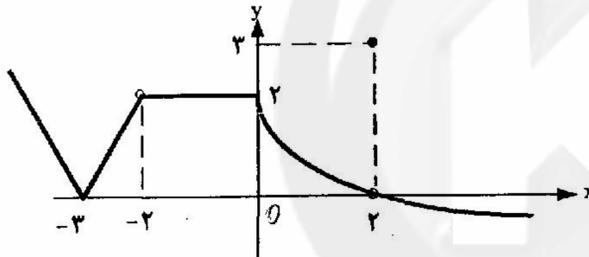


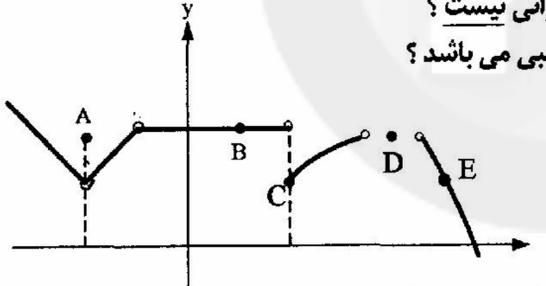
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهائی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۷ / ۳ / ۹	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در (نوبت دوم) خرداد ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	دامنه ی تابع $y = \frac{\sqrt{1-x}}{[x]}$ را تعیین کنید.	۰/۷۵
۲	تابع g با ضابطه ی $g(x) = \sqrt{x-1}$ مفروض است. (الف) دامنه ی تابع $g \circ g$ را بدون تشکیل ضابطه آن بیابید. (ب) ضابطه ی تابع $g \circ g$ را بنویسید.	۱
۳	در معادله ی درجه دوم $4x^2 - 16x + m = 0$ یکی از ریشه ها دو واحد بیشتر از ریشه ی دیگر است. مقدار m و هر دو ریشه ی معادله را بیابید.	۱/۲۵
۴	f تابعی یک به یک است و f^{-1} معکوس f است. ضابطه ی تابع معکوس تابع $g(x) = 1 - 2f(x+3)$ را بیابید.	۱
۵	درستی رابطه ی مقابل را بررسی کنید. $\frac{f \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{\sin 5\alpha + \sin \alpha} = \frac{1}{\sin 3\alpha}$	۱
۶	نمودار تابع f در شکل زیر داده شده است، حاصل هر یک از حدود زیر را در صورت وجود تعیین کنید.  <p>(الف) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ (ب) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ (ج) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$</p>	۰/۷۵
۷	حدود زیر را در صورت وجود بیابید. ([] نماد جزء صحیح است) (الف) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-3}{[x]+[-x]}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - x - 1}{x^2 - x}$ (ج) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 - \cos 2x}}$ (د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 + 1})$	۲/۷۵
۸	معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x+1}$ را در صورت وجود بیابید.	۰/۷۵
۹	تابع f با ضابطه ی $f(x) = \frac{\sqrt{x+8} - 2}{x}$ مفروض است. $f(0)$ را چنان بیابید که تابع f در $x_0 = 0$ پیوسته باشد.	۰/۷۵
ادامه سؤالات در صفحه دوم		

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهائی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۷ / ۳ / ۹	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در (نوبت دوم) خرداد ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $y = \tan^3(x^2) + \cos(\Delta x - \frac{\pi}{4})$ ب) $y = \frac{(2x+1)^5}{x\sqrt{x}}$ ج) $x^2 + x^3 y^4 - y = 2x - 5$	۱/۷۵
۱۱	اگر $f'(x) = x^2$ باشد، مشتق $y = f(\sin x)$ را حساب کنید.	۰/۱۵
۱۲	تابع $y = \frac{ax+2}{x+(a-1)}$ مفروض است. در صورتی که نقطه $O'(-2, 3)$ مرکز تقارن تابع باشد، شیب خط مماس بر منحنی تابع را در نقطه‌ی تلاقی آن با محور عرض‌ها بیابید.	۱/۲۵
۱۳	مساحت یک کره به شعاع r از فرمول $s = 4\pi r^2$ بدست می‌آید. اگر شعاع کره با آهنگ 3 سانتی متر در ثانیه کاهش یابد، آهنگ 3 تغییر مساحت کره را در لحظه‌ای که شعاع کره 5 سانتی متر است بیابید.	۰/۷۵
۱۴	تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} 8x & , x \leq 2 \\ 2x^2 + 1 & , x > 2 \end{cases}$ مفروض است. الف) $f'_+(2)$ و $f'_-(2)$ را بدست آورید. ب) آیا تابع f در $x_0 = 2$ مشتق پذیر است؟ چرا؟	۱/۲۵
۱۵	شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ است. الف) کدام یک از نقاط مشخص شده در شکل، نقطه بحرانی نیست؟ ب) کدام یک از نقاط مشخص شده، ماکزیمم و مینیمم نسبی می‌باشد؟ 	۰/۷۵
۱۶	در تابع $y = ax^3 + bx^2$ ، ضرایب a و b را چنان بیابید که نقطه $I(1, 2)$ ، نقطه‌ی عطف تابع باشد.	۱/۲۵
۱۷	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \text{Arccos}(\sqrt{x})$ را رسم کنید.	۱/۲۵
۱۸	ابتدا نمودار تابع $y = x[x]$ را در بازه $(-1, 2)$ رسم کنید. سپس مقدار $\int_{-1}^2 y dx$ را بیابید.	۱/۲۵
	جمع نمره	۲۰
	« موفق باشید »	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۹ / ۳ / ۱۳۸۷
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خردادماه) سال تحصیلی ۸۷-۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$1-x \geq 0 \rightarrow 1 \geq x \quad (0/25)$ $[x] \neq 0 \rightarrow x \in \mathbb{R} - [0, 1) \quad (0/25) \Rightarrow D = (-\infty, 0) \cup \{1\} \quad (0/25)$	۰/۷۵
۲	$g(x) = \sqrt{x-1}$ الف) $D_g : x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \rightarrow D_g = [1, +\infty) \quad (0/25)$ $D_{g \circ g} = \left\{ x \in D_g \mid g(x) \in D_g \right\} = \left\{ x \in [1, +\infty) \mid \sqrt{x-1} \geq 1 \right\} = [2, +\infty) \quad (0/25)$ $\frac{x-1 \geq 1}{x \geq 2}$ ب) $g \circ g(x) = g(g(x)) = \sqrt{\sqrt{x-1}-1} \quad (0/25)$	۱
۳	$\begin{cases} \alpha = \beta + 2 \\ \alpha + \beta = 4 \quad (0/25) \Rightarrow \alpha = 3, \beta = 1 \quad (0/5), 3 \times 1 = \frac{m}{4} \rightarrow m = 12 \quad (0/25) \\ \alpha \times \beta = \frac{m}{4} \quad (0/25) \end{cases}$	۱/۲۵
۴	$y = g(x) \Leftrightarrow x = g^{-1}(y) \quad (0/25)$ $y = 1 - 2f(x+3) \Rightarrow f(x+3) = \frac{1-y}{2} \Rightarrow x+3 = f^{-1}\left(\frac{1-y}{2}\right) \Rightarrow$ $(0/25)$ $x = g^{-1}(y) = f^{-1}\left(\frac{1-y}{2}\right) - 3 \quad (0/25) \Rightarrow g^{-1}(x) = f^{-1}\left(\frac{1-x}{2}\right) - 3 \quad (0/25)$	۱
۵	$\frac{2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{\sin \alpha + \sin \alpha} = \frac{2 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \left(\cos \frac{\pi}{4} - \cos 2\alpha\right)}{2 \sin \alpha \cos \alpha} \quad (0/5) = \frac{2 \cos 2\alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} \quad (0/25) = \frac{1}{\sin 2\alpha}$	۱
۶	الف) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 2 \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0 \quad (0/25)$ ج) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2 \quad (0/25)$	۰/۷۵
۷	الف) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-3}{[x] + [-x]} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-3}{-1} = 0 \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2x+1)}{x(x-1)} = 3 \quad (0/25)$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 - \cos 2x}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin 2x}{\sqrt{2} \sin x } = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \sin x \cos x}{-\sqrt{2} \sin x} = -\sqrt{2} \quad (0/25)$ د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 + 1}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x^2 + 2x) - (x^2 + 1)}{\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 + 1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2} + \sqrt{x^2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{\frac{ x }{-x} + \frac{ x }{-x}}$ $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{-2x} = -1 \quad (0/25)$	۲/۷۵
	«ادامه در صفحه ی دوم»	

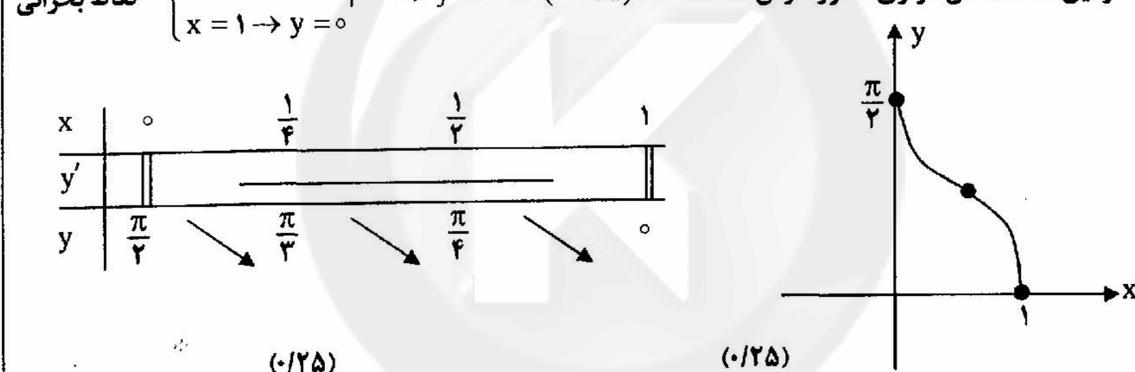
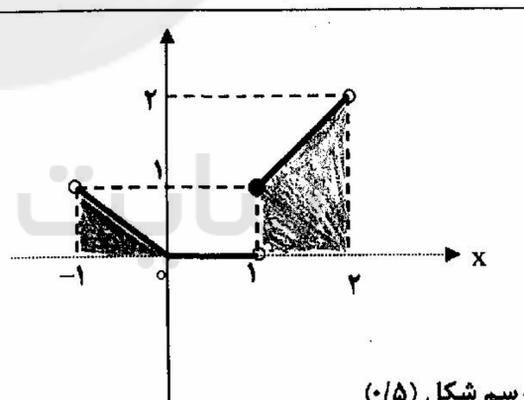
باسمه تعالی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
باسمه تعالی		
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان		رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۹ / ۳ / ۱۳۸۷
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خردادماه) سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	$y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x+1} \quad D = (0, +\infty) \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ مجانب افقی $y = 0$ (0/25) $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty$ مجانب قائم $x = 0$ (0/25)	۰/۷۵
۹	شرط پیوستگی $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ (0/25) $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+8} - 2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+8) - 8}{x(\sqrt[3]{(x+8)^2} + 2\sqrt[3]{(x+8)} + 4)} \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt[3]{(x+8)^2} + 2\sqrt[3]{(x+8)} + 4)} = \frac{1}{12} \quad (0/25)$	۰/۷۵
۱۰	الف) $y' = 3 \times 2x \times \tan^2(x^2)(1 + \tan^2(x^2)) + \left[-5 \sin\left(\Delta x - \frac{\pi}{4}\right) \right]$ (0/5) (0/25) ب) $y' = \frac{5 \times 2(2x+1)^4 x \sqrt{x} - (\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} x)(2x+1)^5}{(x\sqrt{x})^2}$ ج) $x^2 + x^3 y^4 - y - 2x + 5 = 0$ $2x + (3x^2 y^4 + 4y^3 y' x^3) - y' - 2 = 0 \rightarrow y' = \frac{-(2x + 3x^2 y^4 - 2)}{4x^3 y^3 - 1} \quad (0/5)$	۱/۷۵
۱۱	$y' = \cos x \cdot f'(\sin x) = \cos x \cdot \sin^2 x \quad (0/25)$ (0/25)	۰/۵
۱۲	$\begin{cases} x \rightarrow \pm \infty \Rightarrow y = a \\ y \rightarrow \pm \infty \Rightarrow x = 1 - a \end{cases} \Rightarrow a = 3 \Rightarrow y = \frac{3x+2}{x+2} \Rightarrow (0,1) \quad (0/25)$ $y' = \frac{4}{(x+2)^2} \quad (0/25) \rightarrow m = 1 \quad (0/25)$ شیب مماس	۱/۲۵
۱۳	$\frac{dr}{dt} = -3 \rightarrow \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dr} \times \frac{dr}{dt} = 8\pi \times 5 \times (-3) = -120\pi \quad (0/25)$ (0/25)	۰/۷۵
۱۴	الف) $f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x^2 + 1 - 16}{x - 2} = -\infty \quad (0/5)$ $f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{8x - 16}{x - 2} = 8 \quad (0/5)$ ب) خیر چون مشتق چپ و راست مساوی نیست. یا چون f در $x = 2$ پیوسته نیست. (0/25)	۱/۲۵
«ادامه در صفحه‌ی سوم»		

سایت اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی وزارت آموزش و پرورش به آدرس : (<http://aee.medu.ir>) تنها سایت مرجع سؤالات و رهنمای آن در کشور و همچنین پاسخگویی به سؤالات دانش آموزان در خصوص امتحانات می‌باشد.

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۷ / ۳ / ۹
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خردادماه) سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره															
۱۵	<p>(۰/۲۵) نقطه‌ی E بحرانی نیست (الف)</p> <p>(۰/۲۵) $A, B \rightarrow$ نقاط ماکزیمم نسبی (ب)</p> <p>(۰/۲۵) $B, C \rightarrow$ نقاط مینیمم نسبی</p>	۰/۷۵															
۱۶	<p>(۰/۲۵) $y = ax^3 + bx^2 \rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx \rightarrow y'' = 6ax + 2b \rightarrow 6a(1) + 2b = 0 \rightarrow 3a + b = 0$</p> <p>(۰/۲۵) $y' = 3ax^2 + 2bx \rightarrow y'' = 6ax + 2b \rightarrow 6a(1) + 2b = 0 \rightarrow 3a + b = 0$</p> <p>(۰/۵) $\begin{cases} a + b = 2 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = 3$</p>	۱/۲۵															
۱۷	<p>(۰/۲۵) $-1 \leq \sqrt{x} \leq 1 \rightarrow D = [0, 1]$</p> <p>(۰/۲۵) $y' = \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{1-(\sqrt{x})^2}} < 0$</p> <p>در این نقاط مماس موازی محور عرض هاست $\Rightarrow y' = -\infty$ (۰/۲۵)</p> <p>نقاط بحرانی $\begin{cases} x=0 \rightarrow y = \frac{\pi}{2} \\ x=1 \rightarrow y = 0 \end{cases}$</p>  <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1/4</td> <td>1/2</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td> </td> <td>-</td> <td>-</td> <td> </td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>pi/2</td> <td>pi/3</td> <td>pi/4</td> <td>0</td> </tr> </table>	x	0	1/4	1/2	1	y'		-	-		y	pi/2	pi/3	pi/4	0	۱/۲۵
x	0	1/4	1/2	1													
y'		-	-														
y	pi/2	pi/3	pi/4	0													
۱۸	<p>(۰/۲۵) $\begin{cases} -1 < x < 0 \rightarrow y = -x \\ 0 \leq x < 1 \rightarrow y = 0 \\ 1 \leq x < 2 \rightarrow y = x \end{cases}$</p> <p>(۰/۵) $\int_{-1}^2 y dx = \frac{1 \times 1}{2} + \frac{1 \times (1+2)}{2} = 2$</p>  <p>رسم شکل (۰/۵)</p>	۱/۲۵															
۲۰	جمع نمره																

باسلام و خسته نباشید

مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.