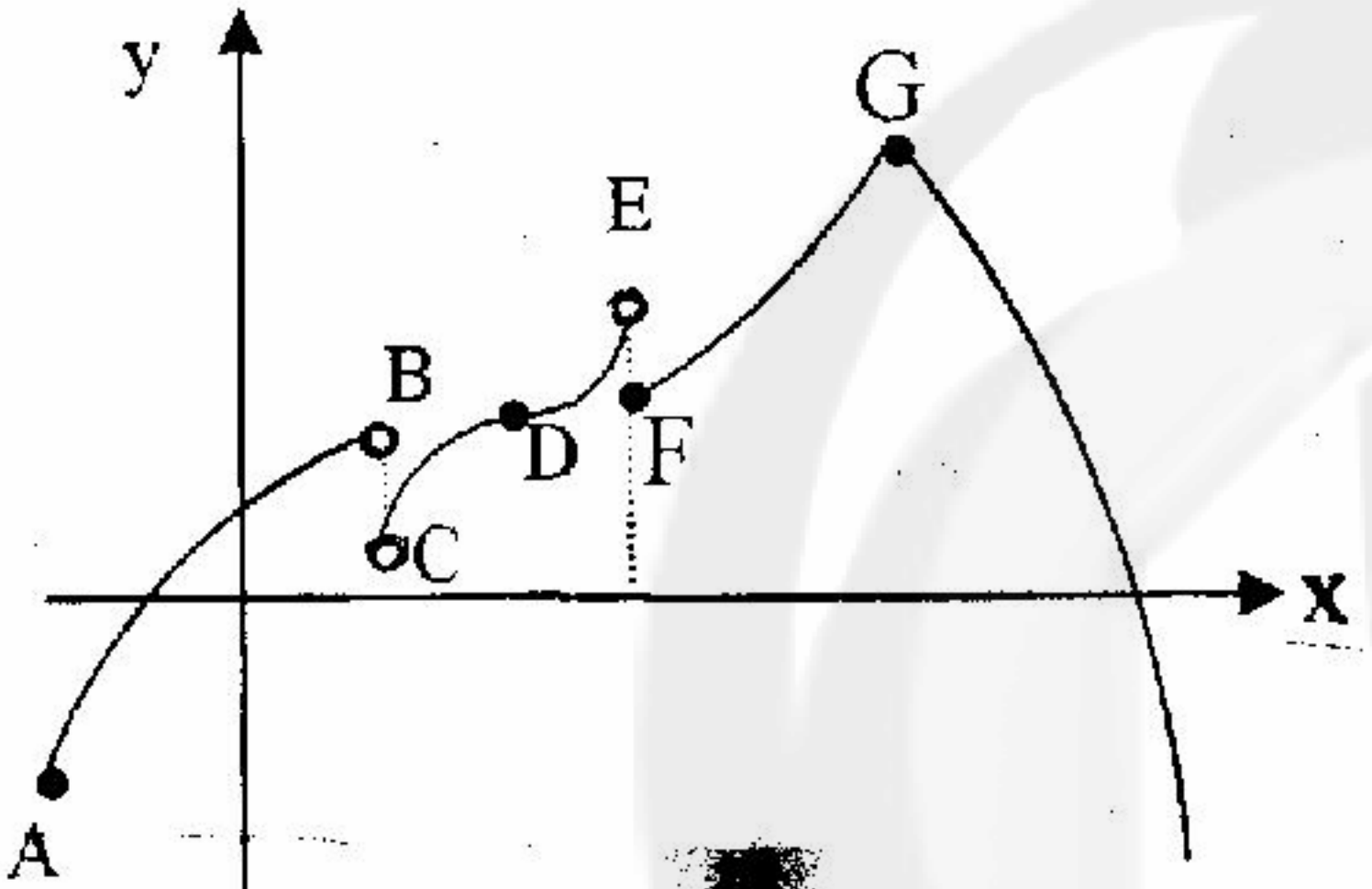
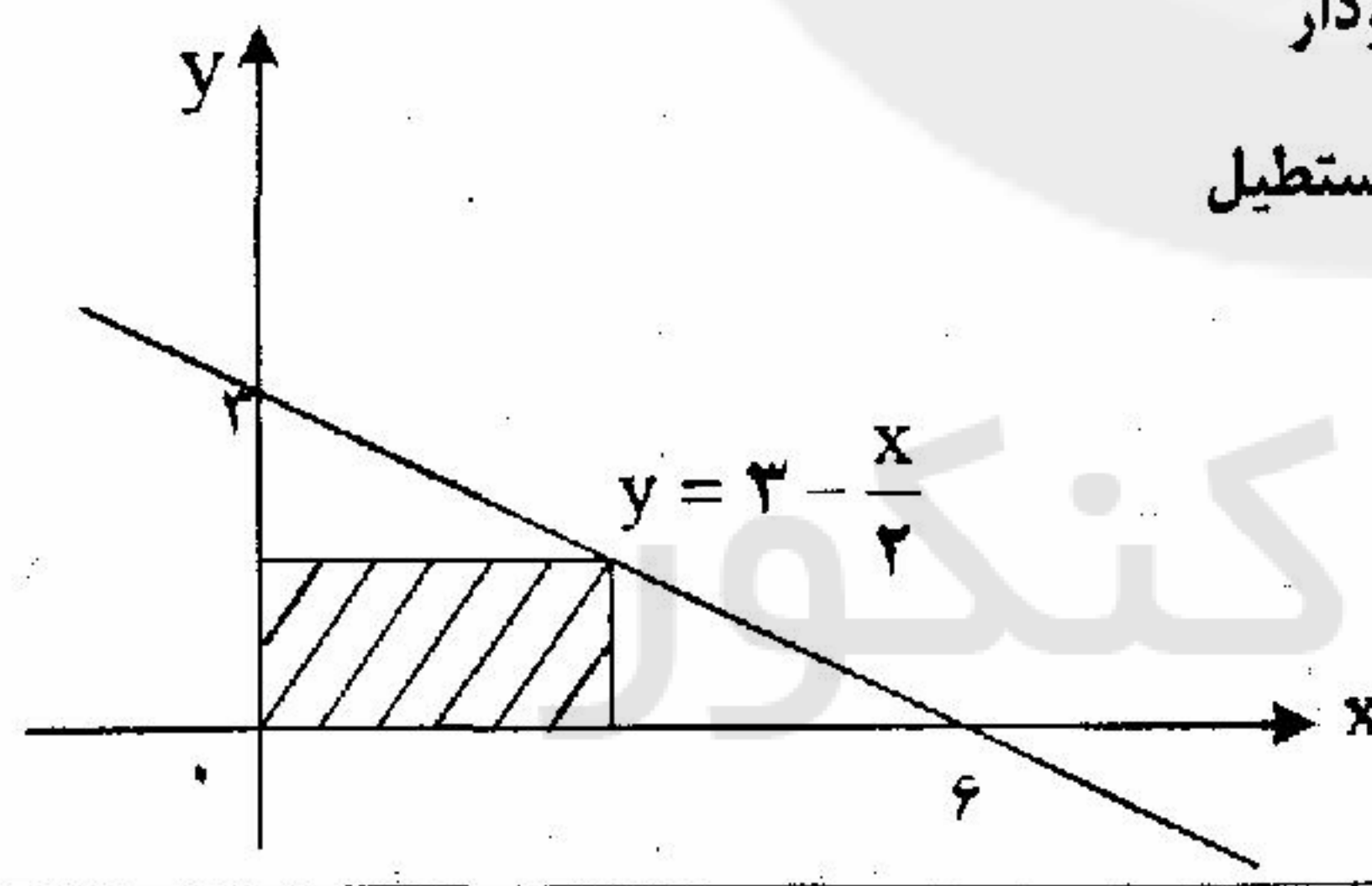


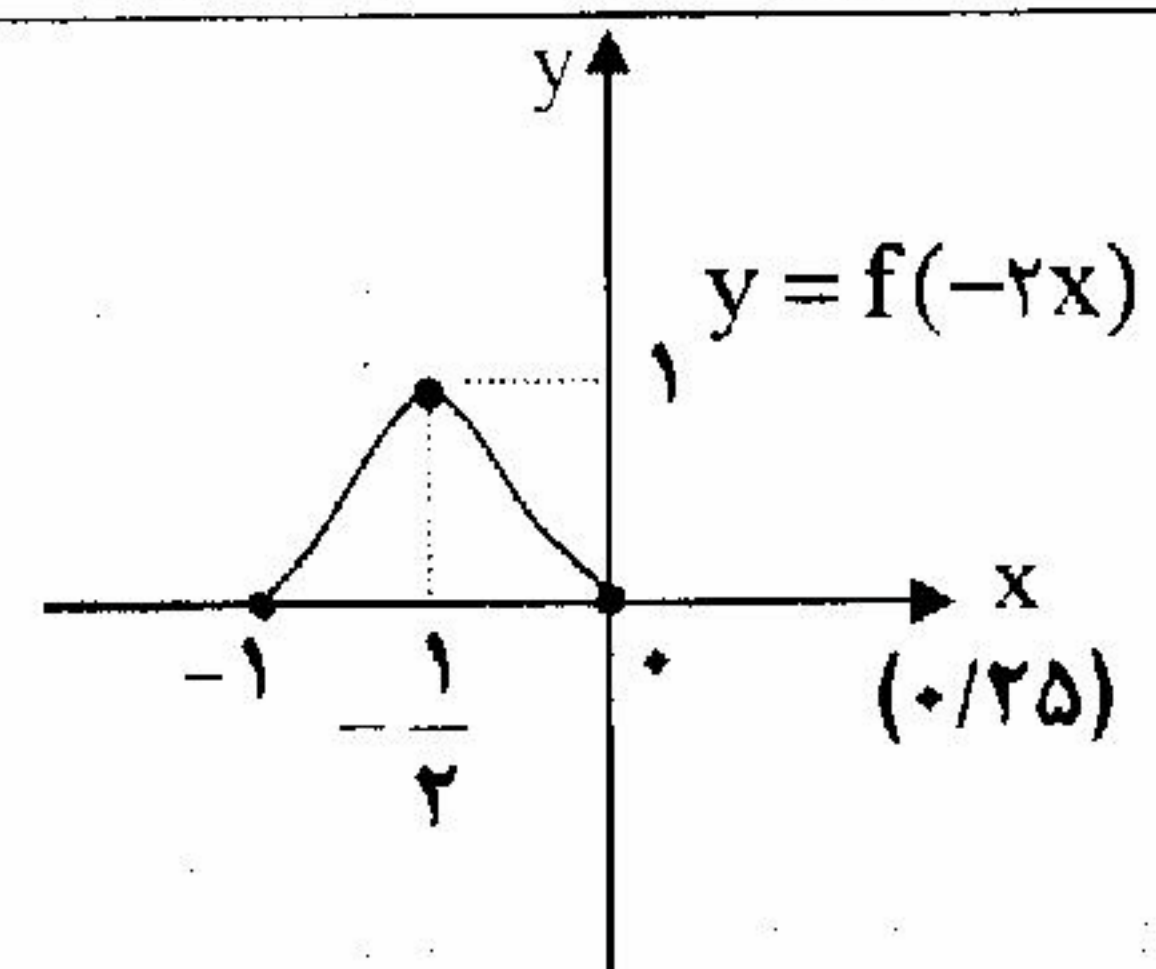
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان		رشته : ریاضی فیزیک		ساعت شروع : ۸ صبح		مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه	
سال سوم آموزش متوسطه				تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۳ / ۹			
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۸۸				اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir			
ردیف	سؤالات						نمره
۱	نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر داده شده است . نمودار $y = f(-2x)$ را رسم کنید، سپس تعیین کنید نمودار حاصل زوج یا فرد است و یا نه زوج و نه فرد است . چرا ؟						۱
۲	توابع f و g با ضابطه های $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = x^2 - 1$ مفروضند . الف) دامنه $g \circ f$ را مشخص کنید . ب) مقدار $\left(\frac{2f - g}{f} \right)_{(1)}$ را محاسبه کنید .						۱/۲۵
۳	مقدار k را طوری تعیین کنید که عبارت $8x^3 + 4x^2 - kx - 8$ بر $2x - 1$ بخش پذیر باشد.						۰/۷۵
۴	f تابعی یک به یک است و f^{-1} ، معکوس f است. معکوس تابع $g(x) = 1 + 2f(x - 3)$ را حساب کنید .						۱
۵	درستی رابطه رو به رو را بررسی کنید . $\frac{\sin 3\alpha - \sin 5\alpha}{\cos 5\alpha - \cos 3\alpha} = \cot 4\alpha$						۱
۶	آیا $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \sqrt{x^2 - 1}$ وجود دارد ؟ چرا ؟						۰/۵
۷	حدود زیر را محاسبه کنید . الف) $\lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^2 + 3x + 2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{ \cos x }{x - \frac{\pi}{2}}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x^2] - 4}{x - 2}$ د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 2x})$						۳
۸	مجانبهای افقی تابع $y = \frac{x + \sqrt{1-x}}{2 x }$ را در صورت وجود بیابید .						۰/۷۵
۹	مقدار a را به قسمی تعیین کنید که تابع $f(x) = a[1-x] + [x]$ در $x_0 = 1$ پیوستگی راست داشته باشد.						۰/۷۵
۱۰	اولاً : مشتق y را نسبت به x بدست آورید . (ساده کردن مشتق لازم نیست) الف) $y = \sqrt[5]{\cos x} + \text{Arctan}(x^2 - 1)$ ب) $x^2 y^3 + \sqrt{y} = 1$ ثانیاً : اگر $f'(x) = 2x$ باشد ، مشتق $y = f(\sin x)$ را حساب کنید .						۲
« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »							

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان		رشته : ریاضی فیزیک		ساعت شروع : ۸ صبح		مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه	
سال سوم آموزش متوسطه				تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۳ / ۹			
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۸۸				اداره ای کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir			
ردیف	سؤالات						نمره
۱۱	تابع $y = \frac{ax+b}{x+c}$ را در نظر بگیرید. a ، b و c را چنان تعیین کنید که منحنی تابع محور عرض ها را در نقطه ای به عرض (-۳) قطع کند و دارای مجانبی به معادله $x = -۲$ باشد و خط مماس بر منحنی در نقطه ای به طول ۲ موازی خط $y = \frac{۳}{۴}x - \frac{۵}{۴}$ شود.						۱/۷۵
۱۲	آهنگ آنی تغییر مساحت یک دایره نسبت به تغییر محیط آن را پیدا کنید.						۰/۵
۱۳	مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x^2(x+1)}$ را در نقطه $x_0 = ۰$ بررسی کنید.						۱
۱۴	با توجه به شکل زیر، برای تابع f نقاط خواسته شده را در صورت وجود مشخص کنید. الف) ماکزیمم نسبی ب) می نیمم نسبی ج) ماکزیمم مطلق د) می نیمم مطلق هـ) عطف 						۱/۲۵
۱۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{\cos x}{2\cos x - 1}$ را در بازه $[۰, ۲\pi]$ رسم کنید.						۱/۵
۱۶	در شکل زیر، یک مستطیل به محور x ها و y ها و نمودار تابع $y = ۳ - \frac{x}{۲}$ محدود شده است. طول و عرض مستطیل چقدر باشد تا مساحت آن ماکزیمم شود؟ 						۰/۷۵
۱۷	با رسم نمودار $f(x) = \begin{cases} -۲x & x < ۰ \\ x - ۴ & x \geq ۰ \end{cases}$ ، مقدار عددی $\int_{-۳}^۳ f(x)dx$ را تعیین کنید.						۱/۲۵
	« موفق باشید »						جمع نمره
							۲۰

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان		رشته : ریاضی فیزیک								
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۳ / ۹								
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۸۸		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir								
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره								
۱	نمودار حاصل نه زوج و نه فرد است. (۰/۲۵) زیرا محور y ها محور تقارن نیست (۰/۲۵) و مبدا مختصات مرکز تقارن نیست. (۰/۲۵) 	۱								
۲	(الف) $D_f = [0, +\infty)$, $D_g = \mathbb{R}$ (۰/۲۵) $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in [0, +\infty) \mid \sqrt{x} \in \mathbb{R}\} = [0, +\infty)$ (۰/۲۵) (ب) $\left(\frac{2f-g}{f}\right)'(1) = \frac{2f'(1)-g'(1)}{f(1)} = \frac{2 \times 1 - 0}{1} = 2$ (۰/۲۵)	۱/۲۵								
۳	$f(x) = 8x^3 + 4x^2 - kx - 8$ $2x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$ $f(\frac{1}{2}) = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow -\frac{k}{2} - 6 = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow k = -12$ (۰/۲۵)	۰/۲۵								
۴	$y = g(x) \Leftrightarrow x = g^{-1}(y)$ (۰/۲۵) $y = 1 + 2f(x-2) \Rightarrow x = f^{-1}(\frac{y-1}{2}) + 2$ (۰/۲۵) $g^{-1}(y) = f^{-1}(\frac{y-1}{2}) + 2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow g^{-1}(x) = f^{-1}(\frac{x-1}{2}) + 2$ (۰/۲۵)	۱								
۵	$\frac{\sin 3\alpha - \sin 5\alpha}{\cos 5\alpha - \cos 3\alpha} = \frac{2 \cos 4\alpha \sin(-\alpha)}{-2 \sin 4\alpha \sin \alpha} = \frac{\cos 4\alpha}{\sin 4\alpha} = \cot 4\alpha$ (۰/۲۵)	۱								
۶	خیر، وجود ندارد. (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{0^-}$ <table border="1" data-bbox="1046 1967 1351 2139"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>-</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>$x^2 - 1$</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> </tr> </table> (۰/۲۵)	x	-1	-	1	$x^2 - 1$	0	-	0	۰/۵
x	-1	-	1							
$x^2 - 1$	0	-	0							
« ادامه در صفحه ی دوم »										

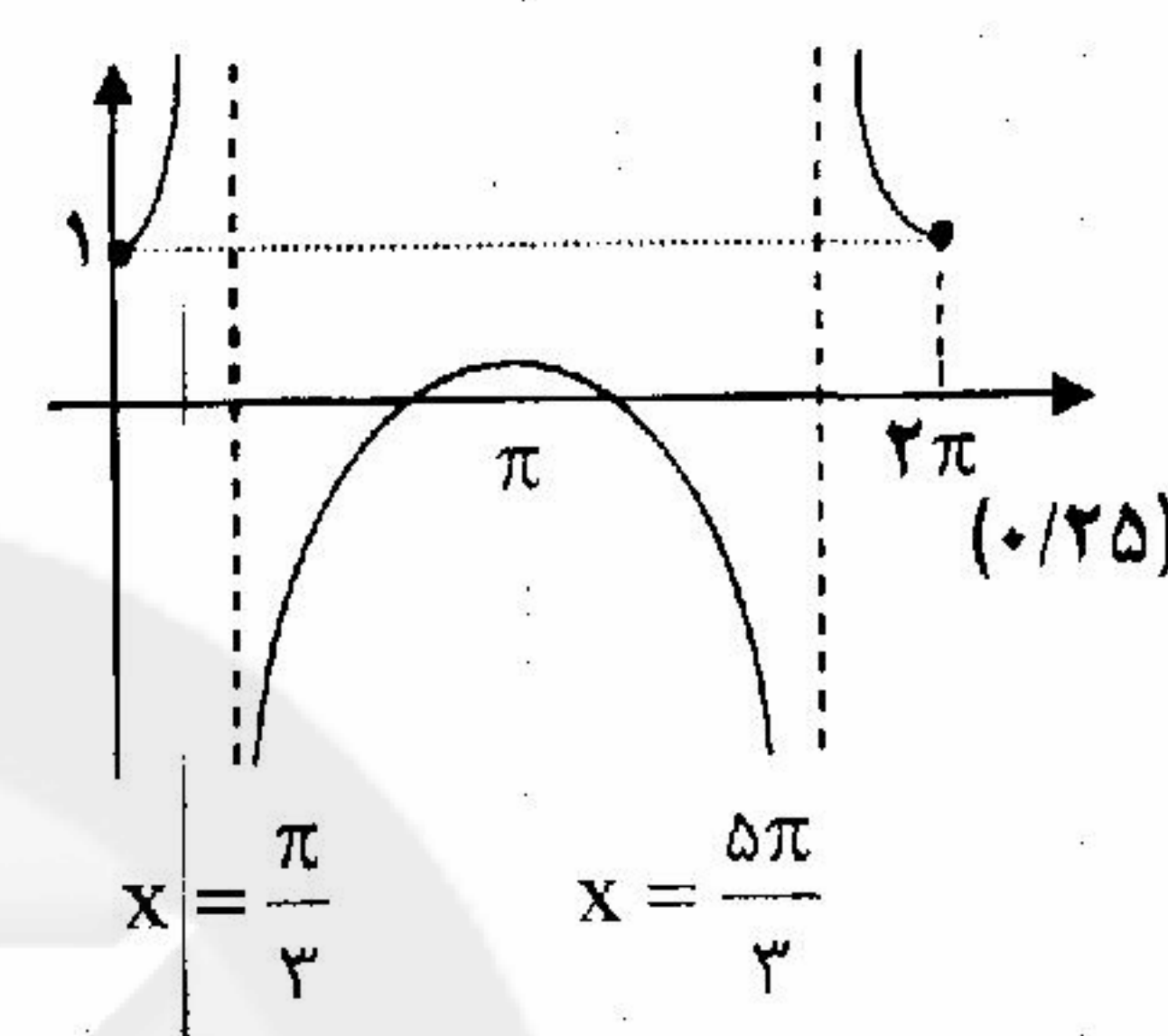
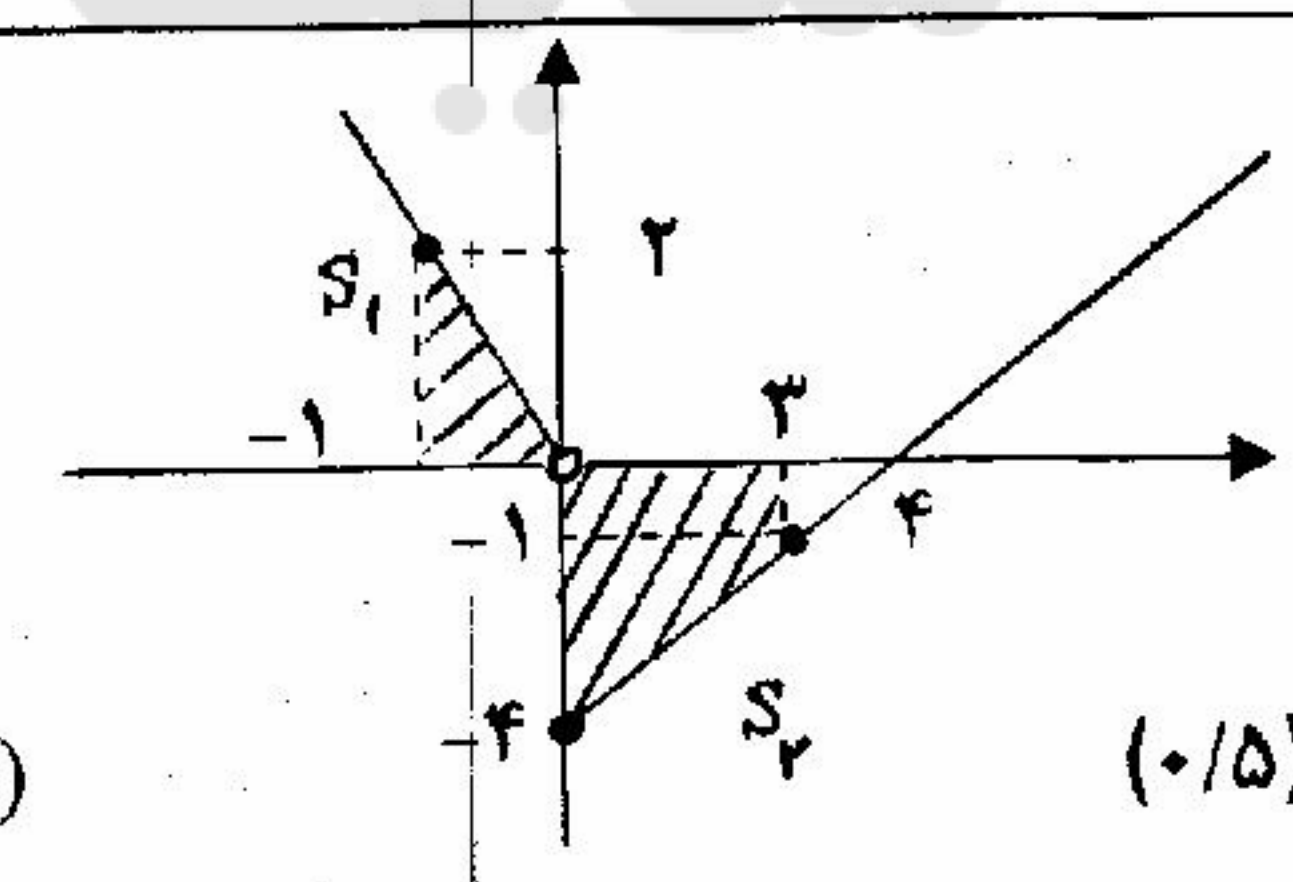
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان		رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۳ / ۹
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۸۸		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	الف) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^2 + 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x^2 - 3x + 5)}{(x+2)(x+1)} = \frac{15}{-1} = -15 \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{ \cos x }{x - \frac{\pi}{2}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{-\cos x}{(x - \frac{\pi}{2})} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - x)}{(\frac{\pi}{2} - x)} = 1 \quad (0/25)$ ج) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x^2] - 4}{x - 2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty \quad (0/25)$ د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 2x}) \times (\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - 2x})}{(\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - 2x})} \quad (0/25) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x}{\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - 2x}} \quad (0/25)$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x(\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + \sqrt{1 - \frac{2}{x}})} = \frac{4}{2} = 2 \quad (0/25)$	۳
۸	وقتی $x \rightarrow +\infty$ ، تابع مجانب افقی ندارد $\Rightarrow$ وجود ندارد $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$ $(0/25)$ مجانب افقی $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{-2x} = -\frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x \rightarrow -\infty \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad (0/25)$	۰/۷۵
۹	$\begin{cases} f(1) = 1 \quad (0/25) \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -a + 1 \Rightarrow -a + 1 = 1 \Rightarrow a = 0 \quad (0/25) \end{cases}$	۰/۷۵
	« ادامه در صفحه ی سوم »	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان		رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۳ / ۹
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۸۸		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	اولاً : $y' = \frac{-\sin x}{\sqrt[5]{\cos^5 x}} + \frac{2x}{1+(x^2-1)^2}$ (۰/۵) (۰/۵) ثانیاً : $y' = -\frac{2xy^3}{3x^2y^2 + \frac{1}{\sqrt[2]{y}}}$ (۰/۵) $y' = f'(\sin x) \times \cos x = 2 \sin x \times \cos x$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۲
۱۱	$A(0, -3) \rightarrow -3 = \frac{b}{c} \quad (۰/۲۵)$ در معادله منحنی $x = -c \rightarrow -c = -2 \quad (۰/۲۵)$ مجانِب قائم $c = 2 \quad (۰/۲۵)$ $y' = \frac{ac-b}{(x+c)^2} \rightarrow y'(2) = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{ac-b}{(2+c)^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow b = -6 \quad (۰/۲۵)$ $a = 3 \quad (۰/۲۵)$	۱/۷۵
۱۲	$S = \pi r^2, P = 2\pi r$ $\frac{ds}{dp} = \frac{2\pi r}{2\pi} = r \quad (۰/۲۵)$	۰/۵
۱۳	$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2(x+1)} - 0}{x - 0} \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow \begin{cases} f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x\sqrt{x+1}}{x} = 1 \quad (۰/۲۵) \\ f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x\sqrt{x+1}}{x} = -1 \quad (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow f'_+(0) \neq f'_-(0)$ f در نقطه $x_0 = 0$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)	۱
« ادامه در صفحه ی چهارم »		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان		رشته : ریاضی فیزیک																								
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۳ / ۹																								
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۸۸		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir																								
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																								
۱۴	الف) G (۰/۲۵) ب) F (۰/۲۵) ج) G (۰/۲۵) د) وجود ندارد (۰/۲۵) هـ) D (۰/۲۵)	۱/۲۵																								
۱۵	$y' = \frac{\sin x}{(\gamma \cos x - 1)^2} = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = 0, \pi, 2\pi \quad (۰/۲۵)$ $y = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \quad (۰/۲۵)$ مجاذب های قائم (۰/۲۵) $\begin{cases} y \rightarrow \pm\infty \\ x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{5\pi}{3} \end{cases} \quad (۰/۲۵)$  <table border="1" data-bbox="565 1225 1635 1482"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$\frac{\pi}{3}$</td> <td>$\frac{\pi}{2}$</td> <td>π</td> <td>$\frac{3\pi}{2}$</td> <td>$\frac{5\pi}{3}$</td> <td>2π</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$\frac{1}{\gamma}$</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> </tr> </table> max	x	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	2π	y'	+	+	+	-	-	+	+	y	1	$+\infty$	$-\infty$	0	$\frac{1}{\gamma}$	$-\infty$	1	۱/۵
x	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	2π																			
y'	+	+	+	-	-	+	+																			
y	1	$+\infty$	$-\infty$	0	$\frac{1}{\gamma}$	$-\infty$	1																			
۱۶	$S = x(3 - \frac{x}{2}) = 3x - \frac{x^2}{2} \quad (۰/۲۵)$ $S' = 3 - x = 0 \rightarrow x = 3 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \text{ابعاد مستطیل} \begin{cases} x = 3 & \text{طول} \\ y = 3 - \frac{x}{2} = \frac{3}{2} & \text{عرض} \end{cases} \quad (۰/۲۵)$	۰/۷۵																								
۱۷	$S_1 = \frac{2 \times 1}{2} = 1 \quad (۰/۲۵)$ $S_2 = 3 \times \frac{(1+4)}{2} = 7/2 \quad (۰/۲۵)$ $\int_{-1}^3 f(x) dx = S_1 - S_2 = 1 - 7/2 = -5/2 \quad (۰/۲۵)$ 	۱/۲۵																								
۲۰	مصححین محترم: لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایید.	جمع نمره																								