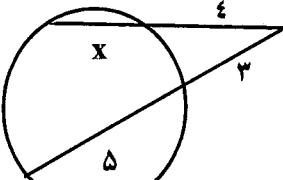
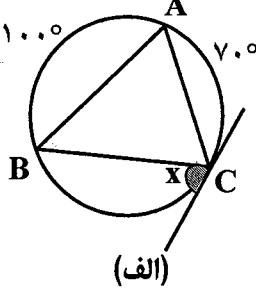
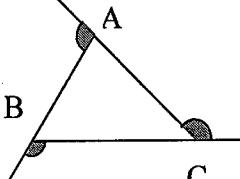
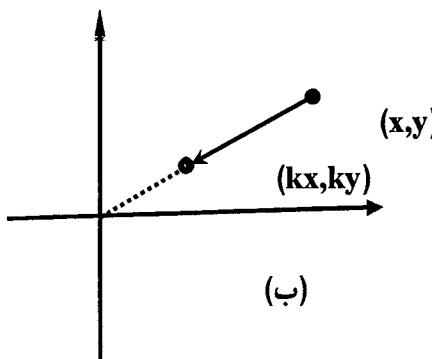
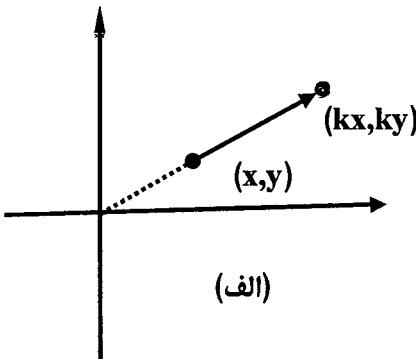


سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۶/۵
دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰	مرکز سنجش آموزش و پرورش	http://aee.medu.ir

ردیف	سوالات	نمره
۱	واژه های زیر را تعریف کنید. الف) مثال نقض ب) تبدیل تجانس پ) دو خط متقاطع	۱/۵
۲	قضیه: ثابت کنید در هر مثلث نیمساز هر زاویه‌ی داخلی، ضلع روبرو به آن زاویه را به نسبت دو ضلع زاویه قطع می‌کند.	۱/۷۵
۳	در چهار ضلعی IRAN، دو قطر RN و IA یکدیگر را در H قطع می‌کنند. با استفاده از برهان خلف نشان دهید اگر $RA=RI$ و $NI \neq NA$ آنگاه RN نیمساز زاویه IRA نیست.	۱
۴	دو نقطه A و B و خط d در یک صفحه واقعند. نقطه‌ای روی خط d باید که از دو نقطه‌ی A و B به یک فاصله باشد. مساله چند جواب دارد؟ (بحث کنید)	۱
۵	درستی یا نادرستی جملات زیر را معلوم کنید. الف) نقطه‌ی همروزی میانه‌های مثلث، مرکز نقل آن است. ب) هر زاویه‌ی خارجی یک چند ضلعی از هر زاویه‌ی داخلی آن بزرگتر است. پ) در تبدیل تجانس خط‌هایی که نقطه‌های نظیر را به هم وصل می‌کنند، در مرکز تجانس هم‌رسند. ت) اگر سه صفحه دو به دو متقاطع باشند، آنگاه فصل مشترک‌های این سه صفحه، سه خط موازینند.	۱
۶	قضیه: ثابت کنید در هر دایره قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمان‌های نظیر آن وتر را نصف می‌کند.	۱
۷	پاره خط AB به طول $\sqrt{2}$ سانتی متر و کمان در خور زاویه‌ی 45° روبرو به این پاره خط مفروض است. شاعع دایره‌ای را که این کمان در خور بخشی از آن است و فاصله مرکز این دایره از پاره خط AB را تعیین کنید.	۱
۸	قضیه: ثابت کنید اندازه‌ی زاویه‌ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می‌شود برابر نصف مجموع اندازه‌ی دو کمانی از دایره است که به ضلع‌ها و امتداد ضلع‌ها از آن زاویه محدودند.	۰/۷۵
	«ادامه در صفحه‌ی دوم»	

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۹: صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۶/۵			سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir			دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰

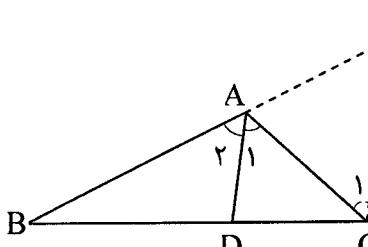
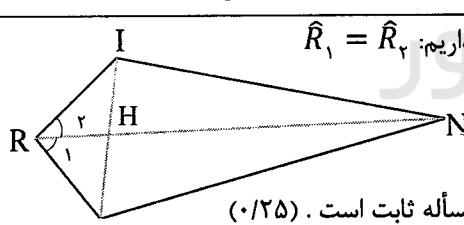
ردیف	سوالات	ردیف	ردیف
۹	مقدار x را در هریک از شکل‌های زیر بحسب آورید	۹	
۱/۲۵	 (ب)	 (الف)	
۱۰	مقدار a را چنان بیابید که اندازهٔ مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع‌های ۸ و ۲ و خط‌مرکزین $d=10$ باشد. سپس تعیین کنید این دو دایره چند مماس مشترک داخلی دارند.	۱۰	
۱/۲۵	نقاط $A(2,3)$ و $B(-4,1)$ را در نظر بگیرید. الف) مختصات تصویر نقاط A و B را تحت تبدیل $R(x,y) = (-y, -x)$ بدست آورید. ب) طول پاره خط AB و تصویرش و همچنین شبیه AB و تصویرش را بدست آورده و با هم مقایسه کنید.	۱۱	
۱/۲۵	خط $6x+3y+6=0$ مفروض است. معادلهٔ تصویر خط را تحت دوران به مرکز $O(0,0)$ و زاویهٔ 370° به دست آورید.	۱۲	
۱/۲۵	با استفاده از ویژگی‌های تبدیل انتقال، ثابت کنید در مثلث دلخواه ABC مجموع زوایه‌های خارجی 360° است. 	۱۳	
۰/۵	باتوجه به تبدیل تجانس تعیین کنید کدام یک از شکل‌های زیر انقباض و کدام یک انبساط است.  (ب)	 (الف)	۱۴
	«ادامه در صفحهٔ سوم»		

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۰۶/۵			سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir			دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	سوالات	نمره
۱۵	جاهای خالی را بطور مناسب پر کنید. الف) اگر قسمتی از یک شکل باکل شکل متشابه باشد ، آن شکل نامیده می شود . ب) از هر نقطه مانند A در فضا صفحه می گذرد که بر خطی مانند L عمود باشد. پ) از هر دو نقطه ای متمایز در فضا صفحه می گذرد. ت) حد اقل نقطه در فضا وجود دارد که در یک صفحه قرار ندارد.	۱
۱۶	قضیه(تالس در فضا): اگر P، Q و R سه صفحه موازی باشند و دو خط L و L' این صفحه ها را به ترتیب در نقطه های A و A' و B و B' و C و C' قطع کنند، آنگاه: $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$	۱/۷۵
۱۷	ابتدا از نقطه A خارج صفحه P، خطی موازی P رسم کنید. (روشن رسم را توضیح دهید) سپس مشخص کنید چند خط می توان از یک نقطه ای مفروض موازی یک صفحه ای مفروض گذراند.	۱
۱۸	اگر دو صفحه متقطع Q_1 و Q_2 بر صفحه P عمود باشند، ثابت کنید فصل مشترک دو صفحه Q_1 و Q_2 بر صفحه P عمود است. (راهنمایی: یک خط δ عمود بر صفحه P در نظر بگیرید. وضعیت خط δ نسبت به دو صفحه Q_1 و Q_2 چگونه است)	۰/۷۵
۲۰	موفق باشید	جمع نمره

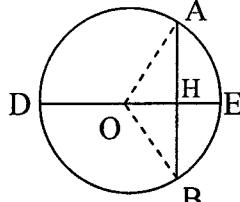
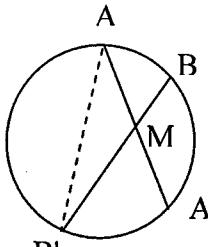
ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۶ / ۵		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	<p>(الف) به مثالی که نشان دهد یک نتیجه گیری یا یک حدس کلی نادرست است مثال نقض گفته می شود . (۰/۵)</p> <p>ب) تجانس به مرکز O و نسبت k تبدیلی است که هر نقطه i در صفحه را به نقطه ای مانند A' از آن صفحه طوری نظیر کند که :</p> <p>الف) مرکز تجانس یعنی نقطه i O ثابت باشد.</p> <p>ب) از مردم خطا OA قرار گیرد و OA' = k.OA</p> <p>پ) دو خط در فضای که در یک صفحه قرار نمی گیرند ، دو خط متقاطع می نامیم . (۰/۵)</p>	۱/۵
۲	<p>برهان : فرض کنیم AD نیمساز داخلی زاویه A باشد ضلع های BA و BC را</p>  <p>امتداد می دهیم و از راس C خطی به موازات نیمساز زاویه i A (یعنی AD) رسم می کنیم تا امتداد BA را در E قطع کند. (۰/۲۵) چون AD موازی CE است ، اگر AC را به عنوان خط مورب در نظر بگیریم آنگاه : $\hat{A}_1 = \hat{C}_1$ (۱)، و اگر BE را به عنوان خط مورب آنها در نظر بگیریم آنگاه : (۲) $\hat{A}_2 = \hat{E}_1$ (۰/۲۵). از طرفی طبق فرض مسئله ، AD نیمساز است در نتیجه : (۳) $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ حال از رابطه های (۱)، (۲) و (۳) می توان نتیجه گرفت : $AE = AC$ (۰/۲۵)، پس مثلث AEC متساوی الساقین است و (۴) در مثلث BEC، $\hat{C}_1 = \hat{E}_1$ (۰/۲۵) مساوی EC است ، پس طبق قضیه تالس داریم : (۵) $\frac{AB}{AE} = \frac{BD}{DC}$ با توجه به رابطه i (۴) اگر در رابطه i (۵) به جای AE مساوی آن AC را جایگزین کنیم ، خواهیم داشت : $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ (۰/۲۵) که حکم ثابت می شود .</p>	۱/۷۵
۳	<p>برهان خلف : فرض کنیم RN نیمساز زاویه i RHI باشد . (۰/۲۵) بنابراین داریم : $\hat{R}_1 = \hat{R}_2$</p>  <p>در نتیجه $RIN \cong RAN$ (ض زض) (۰/۲۵)، پس $IN = AN$ که این با فرض مسئله تناقض دارد (۰/۲۵)، بنابراین فرض خلف باطل و حکم مسئله ثابت است . (۰/۲۵)</p>	۱
۴	<p>ابتدا دو نقطه i A و B را به هم وصل کرده ، سپس عمود منصف آن را رسم می کنیم . (۰/۲۵)</p> <p> محل تقاطع پاره خط AB با خط d جواب مسئله است .</p> <p>۱- اگر عمود منصف پاره خط AB بر خط d منطبق شود مسئله بیشمار جواب دارد . (۰/۲۵)</p> <p>۲- اگر عمود منصف پاره خط AB با خط d متقاطع باشد ، محل تقاطع آنها جواب مسئله است و مسئله یک جواب دارد . (۰/۲۵)</p> <p>۳- اگر عمود منصف پاره خط AB با خط d موازی و غیر منطبق بر d باشد ، مسئله جواب ندارد . (۰/۲۵)</p>	۱
۵	<p>الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) پ) درست (۰/۲۵) ت) نادرست (۰/۲۵)</p> <p>«ادامه در صفحه i دوم»</p>	۱

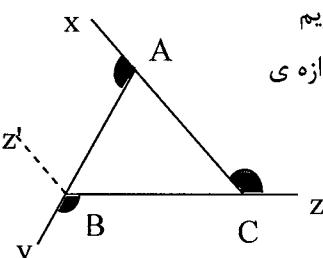
ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۶/۵		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	 <p>برهان: از مرکز دایره به نقاط A و B وصل می کنیم . $\triangle OAB$ در مثلث متساوی الساقین می دانیم ارتفاع OH نیمساز رأس \hat{O} و میانه ضلع AB نیز است. (۰/۲۵) بنابراین :</p> $\hat{AE} = \hat{BE} \text{ درنتیجه } A\hat{O}E = B\hat{O}E \text{ و } AH = HB$	۶
۱	$R = \frac{a}{rsin\alpha} \xrightarrow{(./25)} R = \frac{\frac{r\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = r \quad (./25) \quad OH = R \cos\alpha \xrightarrow{(./25)} OH = \frac{r\sqrt{2}}{2} \quad (./25)$	۷
۰/۷۵	<p>برهان: پاره خط' AB را رسم می کنیم . زاویه i خارجی مثلث' AMB است. (۰/۲۵)</p>  $\hat{AMB} = \hat{AB'M} + \hat{B'AM}$ $\hat{AMB} = \hat{AB'B} + \hat{A'AB'}$ $A\hat{B}'B = \frac{\hat{AB}}{2} \text{ و } A'\hat{A}B' = \frac{\hat{A'B'}}{2} \Rightarrow A\hat{M}B = \frac{\hat{AB} + \hat{A'B'}}{2} \quad (./25)$ <p>بنابراین حکم ثابت شد.</p>	۸
۱/۲۵	<p>(توجه : به اصلاحیه پایان راهنمای تصحیح توجه شود.)</p> $(الف) \widehat{BC} + ۱۰۰^\circ + ۷۰^\circ = ۳۶۰^\circ \xrightarrow{(./25)} \widehat{BC} = ۱۹۰^\circ$ $\widehat{BC} \xrightarrow{(./25)} \frac{۱۹۰^\circ}{2} = ۹۵^\circ \quad (./25) \quad (\text{زاویه ظلی})$ <p>(ب) $4(4+x) = 3(3+5) \xrightarrow{(./25)} 4+x = 6 \xrightarrow{(./25)} x = 2$</p>	۹
۱	$TT' = \sqrt{d^2 - (R-R')^2} \quad (./25) \Rightarrow ۴a - ۱ = \sqrt{۱۰۰ - ۳۶} \quad (./25) = ۸ \Rightarrow a = ۳ \quad (./25)$ <p>این دو دایره یک مماس مشترک داخلی دارند . (۰/۲۵) زیرا مماس برون هستند. (R+R')</p>	۱۰
	«ادامه در صفحه ی سوم»	

ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۶ / ۵		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پژوهش http://aee.medu.ir		دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۱	$R(x, y) = (-y, -x)$ $A(2, 2) \xrightarrow{R} A'(-3, -2)$, $B(-1, 4) \xrightarrow{R} B'(-4, 1)$ (. / ۲۵) $AB = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (4 - 2)^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$ $A'B' = \sqrt{(-4 + 3)^2 + (1 + 2)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$ (. / ۲۵) $\rightarrow AB = A'B'$ (. / ۲۵) $m_{AB} = \frac{4-2}{-1-2} = -\frac{1}{3}$, $m_{A'B'} = \frac{1+2}{-4+3} = -\frac{3}{1}$ (. / ۲۵) $\rightarrow m_{AB} \neq m_{A'B'}$ (. / ۲۵)	۱/۲۵
۱۲	$R(x, y) = (y, -x)$ (. / ۲۵) $x - 3y + 6 = 0$ $A \in L \Rightarrow A = (., 2) \xrightarrow{R} A' (2, .)$ (. / ۲۵) $B \in L \Rightarrow B = (-6, .) \xrightarrow{R} B' (., 6)$ (. / ۲۵) $m_{A'B'} = \frac{6-0}{0-2} = -3$ (. / ۲۵) $y - 0 = -3(x - 2)$ (. / ۲۵) $\Rightarrow y = -3x + 6$	۱/۲۵
۱۳	ابتدا AX را موازی BZ رسم می کنیم سپس بردار AB را بردار انتقال درنظر می گیریم، تحت این انتقال زاویه $\angle BAX$ به زاویه $\angle YBZ'$ منتقل می شود. (۰ / ۲۵) همچنین بردار CB را بردار انتقال دیگری درنظر می گیریم که تحت این انتقال زاویه $\angle CBA$ به $\angle ZCA$ منتقل می شود. (۰ / ۲۵) می دانیم که انتقال اندازه زاویه را حفظ می کند. (۰ / ۲۵) پس داریم:  $B\hat{A}X \xrightarrow{AB} Y\hat{B}Z'$ $Z\hat{C}A \xrightarrow{CB} C\hat{B}Z'$ $Y\hat{B}C + C\hat{B}Z' + Y\hat{B}Z' = 360^\circ$ (. / ۲۵) $Y\hat{B}C + Z\hat{C}A + B\hat{A}X = 360^\circ$ (. / ۲۵)	۱/۲۵
۱۴	شکل (الف) انبساط (۰ / ۲۵)	۰/۵
۱۵	الف) خود-متشابه	۱
	«ادامه در صفحه چهارم»	

ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۶ / ۵		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۶	<p>برهان: طبق شکل خط AC' را رسم می کنیم. این خط صفحه Q را در نقطه ای مانند M قطع می کند. صفحه گذرنده از دو خط متقطع AC و AC' را P_1 و صفحه گذرنده از دو خط متقطع AC' و $A'C'$ را P_2 می نامیم. ($۰/۲۵$)</p> <p>دو خط CC' و BM در صفحه P_1 موازیند. ($۰/۲۵$) در صفحه P_1 با استفاده از قضیه تالس داریم:</p> $\frac{AB}{BC} = \frac{AM}{MC} \quad (۰/۲۵)$ <p>همچنین دو خط AA' و MB' در صفحه P_2 موازیند. ($۰/۲۵$)</p> <p>و در صفحه P_2 با استفاده از قضیه تالس داریم:</p> $\frac{\bar{A}\bar{B}}{\bar{B}\bar{C}} = \frac{AM}{MC} \quad (۰/۲۵)$ <p>از این دو تناسب نتیجه می شود: ($۰/۲۵$)</p> <p>تمکیل شکل ($۰/۲۵$)</p>	۱/۷۵
۱۷	<p>در صفحه P خط دلخواه L را رسم می کنیم سپس از نقطه A، خط L' را موازی L رسم می کنیم. ($۰/۲۵$)</p> <p>L' با یکی از خط های صفحه P موازی است، پس خط L' با صفحه P موازی است. ($۰/۲۵$)</p> <p>بیشمار خط از نقطه A به موازات صفحه P می توان رسم کرد. ($۰/۲۵$)</p> <p>تمکیل شکل ($۰/۲۵$)</p>	۱
۱۸	<p>اگر دو صفحه P و $Q_۱$ و $Q_۲$ بر صفحه P عمود باشند و AO فصل مشترک آنها باشد، خط δ عمود بر صفحه P را در نظر می گیریم می دانیم δ به موازات صفحه های $Q_۱$ و $Q_۲$ می باشد ($۰/۲۵$). بنابراین خط δ به موازات خط AO است ($۰/۲۵$). پس خط OAO بر عمود P است. ($۰/۲۵$)</p> <p>تمکیل شکل ($۰/۲۵$)</p>	۰/۷۵
۲۰	<p>جمع نمره موفق باشید</p>	جمع نمره

محترمین مصححین: لطفا به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود.

توجه: به علت عدم تایپ x در قسمت (الف) سوال ۹ چنانچه دانش آموزی به قسمت مذکور پاسخ

صحیح داده باشد نمره کامل منظور شود. در غیر این صورت نمره به شکل زیر توزیع می گردد:

در سؤال ۸ سطر اول بعد از عبارت رسم می کنیم ($۰/۲۵$) و در سطر دوم بعد از کلمه پس ($۰/۵$) و در

سوال ۹ قسمت (ب) بعد از پرانتز دوم ($۰/۵$) منظور شود.