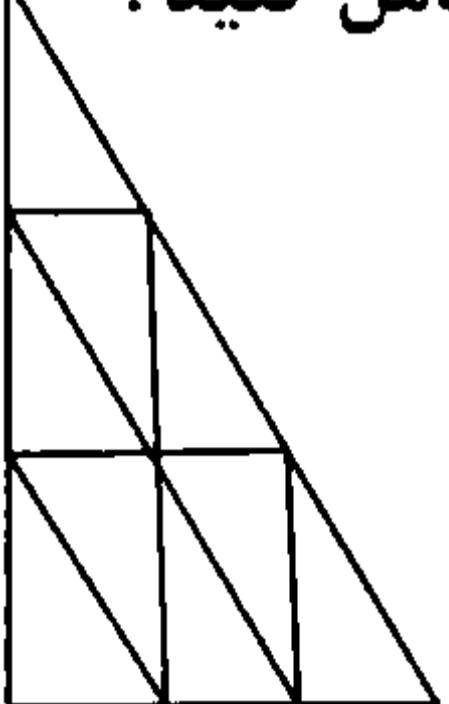
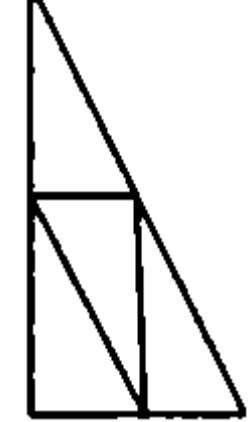
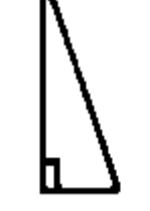
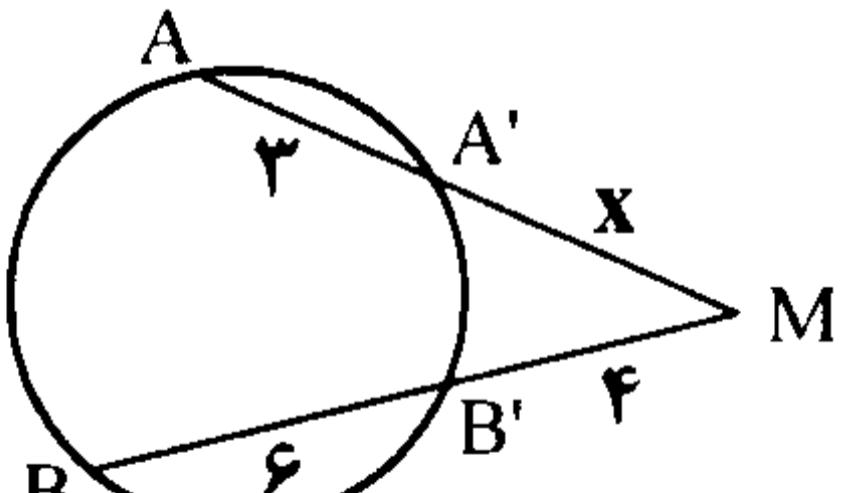


باسم‌هه تعالی

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۹۴/۱۰/۲۴	سال سوم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴ <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلا مانع است.

۱	متلهای شکل‌های ۱، ۲، ۳ باهم متشابه و متلهای کوچک همه باهم همنهشت هستند. رسم متلهای متشابه را تا چهارمین شکل ادامه دهید. سپس با توجه به شکل‌ها و با استفاده از استدلال استقرایی جدول زیر را کامل کنید.	۰/۷۵
	  	
۲	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید اگر از یک نقطه اختیاری روی قاعده یک مثلث متساوی الساقین دو خط به موازات دو ساق رسم کنیم تا آنها را قطع کند، آنگاه مجموع طول پاره خط‌های ایجاد شده برابر طول ساق مثلث خواهد بود.	۱/۲۵
۳	قضیه: با استفاده از برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع رو به رو به زاویه بزرگتر، بزرگتر از ضلع رو به رو به زاویه کوچکتر است.	۱
۴	قضیه: ثابت کنید سه نیمساز زاویه‌های داخلی هر مثلث همسنند.	۱
۵	مثلث ABC را با معلوم بودن اندازه‌های: $BC = a$ ، میانه‌های $BB' = m_b$ و $CC' = m_c$ ، رسم کنید.	۱
۶	عبارت‌های زیر را تعریف کنید: الف) چند ضلعی محیطی ب) خط عمود بر صفحه	۱
۷	قضیه: ثابت کنید در یک دایره، ازدو وتر نابرابر، آن که بزرگتر است، به مرکز دایره نزدیکتر است، و عکس.	۱/۵
۸	در شکل زیر مقدار x را محاسبه کنید.	۱
		
۹	قضیه: ثابت کنید اندازه زاویه‌ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می‌شود، برابر نصف مجموع اندازه دو کمانی از دایره است که به ضلع‌ها و امتداد ضلع‌های آن زاویه محدودند.	۱
	«ادامه پرسش‌ها در صفحه دوم»	

باسمہ تعالیٰ

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۹۴/۱۰/۲۴	سال سوم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴ <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱۰	دو دایره به شعاع ۱ و ۴ سانتی متر، مماس بروان هستند. مقدار $x$ را چنان بیابید که اندازه مماس مشترک خارجی آنها برابر $3x + 1$ باشد.	۱
۱۱	تبديل تصویر قائم نیم دایرة داده شده روی محور $X$ ها را در نظر بگیرید. الف) تصویر $(1, 0)$ و $(-1, 0)$ چیست? ب) $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ تصویر چه نقطه ای است?	۱/۲۵
۱۲	نقاط $A(-2, 1)$ , $B(2, -3)$ و $C(4, -2)$ رأس های یک مثلث هستند. الف) مثلث $ABC$ و تصویرش را تحت تجانس $D(x, y) = \left(\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y\right)$ رسم کنید. ب) نسبت مساحت تصویر مثلث $ABC$ را به مساحت مثلث $ABC$ بنویسید. ج) این تجانس انقباض است یا انبساط?	۱/۷۵
۱۳	معادله تصویر خط $6x + 2y = 2$ : تحت دوران $R(x, y) = (-y, x)$ را به دست آورید.	۱
۱۴	قضیه: با استفاده از ویژگیهای تبدیل انتقال، ثابت کنید اگر خط موربی دو خط موازی را قطع کند، زاویه های نظیر برابر خواهند بود.	۱
۱۵	عبارت های زیر را با کلمات مناسب پر کنید: الف) در هر صفحه حد اقل ..... نقطه وجود دارد که بر یک خط قرار ندارند. ب) از هر دو نقطه متمایز در فضا ..... صفحه می گذرد. ج) اگر دو خط متقاطع از صفحه ای با دو خط متقاطع از صفحه دیگری دو به دو موازی باشند، آن دو صفحه ..... هستند. د) اگر دو صفحه $P$ و $P'$ بر هم عمود باشند، هر خط عمود بر صفحه $P$ با صفحه $P'$ ..... است.	۱
۱۶	اگر سه خط $L_1$ , $L_2$ , $L_3$ دو به دو متقاطع باشند، ثابت کنید این سه خط در یک صفحه قرار دارند و یا هم رساند.	۱/۲۵
۱۷	ثابت کنید، اگر دو صفحه با صفحه سومی موازی باشند، خودشان با هم موازیند.	۱
۱۸	اگر $L$ و $L'$ دو خط متناfur باشند، از هر نقطه $A$ یک و تنها یک خط می گذرد که بر $L$ و $L'$ عمود است.	۱/۲۵
	موفق باشید	جمع نمره
		۲

باسمہ تعالیٰ

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۲۴
دانشآموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴	مرکز سنجش آموزش و پژوهش

## ردیف نمره راهنمای تصحیح

۰/۷۵		رسم شکل (۰/۲۵)	<table border="1"><tr><td>n</td><td>.....</td><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td><td>شماره شکل</td></tr><tr><td><math>n^2</math></td><td>.....</td><td>۱۶</td><td>۹</td><td>۴</td><td>۱</td><td>تعداد مثلث های کوچک</td></tr></table>	n	.....	۴	۳	۲	۱	شماره شکل	$n^2$	.....	۱۶	۹	۴	۱	تعداد مثلث های کوچک	(۰/۲۵)	(۰/۲۵)	۱ ص ۲
n	.....	۴	۳	۲	۱	شماره شکل														
$n^2$	.....	۱۶	۹	۴	۱	تعداد مثلث های کوچک														

١٢٥

$ND \parallel AC, BC$  مورب  $\Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C}(\cdot / 25)$

$, \hat{B} = \hat{C}(\Delta)$  متساوي الساقين  $\Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{B} \Rightarrow \triangle BND \Rightarrow BN = DN(\cdot / 5)$

$ANDM(\text{متوازي الاضلاع}) \Rightarrow AN = DM(\cdot / 25)$

$\Rightarrow DN + DM = AN + BN(\cdot / 25) \Rightarrow DN + DM = AB$

٢١

الف) فرض:  $\hat{A} > \hat{B}$  حکم:  $BC > AC$

برهان خلف: فرض می کنیم  $AC \geq BC$  دو حالت زیر را در نظر می گیریم:

- (۱) در این حالت مثلث متساوی الساقین است. پس  $\hat{A} = \hat{B}$  که این خلاف فرض است. (۰/۵)
- (۲) در این حالت  $\hat{A} < \hat{B}$  که این نیز خلاف فرض است. (۰/۵)

پس فرض خلف باطل است و حکم درست می باشد. ص ۲۴

۴

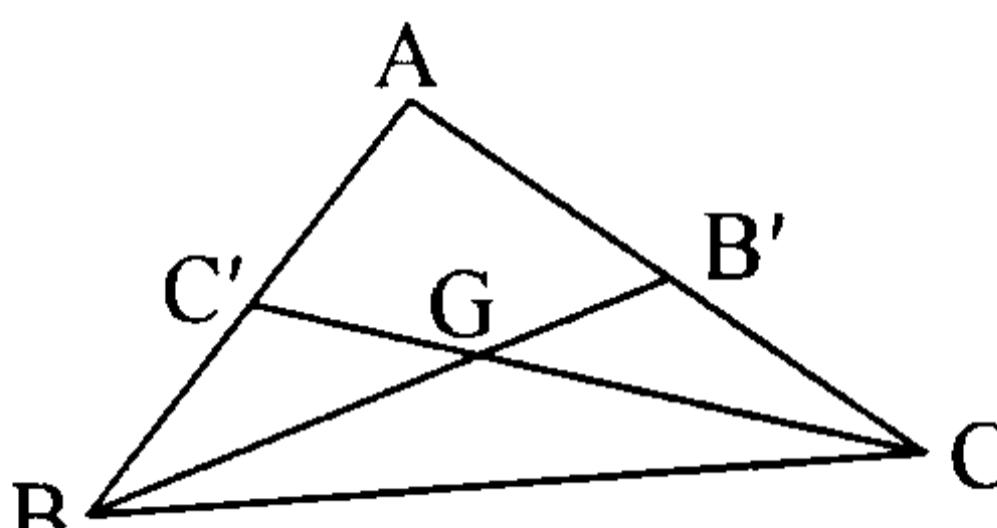
در مثلث  $ABC$  نیمسازهای زاویه های  $B$  و  $C$  رارسم می کنیم تا یکدیگر را در  $M$  قطع کنند. از  $M$  بر ضلع های  $BC$ ,  $AC$ ,  $AB$  عمود می کنیم (۰/۲۵) تا به ترتیب آنها را در نقاط  $H$ ,  $K$ ,  $L$  قطع نمایند.

براین نقطه  $M$  روی نیمساز  $\hat{A}$  نیز قرار دارد. (۰/۲۵) یعنی  $M$  نقطه همرسی هر سه نیمساز است. ص ۳۵

**ادامه در صفحه دوم»**

## با سمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۲۴	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۵	<p>اگر <math>G</math> محل تلاقی میانه های مثلث <math>ABC</math> آنگاه مثلث <math>GBC</math> با معلوم بودن سه ضلع قابل رسم است. زیرا:</p>  <p>(۰/۲۵) <math>BC = a</math>, <math>GC = \frac{2}{3}m_c</math>, <math>GB = \frac{2}{3}m_b</math></p> <p>را به اندازه نصف خودش امتداد می دهیم تا به نقطه <math>B'</math> برسیم. (۰/۲۵)</p> <p>سپس از <math>C</math> به <math>B'</math> وصل کرده به اندازه خودش امتداد می دهیم تا به نقطه <math>A'</math> برسیم. (۰/۲۵)</p> <p>مثلث <math>A'BC'</math> مورد نظر است. ص ۴۲</p> <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>	۱
۶	<p>الف) هر گاه همه ضلعهای یک چندضلعی بر یک دایره مماس باشند، چندضلعی را محیطی می نامند. (۰/۵) ص ۵۲</p> <p>ب) خط <math>L</math> بر صفحه <math>P</math> عمود است، هرگاه صفحه <math>P</math> را قطع کند و بر هر خط صفحه <math>P</math> که از نقطه تقاطع می گذرد، عمود باشد. (۰/۵) ص ۱۴۹</p>	۱
۷	<p>برهان: از مرکز دایره عمودهای <math>OH</math> و <math>O'H'</math> را به وترهای <math>l</math> و <math>l'</math> وارد می کنیم.</p> <p>می دانیم شعاع عمود بریک وتر آن وتر را نصف می کند (۰/۲۵)</p> <p><math>(OH' = d', OH = d)</math></p> <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p> <p><math>\triangle OHB: OB^2 = OH^2 + HB^2 \Rightarrow R^2 = d^2 + \frac{l^2}{4}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>\triangle O'H'A': OA'^2 = OH'^2 + H'A'^2 \Rightarrow R'^2 = d'^2 + \frac{l'^2}{4}</math></p> <p><math>l &gt; l' \Leftrightarrow l^2 &gt; l'^2 \Leftrightarrow R^2 - \frac{l^2}{4} &lt; R'^2 - \frac{l'^2}{4}</math> (۰/۵) <math>\Leftrightarrow d^2 &lt; d'^2 \Leftrightarrow d &lt; d'</math> (۰/۲۵)</p> <p>(در صورتی که اثبات یک طرفه نوشته شده باشد، (۰/۲۵) کسر شود.) ص ۵۰</p>	۱/۵
۸	<p><math>x(x+3) = 4 \times 10</math> (۰/۵) <math>\Rightarrow x^2 + 3x - 40 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 &amp; (\text{ق ق}) \\ x = -8 &amp; (\text{غ ق ق}) \end{cases}</math></p> <p>ص ۷۶</p>	۱
	«ادامه در صفحه سوم»	

## باسمہ تعالیٰ

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۲۴	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پژوهش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	<p>وترهای <math>AB'</math> و <math>AA'</math> از دایره <math>C</math> در نقطه <math>M</math> یکدیگر را قطع کرده‌اند. پاره خط <math>AB'</math> را رسم</p> <p><math>\left\{ \begin{array}{l} A\hat{B}'B = \frac{\overset{\Delta}{AB}}{2} \\ A'\hat{A}B' = \frac{\overset{\Delta}{A'B'}}{2} \end{array} \right.</math> می‌کنیم. زاویه‌های <math>A'AB'</math> و <math>AB'B</math> محاطی هستند. (۰/۲۵)</p> <p>(زاویه خارجی مثلث <math>\triangle AMB</math>) <math>A\hat{M}B = A\hat{B}'B + A'\hat{A}B'</math> (۰/۲۵)</p> $\Rightarrow A\hat{M}B = \frac{\overset{\Delta}{AB} + \overset{\Delta}{A'B'}}{2}$ (۰/۲۵) ص ۶۸	۱
۱۰	$R = 4$ $R' = 1 \Rightarrow d = 5$ (۰/۲۵) $TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$ (۰/۲۵) $3x + 1 = \sqrt{5^2 - (4 - 1)^2}$ $3x + 1 = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 1$ (۰/۲۵) ص ۸۲	۱
۱۱	$T(x, y) = (x, 0) \Rightarrow T(0, 1) = (0, 0)$ (۰/۲۵) و $T(-1, 0) = (-1, 0)$ (۰/۲۵) الف) $T(x, y) = (\frac{1}{2}, 0) = (x, 0) \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \right.$ ب) غرق (۰/۲۵) ص ۹۰	۱/۲۵
۱۲	$D(x, y) = (\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y)$ الف) $A(2, 3) \rightarrow A'(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ $B(-2, 1) \rightarrow B'(-1, \frac{1}{2})$ $C(4, -2) \rightarrow C'(2, -1)$ (۰/۷۵) $\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{1}{4}$ (۰/۲۵) ج) این تجانس انقباض است. (۰/۲۵)  رسم شکل (۰/۵) ص ۱۱۶	۱/۷۵
	«ادامه در صفحه چهارم»	

## با سمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴ / ۱۰ / ۲۴	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پژوهش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	$L: 2x + y = 6 \quad R(x, y) = (-y, x)$ $A(0, 6) \xrightarrow{R} A'(-6, 0) \quad (0/5)$ $B(3, 0) \xrightarrow{R} B'(0, 3) \quad (0/5)$ $m_{A'B'} = \frac{3-0}{0+6} = \frac{1}{2} \quad (0/25) \Rightarrow L': y - 0 = \frac{1}{2}(x + 6) \quad (0/25) \Rightarrow 2y = x + 6$ <span style="float: right;">ص ۱۲۲</span>	۱
۱۴	<p>با توجه به شکل، تحت انتقالی به موازات خط مورب <math>d</math> که خط <math>L_1</math> را بر <math>L_2</math> می نگارد (<math>0/25</math>) خواهیم داشت <math>A' \rightarrow A</math> و <math>B' \rightarrow B</math> و <math>C' \rightarrow C</math> و <math>\hat{ABC} = \hat{A'B'C'} \rightarrow A\hat{B}C \rightarrow A'\hat{B}'C'</math> (<math>0/25</math>)          بنابراین <math>\hat{ABC}</math> (<math>0/25</math>)          یعنی زاویه های متناظر برابرند (<math>0/25</math>) ص ۱۲۴</p>	۱
۱۵	<p>الف) سه (۰/۲۵) ص ۱۳۱          ب) بی شمار (۰/۲۵) ص ۱۳۲          ج) موازی (۰/۲۵) ص ۱۴۳</p>	۱
۱۶	<p>از دو خط <math>L_1</math> و <math>L_2</math> صفحه <math>P</math> را می گذرانیم (<math>0/25</math>) اگر <math>L_3</math> در صفحه <math>P</math> باشد، حکم برقرار است (<math>0/25</math>)          درصورتی که <math>L_3</math> در صفحه <math>P</math> نباشد. چون <math>L_3</math> با <math>L_1</math> و <math>L_2</math> متقاطع است. پس صفحه <math>P</math> را در نقطه مشترک <math>L_1</math> و <math>L_2</math> قطع می کند. (<math>0/25</math>) زیرا در غیر این صورت باید صفحه را در دو نقطه متمایز قطع کند.          یعنی <math>L_3</math> به تمامی در صفحه <math>P</math> قرار می گیرد. که این خلاف فرض است. (<math>0/25</math>) ص ۱۳۸</p>	۱/۲۵
۱۷	<p>فرض کنیم دو صفحه <math>P</math> و <math>Q</math> با صفحه <math>R</math> موازی باشند. فرض خلف اگر <math>P</math> با <math>Q</math> موازی نباشد (<math>0/25</math>)          آنگاه <math>P</math> صفحه <math>Q</math> را قطع می کند. از طرفی چون صفحه <math>Q</math> موازی با <math>R</math> است، پس صفحه <math>P</math> صفحه <math>R</math> را نیز قطع می کند. (<math>0/5</math>)          و این خلاف فرض است. (<math>0/25</math>) پس <math>P \parallel Q</math>. ص ۱۴۷</p>	۱
۱۸	<p>از نقطه <math>A</math> صفحه <math>P</math> را عمود بر خط <math>L</math> و صفحه <math>Q</math> را عمود بر خط <math>L'</math> رسم می کنیم (<math>0/25</math>).          فصل مشترک صفحه های <math>P</math> و <math>Q</math> یعنی خط <math>\Delta</math> جواب مسئله است. (<math>0/25</math>) زیرا:  <math display="block">\left. \begin{array}{l} L \perp P \Rightarrow L \perp \Delta \\ L' \perp Q \Rightarrow L' \perp \Delta \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta \text{ بر هر دو خط } L \text{ و } L' \text{ عمود است.}</math>          صفحه های <math>P</math> و <math>Q</math> بر هم منطبق نیستند زیرا در غیر این صورت <math>L</math> و <math>L'</math> متنافر نیستند و این خلاف فرض است. (<math>0/25</math>)          خط <math>\Delta</math> منحصر به فرد است زیرا صفحه های <math>P</math> و <math>Q</math> منحصر به فرد هستند. (<math>0/25</math>) ص ۱۵۵</p>	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره	

مصححین محترم: لطفا به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود.