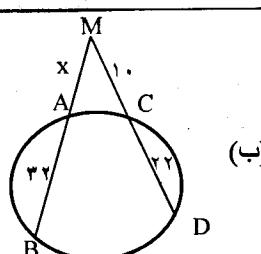
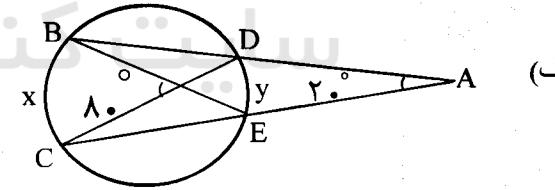


با سمه تعالی

ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۸ / ۶ / ۱۳۹۱	سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پژوهش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱

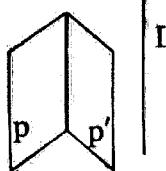
ردیف	سوالات	نمره
۱	واژه‌های زیر را تعریف کنید: الف) شکل خود-متشابه ب) ایزومنتری ج) زاویه‌ی ظلی	۱/۵
۲	قضیه: ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، آنگاه زاویه‌ی مقابل به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه‌ی مقابل به ضلع کوچکتر.	۱/۲۵
۳	سه پاره خط با طول‌های $x+7$ , $6x$ و $(x-1)4$ داده شده‌اند. اگر مجموع این طول‌ها $36$ باشد، آیا این پاره خط‌ها می‌توانند ضلع‌های یک مثلث باشند؟ تو ضیح دهید.	۰/۷۵
۴	قضیه: ثابت کنید سه نیمساز زاویه‌های داخلی هر مثلث همسنند.	۱
۵	در هر یک از موارد زیر مکان هندسی نقطه‌ای از صفحه را به دست آورده و شکل مربوط به آن را رسم کنید. الف) مکان هندسی مرکز دایره‌ای که در خارج یک دایره‌ی داده شده واقع است و روی محیط آن می‌غلتد. ب) مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که در یک نقطه‌ی مشخص بر یک خط داده شده مماس باشد.	۱/۵
۶	شعاع‌های دو دایره‌ی هم مرکز $6$ و $10$ سانتی متر هستند. اندازه‌ی وتری از دایره‌ی بزرگتر را که بر دایره‌ی کوچکتر مماس است پیدا کنید.	۱
۷	قضیه: ثابت کنید در هر چهار ضلعی محاطی، زاویه‌های رو به رو مکمل یکدیگرند و به عکس.	۱/۷۵
۸	در هر یک از شکل‌های زیر $x$ و $y$ را بیا بید. (الف)  (ب) 	۱/۷۵
۹	نقاط $C(6, 3)$ , $B(5, 5)$ , $A(1, 3)$ و $D(x, y)$ یک مثلث هستند. الف) مثلث و تصویرش تحت تبدیل $(x, y) \rightarrow (2x, 2y)$ را رسم کنید. ب) طول ضلع $AB$ و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید. پ) خط‌هایی که نقطه‌های نظری را به هم وصل می‌کنند، نسبت به هم چه وضعی دارند؟	۱/۷۵
۱۰	خط به معادله $6 - y + 2x = 0$ : $L$ و تصویرش تحت دوران $R(x, y) = (-x, -y)$ را رسم کرده سپس معادلهٔ خط تصویر را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۱	در چهار ضلعی $ABCD$ ، $AB=DC$ و $AB \parallel DC$ ، اگر $AD=BC$ و $AD \parallel BC$ با استفاده از تبدیل انتقال ثابت کنید:	۱/۵

«ادامه‌ی سوالات در صفحه‌ی دوم»

با سمه تعالی

مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان : ۱۸ / ۶ / ۱۳۹۱			سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	سوالات	نمره
۱۲	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. الف) اگرچند صفحه در فضا روی دو پاره خط، پاره خط‌های متناظر متناسب ایجاد کرده باشند، لزوماً آن صفحه‌ها موازی نیستند. ب) اگر $L$ و $L'$ دو خط متنافر باشند، هیچ صفحه‌ای شامل $L$ وجود ندارد که با $L'$ موازی باشد. پ) دو صفحه‌ی عمود بر یک خط، بر هم عمودند. ت) اگر خط $L$ با یکی از خط‌های صفحه‌ی $P$ موازی باشد، آنگاه، خط $L$ با صفحه‌ی $P$ موازی است.	۱
۱۳	ثابت کنید اگر خطی با دو صفحه‌ی متقاطع، موازی باشد، آنگاه با فصل مشترک آن‌ها موازی است.	۱/۲۵
۱۴	برای رد حدس‌های کلی زیر با استفاده از رسم شکل و توضیح آن یک مثال نقض ارائه کنید. الف) در فضا، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند لزوماً دیگری را نیز قطع می‌کند. ب) اگر دو خط در دو صفحه‌ی موازی قرار داشته باشند لزوماً این دو خط موازی هستند.	۱/۵
۱۵	ثابت کنید اگر خطی بر یکی از دو صفحه‌ی موازی عمود باشد، بر دیگری هم عمود است.	۱/۲۵
	جمع نمره «موفق باشید»	۲۰



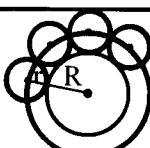
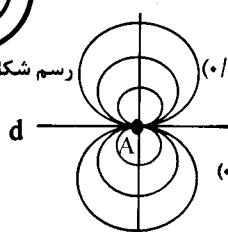
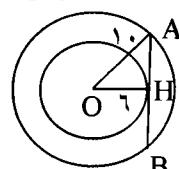
با سمه تعالی

ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
تاریخ امتحان: ۱۸ / ۶ / ۱۳۹۱	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	<p>(الف) اگر قسمتی از یک شکل با کل شکل متشابه باشد، آن شکل خود-متشابه نامیده می‌شود. (۰/۵)</p> <p>ب) تبدیلی که فاصله‌ی بین نقطه‌ها را حفظ کند، ایزومنتری نامیده می‌شود. (۰/۵)</p> <p>پ) زاویه‌ای که رأسش روی دایره است، یک ضلعش دایره را قطع می‌کند و ضلع دیگر را بر دایره مماس است، زاویه‌ی ظلی نامیده می‌شود. (۰/۵)</p>	۱/۵
۲	<p>فرض: <math>AC &gt; AB</math> و حکم: <math>\hat{B} &gt; \hat{C}</math></p> <p>برهان: چون طبق فرض <math>AC &gt; AB</math> بنابراین پاره خط <math>AM</math> را به اندازه‌ی <math>AB</math> روی <math>AC</math> جدا می‌کنیم (۰/۲۵)</p> <p>وازن نقطه‌ی <math>M</math> به <math>B</math> وصل می‌کنیم. چون <math>AB = AM</math> پس مثلث <math>ABM</math> متساوی الساقین است، در نتیجه:</p> <p>(۱) از طرفی چون زاویه‌ی <math>M_1</math> یک زاویه‌ی خارجی مثلث <math>MBC</math> است در نتیجه از هر یک از زاویه‌های داخلی غیر مجاورش بزرگ‌تر خواهد بود. بنابراین <math>\hat{M}_1 &gt; \hat{C}</math> (۰/۲۵)</p> <p>(۲) با توجه به دو رابطه‌ی (۱) و (۲) <math>\hat{B}_1 &gt; \hat{C} \Leftarrow (۱) \text{ و } (۲)</math> (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی نقطه‌ی <math>M</math> بین دو نقطه‌ی <math>C</math> و <math>A</math> واقع است، بنابراین <math>BM</math> نیم خطی داخل زاویه‌ی <math>B</math> است و در نتیجه زاویه‌ی <math>_1</math> جزیی از زاویه‌ی <math>B</math> است.</p> <p>بنابراین این سه پاره خط نمی‌توانند اضلاع یک مثلث باشند. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۳	<p>با توجه به قضیه‌ی وجود مثلث</p> $\left. \begin{array}{l} 6x = 18 \\ 6x + (x + 7) + 4(x - 1) = 36 \Rightarrow x = 3 \\ 4(x - 1) = 8 \end{array} \right\} \longrightarrow \left. \begin{array}{l} 10 + 8 > 18 \\ 18 + 8 > 10 \\ 18 + 10 > 8 \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} (\text{غ}) \\ (\text{ص}) \\ (\text{ص}) \end{array}$ <p>بنابراین این سه پاره خط نمی‌توانند اضلاع یک مثلث باشند. (۰/۲۵)</p>	۰/۷۵
۴	<p>در مثلث <math>ABC</math> نیمسازهای زاویه‌های <math>B</math> و <math>C</math> را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در <math>M</math> قطع کنند. از <math>M</math> بر ضلع‌های <math>AB</math>، <math>AC</math> و <math>BC</math> عمودمی‌کنیم (۰/۲۵)</p> <p>تا به ترتیب آنها را در نقاط <math>K</math>، <math>L</math> و <math>H</math> قطع نمایند.</p> <p>بنابراین نقطه‌ی <math>M</math> روی نیمساز <math>\hat{A}</math> نیز قرار دارد. (۰/۲۵) یعنی <math>M</math> نقطه‌ی همسی هر سه نیمساز است.</p> <p>«ادامه‌ی راهنمای در صفحه‌ی دوم»</p>	۱

با سمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	ساعت شروع: ۹ صبح
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۶ / ۱۸	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۵	الف) با توجه به شکل مکان هندسی مورد نظر دایره ای به مرکز $O$ و به شاع $R+r$ است. (۰/۲۵)  رسم شکل (الف) (۰/۵)   ب) با توجه به شکل مکان هندسی مورد نظر خط عمود بر $d$ در نقطه $A$ است. (۰/۲۵)  رسم شکل (ب) (۰/۵) 	۱/۵
۶	وتری از دایره $i$ بزرگتر بر دایره $j$ کوچکتر مماس است. بنابراین شاع $OH$ بر $AB$ عمود است. بنابراین $AH=HB$ $AH^2 = OA^2 - OH^2 \rightarrow AH^2 = 10^2 - 6^2 \rightarrow AH^2 = 64 \rightarrow AH = 8 \rightarrow AB = 16$ (۰/۲۵)  	۱
۷	باتوجه به قضیه زاویه محاطی داریم: $\widehat{B} + \widehat{D} = \frac{\widehat{ADC}}{2} + \frac{\widehat{ABC}}{2} \rightarrow \frac{36^\circ}{2} = 180^\circ \rightarrow \widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ$ (۰/۲۵) به روش مشابه ثابت می شود $\widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ$ . عكس قضیه: فرض کنیم در چهار ضلعی $ABCD$ ، هردو زاویه $i$ رو به رو مکمل یکدیگر باشند. يعنى $(\widehat{A} + \widehat{C}) = 180^\circ$ و $(\widehat{B} + \widehat{D}) = 180^\circ$ بر سه نقطه $i$ و $j$ دایره می گذرد، (۰/۲۵) ثابت می کنیم که این دایره از نقطه $D$ نیز می گذرد. اثبات(برهان خلف): اگر این دایره از راس $D$ نگذرد، نقطه $i$ بروخورد خط $CD$ با دایره را $D'$ می نامیم ( $ADD' = 180^\circ$ ) و از $D'$ به $A$ وصل می کنیم. چون چهار ضلعی $ABCD'$ محاطی است بنابراین: $\widehat{B} + \widehat{D}' = 180^\circ$ از رابطه (۲) و (۳) نتیجه می شود که $(\widehat{D} = \widehat{D}')$ چون زاویه $i$ دارجی مثلث $ADD'$ است، بنابراین: $(\widehat{D} > \widehat{D}')$ که رابطه $i$ (۴) با رابطه $i$ (۵) در تناقض است. (۰/۲۵) در نتیجه فرض ما که دایره از راس $D$ نمی گذرد نادرست، و حکم قضیه برقرار است.	۱/۷۵
۸	(الف) $\begin{cases} \frac{x+y}{2} = 80 \\ \frac{x-y}{2} = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y = 160 \\ x-y = 40 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 100 \\ y = 60 \end{cases}$ (۰/۵)  (ب) $x(x+32) = 10 \times 32 \rightarrow x^2 + 32x - 320 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 8 & (\text{ق ق}) \\ x = -40 & (\text{غ ق ق}) \end{cases}$ (۰/۲۵)  ادامه ای راهنمای در صفحه ۳ سوم «	۱/۷۵

با سمه تعالی

ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۸ / ۶ / ۱۳۹۱		سال سوم آموزش متوسطه
دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱ <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	راهنمای تصحیح	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	<p>الف) <math>D(x, y) = (2x, 2y)</math></p> $\left. \begin{array}{l} A(1, 3) \rightarrow A'(2, 6) \\ B(5, 5) \rightarrow B'(10, 10) \\ C(6, 3) \rightarrow C'(12, 6) \end{array} \right\} (0/5)$ <p>رسم شکل (۰/۵)</p> <p>(ب) <math>AB = \sqrt{(5-1)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}</math></p> $\left. \begin{array}{l} A'B' = \sqrt{(10-2)^2 + (10-6)^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \end{array} \right\} (0/25) \Rightarrow A'B' = 2AB (0/25)$ <p>پ) این خط ها در مرکز تجانس هم‌رسند. (۰/۲۵)</p>	۱/۷۵
۱۰	<p><math>L: 3x - y + 6 = 0</math></p> $R(x, y) = (-x, -y)$ $\left. \begin{array}{l} A(0, 6) \xrightarrow{R} A'(-6, -6) \\ B(-2, 0) \xrightarrow{R} B'(2, 0) \end{array} \right\} (0/25)$ $m_{AB} = \frac{0+6}{-2-0} = 3 \quad (0/25) \Rightarrow L': y - 0 = 3(x - 2) \quad (0/25) \Rightarrow y = 3x - 6$ <p>رسم شکل (۰/۵)</p>	۱/۲۵
۱۱	<p>بردار <math>\vec{AB}</math> را به عنوان بردار انتقال در نظر می‌گیریم. (۰/۲۵)</p> <p>چون <math>DC</math> و <math>AB</math> موازی و مساویند بنابراین تحت این انتقال <math>BC</math> تصویر می‌شود (۰/۰) و چون انتقال ایزومنتری است (۰/۰)</p> <p>يعنی پاره خط <math>AD</math> بر پاره خط <math>BC</math> و چون انتقال ایزومنتری است (۰/۰)</p> <p><math>AD = BC</math> و <math>AD \parallel BC</math> پس: (۰/۰)</p>	۱/۵
۱۲	<p>الف) درست (۰/۰)</p> <p>ب) نادرست (۰/۰)</p> <p>پ) نادرست (۰/۰)</p> <p>ت) درست (۰/۰)</p>	۱
	«ادامه ای راهنمای در صفحه چهارم»	

با سمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۶ / ۱۸
دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پژوهش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	<p>فرض می کنیم خط <math>L</math> موازی دو صفحه <math>P</math> و <math>P'</math> باشد. از یک نقطه <math>A</math> فصل مشترک مانند <math>A</math> خط <math>L'</math> را موازی <math>L</math> رسم می کنیم. (۰/۲۵) چون خط <math>L</math> با صفحه <math>P</math> موازی است، خط <math>L'</math> به تمامی در صفحه <math>P</math> قرار دارد. (۰/۰۵) با استدلالی مشابه خط <math>L'</math> به تمامی در صفحه <math>P'</math> قرار دارد. (۰/۰۲۵) پس <math>L'</math> همان فصل مشترک دو صفحه <math>P</math> و <math>P'</math> است که با خط <math>L</math> موازی است. (۰/۰۲۵)</p>	۱/۲۵
۱۴	<p>(الف) در مکعب مستطیل رسم شده، خطوط <math>AB</math> و <math>EF</math> موازی هستند و خط <math>EH</math> را قطع کرده است ولی خط <math>AB</math> و خط <math>EH</math> را قطع نکرده است. (۰/۰۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۰۵)</p> <p>(ب) در مکعب مستطیل بالا صفحه های <math>ABCD</math> و <math>EFGH</math> موازی هستند و خط <math>AB</math> در صفحه <math>ABCD</math> قرار دارد و خط <math>EH</math> در صفحه <math>EFGH</math> قرار دارد و <math>AB</math> و <math>EH</math> موازی نیست. (۰/۰۵)</p> <p>(در صورتی که دانش آموز دو شکل رسم کرده باشد برای هر کدام (۰/۰۲۵) منظور شود).</p>	۱/۵
۱۵	<p>برهان: فرض می کنیم خط <math>d</math> بر صفحه <math>P</math> عمود باشد و <math>P \parallel Q</math>. دو خط متقطع <math>OX</math> و <math>OY</math> را در صفحه <math>P</math> در نظر می گیریم (۰/۰۲۵) و <math>O'X'</math> و <math>O'Y'</math> را موازی <math>OX</math> و <math>OY</math> در صفحه <math>Q</math> در نظر می گیریم (۰/۰۲۵)</p> $d \perp P \Rightarrow \begin{cases} d \perp OX \Rightarrow d \perp O'X' & (۰/۰۲۵) \\ d \perp OY \Rightarrow d \perp O'Y' & (۰/۰۲۵) \end{cases} \Rightarrow d \perp Q \quad (۰/۰۲۵)$	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره	

مصححین محترم: لطفا به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود.