad \hat{C}=۵\times ۱۵^\circ=۷۵^\circ$$

$y: y=\frac{۴۵^\circ}{۲}+\frac{۷۵^\circ}{۲}=\frac{۱۲۰^\circ}{۲}=۶۰^\circ$ زاویه خارجی مثلث ACO است.

حواستان باشد x زاویه منفرجه بین دو نیمساز و y زاویه حاده بین دو نیمساز خواسته شده است.

پاسخ سوال ۱۶

$$\frac{x-۱}{۲}=\frac{y}{۳}=Z+۲ \Rightarrow \begin{cases} \frac{y}{۳}=z+۲ \Rightarrow x-۱=۲z+۴ \Rightarrow x=۲z+۵ \ (*) \\ \frac{y}{۳}=z+۲ \Rightarrow y=۳z+۶ \ (**) \end{cases}$$

حال تساوی بدست آمده را در $۲x+y-۲z=۱۶$ جایگذاری می‌کنیم:

$$۲(۲z+۵)+(۳z+۶)-۲z=۱۶ \Rightarrow ۴z+۱۰+۳z+۶-۲z=۱۶ \Rightarrow ۵z=۰ \Rightarrow z=۰$$

$$\xRightarrow{(*),(**)} \begin{cases} x=۲z+۵=۲(۰)+۵=۵ \\ y=۳z+۶=۳(۰)+۶=۶ \end{cases} \Rightarrow x+y=۱۱$$

پاسخ سوال ۱۷

باید عددی را به عنوان مثال نقض معرفی کنیم که اولاً گنگ باشد و ثانیاً حکم گزاره شرطی را نقض کند، یعنی عبارت $۲x^۲ - ۴x + ۵$ را تبدیل به عدد گویا کند.

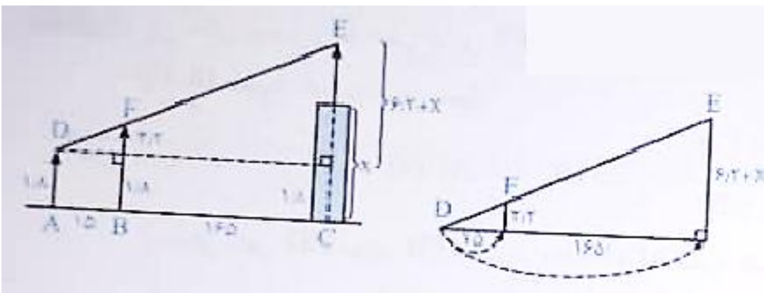
$$A = ۲x^۲ - ۴x + ۵ = ۲x^۲ - ۴x + ۲ + ۳ = ۲(x^۲ + ۲x + ۱) + ۳ = ۲(x - ۱)^۲ + ۳$$

اگر گزینه‌ها را امتحان کنید، فقط گزینه(۲) عددی گنگ است که به ازای آن A گویا می‌شود:

$$x = ۵\sqrt{۲} = ۱ \Rightarrow A = ۲(۵\sqrt{۲} + ۱ - ۱)^۲ + ۳ = ۲(۵\sqrt{۲})^۲ + ۳ = ۲(۵۰) + ۳ = ۱۰۳$$

پاسخ سوال ۱۸

از موازی بودن پاره‌خط‌های AD، BF و CE با استفاده از قضیه تالس می‌افتیم. مثلثی در شکل وجود ندارد که بخواهیم قضیه تالس را به کار ببریم. به همین خاطر از D خطی موازی سطح زمین رسم کرده و مثلث ایجاد می‌کنیم:



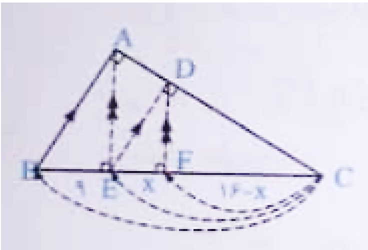
$$\frac{۲/۲}{۶/۲ + x} = \frac{۱۵}{۱۵ + ۱۶۵} \Rightarrow \frac{۲/۲}{۶/۲ + x} = \frac{۱۵}{۱۸۰} = \frac{۱}{۱۲}$$

$$\Rightarrow ۱۲ \times ۲/۲ = ۶/۲ + x \Rightarrow ۲۶/۴ = ۶/۲ + x \Rightarrow x = ۲۰/۲$$

تهیه و تنظیم: سیاوش طیبی
Gmail:
siavash.parsi.۷۳@gmail.com

پاسخ سوال ۱۹

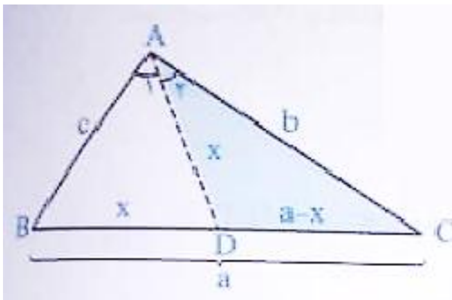
درسنامه که یادتون هست بچه‌ها. همون روش خوب رو نیاز داریم. چهار خط دو به دو موازی داریم. بنابراین روی ضلعی که ۳ تکه شده است، سه فلش داریم:



$$\underbrace{(\text{فلش متوسط})^{۲}}_{CE} = \underbrace{\text{فلش کوچک}}_{CF} \times \underbrace{\text{فلش بزرگ}}_{CB} \Rightarrow (x+(۱۶-x))^{۲} = (۱۶-x)\times(\underbrace{۹+x+(۱۶-x)}_{۲۵})$$

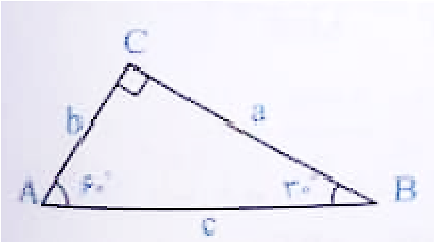
$$\Rightarrow ۱۶^{۲} = (۱۶-x)(۲۵) \Rightarrow ۱۶-x = \frac{۲۵۶}{۲۵}{}^{\times ۴}_{\times ۴}\frac{۱۰۲۴}{۱۰۰} = ۱۰/۲۴ \Rightarrow x = ۱۶-۱۰/۲۴ = ۵/۷۶$$

پاسخ سوال ۲۰



نیمساز داخلی $\hat{A}$ را رسم می‌کنیم. در این صورت $\hat{A}_۱ = \hat{A}_۲ = \frac{\hat{A}}{۲}$ شده و چون $\hat{A} = ۲\hat{B}$ است. پس $\hat{A}_۱ = \hat{A}_۲ = \hat{B}$ در نتیجه مثلث ABD ایجاد شده، متساوی‌الساقین شده ($\hat{A}_۱ = \hat{B}$) و لذا $AD = BD = x$. دو مثلث ABC و ACD به حالت تساوی دو زاویه متشابهند (مشترک $\widehat{C} =$ و $\hat{A}_۲\hat{B}$) و داریم:

$$\frac{BC}{AC} = \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{DC} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{x} = \frac{b}{a=x} \Rightarrow \begin{cases} (۱): \frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{bc}{a} \qquad (*) \\ (۲): \frac{a}{b} = \frac{b}{a-x} \Rightarrow b^{۲} = a(a-x) \overset{(*)}{\Longrightarrow} b^{۲} = a^{۲} - a(\frac{bc}{a}) \\ \Rightarrow b^{۲} = a^{۲} - bc \Rightarrow bc = a^{۲} - b^{۲} \end{cases}$$



ترفند ویژه: فرض میکنیم مثلث ABC، قائم‌الزاویه $(\hat{C}=۹۰^\circ)$ باشد، به‌طوری که $\hat{B}=۳۰^\circ$ و $\hat{A}=۲\hat{B}=۶۰^\circ$ ضلع روبه‌رو به زاویه ۳۰° و ۶۰° به ترتیب نصف وتر و $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ وتر هستند. پس اگر $b=۱$ باشد، آن‌گاه $c=۲$ و $a=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times ۲=\sqrt{۳}$ می‌شود حال اگر در گزینه‌ها اعداد را امتحان کنیم فقط تساوی گزینه (۳) برقرار است.

پاسخ سوال ۲۱

$$f(x)=\sqrt{۲x-x^{۲}} \Rightarrow f(۳-x)=\sqrt{۲(۳-x)-(۳-x)^{۲}}=\sqrt{۶-۲x-(۹+x^{۲}-۶x)}$$
$$=\sqrt{-x^{۲}+۴x-۳}$$

برای یافتن دامنه تابع $f(۳-x)$ باید عبارت زیر رادیکال را بزرگ‌تر مساوی صفر قرار دهیم:

$$-x^{۲}+۴x-۳ \geq \xRightarrow{\text{ریشه‌ها: } x_{۱}=۱, x_{۲}=۳} \Rightarrow D_{f(۳-x)}=[۱,۳]$$

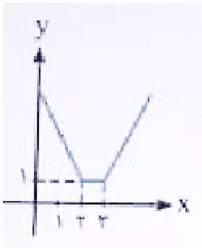
تهیه و تنظیم: سیاوش طیبی
Gmail:
siavash.parsi.۷۳@gmail.com

پاسخ سوال ۲۲

ابتدا تابع را به صورت چند ضابطه‌ای نوشته و با رسم آن می‌یابیم در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است:

$$f(x) = |x-۲| + |x-۳| \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x-۲+x۳ & ;\ x \geq ۳ \\ x-۲-(x-۳) & ; ۲ \leq x < ۳ \\ -(x-۲)-(x-۳) & ; x < ۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲x-۵ & ;\ x \geq \\ ۱ & ;\ ۲ \leq x < ۳ \\ -۲+۵ & ;\ x < ۲ \end{cases}$$



پس مشخص شد که تابع به ازای $x < ۲$ با ضابطه $-۲x + ۵$ اکیداً نزولی می‌باشد. برای به دست آوردن نقاط مشترک با $g(x) = ۲x^۲ - x - ۱۰$، معادله $۲x^۲ - x - ۱۰ = -۲x + ۵$ را با شرط $x < ۲$ حل می‌کنیم:

$$۲x^۲ - x - ۱۰ = -۲x + ۵ \Rightarrow ۲x^۲ + x - ۱۵ = ۰$$

$$\xRightarrow{\Delta = ۱ - ۴(۲)(-۱۵) = ۱۲۱} x = \frac{-۱ \pm \sqrt{۱۲۱}}{۲(۲)} = \frac{-۱ \pm ۱۱}{۴} \Rightarrow x = \frac{۱۰}{۴} = ۲/۵ \text{ یا } x = \frac{-۱۲}{۴} = -۳$$

با توجه به شرط $x < ۲$، تنها جواب $x = -۳$ قابل قبول می‌باشد و گزینه (۱) جواب تست است.

تهیه و تنظیم: سیاوش طیبی
Gmail:
siavash.parsi.۷۳@gmail.com

پاسخ سوال ۲۳

ابتدا ضابطه fog را تشکیل می‌دهیم:

$$fog(x) = f\big(g(x)\big) = f\left(\left(\tfrac{۱}{۴}\right)^x\right) = \frac{(\frac{۱}{۴})^x}{\sqrt{-\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲x} + \left(\frac{۱}{۴}\right)^x + ۲}}$$

ترفند ویژه: می دانیم عبارت زیر رادیکال در مخرج کسر باید مثبت باشد. با توجه به گزینه‌ها داریم:

$x = ۰ \Rightarrow -\left(\frac{۱}{۴}\right)^۰ + \left(\frac{۱}{۴}\right)^۰ + ۲ = -۱ + ۱ + ۲ = +۲ > ۰ \checkmark \Rightarrow ۰ \in D_{fog} \Rightarrow$. گزینه‌های (۲) و (۳) حذف می‌شود

$x = ۱ \Rightarrow -\left(\frac{۱}{۴}\right)^۲ + \left(\frac{۱}{۴}\right)^۱ + ۲ > ۰ \Rightarrow ۱ \in D_{fog} \Rightarrow$. گزینه (۴) حذف میشود

گزینه(۱) صحیح است.

پاسخ سوال ۲۴

نمودار f محور xها را در دو نقطه به طول‌های ۶ و $-\frac{۱}{۴}$ قطع می‌کند. یعنی $f\left(-\frac{۱}{۴}\right) = ۰$ و $f(۶) = ۰$ برای یافتن محل برخورد نمودار تابع fog با محور x ها باید معادله $(fog)(x) = ۰$ را حل کنیم. داریم:

$$(fog)(x) = ۰ \Rightarrow f\big(g(x)\big) = ۰ \xrightarrow{g(x)=x-\sqrt{x}} f\left(x - \sqrt{x}\right) = ۰$$

از مقایسه $f\left(x - \sqrt{x}\right) = ۰$ با $f(۶) = ۰$ و $f\left(-\frac{۱}{۴}\right) = ۰$ در می‌یابیم که باید $x - \sqrt{x} = ۶$ یا $x - \sqrt{x} = -\frac{۱}{۴}$ باشد. حال با توجه به گزینه‌ها، $x = ۴$ در هیچ کدام از معادلات فوق صدق نمی‌کند. پس $x = ۴$ جواب معادله نمی‌باشد، لذا گزینه‌های (۱)، (۳)، (۴) که شامل $x = ۴$ هستند، غلط و بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

پاسخ سوال ۲۵

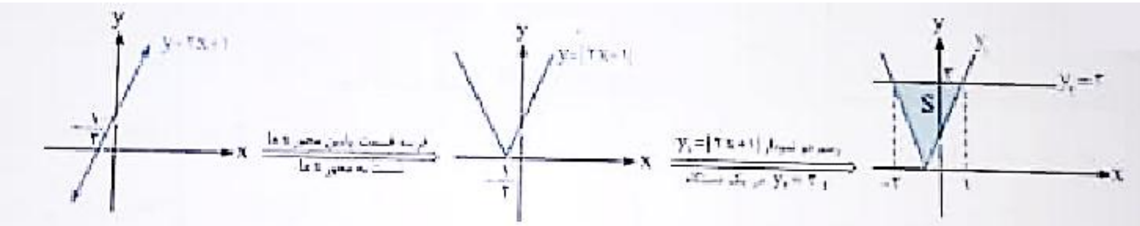
واضح است که ابتدا باید $gof(x)$ را تشکیل دهیم:

$$gof(x) = g\big(f(x)\big) = g(x^{۲} + x) = \sqrt{۴(x^{۲} + x) + ۱} = \sqrt{۴x^{۲} + ۴x + ۱} = \sqrt{(۲x + ۱)^{۲}} = |۲x + ۱|$$

هر جا صحبت از مساحت بین دو ناحیه است، رسم شکل و یافتن نقاط تقاطع حرف اول را می‌زنند:

یافتن نقاط تقاطع: $\begin{cases} y_۱ = |۲x + ۱| \\ \\ y_۲ = ۳ \end{cases} \xrightarrow{y_۱ = y_۲} |۲x + ۱| = ۳ \Rightarrow \begin{cases} ۲x + ۱ = ۳ \Rightarrow x = ۱ \\ ۲x = ۱ = -۳ \Rightarrow x = ۰۲ \end{cases}$

با رسم نمودار $y = |۲x + ۱|$ ابتدا نمودار خط $y = ۲x + ۱$ را رسم کرده و سپس قسمت زیر محور xها را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم:



با توجه به شکل مشخص است که مساحت مثلث $S = \frac{۳ \times ۳}{۲} = ۴/۵$ می‌شود.

تهیه و تنظیم: سیاوش طیبی
Gmail:
siavash.parsi.۷۳@gmail.com

پاسخنامه ۳۰ تست منتخب ریاضی آمادگی آزمون ۱۶ آذر

پاسخ سوال ۲۶

ابتدا جهت فلش دوم را عوض می‌کنیم. با این کار تابعی که روی فلش قرار دارد، معکوس می‌شود.

$$۲a \xrightarrow{g} g(۲a) \xrightarrow{f^{-۱}} ۶$$

$$g(۲a) \xleftarrow{f} ۶$$

حال ۶ وارد تابع f شده که با توجه به زوج مرتب (۶,۳) نتیجه می‌گیریم ۳ از آن خارج شده است. لذا $g(۲a)=۳$ و داریم:

$$g(۲a)=۳ \xRightarrow{g(x)=\frac{x}{x-۱}} \frac{۲a}{۲a-۱}=۳ \Rightarrow ۲a=۳(۲a-۱) \Rightarrow ۲a=۶a-۳ \Rightarrow ۴a=۳ \Rightarrow a=\frac{۳}{۴}$$

پاسخ سوال ۲۸

$$\tan\left(\frac{\pi}{۲}=\frac{\alpha}{۲}\right)=-\cot\frac{\alpha}{۲} \qquad (*)$$

پس باید دنبال نسبت‌های $\frac{\alpha}{۲}$ باشیم، از روابط $\sin\alpha=۲\sin\frac{\alpha}{۲}\cos\frac{\alpha}{۲}$ و $۱+\cos\alpha=۲cos^{۲}\frac{\alpha}{۲}$، داریم:

$$\frac{\sin\alpha}{۱+\cos\alpha}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{۲\sin\frac{\alpha}{۲}\cos\frac{\alpha}{۲}}{۲cos^{۲}\frac{\alpha}{۲}}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{\sin\frac{\alpha}{۲}}{\cos\frac{\alpha}{۲}}=\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \tan\frac{\alpha}{۲}=\frac{۱}{۲} \xRightarrow{\cot\frac{\alpha}{۲}=\frac{۱}{\tan\frac{\alpha}{۲}}} \cot\frac{\alpha}{۲}=۲ \xRightarrow{\text{جایگذاری در رابطه}(*)} -\cot\frac{\alpha}{۲}=-۲$$

تهیه و تنظیم: سیاوش طیبی
Gmail:
siavash.parsi.۷۳@gmail.com

پاسخ سوال ۲۹

$$۲sin^{۲}x+۳\cos x=۰\Rightarrow ۲(۱-cos^{۲}x)+۳\cos x=۰\Rightarrow ۲-۲cos^{۲}x+۳\cos x=۰$$

$$\xrightarrow{x(-۱)} ۲cos^{۲}x+۳\cos x-۲=۰\Rightarrow \cos x=\frac{۳\pm\sqrt{۲۵}}{۲(۲)}=\frac{۳\pm ۵}{۴}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\cos x=\dfrac{۳+۵}{۴}=۲\ \text{غق}\\ \cos x=\dfrac{۳-۵}{۴}=-\dfrac{۱}{۲}\Rightarrow \cos x=\cos\dfrac{۲\pi}{۳}\Rightarrow x=۲k\pi\pm\dfrac{۲\pi}{۳}\end{cases}$$

پاسخ سوال ۳۰

$$\sin ۴x=sin^{۴}x-cos^{۴}x$$

$$\Rightarrow ۲\sin ۲x\cos ۲x=\overbrace{(sin^{۲}x-cos^{۲}x)}^{-\cos ۲x}(sin^{۲}x+cos^{۲}x)$$

$$\Rightarrow ۲\sin ۲x\cos ۲x=-\cos ۲x$$

$$\Rightarrow ۲\sin ۲x\cos ۲x+\cos ۲x=۰\Rightarrow \cos ۲x(۲\sin ۲x+۱)=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\cos ۲x=۰\Rightarrow ۲x=k\pi+\dfrac{\pi}{۲}\Rightarrow x=\dfrac{k\pi}{۲}+\dfrac{\pi}{۴}\xrightarrow{x\in[۰,\pi]}x=\dfrac{\pi}{۴},\dfrac{۳\pi}{۴}\\ \sin ۲x=\dfrac{-۱}{۲}=\sin\left(-\dfrac{\pi}{۶}\right)=\begin{cases}۲x=۲k\pi-\dfrac{\pi}{۶}\Rightarrow x=k\pi-\dfrac{\pi}{۱۲}\xrightarrow{x\in[۰,\pi]}x=\dfrac{۱۱\pi}{۱۲}\\ ۲x=۲k\pi+\pi-(\dfrac{-\pi}{۶})\Rightarrow x=k\pi+\dfrac{۷\pi}{۱۲}\xrightarrow{x\in[۰,\pi]}x=\dfrac{۷\pi}{۱۲}\end{cases}\end{cases}$$

بنابراین مجموع جواب‌ها برابر با $\frac{۵\pi}{۲}$ خواهد بود:

$$\frac{\pi}{۴}+\frac{۳\pi}{۴}=\frac{۱۱\pi}{۱۲}+\frac{۷\pi}{۱۲}=\frac{۳\pi+۹\pi+۱۱\pi+۷\pi}{۱۲}=\frac{۳۰\pi}{۱۲}=\frac{۵\pi}{۲}$$

تهیه و تنظیم: سیاوش طیبی
Gmail:
siavash.parsi.۷۳@gmail.com