

## باسم‌هه تعالی

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۸ / ۳			سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰

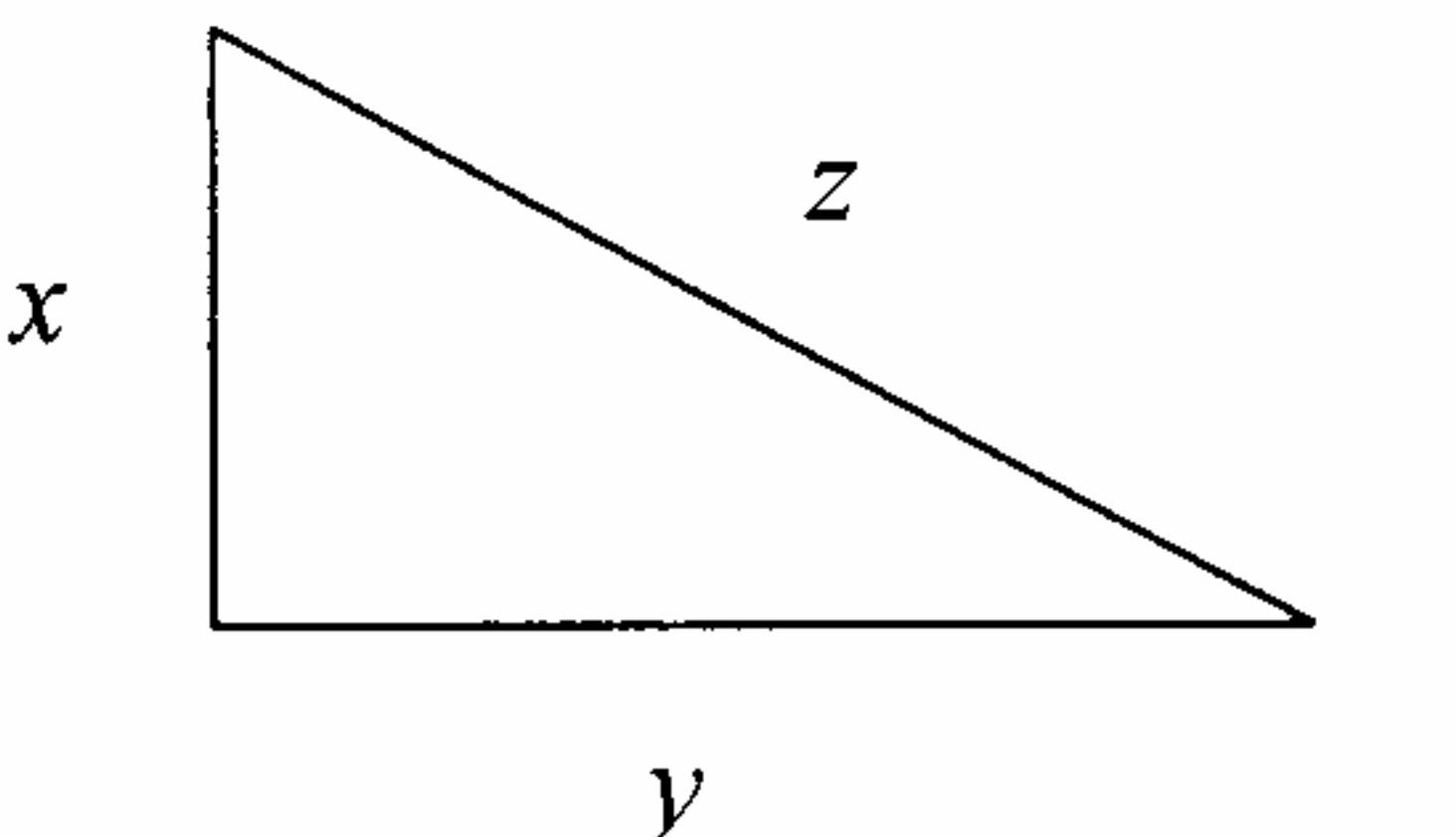
ردیف	سؤالات	نمره
۱	مقدار $k$ را چنان بیابید که چند جمله‌ای $p(x) = 2x^3 - kx^2 - x + 3 + x$ بخش پذیر باشد.	۰/۷۵
۲	توپی در اختیار داریم که از هر ارتفاعی که رها شود، پس از زمین خوردن به اندازه $\frac{1}{3}$ ارتفاع اولیه خود بالا می‌رود فرض کنید این توپ را از زمین به هوا پرتاب کرده ایم تا به ارتفاع ۵ متری برسد، می‌خواهیم بدانیم پس از شروع پرتاب تا زمان ایستادن، این توپ چقدر مسافت طی می‌کند؟	۱/۲۵
۳	برای هر دو عدد حقیقی $a, b$ ثابت کنید: $ a+b  \leq  a  +  b $	۰/۷۵
۴	نامعادله $ 1 - \sqrt{x-1}  \leq  x-1 $ را با روش هندسی حل کنید.	۱/۲۵
۵	مساحت مثلث قائم الزاویه ای ۴ سانتی مترمربع است طول وتر این مثلث را به عنوان تابعی از یک ضلع آن $(x)$ به دست آورید.	۱
۶	اگر $f(x) = 3x - 2, g(x) = \frac{1}{x-3}$ باشد، آنگاه حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.	۱/۷۵
	(الف) $(3f + 2g)(4)$ (ب) $D_{fog}$	
۷	تابع $f(x) = \begin{cases} x+1 & x < -2 \\ 1 & -2 < x < 1 \\ -2x & x > 1 \end{cases}$ را رسم کنید و بازه‌هایی که در آنها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید.	۱/۲۵
۸	درستی اتحاد $\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sin x + \cos x$ را ثابت کنید.	۱/۲۵
۹	در مثلثی که طول اضلاع آن ۱ و ۳ و $\sqrt{7}$ باشد، زاویه روی روی ضلع به طول $\sqrt{7}$ چقدر است؟	۰/۷۵
۱۰	مقدار $\cos^{-1}(\sin \frac{\pi}{8})$ را حساب کنید.	۱
	«ادامه‌ی سوالات در صفحه‌ی دوم»	

## باسمہ تعالیٰ

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۸ / ۳			سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	سؤالات	نمره
۱۱	نمودار تابعی رارسم کنید که تابع در یک همسایگی ۳ تعریف شده باشد و در این نقطه حدداشته باشد، ولی حد آن غیر از مقدار تابع در ۳ باشد.	۱
۱۲	حد توابع زیر را محاسبه کنید:  الف) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{3x^2 - 12}$	۱/۷۵
۱۳	پیوستگی تابع $f(x) = \sqrt{x - 4}$ را در نقطه $x = 4$ بررسی کنید.	۱/۲۵
۱۴	اگر $f$ تابعی باشد که در یک همسایگی نقطه $a$ تعریف شده باشد و ناصرفباشدو $f$ در $a$ مشتق پذیر باشد و $(\frac{1}{f})'(a) = -\frac{f'(a)}{f^2(a)}$ با استفاده از تعریف نشان دهید که $\frac{1}{f}$ نیز در $a$ مشتق پذیر است و $f'(a) \neq 0$ .	۱/۵
۱۵	مشتق بگیرید:(ساده کردن الزامی نیست)  الف) $f(x) = \frac{(3x^2 - 1)^3}{x + 1}$  ب) $g(x) = \sqrt{1 - 2 \cos 3x}$  ج) $k(x) = 2 \tan^{-1} x + 3 \sin^{-1} x + \frac{4}{x}$	۲/۲۵
۱۶	آهنگ تغییرات مساحت یک مربع را نسبت به محیط آن برای مربعی که محیط آن ۱۶ واحد است به دست آورید.	۱/۲۵
۲۰	موفق باشید» جمع	

رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
۱۳۹۰ / ۳ / ۸ تاریخ امتحان:	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$p(-1) = 0 \quad (./25) \Rightarrow 2(-1)^3 - k(-1)^2 - (-1) + 3 = 0 \quad (./25) \Rightarrow k = 2 \quad (./25)$ ارتفاع توپ قبل از $n$ امین برخورد با زمین را $A_n$ می‌نامیم. روشن است که $A_1 = 5, A_2 = \frac{5}{3}, A_3 = \frac{5}{9}, \dots, A_n = \frac{5}{3^{n-1}}, \dots \quad (./25)$ بنابر این مسافت طی شده توسط توپ بین هر دو برخورد متوالی توپ با زمین عبارت است از: $10, \frac{10}{3}, \frac{10}{9}, \dots, \frac{10}{3^{n-1}}, \dots \quad (./25) \quad a = 10, q = \frac{1}{3} \Rightarrow s_n = \frac{a}{1-q} \quad (./25) \Rightarrow s_n = \frac{10}{1-\frac{1}{3}} \quad (./25) \Rightarrow s_n = 15 \quad (./25)$	.۷۵
۲	$- a  \leq a \leq  a , - b  \leq b \leq  b  \quad (./25) \Rightarrow -( a  +  b ) \leq a + b \leq  a  +  b  \quad (./25) \Rightarrow  a + b  \leq  a  +  b  \quad (./25)$	۱/۲۵
۳	نمودار توابع $y_1 =  x - 1 $ و $y_2 = \sqrt{x - 1}$ را رسم می‌کنیم. مجموعه جواب، مجموعه نقاطی است که در آن نقاط نمودار $y_1$ زیر نمودار $y_2$ واقع شده باشد و یا دو نمودار نقطه‌ی مشترکی داشته باشند. $(./25)$ با توجه به شکل رسم شده $\{1\} \cup [2, +\infty) =$ مجموعه جواب می‌باشد. $(./25)$ رسم شکل $(./75)$	.۷۵
۴	$\frac{1}{2}xy = 4 \quad (./25) \Rightarrow y = \frac{8}{x} \quad (./25) \Rightarrow z^2 = x^2 + y^2 \quad (./25) \Rightarrow z = \sqrt{x^2 + \frac{64}{x^2}} \quad (./25)$ 	۱
۵	$(3f + 2g)_{(4)} = 3f(4) + 2g(4) \quad (./25) \Rightarrow (3f + 2g)_{(4)} = 32 \quad (./5)$ $D_{fog} = \left\{ x \in D_g \mid g(x) \in D_f \right\} \quad (./25) \quad D_{fog} = \left\{ x \neq 3 \mid \frac{1}{x-3} \in R \right\} \quad (./5) \quad D_{fog} = R - \{3\} \quad (./25)$	۱/۷۵
«ادامه در صفحه‌ی دوم»		

رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
۱۳۹۰ / ۳ / ۸ تاریخ امتحان:	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خوداد ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	رسم شکل (۵) . 	۱/۲۵
۸	تابع $f$ در $(-\infty, -2)$ صعودی اکید و در $(-2, +\infty)$ نزولی اکید است. (۵/۷۵)	
۹	$\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}(\sin x \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \sin \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}(\sin x \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \cos x \times \frac{1}{\sqrt{2}}) = \sin x + \cos x$ (۵/۵) (۵/۵) (۲۵/۲۵)	۱/۲۵
۱۰	$\sqrt{v^2 + 3^2 - 2 \times 1 \times 3 \times \cos \theta} \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2}$ (۲۵/۲۵) $\Rightarrow \theta = 60^\circ$ (۲۵/۲۵)	.۷۵
۱۱	برقراری شرط داشتن حد و تعریف شدن در همسایگی $3$ (۵/۵). برقراری شرط مساوی نبودن حد با مقدار تابع در نقطه $3$ (۵/۵)	۱
۱۲	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} 2 \left( \frac{\sin x}{x} \right)^2 = 2$ (۲۵/۲۵) (۲۵/۲۵) (۲۵/۲۵)	۱/۷۵
۱۳	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{3x^2 - 12} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{3(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{3(x+2)} = 1$ (۵/۵) (۲۵/۲۵) (۲۵/۲۵)	۱/۲۵
	$\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4^+} \sqrt{x-4} = +\infty$ , $f(4) = +\infty$ (۲۵/۲۵) (۵/۵) (۲۵/۲۵) پس تابع در $x = 4$ پیوسته است. (۲۵/۲۵)	
	«ادامه در صفحه‌ی دوم»	

## با سمه تعالی

رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
۱۳۹۰ / ۳ / ۸ تاریخ امتحان:	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	$\begin{aligned} \left(\frac{1}{f}\right)'(a) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{f(a+h)} - \frac{1}{f(a)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{f(a) - f(a+h)}{f(a+h)f(a)}}{h} \\ &\quad (\star/5) \qquad \qquad \qquad (\star/25) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-(f(a+h) - f(a))}{h} \times \frac{1}{f(a+h)f(a)} = \frac{-f'(a)}{f'(a)} \\ &\quad (./5) \qquad \qquad \qquad (./25) \end{aligned}$	۱/۵
۱۵	$f'(x) = \frac{3(ux)(3x^r - 1)^r(x+1) - 1 \times (3x^r - 1)^{r-1}}{(x+1)^r} \quad (./75)$	۲/۲۵
۱۶	$g'(x) = \frac{6 \sin 3x}{2\sqrt{1 - 2 \cos 3x}} \quad (./75)$ $k'(x) = \frac{2}{1+x^r} + \frac{3}{\sqrt{1-x^r}} - \frac{4}{x^r} \quad (./75)$	۲/۲۵
۲۰	جمع کل	

همکاران محترم ضمن عرض خسته نباشید، لطفا برای راه حل های صحیح غیر از راهنمای تصحیح، به تناسب بارم را تقسیم کنید.