

باسم‌هه تعالی

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۰۵/۰۶/۹۷	سال سوم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور درنوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۷ مرکز سنجش آموزش و پژوهش http://aee.medu.ir			

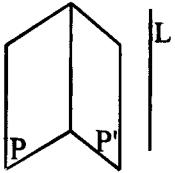
ردیف	نمره	سؤالات (پاسخ نامه دارد)
------	------	-------------------------

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

۱/۵		واژه های زیر را تعریف کنید: الف) مثلث نقطه ب) زاویه ظلی ج) دو خط متناfur	۱
۱/۵		قضیه: ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، آنگاه زاویه مقابل به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه مقابل به ضلع کوچکتر.	۲
۱		سه ضلع مثلثی ۹، ۱۲ و ۱۵ سانتی مترند، اندازه پاره خط‌هایی که نیمساز درونی را از زاویه مقابل به ضلع متقابل آن پیدا می‌آورد، را تعیین کنید.	۳
۱		در چهار ضلعی $MNOP$ ، دو قطر MO و NP یکدیگر را در R قطع می‌کنند. با استفاده از برهان خلف نشان دهید اگر $ON \neq OP$ و $MP=MN$ نیمساز زاویه PMN نیست.	۴
۱		قضیه: ثابت کنید سه نیمساز زاویه های داخلی هر مثلث همسرند.	۵
۱		قضیه: ثابت کنید طول مماس های رسم شده بر یک دایره از هر نقطه خارج آن باهم برابرند.	۶
۰/۵		پاره خط AB به طول ۴ سانتی متر و کمان در خور زاویه 30° رویه رو به این پاره خط مفروض است. شعاع دایره‌ای را که این کمان در خور بخشی از آن است را تعیین کنید.	۷
۱		در دایره به مرکز O ، اگر $\hat{ABC} = (\alpha + 12)^\circ$ و $\hat{AOC} = (3\alpha + 12)^\circ$ باشد، مقدار α و اندازه زاویه مرکزی \hat{AOB} و محاطی \hat{ACB} را محاسبه کنید.	۸
۱/۲۵		قضیه: ثابت کنید اگر از یک نقطه، یک مماس و یک قاطع نسبت به یک دایره رسم کنیم، قطعه‌ای از خط مماس محصور بین آن نقطه و نقطه تماس، واسطه هندسی بین دو قطعه قاطع است.	۹
۰/۷۵		دو دایره به شعاع‌های ۹ و ۴ سانتی متر، مماس بروون هستند. اندازه مماس مشترک خارجی آنها را به دست آورید. ادامه سوالات در صفحه دوم	۱۰

باسم‌هه تعالی

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۰۶/۰۶/۹۷	سال سوم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور درنوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۷ http://aee.medu.ir			

ردیف	نمره	سوالات (پاسخ نامه دارد)
۱۱	۲/۲۵	نقاط $A(2, 3)$, $B(-2, 3)$, $C(-2, -2)$ و $D(2, -2)$ رأس‌های یک مستطیل هستند. الف) مستطیل و تصویرش را تحت تبدیل تجانس $T(x, y) = (2x, 2y)$ رسم کنید. ب) طول ضلع AB و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید. ج) شیب ضلع AB و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید. د) این تجانس، انبساط است یا انقباض؟
۱۲	۱	معادله تصویر خط $y = 2x + 4$ تحت تبدیل انتقال $T(x, y) = (x + 2, y - 2)$ را به دست آورید.
۱۳	۱/۲۵	در شکل روبرو PR عمود منصف QS است. با استفاده از ویژگی‌های تبدیل بازتاب، ثابت کنید: $\hat{SPR} = \hat{QPR}$
۱۴	۱	عبارت‌های زیر را با کلمات مناسب پر کنید: الف) تبدیل نگاشتی از صفحه به روی خودش است. ب) تبدیل دوران، مرکز دوران را نگه می‌دارد. ج) در هر صفحه حد اقل نقطه وجود دارد که بر یک خط قرار ندارند. د) اگر دو خط متقاطع از صفحه‌ای با دو خط متقاطع از صفحه دیگری دو به دو موازی باشند، آن دو صفحه هستند.
۱۵	۱/۵	قضیه: ثابت کنید اگر خطی با دو صفحه متقاطع، موازی باشد، آنگاه با فصل مشترک آنها موازی است. 
۱۶	۱/۲۵	ثابت کنید، اگر دو صفحه با صفحه سومی موازی باشند، خودشان با هم موازیند.
۱۷	۱/۲۵	از نقطه A روی خط L ، صفحه‌ای بر خط L عمود کنید. (رسم شکل و توضیح روش رسم الزامی است.)
	۲۰	جمع نمره موفق باشید

پاسمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۶/۰۵	سال سوم آموزش متوسطه
سرکر سجش آموزش و پژوهش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و دادطلبان آزاد سراسرکشور نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۷

ردیف	راهنمای تصحیح	مره
۱	<p>الف) به مثالی که نشان دهد یک نتیجه گیری یا یک حدس کلی نادرست است مثال نقض گفته می شود . (۰/۰۵) ص ۱۵</p> <p>ب) زاویه ای که رأسش روی دایره است، یک ضلع دایره را قطع کند و ضلع دیگر را بر دایره مماس است، زاویه ظلی نامیده می شود . (۰/۰۵) ص ۶۰</p> <p>ج) دو خط در فضای که در یک صفحه قرار نمی گیرند، دو خط متقاطع می نامیم . (۰/۰۵) ص ۱۳۴</p>	۱/۵
۲	<p>فرض: $\hat{B} > \hat{C}$ و حکم: $AC > AB$</p> <p>برهان: چون طبق فرض $AC > AB$ ، بنابراین پاره خط AM را به اندازه AB روی AC جدا می کنیم و از نقطه M به B وصل می کنیم . (۰/۰۲۵) چون $AB=AM$ پس مثلث ABM متساوی الساقین است، در نتیجه: $\hat{B}_1 = \hat{M}_1$ (۰/۰۲۵) (۱)</p> <p>از طرفی چون $\hat{M}_1 > \hat{C}$ یک زاویه خارجی مثلث MBC است.</p> <p>در نتیجه از هر یک از زاویه های داخلی غیر مجاورش بزرگتر خواهد بود.</p> <p>بنابراین $\hat{M}_1 > \hat{C}$ (۰/۰۲۵) (۲)</p> <p>باتوجه به دو رابطه (۱) و (۲) خواهیم داشت: $\hat{B}_1 > \hat{C}$ (۰/۰۲۵) (۳)</p> <p>از طرفی نقطه M بین دو نقطه C و A واقع است ، بنابراین BM نیم خطی داخل زاویه B است و در نتیجه زاویه \hat{B}_1 جزئی از زاویه B است ،</p> <p>یعنی $\hat{B} > \hat{B}_1$ (۰/۰۲۵) (۴) از مقایسه (۳) و (۴) نتیجه می شود :</p>	۱/۵
۳	<p>AD نیمساز زاویه A است بنا براین :</p> <p>$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ (۰/۰۲۵) $\Rightarrow \frac{12}{15} = \frac{BD}{9-BD}$ (۰/۰۲۵) $\Rightarrow BD = 4$ (۰/۰۲۵) $DC = 9-4 = 5$ (۰/۰۲۵)</p>	۱
۴	<p>برهان خلف : فرض کنیم MO نیمساز زاویه \hat{PMN} باشد . (۰/۰۲۵) بنابراین داریم: $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ در نتیجه:</p> <p>$\triangle OMN \cong \triangle OMP$ (ض زض) (۰/۰۲۵)، پس $ON = OP$ که این با فرض مسئله تناقض دارد (۰/۰۲۵)، بنابراین فرض خلف باطل و حکم مسئله ثابت است . (۰/۰۲۵) ص ۲۸</p> <p>«دامنه در صفحه دوم»</p>	۱

با سمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصمیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۶/۰۵	سال سوم آموزش متوسطه
سرکز سجس آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و دادطلبان آزاد سراسرکشور نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۷

ردیف	راهنمای تصمیح	نمره
------	---------------	------

۱	<p>در مثلث ABC نیمسازهای زاویه های B و C را رسم می کنیم تا یکدیگر را در M قطع کنند.</p> <p>از M بر ضلع های AB, AC و BC عمود می کنیم ($0/25$) تا به ترتیب آنها را در نقاط L, K و H قطع نمایند.</p> <p>$M \Rightarrow MH = ML$ $\left\{ \begin{array}{l} M \Rightarrow MH = MK \end{array} \right. \Rightarrow ML = MK \quad (0/25)$</p> <p>روی نیمساز زاویه B است $M \Rightarrow MH = MK$ روی نیمساز زاویه C است</p> <p>با براین نقطه M روی نیمساز \hat{A} نیز قرار دارد. ($0/25$) یعنی M نقطه همرسی هر سه نیمساز است. ص ۳۵</p>	۵
۱	<p>چون شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است نتیجه می گیریم: $(0/25) \hat{T} = \hat{T}' = 90^\circ$</p> <p>$\left\{ \begin{array}{l} \hat{T} = \hat{T}' = 90^\circ \\ OT = OT' \quad (0/5) \end{array} \right. \Rightarrow \triangle OMT \cong \triangle OMT'$</p> <p>$OM = OM$</p> <p>$\Rightarrow MT = MT' \quad (0/25)$</p>	۶
۰/۵	$R = \frac{a}{2 \sin \alpha} \Rightarrow R = \frac{4}{2 \sin 2^\circ} = 4 \quad (0/25)$	ص ۶۵
۱	<p>$\hat{A}BC = \frac{\widehat{AC}}{2}$</p> <p>$(0/5) \Rightarrow \alpha + 16 = \frac{2\alpha + 12}{2} \Rightarrow \alpha = 20 \quad (0/25) \Rightarrow \hat{A}BC = 36^\circ \quad (0/25)$</p> <p>$\hat{A}OC = 72^\circ$</p> <p>ص ۶۷</p>	۸
۱/۲۵	<p>برهان: دایره (C) و نقطه M را خارج آن درنظر می گیریم. مماس MA و قاطع MT را نسبت به این دایره رسم می کنیم، باز T به A و A' وصل می کنیم. دو مثلث $\triangle MAT$ و $\triangle MA'T$ متشابه اند زیرا:</p> <p>$\hat{A}TM = \hat{A}AT = \frac{\widehat{AT}}{2}$</p> <p>$\hat{M} = \hat{M}$</p> <p>$\left. \begin{array}{l} \hat{A}TM = \hat{A}AT = \frac{\widehat{AT}}{2} \\ \hat{M} = \hat{M} \end{array} \right\} (0/5) \Rightarrow \frac{MT}{MA} = \frac{MA'}{MT} \quad (0/25)$</p> <p>$\Rightarrow MT^2 = MA \cdot MA' \quad (0/25)$</p> <p>تمام شکل ($0/25$)</p>	۹
	«ادامه در صفحه سوم»	

با سمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۶/۰۵	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۷

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	$\begin{aligned} R = 4 \\ R' = 9 \end{aligned} \Rightarrow d = 13 \quad (./25) \quad TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \quad (./25)$ $TT' = \sqrt{13^2 - (9 - 4)^2}$ $TT' = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \quad (./25)$	۸۱ ص
۱۱	<p>الف) $T(x, y) = (2x, 2y)$</p> $\left. \begin{aligned} A(2, 2) &\rightarrow A'(4, 6) \\ B(-2, 2) &\rightarrow B'(-4, 6) \\ C(-2, -2) &\rightarrow C'(-4, -4) \\ D(2, -2) &\rightarrow D'(4, -4) \end{aligned} \right\} (./15)$ <p>ب) $AB = \sqrt{(-2-2)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{16} = 4$</p> $\left. \begin{aligned} A'B' = \sqrt{(-4-4)^2 + (6-6)^2} = \sqrt{64} = 8 \end{aligned} \right\} (./25) \Rightarrow A'B' = 2AB \quad (./25)$ <p>ج) $m_{AB} = \frac{2-2}{-2-2} = 0$</p> $\left. \begin{aligned} m_{A'B'} = \frac{6-6}{-4-4} = 0 \end{aligned} \right\} (./25) \Rightarrow m_{AB} = m_{A'B'} \quad (./25) رسم شکل (۰/۱۵) د) ابسطاط (۰/۲۵) ۱۱۴ ص $	
۱۲	$L : y = 2x + 1$ $T(x, y) = (x + 4, y - 4)$ $A(0, 1) \xrightarrow{T} A'(4, -1) \quad (./25)$ $B(1, 2) \xrightarrow{T} B'(5, 1) \quad (./25)$ $m' = \frac{1 - (-1)}{5 - 4} = 2 \quad (./25) \Rightarrow L' : y - 1 = 2(x - 5) \quad (./25) \Rightarrow y = 2x - 9$	۱۲۲ ص
۱۳	<p>را به عنوان محور تقارن در نظر می گیریم. (۰/۲۵) تحت بازتاب نسبت به خط PR داریم:</p> $\left. \begin{aligned} S \rightarrow Q \\ P \rightarrow P \\ R \rightarrow R \end{aligned} \right\} (./25) \Rightarrow \hat{S}PR = \hat{Q}PR \quad (./25)$ <p>اندازه زاویه تحت بازتاب ثابت می ماند. (۰/۲۵) $\Rightarrow \hat{S}PR = \hat{Q}PR \quad (./25)$</p> <p>ادامه در صفحه چهارم»</p>	۱۲۶ ص

با اسمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۶/۰۵	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داد طلبان آزاد سراسر کشور نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۷

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	الف) یک به یک $(0/25)$ ص ۸۵ ب) ثابت $(0/25)$ ص ۱۰۹ ج) سه $(0/25)$ ص ۱۲۱ د) موازی $(0/25)$ ص ۱۴۲	۱
۱۵	<p>فرض می کنیم خط L موازی دو صفحه متقطع P و P' باشد.</p> <p>از یک نقطه A مترک مانند A' خط L' را موازی L رسم می کنیم. (۰/۲۵)</p> <p>چون خط L با صفحه P موازی است، خط L' به تمامی در صفحه P قرار دارد. (۰/۵)</p> <p>با استدلالی مشابه خط L' به تمامی در صفحه P' قرار دارد. (۰/۲۵)</p> <p>پس L' همان فصل مشترک دو صفحه متقطع P و P' است که با خط L نیز موازی است. (۰/۵)</p>	۱/۱۵
۱۶	<p>فرض کنیم دو صفحه P و Q با صفحه R موازی باشند. فرض خلف: اگر P با Q موازی نباشد ($0/25$) آنگاه P را قطع می کند. از طرفی چون صفحه Q موازی با R است، پس صفحه P صفحه R را نیز قطع می کند. (۰/۵)</p> <p>و این خلاف فرض است. (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل است و حکم برقرار است یعنی $P \parallel Q$. (۰/۲۵) ص ۱۴۷</p>	۱/۱۲۵
۱۷	<p>می توانیم از خط L بی شمار صفحه بگذرانیم. (۰/۲۵) دو صفحه P_1 و P_2 می نامیم. از نقطه A در صفحه P_1 خط L_1 را عمود بر L رسم می کنیم. (۰/۲۵) از نقطه A در صفحه P_2 خط L_2 را عمود بر L رسم می کنیم. (۰/۲۵) خط های L_1 و L_2 متقطع اند. و خط L بر هر دوی آنها عمود است. طبق قضیه اساسی تعاملد، خط L بر صفحه گذرنده از L_1 و L_2 نیز عمود است. (۰/۰۲۵) این صفحه همان صفحه مطلوب است. ص ۱۵۲</p>	۱/۱۲۵
۲۰	جمع نمره «موفق باشید»	

مصححین محترم: لطفاً به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود.