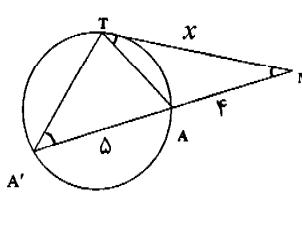
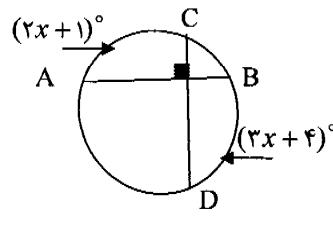


با سمه تعالی

ساعت شروع: ۳۰:۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۱۰ / ۲۵	سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۰	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	ابتدا مکان هندسی را تعریف کنید سپس مکان هندسی نقطه‌ای از صفحه را پیدا کنید که از یک خط داده شده d به فاصله $\frac{1}{2}$ پاشد.	۱/۲۵
۲	قضیه: ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع تابرا بر باشند. آنگاه زاویه‌ی مقابل به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه‌ی مقابل به ضلع کوچکتر.	۱/۲۵
۳	از تقاطع نیمساز‌های زاویه‌های داخلی یک مستطیل، یک مرربع پدید می‌آید. رابطه‌ی بین طول ضلع این مرربع و اضلاع مستطیل را به دست آورید.	۰/۷۵
۴	ثابت کنید در هر مثلث، هر میانه از نصف مجموع دو ضلع مجاور آن کوچکتر است.	۱
۵	با استفاده از خط کش و پرگار خطی موازی یک خط از یک نقطه‌ی خارج آن خط رسم کنید. (مراحل رسم را توضیح دهید).	۰/۷۵
۶	قضیه: ثابت کنید در یک دایره از دو وتر نا برابر، آن که بزرگتر است، به مرکز دایره نزدیکتر است، و عکس.	۱/۵
۷	وضعیت دو دایره نسبت به هم را در حالت‌های زیر تعیین کنید. الف) $d = 1$ ، $R' = \sqrt{2} - 1$ ، $R = 1 + \sqrt{2}$ ب) $d = \frac{5}{6}$ ، $R' = \frac{1}{2}$ ، $R = \frac{1}{3}$	۰/۵
۸	با استفاده از تعریف زاویه‌ی محاطی، نشان دهید مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° است.	۰/۷۵
۹	عکس قضیه (رابطه طولی در دایره): ثابت کنید اگر دو پاره خط AA' و BB' در نقطه M یکدیگر را طوری قطع کنند که $MA \times MA' = MB \times MB'$ آنگاه چهار نقطه A ، B ، A' و B' روی یک دایره اند.	۱/۲۵
۱۰	مقدار x را در هر یک از شکل‌های زیر بدست آورید. الف)  (ب) 	۱
	«ادامه در صفحه‌ی دوم»	

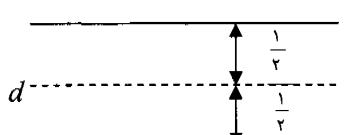
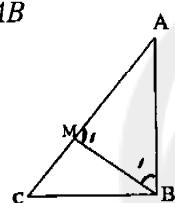
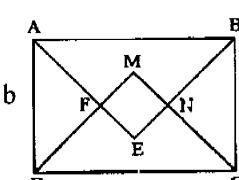
با سمه تعالی

ساعت شروع: ۳۰ : ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۱۰ / ۲۵	سال سوم آموزش متوسطه		
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۰		

ردیف	سوالات	نمره
۱۱	نقاط $(0, 0)$ و $P = (6, -2)$ و $Q = (7, 1)$ رأس های یک مثلث هستند. الف) نمودار مثلث OPQ و تصویرش تحت تبدیل $R(x, y) = (-y, x)$ را رسم کنید. ب) طول و شیب ضلع PQ از مثلث تصویر را به دست آورید و با هم مقایسه کنید.	۱/۷۵
۱۲	سه مورد از ویژگیهای تجانس را بنویسید.	۰/۷۵
۱۳	خط $6 - 2x - 3y = 0$ و تصویرش را تحت انتقال $T(x, y) = (x + 4, y - 2)$ رسم کنید. سپس معادلهٔ خط تصویر را به دست آورید.	۱/۵
۱۴	در شکل روی برو PR عمود منصف QS است. با استفاده از ویژگی های تبدیل بازتاب ثابت کنید: $S\hat{P}R = Q\hat{P}R$	۱
۱۵	جاهاي خالي را به طور مناسب پرکنيد. الف) از هر نقطه مانند A در فضا خط می گذرد که با صفحه ای مانند P موازی باشد. ب) اگر دو خط غیر موازی در دو صفحهٔ متمایزو موازی قرار داشته باشند آنگاه با هم هستند. ب) صفحه ای که در وسط یک پاره خط برآن عمود باشد، صفحهٔ آن پاره خط، می نامیم.	۰/۷۵
۱۶	ثابت کنید اگر خطی با دو صفحهٔ متقاطع، موازی باشد. آنگاه، با فصل مشترک آن ها موازی است.	۱
۱۷	روشن رسم هریک از موارد زیر را توضیح دهید. الف) از نقطهٔ A روی خط L ، صفحه ای بر خط L عمود کنید. ب) از نقطهٔ A خطی رسم کنید که بر صفحهٔ P عمود باشد.	۲
۱۸	ثابت کنید اگر خط L بر صفحهٔ P عمود باشد، آنگاه هر خطی که بر خط L عمود باشد با صفحهٔ P موازی است.	۱/۲۵
	جمع نمره	۲۰
	«موفق باشید»	

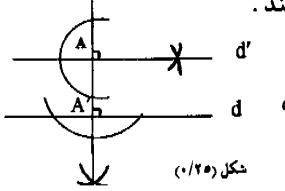
با سمه تعالی

ساعت شروع: ۳۰ : ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۱۰ / ۲۵	سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پژوهش آزاد سراسرکشور در دی ماه سال ۱۳۹۰ http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در دی ماه سال ۱۳۹۰	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	<p>مکان هندسی، مجموعه‌ی همه‌ی نقطه‌های صفحه با فضای است که دارای ویژگی مشترکی هستند. یعنی هر نقطه در این مجموعه دارای این ویژگی است و هر نقطه که آن ویژگی را دارد عضوی مجموعه می‌باشد. (۰/۵)</p>  <p>مکان هندسی مطلوب دو خط راست به موازات خط d و به فاصله $\frac{1}{2}$ از آن می‌باشد. (۰/۲۵) (رسم شکل (۰/۵))</p>	۱/۲۵
۲	<p>برهان: در مثلث ABC چون AC از AB بزرگ تر است، روی AC به اندازه AB جدا می‌کنیم و آن را AM می‌نامیم. (۰/۲۵)</p> <p>حال در مثلث MAB داریم:</p> <p>فرض: $AC > AB$</p> <p>حکم: $\hat{B} > \hat{C}$</p>  <p style="text-align: center;"> $\left. \begin{array}{l} AB = AM \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{M}_1 \\ BMC \text{ زاویه‌ی خارجی مثلث } \hat{M}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B}_1 > \hat{C} \quad (۰/۲۵)$ </p> <p>از طرفی نقطه‌ی M بین A و C واقع است، بنابراین BM نیم خطی داخل زاویه‌ی \hat{B} است و در نتیجه زاویه‌ی \hat{B}_1 جزیی از زاویه‌ی \hat{B} است یعنی (۰/۲۵) $\hat{B} > \hat{B}_1$</p> <p>حال با مقایسه رابطه‌ی (۱) و (۲) داریم $(۰/۲۵) \hat{B} > \hat{B}_1 > \hat{C} \Rightarrow \hat{B} > \hat{C}$ و حکم ثابت می‌شود.</p>	۱/۲۵
۳	<p>مثلث‌های AFD و DMC قائم الزاویه‌ی متساوی الساقین هستند. داریم:</p>  <p style="text-align: center;"> $\left. \begin{array}{l} DF^2 = \frac{b^2}{2} \Rightarrow DF = \frac{b}{\sqrt{2}} \quad (۰/۲۵) \\ DM^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow DM = \frac{a}{\sqrt{2}} \quad (۰/۲۵) \end{array} \right\} \Rightarrow FM = DM - DF = \frac{a-b}{\sqrt{2}} \quad (۰/۲۵)$ </p> <p>«ادامه در صفحه‌ی دوم»</p>	۰/۷۵

با سمه تعالی

ساعت شروع: ۳۰ : ۱۰ : صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۴۹۰ / ۱۰ / ۲۵		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پژوهش http://aee.medu.ir		دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در دی ماه سال ۱۴۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۴	<p>میانه AM را از طرف M به اندازه AM امتداد می دهیم تا نقطه A' به دست آید و از A' به B وصل می کنیم ($0/25$)</p> <p style="text-align: center;">$\left. \begin{array}{l} AM = A'M \\ BM = CM \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{خ} \text{ } \text{z} \text{ } \text{خ}} \triangle AMC \cong \triangle A'MB \Rightarrow AC = BA' \quad (1) \quad (0/25)$</p> <p style="text-align: center;">$\triangle ABA': AA' < AB + BA' \xrightarrow{(1)} 2AM < AB + AC \Rightarrow AM < \frac{AB + AC}{2}$</p>	۱
۵	<p>مساله راحل شده فرض می کنیم. می دانیم که دو خط عمود بر یک خط با هم موازیند.</p> <p>ابتدا از نقطه A بر خط d عمودی رسم می کنیم ($0/25$) تا آن را در نقطه A' قطع کند. سپس از نقطه A خطی عمود بر AA' رسم می کنیم و آن را d' می نامیم. ($0/25$) خط d' همان خط مطلوب است.</p> 	۰/۷۵
۶	<p>برهان: از مرکز دایره عمودهای OH' و OH را به وترهای $A'B' = l'$ و $AB = l$ وارد می کنیم. می دانیم شعاع عمود بر یک وتر آن وتر را نصف می کند ($0/25$)</p> <p style="text-align: center;">$(OH' = d', OH = d)$</p> <p style="text-align: center;">$\triangle OHB: OB^2 = OH^2 + HB^2 \Rightarrow R^2 = d^2 + \frac{l^2}{4} \quad (0/25)$</p> <p style="text-align: center;">$\triangle OH'A': OA'^2 = OH'^2 + H'A'^2 \Rightarrow R'^2 = d'^2 + \frac{l'^2}{4}$</p> <p style="text-align: center;">$l > l' \Leftrightarrow l^2 > l'^2 \Leftrightarrow R^2 - \frac{l^2}{4} < R'^2 - \frac{l'^2}{4} \quad (0/25) \Leftrightarrow d^2 < d'^2 \Leftrightarrow d < d' \quad (0/25)$</p> <p>(در صورتی که اثبات یک طرفه نوشته شده باشد، $(0/25)$ کسر شود.)</p> <p>«دادمه در صفحه ی سوم»</p>	۱/۵

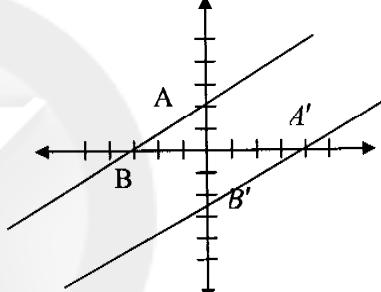
با سمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	ساعت شروع: ۳:۰۰ : ۱۰ صبح
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰ / ۱۰ / ۲۵	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشیور در دی ماه سال ۱۴۰۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	الف) متداخل (۰/۲۵) ب) مماس بروون (۰/۲۵)	۰/۵
۸	$\hat{C} = \frac{1}{2}\widehat{AB}$ و $\hat{A} = \frac{1}{2}\widehat{BC}$ و $\hat{B} = \frac{1}{2}\widehat{AC}$ (۰/۲۵) $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \frac{1}{2}(\widehat{AC} + \widehat{AB} + \widehat{BC}) \quad (۰/۲۵)$ $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \frac{1}{2}(360^\circ) = 180^\circ \quad (۰/۲۵)$	۰/۷۵
۹	بر سه نقطه A و B ، و A' و B' یک دایره می‌گذاریم (۰/۲۵) (دایره C) اگر این دایره از نقطه B' بگذرد، حکم ثابت است (۰/۰). اما اگر این دایره از B'' تگذرد، خط MB را در نقطه B'' دیگری مانند B' قطع خواهد کرد. در این صورت خواهیم داشت: $MA \cdot MA' = MB \cdot MB''$ (۰/۲۵) از مقایسه این رابطه با فرض قضیه، نتیجه می‌شود $MB' = MB''$ (۰/۰) و این نشان میدهد که B' منطبق است (۰/۰) یعنی دایره ای که بر سه نقطه A و A' و B ، و B' گذشته است، از نقطه B' نیز می‌گذرد. پس چهار نقطه A ، A' ، B ، و B' روی یک دایره واقع هستند.	۱/۲۵
۱۰	الف) $\frac{2x+1+3x+4}{2} = 90^\circ \quad (۰/۲۵) \rightarrow 5x+5=180 \Rightarrow x=35^\circ \quad (۰/۲۵)$ ب) $x^2 = 4 \times 9 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x=6 \quad (۰/۲۵)$	۱
۱۱	$R(x, y) = (-y, x)$ $O(0,0) \rightarrow O'(0,0)$ $P(6,-2) \rightarrow P'(2,6) \quad (۰/۲۵)$ $Q(7,1) \rightarrow Q'(-1,7) \quad (۰/۰)$ $ PQ = \sqrt{(7-6)^2 + (1+2)^2} = \sqrt{10} \quad (۰/۲۵)$ $ P'Q' = \sqrt{(-1-2)^2 + (7-6)^2} = \sqrt{10} \quad (۰/۰)$ $m_{PQ} = \frac{1+2}{7-6} = 3, m_{P'Q'} = \frac{7-6}{-1-2} = -\frac{1}{3} \quad (۰/۰)$ شیب خط ها ثابت نمی‌مانند (۰/۰) تحت این دوران طول پاره خط ها ثابت ماند. ادامه در صفحه چهارم «	۱/۷۵

با سمه تعالی

ساعت شروع: ۳۰ : ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۱۰ / ۲۵	سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پژوهش دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۰ http://aee.edu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۰	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	<p>سه مورد از ویژگی های زیر بیان شود: (هر مورد ۰/۲۵)</p> <ol style="list-style-type: none"> تجانس شب خط را حفظ می کند. تحت تجانس، مرکز تجانس ثابت می ماند. تجانس طول را حفظ نمی کند. (مگر در حالتی که $K = 1$) تجانس طول را با ضریب K و مساحت را با ضریب K^2 تغییر می دهد. خط هایی که نقطه های نظیر را به هم وصل می کنند، در مرکز تجانس هم رساند. 	۰/۷۵
۱۳	$T(x, y) = (x + 4, y - 2)$; $3y - 2x = 6$ $A = (0, 2) \xrightarrow{T} A'(4, 0)$ (۰/۲۵) $B = (-3, 0) \xrightarrow{T} B'(1, -2)$ (۰/۲۵) $m' = \frac{-2 - 0}{1 - 4} = \frac{2}{3}$ (۰/۲۵) $y - 0 = \frac{2}{3}(x - 4)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 3y - 2x + 8 = 0$  <p>(رسم شکل (۰/۵))</p>	۱/۵
۱۴	<p>را به عنوان محور تقارن در نظر می گیریم. (۰/۲۵) تحت بازتاب نسبت به خط PR داریم :</p> <p>$S \rightarrow Q$ $P \rightarrow P$ $R \rightarrow R$</p> $\left. \begin{array}{l} S \rightarrow Q \\ P \rightarrow P \\ R \rightarrow R \end{array} \right\} \xrightarrow{(۰/۲۵)} S\hat{P}R \rightarrow Q\hat{P}R \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow S\hat{P}R = Q\hat{P}R \quad (۰/۲۵)$	۱
۱۵	<p>الف) بی شمار (۰/۲۵)</p> <p>ب) متناظر (۰/۲۵)</p> <p>پ) عمود منصف (۰/۲۵)</p>	۰/۷۵
۱۶	<p>فرض می کنیم خط L' موازی دو صفحه P, P' باشد. از یک نقطه H فصل مشترک مانند A خط L' را موازی L رسم می کنیم. (۰/۲۵) چون خط L با صفحه P موازی است، خط L' به تمامی در صفحه P قرار دارد. (۰/۲۵) با استدلالی مشابه خط L' به تمامی در صفحه P' قرار دارد. (۰/۲۵) پس L' همان فصل مشترک دو صفحه P, P' است که با خط L موازی است. (۰/۲۵) «ادامه در صفحه P' پنجم»</p>	۱

با سمه تعالی

ساعت شروع: ۳۰ : ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۴۰ / ۱۰ / ۲۵	سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پژوهش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۴۰	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۷	<p>الف) می توانیم از خط L بی شمار صفحه بگذرانیم. (۰/۲۵) دو صفحه P_1، P_2 می نامیم. از نقطه A در صفحه P_1 خط L_1 را عمود بر L رسم می کنیم. (۰/۲۵) به طور مشابه، از نقطه A در صفحه P_2 خط L_2 را عمود بر L رسم می کنیم. (۰/۲۵) خط های L_1 و L_2 متقاطع اند. خط L بر هر دوی آنها عمود است. طبق قضیه اساسی تعامد، خط L بر صفحه گذرنده از L_1 و L_2 نیز عمود است. (۰/۲۵) این صفحه همان صفحه مطلوب است.</p>	۲
۱۸	<p>ب) دو خط غیر موازی L_1 و L_2 را در صفحه P در نظر می گیریم. (۰/۲۵) از نقطه A صفحه P را عمود بر L_1 (۰/۲۵) و صفحه P را عمود بر L_2 (۰/۲۵) رسم می کنیم. این دو صفحه متقاطع اند: فصل مشترک آنها را L می نامیم. طبق قضیه اساسی تعامد، L بر صفحه P عمود است (۰/۲۵) و L همان خط مطلوب است.</p>	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره «موفق باشید»	

مصطفیین محترم: لطفاً به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منتظر شود.