

پاسمه تعالی

ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۳/۲۰			سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱		

ردیف	سؤالات	نمره
۱	۱۴۴ لیتر آب میوه، ۴۵ لیتر شیر و ۶۳ لیتر دوغ در شیشه هایی با حجم یکسان بسته بندی شده اند. حداقل تعداد شیشه ها را بیابید؟ (گنجایش شیشه ها را بحسب لیتر، عدد طبیعی فرض کنید).	۰/۷۵
۲	در دنباله هندسی نامتناهی زیر، مجموع تمام جملات را بیابید. $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$	۰/۷۵
۳	معادله $x^2 - 2x - 1 = \sqrt{1-x}$ را با روش هندسی حل کنید.	۱
۴	جاهای خالی را با عبارات ریاضی مناسب پر کنید: الف) مجموعه ای جواب معادله $\frac{x}{x-3} + \frac{3}{x-1} = 5$ برابر است با ب) اگر $1 \leq x$ باشد، ضابطه ای تابع $y = x-3 + x-1 $ بدون استفاده از قدر مطلق برابر است با ج) تابع زیر در بازه $[1, 2]$ صعودی اکید و در بازه $[2, 3]$ نزولی اکید و در بازه $[3, 4]$ ثابت است. 	۲/۲۵
۵	د) اگر α و β ریشه های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند ریشه های معادله درجه دوم $cx^2 + bx + a = 0$ برابرند با و در زیر، نمودار تابع $y = f(x)$ رسم شده است. با استفاده از انتقال، ابتدا نمودار تابع $y = f(x-3)$ را رسم کرده و سپس نمودار تابع $y = -2f(x-3)$ را رسم کنید.	۱/۲۵
۶	۱) اگر $f(x) = \sqrt{x-3}$ و $g(x) = \{(0, 4), (3, 2), (5, 6)\}$ دوتابع باشند: الف) تابع fog را به صورت زوج های مرتب بنویسید. ب) دامنه ای تابع $\frac{f}{g}$ را بنویسید.	۱

ادامه ای سوالات در صفحه دوم

باسمہ تعالیٰ

ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۳/۲۰			سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱		

ردیف	سوالات	نمره
------	--------	------

۱	ثابت کنید تابع $f(x) = (x-2)^2$ ، $x \geq 2$ وارون پذیر است سپس ضابطهٔ وارون آن را بنویسید.	۷
۱	سینوس زاویهٔ $22/5^\circ$ را حساب کنید.	۸
۱/۲۵	کلیهٔ جواب‌های معادلهٔ $2\cos^2 x - \cos x = 0$ را تعیین کنید.	۹
۰/۷۵	مقدار $\cos(\tan^{-1} \frac{3}{4})$ را حساب کنید.	۱۰
۲/۲۵	حد توابع زیر را در صورت وجود، محاسبه کنید: (الف) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{\sqrt{x-2}}{x^2 - 16}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow 3^+} (x - [x])$ (ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}$	۱۱
۱	مقدار a را طوری بباید که تابع زیر در $x=1$ پیوسته شود. $f(x) = \begin{cases} a - x-1 & x \geq 1 \\ \frac{x^2 - 1}{x-1} & x < 1 \end{cases}$	۱۲
۰/۷۵	نمودار تابعی رارسم کنید که در یک همسایگی راست 2 تعریف شده باشد ولی در هیچ همسایگی چپ 2 تعریف نشده باشد و در این نقطه حد داشته باشد.	۱۳
۱/۲۵	معادلهٔ خط قائم بر نمودار تابع $f(x) = 2x^3 - 2x$ را در نقطه ای به طول 1 واقع بر منحنی به دست آورید.	۱۴
۲/۷۵	مشتق بگیرید: (ساده کردن الزامی نیست) (الف) $y = (x^2 + \frac{1}{x})$ (ب) $y = 3(2x-5)^4 + \sqrt[3]{x}$ (ج) $y = \frac{\sin \sqrt{x}}{1+x^2}$	۱۵
۱	آیا تابع $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ در صفر مشتق پذیر است؟ (دلیل خود را توضیح دهید)	۱۶
۲۰	جمع «موفق باشید»	

باسمہ تعالیٰ

رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۳ / ۲۰	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$144 = 3^2 \times 2^4$ $45 = 3^2 \times 5$ $63 = 3^2 \times 7$ } $\Rightarrow 3^2 = ۹$ ب.م.م $= 2^4 + 5 + 7 = ۲۸$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۲	$\frac{a}{1-q} = \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$ (۰/۵) = (۰/۲۵)	۰/۷۵
۳	$f(x) = \sqrt{1-x}$, $g(x) = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ (۰/۵) جواب های معادله $A(0, 1)$ (۰/۲۵), $B(1, 0)$ (۰/۲۵)	۱
۴	الف) $\left\{ 4, \frac{3}{2} \right\}$ (۰/۵) ب) $y = 4 - 2x$ (۰/۵) ج) $[0, 2] \cup [5, +\infty)$: صعودی اکید (۰/۲۵) $[2, 5]$: نزولی اکید (۰/۲۵) د) $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ (۰/۲۵), (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۲/۲۵
۵	$y = f(x-3)$ (۰/۵) $y = -2f(x-3)$ (۰/۷۵) 	۱/۲۵

ادامه در صفحه‌ی دوم

باسمہ تعالیٰ

رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۳ / ۲۰	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	$fog = \{(0, 1), (5, \sqrt{3})\} \quad (0/5)$	۱
۷	$D_f = \{3, 5\} \quad (0/5)$	۱
۸	$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow (x_1 - 2)^2 = (x_2 - 2)^2 \xrightarrow{(\cdot/25)} (x_1 - 2) = (x_2 - 2) \Rightarrow x_1 = x_2 \quad (0/25)$ $y = (x - 2)^2 \Rightarrow \sqrt{y} = (x - 2) \Rightarrow \sqrt{y} + 2 = x \quad (0/25)$ $x = \sqrt{y} + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x} + 2 \quad (0/25)$	۱
۹	$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \Rightarrow \cos 45^\circ = 1 - 2\sin^2 22/5^\circ \quad (0/25) \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 - 2\sin^2 22/5^\circ \quad (0/25) \Rightarrow$ $2\sin^2 22/5^\circ = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin^2 22/5^\circ = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \quad (0/25) \Rightarrow \sin 22/5^\circ = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} \quad (0/25)$	۱
۱۰	$\cos x = 0 \quad (0/25) \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (0/25)$ $\cos x(2\cos x - 1) = 0 \quad (0/25) \rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \quad (0/25) \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (0/25) \\ 2\cos x - 1 = 0 \quad (0/25) \rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (0/25) \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} \end{cases}$ $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = \alpha \rightarrow \tan \alpha = \frac{3}{4} \quad (0/25) \quad \cos\left(\tan^{-1}\frac{3}{4}\right) = \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{9}{16}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{25}{16}}} = \frac{1}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{5} \quad (0/5)$	۰/۷۵
۱۱	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{(x - 4)(x + 4)} \times \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x - 4) \quad (0/25)}{(x - 4)(x + 4)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{1}{8 \times 4} = \frac{1}{32} \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 3^+} (x - [x]) = 3 - 3 = 0 \quad (0/5)$ $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x} \quad (0/25) = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{(\cos x - \sin x)} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \quad (0/5)$	۲/۲۵

ادامه در صفحه‌ی سوم

با سمه تعالی

رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۳ / ۲۰	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانشآموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$ (۰/۲۵) شرط پیوستگی : $\lim_{x \rightarrow x_0^+} (a - x - 1) = a \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{x^r - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{(x - 1)(x^{r-1} + x^{r-2} + \dots + 1)}{(x - 1)} = r \quad (۰/۲۵)$ $\left. \begin{array}{l} \text{حد راست: } \\ \text{حد چپ: } \end{array} \right\} \rightarrow a = r \quad (۰/۲۵)$	۱
۱۳	رسم نمودار با شرط‌های خواسته شده (۰/۷۵)	۰/۷۵
۱۴	$f(1) = 2(1)^r - 1 = 1 \quad (۰/۲۵)$ $m = -\frac{1}{f'(1)} = -\frac{1}{r} \quad (۰/۲۵)$ $y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - 1 = -\frac{1}{r}(x - 1) \quad (۰/۵)$	۱/۲۵
۱۵	$y' = 3x^2 - \frac{1}{x^3} \quad (\text{الف})$ $y' = 3 \times 4 \times 2 \times \frac{(2x - 5)^3}{(\sqrt[5]{x})^4} + \frac{1}{\sqrt[5]{x}} \quad (\text{ب})$ $y' = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt[5]{x}} \cos \sqrt[5]{x}\right)(1+x^2) - (2x)\left(\frac{1}{\sqrt[5]{x}} \sin \sqrt[5]{x}\right)}{(1+x^2)^2} \quad (\text{ج})$	۲/۷۵
۱۶	خیر (۰/۲۵) (۰/۲۵) وجود ندارد $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin \frac{1}{x} - 0}{x} \quad (۰/۵) = \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$	۱

همکاران محترم ضمن عرض خسته نباشید لطفا به راه حل های صحیح غیر از راهنمای تصحیح به تناسب بارم را تقسیم کنید.

با تشکر طراحان