

با اسمه تعالی

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۹۶/۶/۱۳	سال سوم آموزش متوسطه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور درنوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۶	مرکز سنجش آموزش و پژوهش	http://aee.medu.ir
نمره	سوالات (پاسخ نامه دارد)	
		ردیف

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

- ۱ با استفاده از استدلال استقرایی و رسم چند ضلعی های محدب تا ۵ ضلعی، جدول زیر را کامل کرده و رابطه ای را که مجموع زاویه های داخلی یک n ضلعی محدب بیان می کند، بیابید.

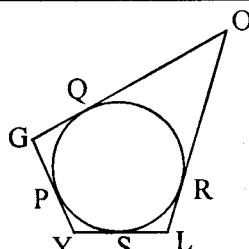
تعداد ضلع ها	۳	۴	۵	n
مجموع زاویه های داخلی	۱۸۰	۳۶۰	?		?

- ۲ می دانیم از تقاطع نیمسازهای زاویه های داخلی یک مستطیل، یک مربع پدید می آید. رابطه بین طول ضلع این مربع و اضلاع مستطیل را به دست آورید.

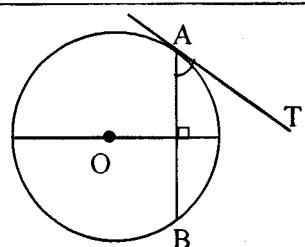
- ۳ قضیه: ثابت کنید در هر مثلث، مجموع طول های هر دو ضلع از طول ضلع سوم بزرگتر است.

- ۴ قضیه: ثابت کنید سه نیمساز زاویه های داخلی هر مثلث همسنند.

- ۵ با استفاده از خط کش و پرگار مربعی رسم کنید که پاره خط مفروض DE قطر آن باشد.
(مراحل رسم را توضیح دهید).

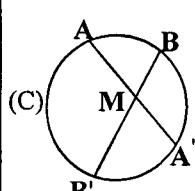


- ۶ در شکل مقابل، ضلع های چهار ضلعی محیطی $GOLY$ بر دایره مماسند.
ثابت کنید: $GO + LY = OL + LY$



- ۷ زاویه ظلی TAB در دایره به مرکز O داده شده است.

- با استفاده از ویژگی قطر عمود بر وتر، ثابت کنید که: $\hat{TAB} = \frac{AB}{2}$



- ۸ قضیه: از نقطه M واقع در داخل دایرة (C) دو وتر دلخواه AA' و BB' رسم شده اند، ثابت کنید:

$$MA \times MA' = MB \times MB'$$

«آدame سوالات در صفحه دوم»

با اسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۹۶/۶/۱۳	سال سوم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور درنوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۶ http://aee.medu.ir	۱۳۹۶	مرکز سنجش آموزش و پژوهش	

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۱		در شکل زیر مقدار x را محاسبه کنید.	۹
۱/۵	<p>واژه های زیر را تعریف کنید: (ج) خط عمود بر صفحه (ب) نگاشت</p>	الف) چند ضلعی محاطی	۱۰
۰/۵	مختصات تصویر نقطه $A(-4, -3)$ را تحت تبدیل $T(x,y) = (x+5, y+1)$ به دست آورید.	۱۱	
۲	<p>نقاط $(1, 3)$, $(5, 5)$ و $(6, 2)$ رأس های یک مثلث هستند. الف) مثلث و تصویرش را تحت تبدیل $D(x,y) = (2x, 2y)$ رسم کنید. ب) طول ضلع AB و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید. ج) شیب ضلع AB و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید.</p>	۱۲	
۱	معادله تصویر خط $y + 6 = 3x - 3$ تحت تبدیل دوران $R(x,y) = (y, -x)$ را به دست آورید.	۱۳	
۱	<p>چهار ضلعی $ABCD$ یک مربع است و $AE = AF$. با استفاده از ویژگی های تبدیل بازتاب ثابت کنید:</p>	۱۴	
۱	<p>اللهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید: الف) در هر صفحه حد اقل نقطه وجود دارد که بر یک خط قرار ندارند. ب) اگر دو صفحه متمایز یک نقطه مشترک داشته باشند آنگاه در یک مشترک هستند. ج) دو خط در فضای که در یک صفحه قرار نمی گیرند، دو خط می نامیم. د) اگر صفحه ای دو صفحه موازی را قطع کند، آنگاه فصل مشترکها با هم هستند.</p>	۱۵	
۱/۵	قضیه: ثابت کنید اگر خط L با یکی از خط های صفحه P موازی باشد، آنگاه، خط L با صفحه P موازی است.	۱۶	
۱	<p>اگر O نقطه ای خارج از صفحه ای مانند P باشد، ثابت کنید کلیه خطهای گذرنده از O که با P موازی هستند در یک صفحه موازی P قرار دارند.</p>	۱۷	
۱	اگر خط L بر صفحه P عمود نباشد، صفحه ای از خط L بگذرانید که بر P عمود باشد.(روش رسم را توضیح دهید.)	۱۸	
۲۰	موفق باشید	جمع نمره	

با سمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۶/۱۳	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داولطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریور سال ۱۳۹۶

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره												
۱	رسم شکل (۰/۵) 	۱												
۱	<table border="1"> <thead> <tr> <th>n</th> <th>.....</th> <th>۵</th> <th>۴</th> <th>۳</th> <th>تعداد ضلع ها</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$180(n-2)$ (۰/۲۵)</td> <td>.....</td> <td>$3 \times 180 = ۵۴۰$ (۰/۲۵)</td> <td>۳۶۰</td> <td>۱۸۰</td> <td>مجموع زاویه های داخلی</td> </tr> </tbody> </table>	n	۵	۴	۳	تعداد ضلع ها	$180(n-2)$ (۰/۲۵)	$3 \times 180 = ۵۴۰$ (۰/۲۵)	۳۶۰	۱۸۰	مجموع زاویه های داخلی	۱۰ ص
n	۵	۴	۳	تعداد ضلع ها									
$180(n-2)$ (۰/۲۵)	$3 \times 180 = ۵۴۰$ (۰/۲۵)	۳۶۰	۱۸۰	مجموع زاویه های داخلی									
۱	<p>در هر مثلث قائم الزاویه ضلع روبرو به زاویه 45° مساوی $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وتر می باشد.</p> $\left\{ \begin{array}{l} \triangle DMC : \hat{D}_1 = 45^\circ \Rightarrow MC = \frac{\sqrt{2}}{2} DC \quad (۰/۲۵) \\ \triangle BNC : \hat{B}_1 = 45^\circ \Rightarrow NC = \frac{\sqrt{2}}{2} BC \quad (۰/۲۵) \end{array} \right.$ $\Rightarrow MN = MC - NC \quad (۰/۲۵) = \frac{\sqrt{2}}{2} DC - \frac{\sqrt{2}}{2} BC \quad (۰/۲۵) \Rightarrow MN = \frac{\sqrt{2}}{2} (DC - BC)$	۲ ص ۲۱												
۱/۲۵	<p>برهان: ضلع BC را از راس B امتداد می دهیم و به اندازه AB روی آن جدا می کنیم تا نقطه D به دست آید. سپس D را به A وصل می کنیم. (۰/۲۵) بنا براین در مثلث ABD داریم:</p> $BD = AB \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{A}_1 \quad (۰/۲۵)$ <p>همچنین در مثلث ADC داریم:</p> $DC = DB + BC \Rightarrow DC = AB + BC \quad (۰/۲۵)$ <p>با توجه به شکل $D \hat{A} C > \hat{D}_1 = \hat{A}_1$ در نتیجه بنابر قضیه: $AB + BC > AC$ (۰/۲۵) بنا براین ص ۲۵</p>	۳												
۱	<p>در مثلث ABC نیمسازهای زاویه های B و C را رسم می کنیم تا یکدیگر را در M قطع کنند. از M برضلع های AB, AC و BC عمود می کنیم (۰/۲۵) تا به ترتیب آنها را در نقاط L, K و H قطع نمایند.</p> $\left. \begin{array}{l} M \Rightarrow MH = ML \\ M \Rightarrow MH = MK \end{array} \right\} \Rightarrow ML = MK \quad (۰/۲۵)$ <p>روی نیمساز زاویه B است $M \Rightarrow MH = MK$ (۰/۲۵) روشی نیمساز زاویه C است</p> <p>بنا براین نقطه M روی نیمساز \hat{A} نیز قرار دارد. (۰/۲۵) یعنی M نقطه همرسی هر سه نیمساز است. ص ۲۵</p>	۴												
	«ادامه در صفحه دوم»													

با اسمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۶/۱۳	سال سوم آموزش متوسطه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داولطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریور سال ۱۳۹۶ مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۵	<p>ابتدا پاره خط DE و عمود منصف آن را رسم می کنیم ($0/25$) از نقطه O وسط DE کمانی $R=OD$ و به شعاع OR می زنیم ($0/25$) این کمان عمود منصف را در دو نقطه F و G قطع می کند. چهار ضلعی $DFEG$ مربع است. رسم شکل ($0/25$)</p> <p>۴۳ ص</p>	۰/۷۵
۶	<p> $\left\{ \begin{array}{l} OQ = OR \\ GQ = GP \end{array} \right.$ $\Rightarrow OQ + GQ + YS + LS = OR + GP + YP + LR$ ($0/25$) $\left\{ \begin{array}{l} YS = YP \\ LS = LR \end{array} \right.$ $\Rightarrow OG + YL = OL + GY$ ($0/25$) </p> <p>۵۶ ص</p>	۱
۷	<p>زاویه ظلی $T\hat{A}B$ را در دایره به مرکز O در نظر می گیریم شعاع OA از این دایره را رسم می کنیم. می دانیم شعاع در نقطه نماس بر خط مماس عمود است. پس: $(1) \angle O\hat{A}B + T\hat{A}B = 90^\circ$ ($0/25$) قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمانهای نظیر آن وتر را نصف میکند. $(2) \angle A\hat{O}M = \angle AM = \frac{\angle AB}{2}$ ($0/25$) و اندازه زاویه مرکزی $\angle AM = \frac{\angle AB}{2}$ $(3) \angle O\hat{A}B + A\hat{O}M = 90^\circ$ از طرفی: از رابطه (1) و (3) نتیجه می شود: $T\hat{A}B = A\hat{O}M$ $(0/25)$ $T\hat{A}B = \frac{\angle AB}{2}$ ص ۵۶ </p>	۱/۵
۸	<p>برهان: از A به B' و از B به A' وصل می کنیم، دو مثلث AMB' و AMB متشابه اند. ($0/25$) زیرا:</p> $\left\{ \begin{array}{l} \angle A\hat{M}B' = \angle A'\hat{M}B \\ \angle A = \angle B = \frac{\angle A'B'}{2} \end{array} \right.$ $\Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'} \Rightarrow MA \times MA' = MB \times MB'$ <p>۷۴ ص</p>	۱
۹	<p>$x(x+2) = 2 \times 8$ ($0/5$) $\Rightarrow x^2 + 2x - 24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 & (\text{حق}) \\ x = -6 & (\text{غیرحق}) \end{cases}$ ص ۷۶</p> <p>«ادامه در صفحه سوم»</p>	۱

با سمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۶/۱۳	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهربیور سال ۱۳۹۶

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	<p>(الف) اگر همه رأسهای یک چندضلعی روی یک دایره قرار داشته باشند، آن را چندضلعی محاطی می‌نامند. (۰/۵)</p> <p>۵۸ ص</p> <p>(ب) یک نگاشت از D به R یک عمل نظیر سازی است که به هر عضو مجموعه D یک و تنها یک عضو از مجموعه R را نظیر می‌کند. (۰/۵) ۸۴ ص</p> <p>(ج) خط L بر صفحه P عمود است، هرگاه صفحه P را قطع کند و بر هر خط صفحه P که از نقطه تقاطع می‌گذرد، عمود باشد. (۰/۵) ۱۴۹ ص</p>	۱/۵
۱۱	$A'(9, -2)$ (۰/۵) ۹۴ ص	۰/۵
۱۲	<p>رسم شکل (۰/۵)</p> <p>$D(x,y) = (2x, 2y)$</p> $\left. \begin{array}{l} A(1,3) \rightarrow A'(2,6) \\ B(5,5) \rightarrow B'(10,10) \\ C(6,2) \rightarrow C'(12,6) \end{array} \right\} (0/5)$ <p>۱۱۵ ص</p>	۲
۱۳	<p>$L: 3x - y + 6 = 0$</p> <p>$R(x,y) = (y, -x)$</p> <p>$A(0,6) \xrightarrow{R} A'(6,0) \quad (0/25)$</p> <p>$B(-2,0) \xrightarrow{R} B'(0,2) \quad (0/25)$</p> <p>$m' = \frac{2-0}{0-6} = -\frac{1}{3} \quad (0/25) \Rightarrow L': y - 0 = -\frac{1}{3}(x - 6) \quad (0/25) \Rightarrow 3y + x - 6 = 0 \quad ۱۲۲ ص$</p> <p>«ادامه در صفحه چهارم»</p>	۱

با سمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۶/۱۳	سال سوم آموزش متوسطه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داولطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریور سال ۱۳۹۶ مرکز سنجش آموزش و پژوهش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	<p>فرض: $ABCD$ مربع و $CE = CF$ حکم: $AE = AF$</p> <p>برهان: قطر AC را که نیمساز زاویه راس مربع نیز می باشد، رسم می کنیم. (۰/۲۵) در مثلث متساوی الساقین AEC نیمساز عمود منصف قاعده EF نیز هست. (۰/۲۵) $C \rightarrow C$ $E \rightarrow F$ } (۰/۲۵) $\Rightarrow CE \rightarrow CF$ بنابراین طبق این تبدیل داریم: $CE = CF$ چون بازتاب محوری ایزو متري است (۰/۲۵) پس:</p>	۱
۱۵	<p>الف) سه (۰/۲۵) ص ۱۳۱ ب) خط (۰/۲۵) خط ۱۳۲ ج) متنافر (۰/۲۵) ص ۱۳۴ د) موازی (۰/۲۵) ص ۱۴۲</p> <p>اگر خط L در صفحه P باشد حکم برقرار است. (۰/۲۵)</p> <p>پس فرض کنیم خط L در صفحه P قرار ندارد. اگر L' خطی از صفحه P باشد که با L موازی است، L و L' متمایزند. صفحه ای را که از این دو خط موازی می گذرد P' نامیم. (۰/۲۵) فصل مشترک دو صفحه P و P' همان خط L' است. (۰/۲۵) اگر خط L صفحه P را قطع کند محل تقاطع روی فصل مشترک این دو صفحه قرار دارد، (۰/۲۵) یعنی دو خط L و L' متقاطع خواهند شد که خلاف فرض است. (۰/۲۵) پس خط L صفحه P را قطع نمی کند و با آن موازی است. (۰/۲۵) ص ۱۴۰</p>	۱
۱۶	<p>دو خط Ax و Ay را در صفحه P در نظر می گیریم. از نقطه O خطوط Ox' و Oy' را موازی خطوط Ax و Ay رسم می کنیم. سبس صفحه Q گذرنده از دو خط x' و y' را Oy رسم می نماییم (۰/۲۵) بنابراین صفحه P با صفحه Q موازی خواهد بود. (۰/۲۵) هر خطی که از نقطه O بگذرد و با صفحه P موازی باشد در صفحه Q قرار می گیرد (۰/۲۵) زیرا در غیر این صورت صفحه Q را قطع می کند. بنابراین صفحه P را که موازی با صفحه Q است نیز قطع می کند. (۰/۲۵) ص ۱۴۷</p>	۱
۱۸	<p>از یک نقطه مانند A روی خط L، خط L' را عمود بر صفحه P رسم می کنیم (۰/۵) L و L' دو خط متقاطع اند و صفحه ای که از این دو خط می گذرد، جواب مسئله است. (۰/۲۵) ص ۱۵۵</p>	۱
	رسم شکل (۰/۲۵)	
۲۰	جمع نمره	

محضین محترم: لطفا به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود.