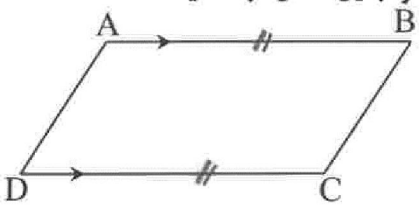
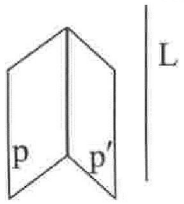
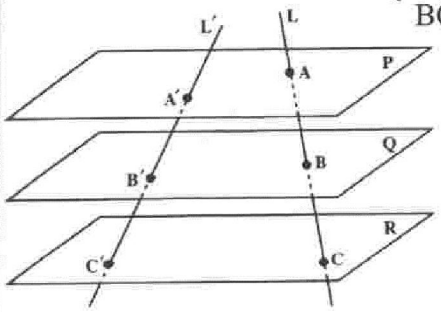
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان :	۱۳۸۹ / ۳ / ۱۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خرداد ماه)** سال **۱۳۸۹**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aec.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	برای رد حدسهای کلی زیر مثال نقض ارائه دهید: الف) اگر دو زاویه مکمل یکدیگر باشند،آنگاه هر دو زاویه قائمه هستند. ب) اگر دو مثلث هم مساحت باشند،آنگاه هم نهشت هستند.	۰/۵
۲	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید اگر از یک نقطه ی اختیاری روی قاعده ی یک مثلث متساوی الساقین دو خط به موازات دو ساق رسم کنیم تا آنها را قطع کنند،آنگاه مجموع طول پاره خطهای ایجاد شده برابر طول ساق مثلث است.	۱
۳	قضیه : ثابت کنید سه نیمساز زاویه های داخلی هر مثلث همرسند.	۱/۲۵
٤	ثابت کنید مجموع فاصله های هر نقطه داخل مثلث از سه رأس،از نصف مجموع سه ضلع مثلث بزرگتر است.	۱/۲۵
۵	از مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ اندازه های AB=c ، AC=b و طول ارتفاع $AH = h_a$ معلوم است مثلث را رسم کنید.(روش رسم را توضیح دهید.)	۱
٦	قضیه : ثابت کنید در یک دایره از دو وتر نابرابر،آن که بزرگتر است،به مرکز دایره نزدیکتر است و بعکس.	۱/۵
۷	شعاعهای دو دایره هم مرکز ۵ و ۳ سانتیمتر هستند، اندازه ی وتری از دایره ی بزرگتر که بر دایره کوچکتر مماس است را محاسبه کنید.	۱
۸	کمان درخور زاویه ی $\alpha = ۶۰^\circ$ روبرو به پاره خط AB (به طول a) بخشی از دایره ای است با شعاع $R = ۲\sqrt{۳}$، مقدار a و فاصله مرکز دایره از وتر AB را بیابید.	۱/۲۵
۹	قضیه :ثابت کنید اندازه ی زاویه ای که از برخورد امتداد دو وتر از یک دایره پدید می آید ،برابر قدر مطلق نصف تفاضل اندازه ی کمانهایی از آن دایره است که به ضلعهای آن زاویه محدودند.	۱
۱۰	تبدیل تجانس به مرکز O و به نسبت k را تعریف کرده ویک مورد از ویژگیهای آن را بنویسید.	۰/۷۵
۱۱	نقاط $A(۵,۳)$ و $B(۳,-۱)$ و $C(۵,-۱)$ رأسهای یک مثلث هستند. الف) مثلث و تصویرش را تحت تبدیل $T(x,y)=(-y,x)$ رسم کنید. ب) نوع تبدیل را مشخص کنید و با توجه به آن تعیین کنید آیا این تبدیل ایزومتری است یا خیر؟	۱/۷۵
	«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم»	

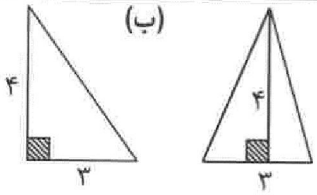
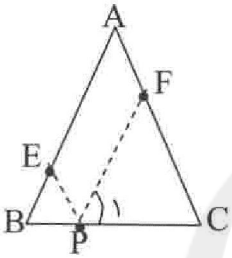
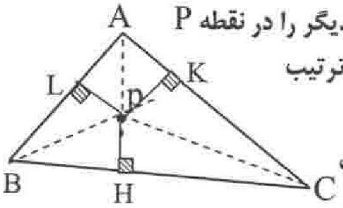
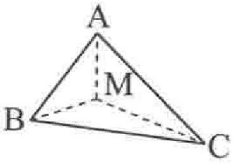
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان :	۱۳۸۹ / ۳ / ۱۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خرداد ماه)** سال **۱۳۸۹**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۲	تحت یک بازتاب، تصویر خط $L: x+y-3=0$ خط $L': x+y+3=0$ است، معادله ی محور تقارن را تعیین کنید.	۱
۱۳	در چهار ضلعی **ABCD** اگر $AB \parallel DC$ و $AB=DC$ ، با استفاده از تبدیل انتقال ثابت کنید: $AD \parallel BC$ و $AD=BC$. 	۱/۵
۱۴	ثابت کنید اگر خطی با دو صفحه متقاطع ، موازی باشد،آنگاه با فصل مشترک آنها موازی است. 	۱
۱۵	جاهای خالی را بطور مناسب کامل کنید. الف) یک چندضلعی که همه ی رأسهای آن روی یک دایره باشند را ..... گویند. ب) کوتاهترین پاره خط متکی بر دو خط متنافر ، ..... آن دو خط متنافر می باشد.	۰/۵
۱۶	قضیه (تالس در فضا): اگر **P** و **Q** و **R** سه صفحه ی موازی باشند و دو خط **L** و L' این دو صفحه را به ترتیب در نقاط **A** و **B** و **C** و A' و B' و C' قطع کنند،آنگاه: $\frac{AB}{BC}=\frac{A'B'}{B'C'}$. 	۱/۷۵
۱۷	ثابت کنید اگر دو صفحه با صفحه ی سومی موازی باشند،خودشان با هم موازیند.	۱
۱۸	اگرخط **L** بر صفحه **P** عمود باشد، ثابت کنید هر خط که بر خط **L** عمود باشد با صفحه **P** موازی است.	۱
	«موفق باشید» جمع نمره	۲۰

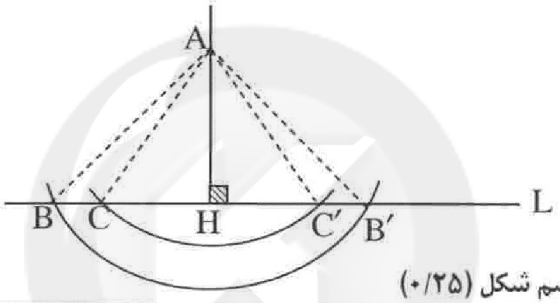
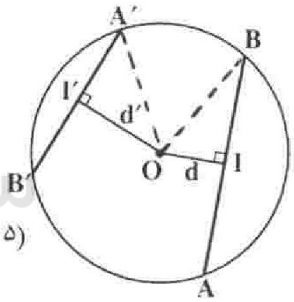
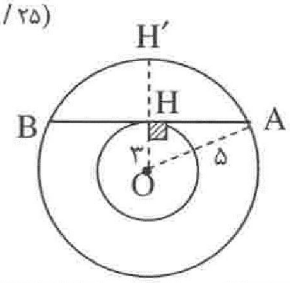
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ /۳ /۱۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خردادماه)** سال **۱۳۸۹**	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	(الف)  (۰/۲۵) (ب)  (۰/۲۵)	۰/۵
۲	نقطه دلخواه P را روی قاعده BC از مثلث متساوی الساقین $\overset{\Delta}{ABC}$ در نظر می گیریم.  $PE \parallel AC$ موربBC $\xrightarrow{(۰/۲۵)} \hat{P}_۱ = B$ و چون $\hat{B} = \hat{C}$ لذا $\hat{P}_۱ = \hat{C}$ (۰/۲۵) یعنی مثلث $\overset{\Delta}{PFC}$ متساوی الساقین است پس $PF = FC$ از طرفی چهارضلعی AEPF متوازی الاضلاع است. (۰/۲۵) پس $PE = AF$ پس داریم $PE + PF = AF + FC = AC$ (۰/۲۵)	۱
۳	در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ نیمسازهای داخلی زاویه‌های $\hat{B}$, $\hat{C}$ را رسم می کنیم تا یکدیگر را در نقطه P قطع کنند. از P بر ضلع های AB ، AC و BC عمود می کنیم(۰/۲۵) تا به ترتیب آنها را در نقاط L ، K و H قطع نمایند.  P روی نیمساز $\hat{B}$ است $\xrightarrow{(۰/۲۵)} PH = PL$ P روی نیمساز $\hat{C}$ است $\xrightarrow{(۰/۲۵)} PH = PK$ $\Rightarrow PL = Pk$ (۰/۲۵) بنابراین P روی نیمساز $\hat{A}$ نیز قرار دارد (۰/۲۵) یعنی P نقطه همرسی هر سه نیمساز است.	۱/۲۵
۴	فرض کنیم M نقطه دلخواه درون مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ باشد. با توجه به قضیه نامساوی مثلث داریم:  $\overset{\Delta}{MAB} : MA + MB > AB$ (۰/۲۵) $\overset{\Delta}{MAC} : MA + MC > AC$ (۰/۲۵) $\overset{\Delta}{MBC} : MB + MC > BC$ (۰/۲۵) از جمع سه نامساوی بالا داریم: $۲MA + ۲MB + ۲MC > AB + AC + BC \longrightarrow MA + MB + MC > \frac{AB + AC + BC}{۲}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۲۵
	«ادامه در صفحه‌ی دوم»	

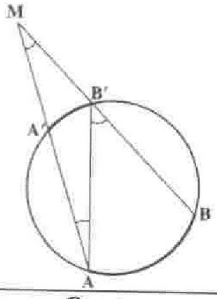
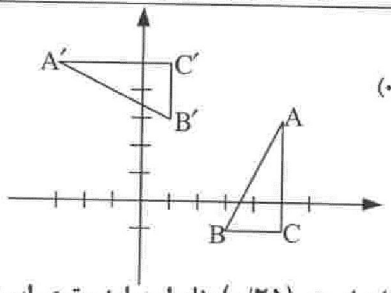
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ /۳ /۱۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خردادماه)** سال **۱۳۸۹**	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۵	روش رسم : خط L را رسم می کنیم. روی نقطه دلخواه H از خط L عمود $AH = h_a$ را رسم می کنیم. (۰/۲۵) به مرکز A و به شعاع $AB = c$ دایره‌ای رسم می کنیم تا خط L را در نقاط B و B' قطع کند. (۰/۲۵) سپس به مرکز A و به شعاع $AC = b$ دایره دیگری رسم می کنیم تا خط L را در نقاط C و C' قطع کند. (۰/۲۵) مثلث ABC مثلث مطلوب است تذکر : (در صورتی که یکی از مثلث‌های $\overset{\Delta}{ABC}$ ، $\overset{\Delta}{AB'C}$ ، $\overset{\Delta}{ABC'}$ یا $\overset{\Delta}{AB'C'}$ به عنوان جواب بیان شود کافیست)  رسم شکل (۰/۲۵)	۱
۶	دایره $C(O\ ,\ R)$ و دو وتر نابرابر $AB = l$ و $A'B' = l'$ را در نظر می گیریم: بنابراین $l > l' \Leftrightarrow l^2 > l'^2$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\Leftrightarrow R^2 - \frac{l^2}{4} < R'^2 - \frac{l'^2}{4}$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow d^2 < d'^2$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow d < d'$ (۰/۲۵)  رسم شکل (۰/۲۵) (تذکر: در صورتی که قضیه به صورت یک طرفه اثبات شود فقط (۰/۲۵) کسر شود)	۱/۵
۷	AB وتری از دایره بزرگتر بر دایره کوچکتر مماس است. بنابراین شعاع OH بر AB عمود است و بنابراین $AH = HB$ (۰/۲۵) . پس: $AH^2 = OA^2 - OH^2 \longrightarrow AH^2 = 5^2 - 3^2 \longrightarrow AH^2 = 16 \longrightarrow AH = 4$ (۰/۲۵) $\longrightarrow AB = 8$ (۰/۲۵)  رسم شکل (۰/۲۵)	۱
	«ادامه در صفحه‌ی سوم»	

باسمه تعالی

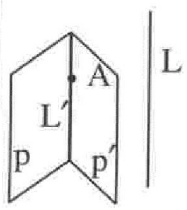
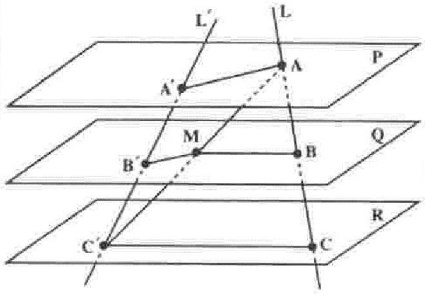
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ /۳ /۱۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خردادماه)** سال **۱۳۸۹**	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	$AB = a \qquad \alpha = ۶۰^\circ$ $R = \frac{a}{۲\sin\alpha}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow ۲\sqrt{۳} = \frac{a}{۲\sin ۶۰^\circ}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow ۲\sqrt{۳} = \frac{a}{۲(\frac{\sqrt{۳}}{۲})} \Rightarrow a = ۶$ (۰/۲۵) $OH = \frac{a}{۲\lvert\tan\alpha\rvert}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow OH = \frac{۶}{۲\tan ۶۰^\circ} \Rightarrow OH = \frac{۶}{۲\sqrt{۳}}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow OH = \sqrt{۳}$	۱/۲۵
۹	امتداد وترهای AA' و BB' از دایره C در نقطه M یکدیگر را قطع کرده اند. پاره خط AB' را رسم می‌کنیم. $A\hat{B'}B = B'\hat{A}M + A\hat{M}B'$ (زاویه خارجی مثلث $\overset{\Delta}{AMB'}$) (۰/۲۵) $\Rightarrow A\hat{M}B' = A\hat{B'}B - B'\hat{A}M = \frac{\overset{\frown}{AB}}{۲} - \frac{\overset{\frown}{A'B'}}{۲} = \frac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{A'B'}}{۲}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\Rightarrow A\hat{M}B = A\hat{M}B' = \frac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{AB'}}{۲}$ (۰/۲۵) رسم شکل  	۱
۱۰	تجانس به مرکز O و نسبت K تبدیلی است که هر نقطه A در صفحه را به نقطه ای مانند A' از آن صفحه نظیر می کند بطوری که : الف) مرکز تجانس یعنی نقطه O ثابت باشد. (۰/۲۵) ب) A' روی نیم خط OA قرار گیرد و $OA' = K.OA$ (۰/۲۵) یک مورد از ویژگی‌های زیر بیان شود. (۰/۲۵) ۱- تجانس شیب خط را حفظ می کند. ۲- تحت تجانس، مرکز تجانس ثابت می ماند. ۳- تجانس طول یا مساحت را حفظ نمی کند (مگر در حالتی که $K = ۱$) ۴- تجانس طول را با ضریب K و مساحت را با ضریب $K^۲$ تغییر می دهد. ۵- خط هایی که نقطه های نظیر را به هم وصل می کنند، در مرکز تجانس همرسند.	۰/۷۵
۱۱	$A' = T(۵ , ۳) = (-۳ , ۵)$ (۰/۲۵) $B' = T(۳ , -۱) = (۱ , ۳)$ (۰/۲۵) $C' = T(۵ , -۱) = (۱ , ۵)$ (۰/۲۵) رسم شکل (۰/۵)  این تبدیل یک دوران است. (۰/۲۵) بنابراین ایزومتری است. (۰/۲۵)	۱/۷۵

«ادامه در صفحه چهارم»

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ /۳ /۱۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خردادماه)** سال **۱۳۸۹**	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	نقطه های $A(۰ , ۳)$ و $B(۰ , -۳)$ به ترتیب دو نقطه دلخواه از L و L' هستند. (۰/۲۵) و محور تقارن از نقطه P وسط AB موازی L و L' می گذرد و چون دو خط موازیند پس شیب محور تقارن = شیب خط L = شیب خط L' = -۱ (۰/۲۵) $P=(\frac{x_A+x_B}{۲} , \frac{y_A+y_B}{۲})=(۰ , ۰)$ (۰/۲۵) بنابراین : معادله محور تقارن : $y-y_p=(-۱)(x-x_p) \Rightarrow y-۰=(-۱)(x-۰)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y=-x$	۱
۱۳	بردار $\overrightarrow{AB}$ را به عنوان بردار انتقال در نظر می گیریم. (۰/۲۵) چون AB و DC موازی و مساویند. بنابراین تحت این انتقال : $A \xrightarrow[(۰/۲۵)]{} B$ و $D \xrightarrow[(۰/۲۵)]{} C$ یعنی پاره خط AD بر پاره خط BC تصویر می شود(۰/۲۵). و چون انتقال ایزومتری و شیب خط را حفظ می کند (۰/۲۵) پس : $AD \parallel BC$, $AD=BC$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۴	فرض کنیم خط L موازی دو صفحه متقاطع P و P' باشد. از یک نقطه فصل مشترک مانند A خط L' را موازی خط L رسم می کنیم. (۰/۲۵) چون خط L با صفحه P موازی است. خط L' به تمامی در صفحه P قرار دارد. (۰/۲۵) با استدلالی مشابه خط L' به تمامی در صفحه P' قرار دارد. (۰/۲۵) پس خط L' همان فصل مشترک دو صفحه P و P' است که با خط L موازی است. (۰/۲۵)  	۱
۱۵	الف) چند ضلعی محاطی (۰/۲۵) ب) عمود مشترک (۰/۲۵)	(۰/۵)
۱۶	طبق شکل خط AC' را رسم می کنیم. این خط صفحه Q را در نقطه ای مانند M قطع می کند. صفحه گذرنده از دو خط متقاطع AC' و AC را $P_۱$ و صفحه گذرنده از دو خط متقاطع AC' و $A'C'$ را $P_۲$ می نامیم. (۰/۲۵) دو خط CC' و BM در صفحه $P_۱$ موازیند. (۰/۲۵) در صفحه $P_۱$ با استفاده از قضیه تالس داریم: $\frac{AB}{BC}=\frac{AM}{MC'}$ (۰/۲۵) هم چنین دو خط AA' و MB' در صفحه $P_۲$ موازیند. (۰/۲۵) ودرصفحه $P_۲$ با استفاده از قضیه تالس داریم $\frac{A'B'}{B'C'}=\frac{AM}{MC'}$ (۰/۲۵) از این دو تناسب نتیجه می شود: $\frac{AB}{BC}=\frac{A'B'}{B'C'}$ (۰/۲۵)  تکمیل شکل (۰/۲۵)	۱/۷۵
	«ادامه در صفحه پنجم»	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ /۳ /۱۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خردادماه)** سال **۱۳۸۹**	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۷	فرض کنیم دو صفحه P و Q با صفحه R موازی باشند. فرض خلف : اگر P با Q موازی نباشد (۰/۲۵) ، آنگاه P یکی از دو صفحه موازی (Q و R) را قطع کرده است. پس باید دیگری را نیز قطع کند. بنابراین P صفحه R را قطع می کند. (۰/۵) و این با فرض مسئله در تناقض است. (۰/۲۵)	۱
۱۸	خط L عمود بر صفحه P و L' عمود بر L را در نظر می گیریم. صفحه شامل دو خط L و L' را Q می نامیم. (۰/۲۵) فصل مشترک P , Q را L'' می نامیم . (۰/۲۵) بنابراین : $\begin{matrix} L \perp L' \\ L \perp L'' \end{matrix} \Rightarrow L' \parallel L''$ (۰/۲۵) یعنی L' با یکی از خطوط صفحه P موازی است پس L' با P موازی است. (۰/۲۵)	۱
	جمع نمره	۲۰

همکاران محترم :

لطفاً برای راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی، نمره به تناسب منظور گردد.