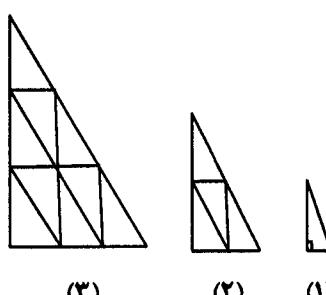
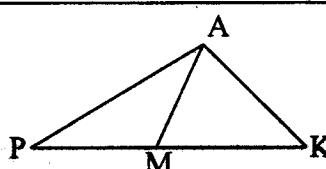
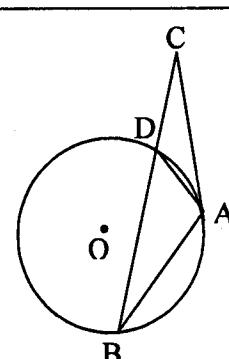


با سمه تعالی

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سال سوم آموزش متوسطه
مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۳ / ۳	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		

ردیف	سوالات	نمره														
۱	<p>مثلثهای شکل‌های ۱، ۲، ۳ باهم متشابه و مثلثهای کوچک همه باهم همنهشت هستند. با توجه به شکل‌های زیر و با استفاده از استدلال استقرایی جدول زیر را کامل کنید.</p>  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>n</td><td>...</td><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td><td>شماره‌ی شکل</td></tr> <tr> <td>۹</td><td>...</td><td>۹</td><td>۹</td><td>۴</td><td>۱</td><td>تعداد مثلثهای کوچک</td></tr> </table>	n	...	۴	۳	۲	۱	شماره‌ی شکل	۹	...	۹	۹	۴	۱	تعداد مثلثهای کوچک	۰/۵
n	...	۴	۳	۲	۱	شماره‌ی شکل										
۹	...	۹	۹	۴	۱	تعداد مثلثهای کوچک										
۲	قضیه: ثابت کنید در هر مثلث، مجموع طول‌های هر دو ضلع از طول ضلع سوم بزرگ‌تر است.	۱														
۳	<p>در مثلث PAK نقطه‌ی M روی ضلع PK قرار دارد.      ثابت کنید اگر <math>PM=AK</math> آنگاه <math>AP &gt; MK</math>.</p> 	۱														
۴	قضیه: ثابت کنید عمود منصف‌های ضلع‌های هر مثلث همسنند.	۱/۲۵														
۵	<p>خط <math>d</math> و نقطه‌ی A غیر واقع بر آن، داده شده‌اند. نقطه‌ای روی خط <math>d</math> تعیین کنید که از نقطه‌ی A به فاصله‌ی R باشد. با توجه به اندازه‌ی R روی تعداد جواب‌های مساله بحث کنید.</p>	۱														
۶	قضیه: ثابت کنید طول مماس‌های رسم شده بر یک دایره از هر نقطه‌ی خارج آن با هم برابرند.	۰/۷۵														
۷	<p>پاره خط AB به طول ۴ سانتی‌متر داده شده است. کمان در خور زاویه‌ی <math>30^\circ</math> روی AB مفروض است.      شعاع دایره‌ای را که این کمان درخور بخشی از آن است و فاصله‌ی مرکز این دایره از پاره خط AB را تعیین کنید.</p>	۱														
۸	<p>قضیه: ثابت کنید اندازه‌ی زاویه‌ای که از برخور دامتداد دو وتر از یک دایره پدیدهد می‌آید، برابر قدر مطلق نصف تفاضل اندازه‌ی کمان‌هایی از آن دایره است که به ضلع‌های آن زاویه محدودند.</p>	۱														
۹	<p>در دایره‌ی (O) مماس AC و وتر AB با یکدیگر مساوی‌اند.      خط BC دایره را در نقطه‌ی D قطع کرده است.      ثابت کنید مثلث ADC، متساوی الساقین است.</p> 	۱														

پاسمه تعالی

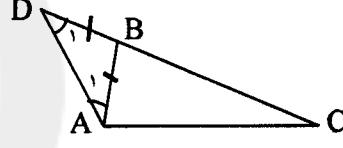
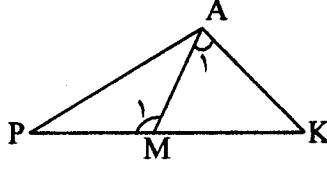
سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	دسته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه			تاریخ امتحان: ۳ / ۳ / ۱۳۹۱
دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱			مرکز سنجش آموزش و پژوهش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>

ردیف	سوالات	نمره
۱۰	<p>شکل زیر نشان دهنده‌ی دو دایره‌ی مماس برون است.</p> <p>(الف) این شکل دارای چند معامل مشترک خارجی و چند معامل مشترک داخلی است؟</p> <p>(ب) اگر <math>R = 9</math> و <math>R' = 4</math> آنگاه اندازه‌ی مماس مشترک خارجی آنها را به دست آورید.</p>	۱/۲۵
۱۱	<p>نقاط (۱,۶)، (۳,۶)، (۳,۴) و (۱,۴) رأس‌های یک مربع هستند.</p> <p>(الف) مربع و تصویرش را تحت انتقال <math>T(x, y) = (x - 5, y - 2)</math> رسم کنید.</p> <p>(ب) طول و شیب ضلع <math>AB</math> و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید.</p> <p>(پ) آیا تبدیل ایزو متري است؟ چرا؟</p>	۲
۱۲	<p>خط به معادله <math>0 = 12 - 2y - 3x</math> و تصویرش را تحت تبدیل تجانس <math>D(x, y) = \left(\frac{1}{3}x, \frac{1}{2}y\right)</math> رسم کنید.</p> <p>سپس معادله‌ی خط تصویر را به دست آورید.</p>	۱/۵
۱۳	<p>مثلث <math>ABC</math> و مثلث <math>ECD</math> متساوی الاضلاع هستند. با استفاده از تبدیل دوران ثابت کنید: <math>\hat{AFB} = 60^\circ</math> و <math>AD = BE</math>.</p>	۱
۱۴	<p>درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید.</p> <p>(الف) هر زاویه‌ی خارجی یک چند ضلعی، از هر زاویه‌ی داخلی آن بزرگتر است.</p> <p>(ب) تبدیل بازتاب جهت شکل را حفظ نمی‌کند.</p> <p>(پ) اگر دو خط متقاطع باشند تحت یک بازتاب نیمساز زاویه‌ی تشکیل شده بین خط و تصویرش محور تقارن است.</p> <p>(ت) اگر دو صفحه‌ی <math>P</math> و <math>P'</math> برهم عمود باشند، هر خط عمود بر صفحه‌ی <math>P</math> بر صفحه‌ی <math>P'</math> نیز عمود است.</p>	۱
۱۵	<p>قضیه: ثابت کنید اگر خط <math>L</math> با صفحه‌ی <math>P</math> موازی باشد، هر صفحه‌که از <math>L</math> بگذرد و با <math>P</math> متقاطع باشد، <math>P</math> را در یک خط موازی <math>L</math> قطع می‌کند.</p>	۱/۲۵
۱۶	<p>اگر سه خط <math>L_1</math>، <math>L_2</math> و <math>L_3</math> دو به دو متقاطع باشند، ثابت کنید این سه خط در یک صفحه قرار دارند و یا هم‌سند.</p>	۱/۲۵
۱۷	<p>ثابت کنید دو صفحه‌ی <math>P</math> و <math>P'</math> موازی هستند اگر و تنها اگر هر خط واقع بر یکی از این صفحه‌ها، با صفحه‌ی دیگر موازی باشد.</p>	۱
۱۸	<p>(الف) دو خط متناصر را تعریف کنید.</p> <p>(ب) نشان دهید اگر خطی بر صفحه‌ای عمود باشد، بر هر خط از آن صفحه نیز، عمود است.</p>	۱/۲۵
۲۰	<p>جمع نمره «موفق باشید»</p>	جمع نمره

با اسمه تعالی

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۳ / ۳	سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱	
<a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۰/۵	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="width: 100px;"><math>n</math></td><td>.....</td><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td><td>شماره شکل</td></tr> <tr> <td><math>n^2</math></td><td>.....</td><td>۱۶</td><td>۹</td><td>۴</td><td>۱</td><td>تعداد مثلث های کوچک</td></tr> <tr> <td colspan="3" style="text-align: center;">(۰/۲۵)</td><td colspan="3" style="text-align: center;">(۰/۲۵)</td><td></td></tr> </table>	$n$	.....	۴	۳	۲	۱	شماره شکل	$n^2$	.....	۱۶	۹	۴	۱	تعداد مثلث های کوچک	(۰/۲۵)			(۰/۲۵)				۱
$n$	.....	۴	۳	۲	۱	شماره شکل																	
$n^2$	.....	۱۶	۹	۴	۱	تعداد مثلث های کوچک																	
(۰/۲۵)			(۰/۲۵)																				
۱	<p>یک مثلث است <math>ABC</math> فرض : حکم <math>AB + BC &gt; AC</math></p> <p>برهان: ضلع <math>BC</math> را از راس <math>B</math> امتداد می دهیم و به اندازه <math>AB</math> روی آن جدا می کنیم تا نقطه <math>D</math> به دست آید. سپس <math>D</math> را به <math>A</math> وصل می کنیم. (۰/۲۵) بنا بر این در مثلث <math>ABD</math> داریم:</p> $BD = AB \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{A}_1 \quad (۰/۲۵)$  <p>همچنین در مثلث <math>ADC</math> داریم:</p> $DC = DB + BC \Rightarrow DC = AB + BC \quad (۰/۲۵)$ <p>با توجه به شکل <math>DC &gt; AC</math> نتیجه <math>DC &gt; AC \Rightarrow D\hat{A}C &gt; \hat{D}_1</math> بنابراین <math>D\hat{A}C &gt; \hat{A}_1</math> (۰/۲۵)</p>	۲																					
۱	 $\begin{array}{l} \triangle AMP, \triangle AMK : \\ \left. \begin{array}{l} PM = AK \\ AM = AM \end{array} \right\} \end{array} \xrightarrow{(۰/۷۵)} AP > MK \quad (۰/۲۵)$ <p>با توجه به قضیه لولا (۰/۲۵) <math>PM = AK</math> و <math>AM = AM</math> پس <math>\hat{M}_1 &gt; \hat{A}_1</math> (زاویه خارجی)</p>	۳																					
۱/۲۵	<p>عمود منصف های دو ضلع <math>AB</math> و <math>BC</math> از مثلث <math>ABC</math> را رسم می کنیم تا یکدیگر را در <math>M</math> قطع کنند. (۰/۲۵) چون <math>M</math> روی عمود منصف <math>BC</math> است</p> <p>پس (۱) <math>MB = MC</math> و چون <math>M</math> روی عمود منصف <math>AB</math> است،</p> <p>پس (۲) <math>MA = MB</math> از (۱) و (۲) نتیجه می شود <math>MA = MC</math> (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین نقطه <math>M</math> از دوسر پاره خط <math>AC</math> به یک فاصله است.</p> <p>یعنی نقطه <math>M</math> روی عمود منصف <math>AC</math> است. (۰/۲۵)</p> <p>پس عمود منصف های ضلع های هر مثلث همسنند.</p>	۴																					
	«ادامه ی راهنمای در صفحه ی دوم»																						

با سمه تعالی

رشنای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۳ / ۳
دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱ <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۵	<p>دایره‌ای به شعاع <math>R</math> و به مرکز <math>A</math> را رسم می‌کنیم. محل برخورداین دایره با خط <math>d</math> جواب مساله است. (۰/۲۵)</p> <p>اگر <math>AH &gt; R</math> مساله جواب ندارد (۰/۲۵) اگر <math>AH = R</math> مساله یک جواب دارد. (۰/۲۵) اگر <math>AH &lt; R</math> مساله دو جواب دارد. (۰/۲۵)</p>	۱
۶	<p>چون شعاع در نقطه‌ی تماس بر خط مماس عمود است نتیجه می‌گیریم: <math>\hat{T} = \hat{T}' = 90^\circ</math></p> $\begin{cases} \hat{T} = \hat{T}' = 90^\circ \\ OT = OT' \quad (./5) \\ OM = OM \end{cases} \Rightarrow \triangle OMT \cong \triangle OMT'$ $\Rightarrow MT = MT' \quad (./25)$	۰/۷۵
۷	$R = \frac{a}{\gamma \sin \alpha} \quad (./25) \Rightarrow R = \frac{4}{\gamma \sin 30^\circ} = 4 \quad (./25)$ $OH = R \cos \alpha  \quad (./25) \Rightarrow OH = 4 \cos 30^\circ  = 2\sqrt{3} \quad (./25)$	۱
۸	<p>امتداد وترهای <math>AA'</math> و <math>BB'</math> از دایره‌ی <math>C</math> در نقطه‌ی <math>M</math> یکدیگر را قطع کرده‌اند. پاره خط <math>AB'</math> را رسم می‌کنیم.</p> $\begin{aligned} \Delta AMB' : \hat{A}B'B &= \hat{B}'AM + \hat{A}B' \quad (./25) \\ \Rightarrow \hat{A}B' &= \hat{A}B'B - \hat{B}'AM = \frac{\widehat{AB}}{2} - \frac{\widehat{A'B'}}{2} \quad (./5) \\ \Rightarrow \hat{A}B' &= \frac{\widehat{AB} - \widehat{A'B'}}{2} \end{aligned}$ <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>	۱
۹	$\Delta ABC : \begin{cases} AC = AB \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \quad (./25) \\ \hat{B} = \frac{\widehat{AD}}{2} \quad \text{محاطی} \quad (./25) \Rightarrow D\hat{A}C = \hat{C} \Rightarrow DC = DA \quad (./25) \\ \hat{D}\hat{A}C = \frac{\widehat{AD}}{2} \quad \text{ظلی} \quad (./25) \end{cases}$	۱
	«ادامه‌ی راهنمای در صفحه‌ی سوم»	

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۳ / ۳	سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱ <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	یک معاس مشترک داخلی (۰/۲۵) و دو معاس مشترک خارجی (۰/۲۵) دارد. $R = ۴ \quad TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \quad (0/25)$ $R' = ۹ \quad TT' = \sqrt{(R + R')^2 - (R - R')^2} \quad (0/25)$ $TT' = \sqrt{169 - ۲۵} = \sqrt{۱۴۴} = ۱۲ \quad (0/25)$	۱/۲۵
۱۱	<p>الف ) <math>T(x, y) = (x - ۵, y - ۲)</math></p> $A(۶, ۱) \rightarrow A'(۱, -۱)$ $B(۱, ۳) \rightarrow B'(۳, ۱)$ $C(۶, ۵) \rightarrow C'(۱, ۳)$ $D(۴, ۳) \rightarrow D'(-۱, ۱)$ $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} (0/25)$ <p>رسم شکل (۰/۵)</p> <p>ب) <math>AB = \sqrt{(۱-۶)^2 + (۳-۱)^2} = \sqrt{۲۵} = ۵ \sqrt{۲}</math>  <math>A'B' = \sqrt{(۳-۱)^2 + (۱-(-۱))^2} = \sqrt{۲۵} = ۵ \sqrt{۲}</math> <math>\Rightarrow AB = A'B' \quad (0/25)</math></p> <p><math>m_{AB} = \frac{۳-۱}{۱-۶} = \frac{-۲}{۵} = \frac{۲}{-۵}</math>  <math>m_{A'B'} = \frac{۱-(-۱)}{۳-۱} = \frac{۲}{۲} = ۱</math> <math>\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} (0/25) \Rightarrow m_{AB} = m_{A'B'} \quad (0/25)</math></p> <p>ج) بله، چون تبدیل انتقال ایزومتری است. (۰/۲۵)</p>	۲
۱۲	$L: ۳x - ۲y - ۱۲ = ۰$ $D(x, y) = (\frac{۱}{۳}x, \frac{۱}{۲}y)$ $A(۰, -۶) \xrightarrow{D} A'(۰, -۳) \quad (0/25)$ $B(۴, ۰) \xrightarrow{D} B'(۲, ۰) \quad (0/25)$ $m' = \frac{۰+۳}{۲-۰} = \frac{۳}{۲} \quad (0/25) \Rightarrow L': y - ۰ = \frac{۳}{۲}(x - ۲) \quad (0/25) \Rightarrow y = \frac{۳}{۲}x - ۳ \quad (0/25)$ <p>رسم شکل (۰/۵)</p>	۱/۵
	«ادامه‌ی راهنمای در صفحه‌ی چهارم»	

## باشمه تعالی

رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان : ۱۳۹۱ / ۳ / ۳		سال سوم آموزش متوسطه
موکز سنجش آموزش و پژوهش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	تحت یک دوران $60^\circ$ حول نقطه $C$ ، مثلث $ACD$ روی مثلث $BCE$ تصویر می‌شود. ( $0/25$ ) بنابراین $AD \rightarrow BE$ و $AD$ ضلع $BE$ را با زاویه $60^\circ$ قطع می‌کند. ( $0/25$ ) چون طول تحت دوران حفظ می‌شود $\hat{AFB} = 60^\circ$ و $AD = BE$ پس ( $0/25$ ) $AD = BE$	۱
۱۴	(الف) نادرست ( $0/25$ )      (ب) درست ( $0/25$ )      (پ) درست ( $0/25$ )      (ت) نادرست ( $0/25$ )	۱
۱۵	برای اثبات این قضیه دو حالت موازی بودن یک خط و یک صفحه در فضای دو بعدی می‌گیریم. (f) خط $L$ در صفحه $P$ قرار ندارد. فرض کنیم $P'$ صفحه گذرنده از $L$ باشد که $P$ را در خط $L'$ قطع می‌کند. ( $0/25$ ) $L$ و $L'$ هر دو در صفحه $P'$ هستند و یکدیگر را قطع نمی‌کنند. ( $0/25$ ) زیرا از متقاطع بودن $L$ و $L'$ نتیجه می‌شود که خط $L$ صفحه $P$ را قطع می‌کند. که این خلاف فرض است. ( $0/25$ ) پس باهم موازیند. ( $0/25$ ) (b) خط $L$ در صفحه $P$ قرار دارد. پس در این حالت هر صفحه $P'$ متمایز از $P$ که از $L$ می‌گذرد صفحه $P$ را در همان خط $L$ قطع می‌کند. ( $0/25$ ) و درستی قضیه روشن است.	۱/۲۵
۱۶	از دو خط $L_1$ و $L_2$ صفحه $P$ را می‌گذرانیم ( $0/25$ ) اگر $L_3$ در صفحه $P$ باشد، حکم برقرار است ( $0/25$ ) در صورتی که $L_3$ در صفحه $P$ نباشد. چون $L_3$ با $L_1$ و $L_2$ متقاطع است. پس صفحه $P$ را در نقطه $i$ مشترک $L_1$ و $L_2$ قطع می‌کند. ( $0/25$ ) زیرا در غیر این صورت باید صفحه را در دو نقطه $i$ و $j$ متمایز قطع کند. ( $0/25$ ) یعنی $L_3$ به تمامی در صفحه $P$ قرار می‌گیرد. که این خلاف فرض است. ( $0/25$ )	۱/۲۵
۱۷	فرض کنیم $P \parallel P'$ و $d \subset P$ اگر خط $d$ با صفحه $P'$ متقاطع باشد پس صفحه $P$ با صفحه $P'$ متقاطع خواهد بود که این خلاف فرض است پس $d \parallel P'$ . ( $0/25$ ) عکس فرض کنیم هر خط مانند $d$ از صفحه $P$ با صفحه $P'$ موازی باشد. ( $0/25$ ) اگر صفحه $P$ با صفحه $P'$ متقاطع باشد آنگاه در یک خط مانند $L$ مشترک خواهد بود ( $0/25$ ) اگر خط $d$ در صفحه $P$ متقاطع با $L$ در نقطه $A$ رسم شود خط $d$ صفحه $P'$ را در نقطه $A'$ قطع کرده است که این خلاف فرض است. ( $0/25$ ) پس $P \parallel P'$	۱
۱۸	(الف) دو خط در فضای را که در یک صفحه قرار نمی‌گیرند، دو خط متناظر می‌گوییم. ( $0/5$ ) (b) فرض کنید خط $L$ بر صفحه $P$ عمود است و آن را در نقطه $A$ قطع کرده است. فرض کنید $L'$ خط دلخواهی در صفحه $P$ باشد. از نقطه $A$ در صفحه $P$ خط " $L'$ را به موازات $L$ رسم می‌کنیم. ( $0/25$ ) از آنجا که $L$ بر $L'$ عمود است و $L'$ با $L$ موازی است، $L$ بر $L'$ هم عمود است. ( $0/5$ )	۱/۲۵

مصححین محترم: لطفاً به راه حل‌های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منتظر شود.