

## با سمه تعالی

نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۵ دقیقه
دادش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۱۹	تعداد صفحه: ۲	دانش آموزش آموزش و پژوهش	مددگاری: http://ace.medu.ir
ردیف			توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.	
ردیف			سؤالات (پاسخ نامه دارد)	

۱	جاهای خالی را با عدد و یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید.	۰/۵
۲	الف - معادله درجه دومی که ریشه هایش $\sqrt{2} \pm 1$ است بصورت ..... میباشد. ب - اگر چند جمله‌ای $7 - m - 5x^2 - 5x + 2$ بخش پذیر باشد مقدار $m$ برابر با ..... است.	۰/۵
۳	طول ضلع مربعی ۱ متر است. ابتدا نیمی از مساحت آن را رنگ می‌کنیم سپس نیمی از مساحت باقی مانده را رنگ می‌کنیم به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت باقی مانده از مرحله قبل را رنگ می‌کنیم. پس از چند مرحله حداقل ۹۹ درصد از سطح مربع رنگ شده است؟	۱
۴	حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.	۱
۵	$\frac{a+5}{a-1} - \frac{6}{a^2+a+1} - \frac{6(a^2+2)}{a^3-1}$	۰/۵
۶	به روش هندسی و جبری معادله $ x  = \sqrt{2+x}$ را حل نمایید.	۱/۵
۷	جاهای خالی را با عدد و یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید.	۰/۵
۸	الف - اگر $[x+1] f(x) = f(x+1)$ باشد حاصل $(1-\sqrt{3})f$ برابر با ..... است. ب - تابع $y =  x  + 1$ در بازه ..... صعودی است.	۰/۵
۹	برای دو تابع $f(x) = \frac{1}{x^2-4}$ و $g(x) = \frac{2}{x}$ بدون نوشتن ضابطه، دامنه $fog$ را به دست آورید.	۱
۱۰	یک به یک بودن تابع $y = (x+2)^3 - 2$ را بررسی کرده و وارون آن را بدست آورید.	۱/۲۵
۱۱	- با توجه به شکل داده شده زیر: الف) ضابطه تابع را بنویسید. ب) تابع در چه بازه‌هایی صعودی یا نزولی یا ثابت است? ج) نمودار را به گونه‌ای تکمیل کنید که نمودار جدید یک تابع زوج را نمایش دهد.	۱/۲۵
۱۲	با استفاده از فرمول $\sin(\alpha + \beta)$ و $\sin(\alpha - \beta)$ نشان دهید: $\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$	۱

ادامه سوالات در برگه دوم

## با اسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۱۹	سال سوم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴ <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			

ردیف	توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلا مانع است. سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	---	------

۱/۲۵	معادله $2\cos^3 x - 3\cos x + 1 = 0$ را حل کنید.	۱۰
۰/۷۵	حاصل $\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ را به دست آورید.	۱۱
۱	حد تابع $y = x \sin \frac{1}{x}$ را در نقطه $x = 0$ بدست آورید.	۱۲
۲	حدهای زیر را بدست آورید.	۱۳
	(الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - \sqrt{x}}$	
	(ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{\sqrt{2 - 2\cos x}}$	
۱	پیوستگی تابع زیر را در $x = -1$ بررسی کنید.	۱۴
	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{ x } & x \leq -1 \\ 2x + 1 & x > -1 \end{cases}$	
۱/۵	اگر $f(x)$ تابعی مشتق پذیر در نقطه ای مانند $a$ باشد نشان دهید $g(x) = f(x) + b$ نیز در نقطه $a$ مشتق پذیر بوده و مشتق آن برابر است با $g'(a) = f'(a)$	۱۵
۲/۲۵	مشتق توابع زیر را بدست آورید (ساده کردن الزامی نیست)	۱۶
	(الف) $y = \sqrt[3]{\cos x} + 2 \sin^{-1} x$	
	(ب) $y = (2x - x^3)^5 (\sqrt{2x})$	
۱/۲۵	محیط هر دایره ای تابعی از مساحت آن است. آهنگ تغییرات محیط دایره را نسبت به مساحت آن برای دایره‌ای به مساحت $2\pi$ حساب کنید.	۱۷
۲۰	جمع نمره	موفق باشید.

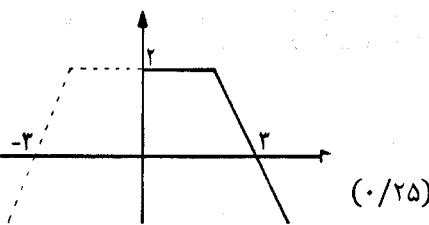
## باسمہ تعالیٰ

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴ / ۱۰ / ۱۹	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) $x^2 - 2x - 1 = 0 \quad (0/25)$ مشابه مسائل صفحه ۲۳ ب) مشابه سوال ۲ صفحه ۱۰ $m = -3 \quad (0/25)$	۰/۵
۲	$\left(\frac{1}{2}\right)^n \leq \frac{1}{100} \rightarrow 2^n \geq 100 \rightarrow n = 7 \quad (0/25)$ $S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q} = \frac{\frac{1}{2}(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n)}{1-\left(\frac{1}{2}\right)} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \geq \frac{99}{100} \quad (0/25)$ مثال صفحه ۳ $(0/25)$	۱
۳	$\frac{a+5}{a-1} - \frac{6}{a^2+a+1} - \frac{6(a^2+2)}{(a-1)(a^2+a+1)} \quad (0/25)$ $= \frac{(a+5)(a^2+a+1) - 6(a-1) - 6a^2 - 12}{(a-1)(a^2+a+1)} = (0/5) \frac{a^2 - 1}{(a-1)(a^2+a+1)} = 1 \quad (0/25)$ مثال صفحه ۱۴	۱
۴	$x^2 = 2 + x \quad (0/25) \rightarrow x^2 - x - 2 = 0$ $(x-2)(x+1) = 0 \quad (0/25) \rightarrow x = 2, x = -1 \quad (0/25)$ مشابه مثال صفحه ۳۸ $(0/25)$	۱/۵
۵	الف) $\sqrt[3]{-1+1} = 1 \quad (0/25)$ ب) مشابه مثال صفحه ۱۰۰ $[0, +\infty) \quad (0/25)$ مشابه تمرین در کلاس صفحه ۸۲	۰/۵
۶	$D_f = R - \{\pm 2\} \quad D_g = R - \{.\} \quad (0/25)$ $D_{fog} = \{x \in D_g \text{ و } g(x) \in D_f\} \quad (0/25) \rightarrow \left\{x \neq . \text{ و } \frac{2}{x} \neq \pm 2\right\} \quad (0/25)$ $\rightarrow D_{fog} = R - \{., 1, -1\} \quad (0/25)$ مشابه مثال صفحه ۷۳	۱
ادامه در صفحه دوم		

## با سمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴ / ۱۰ / ۱۹	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور درنوبت دی ماه سال ۱۳۹۴

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	$f(x_1) = f(x_2) \Leftrightarrow x_1 = x_2$ $(x_1 + 2)^3 - 2 = (x_2 + 2)^3 - 2 \quad (0/25)$ $x_1 + 2 = x_2 + 2 \rightarrow x_1 = x_2 \quad (0/25)$ $\text{تابع یک به یک است} \quad (0/25)$ $\rightarrow y = (x + 2)^3 - 2 \rightarrow y + 2 = (x + 2)^3 \quad (0/25) \rightarrow x = \sqrt[3]{y + 2} - 2 \quad (0/25)$ $\text{تابع وارون} \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x + 2} - 2 \quad (0/25)$	۱/۲۵
	مشابه مسائل شماره ۶ و ۹۴ صفحه ۴	
۸	$f(x) = \begin{cases} 2 & 0 \leq x \leq 2 \\ -2x + 6 & x > 2 \end{cases} \quad (0/5)$  $\text{نژولی (الف)} \quad (0/25) \quad \text{ثبت} \quad [0, 2] \quad [2, +\infty) \quad (0/25) \quad \text{(b)}$	۱/۲۵
	مشابه سوال ۹ و ۱۰ صفحه ۸۴ و ۸۵	
۹	$\frac{1}{2} [\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta] = \frac{1}{2} [\sin \alpha \cos \beta] = \sin \alpha \cos \beta$	۱
	(۰/۲۵)      (۰/۲۵)      (۰/۲۵)      (۰/۲۵)	
	مثال صفحه ۱۱۵	
۱۰	$(\cos x - 1)(2 \cos x - 1) = \cdot \quad (0/25)$ $\cos x = 1 \rightarrow x = 2k\pi, \quad (0/5) \quad \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (0/5)$	۱/۲۵
	مشابه مسائل صفحه ۱۲۳	
ادامه در صفحه سوم		

## باشه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴ / ۱۰ / ۱۹	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور درنوبت دی ماه سال ۱۳۹۴

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	$\cos^{-1}(-\frac{\sqrt{2}}{2}) = \alpha \rightarrow \cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) \quad (\cdot/25)$ $\alpha = \pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow \alpha = \frac{3\pi}{4} \quad (\cdot/25) \rightarrow \cos^{-1}(-\frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{3\pi}{4} \quad (\cdot/25)$ $\cos^{-1}(-\frac{\sqrt{2}}{2}) = \pi - \cos^{-1}(\frac{\sqrt{2}}{2}) = \cdot \quad (\cdot/5) \rightarrow \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \quad (\cdot/25)$ مشابه مثال صفحه ۱۲۶	۰/۷۵
۱۲	$-1 \leq \sin \frac{1}{x} \leq 1 \quad (\cdot/25) \rightarrow -x \leq x \sin \frac{1}{x} \leq x \rightarrow \lim_{x \rightarrow \cdot} (-x) \leq \lim_{x \rightarrow \cdot} (x \sin \frac{1}{x}) \leq \lim_{x \rightarrow \cdot} (x) \quad (\cdot/25)$ $\cdot \leq \lim_{x \rightarrow \cdot} x \sin \frac{1}{x} \leq \cdot \quad (\cdot/25) \rightarrow \text{طبق قضیه افسردگی} \rightarrow \lim_{x \rightarrow \cdot} x \sin \frac{1}{x} = \cdot \quad (\cdot/25)$ به همین ترتیب برای $x < 0$ نیز برقرار است. مشابه مثال صفحه ۱۵۲	۱
۱۳	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)(x+\sqrt{x})}{(x-\sqrt{x})(x+\sqrt{x})} \quad (\cdot/25) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)(x+\sqrt{x})}{x^2 - x} \quad (\cdot/25) =$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)(x+\sqrt{x})}{x(x-1)} \quad (\cdot/25) = \frac{(1+1)(1+\sqrt{1})}{1} = 4 \quad (\cdot/25)$ <b>(ب)</b> $\lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-\cos x}} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-\sin^2 \frac{x}{2}}} \quad (\cdot/25) = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{\sin^2 \frac{x}{2}}} \quad (\cdot/25) =$ $\lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{\sin^2 \frac{x}{2}}} \quad (\cdot/25) = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt{x}}{\sin \frac{x}{2}} = 2 \quad (\cdot/25)$ مشابه مسائل صفحه ۱۵۲ و ۱۵۳ شماره ۱	۲
۱۴	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{ x } = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{-x} = \frac{1}{-(-1)} = 1 \quad (\cdot/25) \quad f(-1) = 1 \quad (\cdot/25)$ $\lim_{x \rightarrow -1} (2x + 1) = 2(-1) + 1 = -1 \quad (\cdot/25)$ $f \text{ در } -1 = -1 = \text{پیوسته نمی باشد} \rightarrow \text{حد راست} \neq \text{حد چپ} = \text{مقدار تابع}$ مشابه مسائل صفحه ۱۵۸	۱
	ادامه در صفحه چهارم	

## با سمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰ / ۱۰ / ۱۹	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	$g'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(a+h) - g(a)}{h} \quad (\cdot/5) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) + b - (f(a) + b)}{h} \quad (\cdot/5)$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f(a+h) - f(a))}{h} = f'(a) \quad (\cdot/5)$	۱۵
۱۶	مسائل صفحه ۱۷۰ شماره ۵	
۱۷	$y' = \frac{1 \times (-\sin x)}{\sqrt{\cos^2 x}} \quad (\cdot/25) + \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} \quad (\cdot/25)$ $\text{مشابه مسائل صفحه ۱۷۴ و ۱۸۴ و ۱۸۶}$ $y' = 5(2x - x^5)(2 - 2x^2) \left( \frac{1}{\sqrt{2x}} + \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} \right)^5 \quad (\cdot/25) \quad (\cdot/25) \quad (\cdot/25) \quad (\cdot/25) \quad (\cdot/25)$	۲/۲۵
۱۸	مسائل صفحه ۱۸۱ شماره ۱	۱/۲۵
	$P = 2\pi R \quad (\cdot/25)$ $S = \pi R^2 \rightarrow R^2 = \frac{S}{\pi} \rightarrow R = \sqrt{\frac{S}{\pi}} \quad (\cdot/25)$ $P = 2\pi \sqrt{\frac{S}{\pi}} \rightarrow P'(s) = 2\pi \frac{1}{\sqrt{\pi s}} \stackrel{s=2\pi}{=} \frac{\pi}{\sqrt{\pi \times 2\pi}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (\cdot/25)$	

همکاران محترم، لطفاً به سایر راه حل های صحیح به تناسب بارم را تقسیم کنید.

با تشکر: طراحان