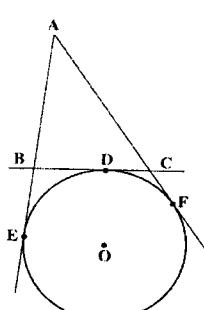
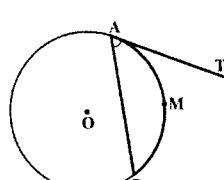


ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۳ / ۳		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	سؤالات	نمره												
۱	<p>الف) یک مثلث متساوی الاضلاع به دقت رسم نمایید. و سطح ضلع ها را پیدا کرده و به هم وصل کنید.</p> <p>ب) سه مثلثی را که در گوشه ایجاد می شود، نگه دارید و مثلث میانی را با سیاه کردن حذف کنید.</p> <p>این فرایند را روی سه مثلث باقی مانده تکرار کنید و با استفاده از استدلال استقرایی جدول زیر را کامل کنید.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>n</td><td>...</td><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>مرحله</td></tr> <tr> <td>?</td><td>...</td><td>?</td><td>?</td><td>1</td><td>تعداد مثلث ها</td></tr> </table> <p>(در مرحله دوم شکل را رسم کنید.)</p>	n	...	2	1	0	مرحله	?	...	?	?	1	تعداد مثلث ها	
n	...	2	1	0	مرحله									
?	...	?	?	1	تعداد مثلث ها									
۲	<p>درستی یا نادرستی نتایج زیر را معلوم کنید.</p> <p>الف) هر مربعی متساوی الاضلاع است. چهار ضلعی ABCD مربع است.</p> <p><u>نتیجه</u>: چهار ضلعی ABCD متساوی الاضلاع است.</p> <p>ب) تجانس طول پاره خط را با ضریب k (ضریب تجانس) تغییر می دهد.</p> <p><u>نتیجه</u>: طول تصویر پاره خط AB در یک تجانس بزرگتر می شود.</p> <p>ج) چند صفحه در فضای روی دو خط، پاره خط های متناظر متناسب ایجاد کرده اند.</p> <p><u>نتیجه</u>: آن صفحه ها با هم موازیند.</p> <p>د) دو صفحه عمود برهم می باشند.</p> <p><u>نتیجه</u>: هر کدام شامل خطی است که بر دیگری عمود است.</p>	۱												
۳	<p>با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید مجموع فاصله های هر نقطه درون مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع آن مقداری ثابت است. سپس آن مقدار ثابت را به دست آورید.</p>	۱												
۴	<p>قضیه: با استفاده از برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع رو به رو به زاویه بزرگتر، بزرگتر از ضلع رو به روی زاویه کوچکتر است.</p>	۱/۲۵												
۵	<p>ثابت کنید نیمسازیک زاویه، مکان هندسی نقطه ای در صفحه آن زاویه است که فاصله آن از دو ضلع زاویه برابر باشد.</p>	۱/۵												
۶	<p>خط های AE، AF و BC، AF به ترتیب در نقطه های E، F و D بر دایره (O) مماس هستند. مماس BC، خطهای AE و AF را به ترتیب در نقطه های B و C قطع کرده است. ثابت کنید با تغییر مکان نقطه D روی دایره بین دو نقطه E و F، محیط مثلث ABC ثابت می ماند.</p>	۱												
	«ادامه ای سوالات در صفحه ای دوم»													



مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳ / ۳			سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	سوالات	نمره
۷	قضیه: با توجه به شکل ثابت کنید در دایره (O) اندازه هر زاویه‌ی ظلی برابر با نصف کمان رو به روی آن است.	۱/۲۵
۸		۱
۹	قضیه: از نقطه‌ی M واقع در داخل دایره (C) دو وتر دلخواه AA' و BB' رسم شده‌اند. ثابت کنید: $MA \times MA' = MB \times MB'$	۱/۲۵
۱۰	طول خط المکزین در دو دایره متقاطع به شعاع‌های ۴ و ۳ سانتی متر برابر ۶ سانتی متر است. طول مماس مشترک خارجی دو دایره را به دست آورید.	۰/۵
۱۱	نقاط $P = (4, 2)$ و $Q = (-2, -2)$ راسهای یک مثلث هستند. الف) مثلث $PQR$ و تصویر مجاز آن را با در نظر گرفتن $O(0, 0)$ به عنوان مرکز تجانس، تحت تبدیل تجانس $D(x, y) = (3x, 3y)$ را رسم کنید. ب) مساحت مثلث $PQR$ و تصویرش را محاسبه و آنها را با هم مقایسه کنید.	۱/۷۵
۱۲	معادله تصویر خط $l: 2x + 6y - 12 = 0$ را تحت بازتاب نسبت به محور $x$ ها به دست آورید.	۱/۲۵
۱۳	قطراهای چهار ضلعی $ABCD$ یکدیگر را نصف کرده‌اند. با استفاده از ویژگی‌های تبدیل دوران ثابت کنید $ABCD$ یک متوازی‌الاضلاع است.	۱/۵
	«ادامه‌ی سوالات در صفحه‌ی سوم»	

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۳ / ۳		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰

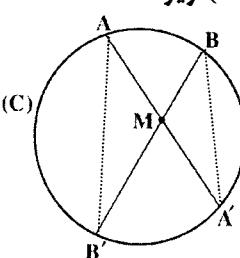
ردیف	سوالات	نمره
۱۴	جاهای خالی را به طور مناسب پر کنید. الف) در تبدیل انتقال $(x - ۳, y + ۲) = T(x, y)$ بردار انتقال برابر با ..... است. ب) در هر صفحه حد اقل ..... نقطه وجود دارد که بر یک خط قرار ندارند. ج) اگر دو صفحه متمایز یک نقطه مشترک داشته باشند، آنگاه در یک ..... مشترک خواهند بود.	+/۷۵
۱۵	قضیه: ثابت کنید اگر خط $L$ با یکی از خطهای صفحه $P$ موازی باشد، آنگاه، خط $L$ با صفحه $P$ موازی است.	۱/۲۵
۱۶	اگر $O$ نقطه ای خارج از صفحه ای مانند $P$ باشد، ثابت کنید کلیه خطهای گذرنده از $O$ که با $P$ موازی هستند در یک صفحه موازی $P$ قرار دارند.	۱/۲۵
۱۷	ثابت کنید اگر $L$ و $L'$ دو خط متنافر باشند، از هر نقطه $A$ یک و تنها یک خط می گذرد که بر $L$ و $L'$ عمود است.	۱/۵
	«موفق باشید»	۲۰

# سایت کنکور

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۳ / ۳		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																		
۱	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>n</math></td><td>...</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۰</td><td>مرحله</td></tr> <tr> <td><math>3^n</math></td><td>...</td><td>۹</td><td>۳</td><td>۱</td><td>تعداد مثلث ها</td></tr> <tr> <td>(۰/۲۵)</td><td></td><td>(۰/۲۵)</td><td>(۰/۲۵)</td><td></td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">رسم شکل (۰/۲۵)</p>	$n$	...	۲	۱	۰	مرحله	$3^n$	...	۹	۳	۱	تعداد مثلث ها	(۰/۲۵)		(۰/۲۵)	(۰/۲۵)			
$n$	...	۲	۱	۰	مرحله															
$3^n$	...	۹	۳	۱	تعداد مثلث ها															
(۰/۲۵)		(۰/۲۵)	(۰/۲۵)																	
۲	<p>الف) درست (۰/۰)      ب) نادرست (۰/۰)      ج) نادرست (۰/۰)      د) درست (۰/۰)</p>	۱																		
۳	<p>فرض کنیم <math>M</math> نقطه‌ای دلخواه درون مثلث متساوی الاضلاع <math>\triangle ABC</math> باشد از <math>M</math> به رأس‌های <math>A</math>، <math>B</math> و <math>C</math> وصل می‌کنیم. (۰/۰) اگر <math>h</math> ارتفاع مثلث <math>ABC</math> باشد داریم. <math>S_{ABC} = S_{AMC} + S_{AMB} + S_{BMC}</math> پس: <math>AB = AC = BC = \frac{1}{2}h \times BC = \frac{1}{2}MH \times BC + \frac{1}{2}MH' \times AC + \frac{1}{2}MH'' \times AB</math> پس (۰/۰) بنابراین مجموع فواصل نقطه‌ی <math>M</math> از اضلاع، مقدار ثابت <math>h = MH + MH' + MH''</math></p>	۱																		
۴	<p>فرض: <math>BC &gt; AC &gt; \hat{B}</math> حکم: <math>AC \geq BC</math> برهان خلف: فرض می‌کنیم <math>AC \geq BC</math> (۰/۰) دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:</p> <p>الف) <math>AC = BC</math> در این حالت مثلث متساوی الساقین است. پس <math>\hat{A} = \hat{B}</math> که این خلاف فرض است. (۰/۵)</p> <p>ب) <math>AC &gt; BC</math> در این حالت با توجه به قضیه لولا <math>\hat{A} &lt; \hat{B}</math> که این نیز خلاف فرض است. (۰/۵)</p> <p>پس فرض خلف باطل است و حکم درست می‌باشد.</p>	۱/۲۵																		
۵	<p>مرحله اول: نقطه <math>M</math> را روی نیمساز زاویه <math>X\hat{B}Y</math> در نظر می‌گیریم از <math>M</math> خطهایی بر ضلع‌های <math>BY</math> و <math>BX</math> عمود می‌کنیم (۰/۰) تا آنها را به ترتیب در <math>H</math> و <math>K</math> قطع کنند دو مثلث <math>BMH</math> و <math>BMK</math> به حالت (وتر و یک زاویه تند) همنهشت هستند، پس <math>MH = MK</math> (۰/۵)</p> <p>مرحله دوم: اگر نقطه‌ی <math>M</math> از دو ضلع <math>BY</math> و <math>BX</math> به فاصله‌ی یکسان باشد (۰/۰) چون دو مثلث قائم الزاویه <math>\triangle BMK</math> و <math>\triangle BMH</math> به حالت تساوی وتر و یک ضلع قائمه همنهشت هستند پس <math>\hat{B}_1 = \hat{B}_2</math> (۰/۵) یعنی خطی که از <math>B</math> و <math>M</math> می‌گذرد نیمساز زاویه <math>X\hat{B}Y</math> است.</p>	۱/۵																		
	«ادامه در صفحه‌ی دوم»																			

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۳ / ۳		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰

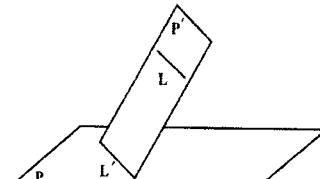
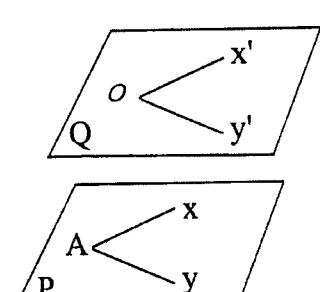
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	<p>می دانیم که طول مماس های رسم شده از نقطه ای خارج یک دایره با هم برابر است.</p> $\text{محیط مثلث } ABC = AB + AC + BC = AB + AC + BD + DC = AB + AC + BE + CF \quad (۰/۵) \quad (۰/۲۵)$ $= AE + AF = ۲AE \quad (۰/۲۵)$ <p>بنابراین محیط مثلث <math>ABC</math> مستقل از نقطه <math>D</math> بوده و مقدار آن ثابت است.</p>	۱
۷	<p>زاویه ای ظلی <math>\hat{B\hat{A}T}</math> را در دایره ای به مرکز <math>O</math> در نظر می گیریم قطر <math>AD</math> از این دایره را رسم می کنیم و از <math>D</math> به نقطه <math>B</math> وصل می نماییم <math>(۰/۲۵)</math>. زاویه ای <math>\hat{A\hat{B}D}</math> محاطی رو برو به قطر مساوی <math>۹۰^\circ</math> است پس</p> $\hat{D\hat{A}B} + \hat{B\hat{A}T} = ۹۰^\circ \quad (۰/۲۵) \quad (۲) \quad \text{از طرفی} \quad \hat{A\hat{D}B} + \hat{D\hat{A}B} = ۹۰^\circ \quad (۰/۲۵) \quad (۱)$ <p>از رابطه (۱) و (۲) نتیجه می شود <math>\hat{B\hat{A}T} = \hat{A\hat{D}B}</math></p>	۱/۲۵
۸	$۵۰^\circ = \frac{z-t}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow z-t = ۱۰۰^\circ \quad \text{و} \quad ۷۰^\circ = \frac{z+t}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow z+t = ۱۴۰^\circ$ $\Rightarrow t = ۲۰^\circ \quad (۰/۲۵) \quad \text{و} \quad z = ۱۲۰^\circ \quad (۰/۲۵)$	۱
۹	<p>برهان: از <math>A</math> به <math>B'</math> و از <math>B</math> به <math>A'</math> وصل می کنیم، دو مثلث <math>\triangle MA'B'</math> و <math>\triangle MAB'</math> متشابهند <math>(۰/۲۵)</math>. زیرا:</p>  $\left. \begin{aligned} \hat{A\hat{M}B'} &= \hat{A'\hat{M}B} \\ \hat{A} &= \hat{B} = \frac{\hat{A'}\hat{B}'}{2} \end{aligned} \right\} \quad (۰/۵) \Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'} \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow MA \times MA' = MB \times MB'$ <p>تمکیل شکل <math>(۰/۲۵)</math></p>	۱/۲۵
۱۰	$TT' = \sqrt{d^2 - (R-R')^2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow TT' = \sqrt{۳۶-۱} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow TT' = \sqrt{۳۵}$	۰/۵
	«ادامه در صفحه ی سوم»	

ساعت شروع: ۸: صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۳ / ۳		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱/۷۵	$R(2, -2) \xrightarrow{D} R'(6, -6)$ $Q(2, 2) \xrightarrow{D} Q'(6, 6)$ $P(4, 2) \xrightarrow{D} P'(12, 6)$ $S_{PQR} = \frac{2 \times 4}{2} = 4 (0/25)$ $S_{P'Q'R'} = \frac{6 \times 12}{2} = 36 (0/25)$	۱۱
۱/۲۵	$T(x, y) = (x, -y) \quad (0/25)$ $A \in l \Rightarrow A = (1, 2) \xrightarrow{T} A' = (1, -2) \quad (0/25)$ $B \in l \Rightarrow B = (2, 1) \xrightarrow{T} B' = (2, -1) \quad (0/25)$ $m_{A'B'} = \frac{y_{A'} - y_{B'}}{x_{A'} - x_{B'}} = \frac{-2 - 0}{1 - 2} (0/25) = \frac{1}{3} \Rightarrow y - 0 = \frac{1}{3}(x - 1) (0/25) \Rightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$	۱۲
۱/۵	$\begin{cases} OC = OA \\ A\hat{O}C = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow (O \text{ تحت دوران } 180^\circ \text{ به مرکز } O) A \longrightarrow C \text{ و } C \longrightarrow A \quad (0/25)$ $\begin{cases} OB = OD \\ B\hat{O}D = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow (O \text{ تحت دوران } 180^\circ \text{ به مرکز } O) B \longrightarrow D \text{ و } D \longrightarrow B \quad (0/25)$ بنابراین $B\hat{A}C = D\hat{C}A \quad (0/25)$ چون دوران اندازه زاویه راثابت نگه می دارد پس $B\hat{A}C \longrightarrow D\hat{C}A \quad (0/25)$ بنابراین $D\hat{A}C = B\hat{C}A \quad (0/25)$ به همین ترتیب $AB \parallel CD \quad (0/25)$ می باشد بنابراین $AD \parallel CB \quad (0/25)$ پس چهار ضلعی $ABCD$ متوازی الأضلاع است.	۱۳
۰/۷۵	الف) (۲و۳و-۳) (۰/۲۵) ب) سه (۰/۲۵) ج) خط (۰/۲۵)	۱۴
	«ادامه در صفحه ی چهارم»	

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۳ / ۳		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	<p>اگر خط <math>L</math> در صفحه <math>P</math> باشد حکم برقرار است (۰/۲۵)</p> <p>فرض کنیم خط <math>L</math> در صفحه <math>P</math> قرار ندارد . اگر <math>L'</math> خطی از صفحه <math>P</math> باشد که با <math>L</math> موازی است و <math>L'</math> متمایزند. صفحه ای را که از این دو خط موازی می گذرد <math>P'</math> می نامیم (۰/۲۵).</p>  <p>فصل مشترک دو صفحه <math>P</math> و <math>P'</math> همان خط <math>L'</math> است . (۰/۲۵)</p> <p>اگر خط <math>L</math> صفحه <math>P</math> را قطع کند محل تقاطع روی فصل مشترک این دو صفحه قرار دارد ، (۰/۲۵) یعنی دو خط <math>L</math> و <math>L'</math> متقاطع خواهند شد که خلاف فرض است . پس خط <math>L</math> صفحه <math>P</math> را قطع نمی کند و آن موازی است. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۱۶	<p>دو خط <math>AX</math> و <math>AY</math> را در صفحه <math>P</math> در نظر می گیریم . (۰/۲۵)</p> <p>از نقطه <math>O</math> خطوط <math>OX'</math> و <math>OY'</math> را موازی خطوط <math>AX</math> و <math>AY</math> رسم می کنیم سپس صفحه <math>Q</math> گذرنده از دو خط <math>OX'</math> و <math>OY'</math> را رسم می نماییم (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین صفحه <math>P</math> با صفحه <math>Q</math> موازی خواهد بود. (۰/۲۵)</p> <p>هر خطی که از نقطه <math>O</math> بگذرد با صفحه <math>P</math> موازی باشد در صفحه <math>Q</math> قرار می گیرد (۰/۲۵)</p> <p>زیرا درغیراین صورت صفحه <math>Q</math> را قطع می کند.</p> <p>بنابراین صفحه <math>P</math> را که موازی با صفحه <math>Q</math> است نیز قطع می کند (۰/۲۵)</p> 	۱/۲۵
۱۷	<p>از نقطه <math>A</math> صفحه <math>P</math> را عمود بر خط <math>L</math> رسم می کنیم. (۰/۲۵) همچنین از نقطه <math>A</math> صفحه <math>Q</math> را بر خط <math>L'</math> عمود رسم می کنیم. (۰/۲۵) فصل مشترک صفحه های <math>P</math> و <math>Q</math> یعنی خط <math>\Delta</math> جواب مسئله است. (۰/۲۵) زیرا <math>L \perp P \Rightarrow L \perp \Delta</math> و <math>L' \perp Q \Rightarrow L' \perp \Delta</math> (۰/۲۵) <math>\Delta</math> بر هر دو خط <math>L</math> و <math>L'</math> عمود است.</p> <p>صفحه های <math>P</math> و <math>Q</math> بر هم منطبق نیستند زیرا درغیر این صورت <math>L</math> و <math>L'</math> متنافرا نیستند و خلاف فرض است.</p> <p>(۰/۲۵)</p> <p>خط <math>\Delta</math> منحصر به فرد است زیرا صفحه های <math>P</math> و <math>Q</math> منحصر به فرد هستند. (۰/۲۵)</p>	۱/۵
۲۰	جمع نمره	«موفق باشید»