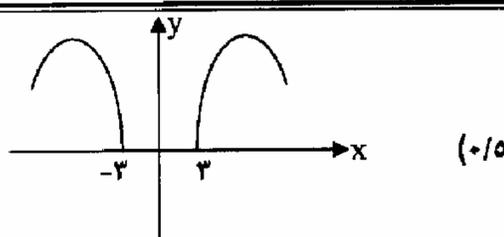
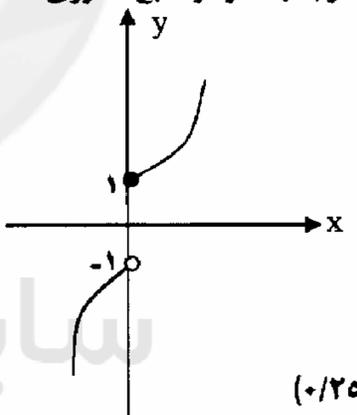


باسمه تعالی

ردیف	سؤالات	نمره
سوالات امتحان نهایی درس : حسابان رشته : ریاضی فیزیک ساعت شروع : ۸ صبح مدت امتحان : ۱۳۰ دقیقه سال سوم آموزش متوسطه تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ / ۳ / ۹ دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال تحصیلی ۸۹-۱۳۸۸ مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		
۱	نمودار تابع f را چنان کامل کنید که نمایش یک تابع زوج باشد.	۰/۵
۲	اگر $g(x) = [x+1]$ و $f(x) = \sqrt{x-3} + \sqrt{3-x}$ باشند، مطلوبست دامنه‌ی تابع $(f \circ g)(x)$.	۱/۵
۳	اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 3mx + 4 = 0$ باشند، m را چنان تعیین کنید که داشته باشیم: $\alpha\beta^2 + 4 = 0$	۱/۲۵
۴	نمودار تابع زیر را رسم کرده، یک به یک بودن آن را بررسی کنید، سپس ضابطه‌ی وارون f را در صورت وجود به دست آورید. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 0 \\ x^2 - 1 & x < 0 \end{cases}$	۱/۷۵
۵	حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x - \sin \Delta x}{\sqrt{1 - \cos 4x}}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - 3}{x^2 - 9}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x^2 - 4} - \frac{3}{2x - 4}$ د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt{4x^2 - 1}}{5x + x + 4 }$	۳/۲۵
۶	تابع f به معادله زیر در نقطه $x_0 = 3$ پیوسته است، $a + b$ را به دست آورید. $f(x) = \begin{cases} \frac{ x^2 - 9 }{x - 3} + ax + 5 & x < 3 \\ 2 & x = 3 \\ \frac{2x - 6}{x^2 - 5x + 6} + bx & x > 3 \end{cases}$	۱/۷۵
۷	الف) مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست). $f(x) = \text{ArcSin} 2x + \text{Sin}\left(\frac{2x}{x-1}\right)$ $g(x) = \sqrt[3]{x}(x^2 + 2x - 1)^5$ ب) اگر $f(x) = \sqrt{2x-1}$ مشتق تابع $y = f(\tan 2x)$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
	«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم»	۰/۷۵

باسمه تعالی

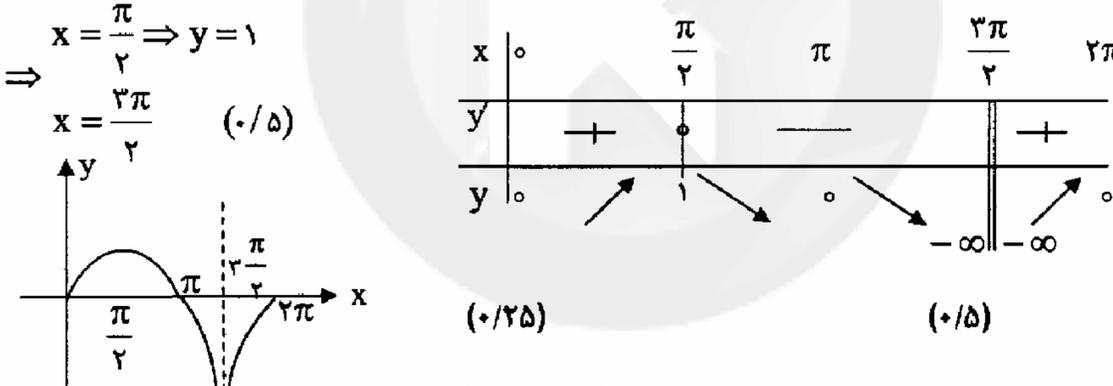
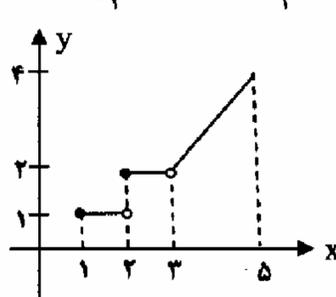
ردیف	سؤالات	نمره
سوالات امتحان نهایی درس : حسابان رشته : ریاضی فیزیک ساعت شروع : ۸ صبح مدت امتحان : ۱۳۰ دقیقه سال سوم آموزش متوسطه تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ / ۳ / ۹ دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال تحصیلی ۸۹-۱۳۸۸ مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		
۸	تابع $y = ax + b + \frac{x^2}{x+2}$ را در نظر بگیرید. a و b را چنان حساب کنید که این تابع هموگرافیک شود و مرکز تقارنش روی خط $y = 2x$ قرار گیرد.	۱/۲۵
۹	از نقطه $A(1, 0)$ خارج منحنی $y = x^2 + 2x - 1$ دو مماس بر منحنی رسم شده است. طول نقاط برخورد خطوط مماس با منحنی را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۰	نشان دهید تابع $f(x) = \cot\left(\frac{x}{4}\right)$ متناوب است سپس دوره تناوب اصلی آن را پیدا کنید.	۱
۱۱	نمودار تابع $y = \frac{2\sin x}{\sin x + 1}$ را در $[0, 2\pi]$ رسم کنید. (رسم جدول تغییرات ضروری است).	۱/۲۵
۱۲	با توجه به نقاط مشخص شده در نمودار داده شده به سؤالات زیر پاسخ دهید: الف) نقطه عطف تابع کدام است؟ ب) تابع در چه نقطه‌ای مینیمم نسبی دارد؟ ج) تابع در چه نقطه‌ای ماکزیمم مطلق دارد؟ د) علامت y' در $(0, 2)$ چگونه است؟ هـ) علامت y'' در $(2, 4)$ چگونه است؟ و) تابع در چه نقطه‌ای مشتق پذیر نیست؟	۱/۵
۱۳	تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} [x] & 1 \leq x < 3 \\ x-1 & x > 3 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. ابتدا نمودار تابع را رسم کرده سپس مقدار $\int_1^5 f(x) dx$ را محاسبه نمایید.	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره	«موفق باشید»

باسمه تعالی		
ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۳ / ۹		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال تحصیلی ۸۹-۱۳۸۸
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱		۰/۵
۲	$D_g = \mathbb{R} \quad (./۲۵) \quad \left. \begin{array}{l} x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \\ 3-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \end{array} \right\} \Rightarrow D_f = \{3\} \quad (./۲۵)$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid [x+1] = 3\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x+1 < 4\} = [2, 3) \quad (./۲۵)$	۱/۵
۳	$\alpha\beta^2 + 4 = (\alpha\beta)\beta + 4 = P\beta + 4 = 0 \quad (./۲۵)$ $(./۲۵)P = 4 \quad \Rightarrow \beta = -1 \quad (./۲۵)$ $\beta = -1 \Rightarrow 1 + 3m + 4 = 0 \Rightarrow m = \frac{-5}{3} \quad (./۲۵)$ <p style="text-align: center;">ریشه معادله است</p>	۱/۲۵
۴	<p>با توجه به نمودار، تابع f روی دامنه‌اش اکیداً صعودی است پس یک به یک است. (./۲۵)</p> $y_1 = x^2 + 1 \Rightarrow x^2 = y_1 - 1 \Rightarrow x = \sqrt{y_1 - 1} \quad (./۲۵)$ $y_2 = x^3 - 1 \Rightarrow x^3 = y_2 + 1 \Rightarrow x = \sqrt[3]{y_2 + 1} \quad (./۲۵)$ $f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \geq 1 \\ \sqrt[3]{x+1} & x < -1 \end{cases} \quad (./۲۵)$ 	۱/۲۵
۵	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \sin(-2x) \cdot \cos 2x}{\sqrt{2} \sin 2x } = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2 \sin 2x \cos 2x}{-\sqrt{2} \sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \cos 2x}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{1} \quad (./۲۵)$</p> <p>ب) $\frac{[3^+] - 3}{0} = \frac{\text{مطلق}}{\text{حدی}} = 0 \quad (./۵)$</p>	۲/۲۵
«ادامه‌ی در صفحه‌ی دوم»		

باسمه تعالی		
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ / ۳ / ۹	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال تحصیلی ۸۹-۱۳۸۸	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
	<p>ج) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty + \infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2-3x-6}{2(x-2)(x+2)} = \frac{-10}{0^-} = +\infty$ (./۲۵)</p> <p>(./۲۵)</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+ 2x }{5x+ x } = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x}{6x} = \frac{5}{6}$ (./۲۵)</p> <p>(./۲۵)</p>	
۱/۲۵	<p>$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{x-2} + ax + 5 = 2a - 1$ (./۲۵)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2(x-2)}{(x-2)(x-2)} + bx = 2 + 2b$ (./۲۵)</p> <p>$f(2) = 2$</p> <p>$\Rightarrow \begin{cases} 2a - 1 = 2 \Rightarrow a = 1 \\ 2 + 2b = 2 \Rightarrow b = 0 \end{cases}$</p> <p>$\Rightarrow a + b = 1$ (./۲۵)</p>	۶
۱/۲۵	<p>الف) $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}} + \frac{-2}{(x-1)^2} \cos\left(\frac{2x}{x-1}\right)$ (./۲۵)</p> <p>(./۵)</p> <p>$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2}} (x^2 + 3x - 1)^5 + 5(2x + 3)(x^2 + 3x - 1)^4 \sqrt{x}$ (./۲۵)</p> <p>(./۲۵)</p> <p>ب) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$ $y' = 2(1 + \tan^2 2x) \times f'(\tan 2x) = 2(1 + \tan^2 2x) \frac{1}{\sqrt{2 \tan 2x - 1}}$ (./۲۵)</p> <p>(./۲۵)</p>	۷
۱/۲۵	<p>$y = \frac{x^2(a+1) + (2a+b)x + 2b}{x+2}$ (./۲۵)</p> <p>تابع هموگرافیک $\Rightarrow a+1=0 \Rightarrow a=-1$ (./۲۵) $\Rightarrow y = \frac{(b-2)x + 2b}{x+2}$</p> <p>مرکز تقارن $(-2, b-2) \Rightarrow b-2=-2 \Rightarrow b=-2$ (./۲۵)</p> <p>(./۵)</p>	۸
	«ادامه در صفحه‌ی سوم»	

باسمه تعالی

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۳ / ۹	سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال تحصیلی ۸۹-۱۳۸۸	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	$y' = 2x + 2 \quad (./25) \Rightarrow m = 2\alpha + 2 \quad (./25)$ $y - (\alpha^2 + 2\alpha - 1) = (2\alpha + 2)(x - \alpha) \Rightarrow -\alpha^2 - 2\alpha + 1 = 2(\alpha + 1)(1 - \alpha) = 2 - 2\alpha^2$ $\Rightarrow \alpha^2 - 2\alpha - 1 = 0 \Rightarrow \alpha = 1 \pm \sqrt{2} \quad (./5)$	۱/۲۵
۱۰	<p>دامنه متقارن است $(./25)$ $D_f = R - \{x = 2k\pi\}$</p> $f(x+c) = f(x) \Rightarrow \cot\left(\frac{x+c}{2}\right) = \cot\frac{x}{2} \Rightarrow \frac{x+c}{2} = k\pi + \frac{x}{2} \Rightarrow c = 2k\pi \Rightarrow T = 2\pi \quad (./25)$	۱
۱۱	<p>مجانِب قائم $(./25)$ $\sin x + 1 = 0 \Rightarrow \sin x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2}$</p> $y' = \frac{2\sin x \cos x + 2\cos x - 2\sin x \cos x}{(\sin x + 1)^2} = \frac{2\cos x}{(\sin x + 1)^2} = 0 \quad (./25)$ <p> $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow y = 1$ $\Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \quad (./5)$ </p> 	۱/۲۵
۱۲	<p>الف) A (ب) C (ج) B (د) مثبت (ه) مثبت (و) B (هر مورد ۲۵/۰)</p>	۱/۵
۱۳	$\int_1^5 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx = 1 + 2 + 6 = 9 \quad (./25)$ 	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره	ضمن عرض خسته نباشید؛ برای راه حل‌های صحیح به تناسب نمره منظور شود.