

## با سمه تعالی

سوالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۳/۰۵	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷ <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			

ردیف	توضیح : استفاده از ماشین حساب ساده ( دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد ) بلامانع است. سوالات ( پاسخ نامه دارد )	نمره
۱	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف) مجموع اعداد طبیعی ۱ تا ۱۰۰ برابر با ..... است. ب) مجموع ضرایب بسط $(y - 3x)^5$ برابر با ..... است. پ) معادله ..... دارای ریشه های ۱ و ۳ است.	۰/۲۵
۲	مقدار $m$ را چنان بیابید که چندجمله ای $P(x) = 2x^7 - mx + 5$ بخش پذیر باشد.	۰/۷۵
۳	می خواهیم ۷۲ لیتر آب میوه، ۴۰ لیتر شیر و ۴۸ لیتر دوغ در شیشه هایی با حجم یکسان بسته بندی کنیم. حجم شیشه ها را به دست آورید. ( حجم شیشه ها را عددی طبیعی فرض کنید.)	۱
۴	با روش هندسی، معادله $ x - ۳  = \sqrt{۵ - x}$ را حل کنید.	۱/۲۵
۵	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف) دو تابع $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \sqrt{1 - \cos^2 x}$ با هم مساویند. ب) برای رسم نمودار تابع $g(x) = -f(x)$ از روی نمودار تابع $f$ کافی است، نمودار $f$ را نسبت به محور طول ها قرینه کرد. پ) رابطه $\{(2, -1), (1, 1), (\sqrt{4}, ۰)\} = f$ یک تابع را نمایش می دهد.	۰/۷۵
۶	دو تابع $\{(4, ۲), (2, ۳), (5, ۱), (7, -۵), (3, ۲)\} = g$ را در نظر بگیرید. الف) دامنه تعریف تابع $g + f$ را تعیین کنید. ب) تابع $g + f$ را به صورت زوج مرتب بنویسید. پ) مقدار $(gof)(4)$ را به دست آورید.	۱/۵
۷	زوج یا فرد بودن تابع $f(x) = x^3 - ۳x$ را بررسی کنید.	۱
۸	ثابت کنید تابع $f(x) = \sqrt{x - ۱}$ وارون پذیر است.	۰/۷۵
۹	درستی اتحاد $\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = \sin x - \cos x$ را ثابت کنید.	۱
۱۰	معادله مثلثاتی $\cos 2x - 2\cos x + 1 = 0$ را حل کنید.	۱
۱۱	مقدار عددی $\cos^{-1}(\sin \frac{5\pi}{6})$ را محاسبه کنید.	۱
ادامه سوالات در برگه دوم		

## با سمه تعالی

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۰۳/۰۵	سال سوم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خود داد ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پژوهش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>

نمره	ردیف توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلا مانع است. سوالات (پاسخ نامه دارد)
------	--

۱/۲۵	نمودار تابع $f$ را رسم کرده و به سوالات زیر پاسخ دهید.	۱۲
	$f(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & x > 0 \\ x & x < 0 \end{cases}$	۱) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ۲) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ۳) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
۲	حدود توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.	۱۳
	الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3 + 3x - 4}$	(ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{1-\sqrt{x-1}}$
		(پ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{\sin^2 x}$
۰/۷۵	پیوستگی تابع $f(x) = x + [x]$ را در نقطه $x = -1$ بورسی کنید.	۱۴
۰/۲۵	کوتاه پاسخ دهید.	۱۵
۰/۲۵	الف) شبی خط قائم بر منحنی تابع $y = x^3 - 1$ در نقطه ای به طول ۱ چیست؟	
۰/۵	ب) آهنگ تغییر لحظه ای محیط یک دایره را بنویسید.	
	پ) مشتق تابع $y = \sin^{-1} x$ را به دست آورید.	
۱	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = 2x^3 - x$ را در نقطه ای به طول صفر بیابید.	۱۶
۲	مشتق توابع زیر را محاسبه کنید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)	۱۷
	الف) $y = \left(\frac{1}{x} + \sin^2 x\right)^3$	(ب) $y = \sqrt{x^3 - 3x + 1}$
۱	معادله خط مماس بر منحنی تابع $y = \frac{2x}{x-1}$ را در نقطه $(2, 4)$ بنویسید.	۱۸
۲۰	جمع نمره موفق باشید.	

## باسم‌هه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصویج سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷ / ۰۵ / ۰۳	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور درنوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷

ردیف	راهنمای تصویج	نمره
۱	الف) $50x^0 = 0$ (۰/۲۵) ب) $x^2 - 4x + 3 = 0$ (۰/۰۵) (تمرین ۴ صفحه ۲۳) (تمرین ۴ صفحه ۵) (۰/۰۵) (تمرین در کلاس صفحه ۱۰) پ) $x+1=0 \Rightarrow x=-1$ (۰/۰۵) ، $2(-1)^2 - m(-1) + 5 = 0$ (۰/۰۵) $\Rightarrow m = -3$ (۰/۰۵)	۱
۲	(تمرین در کلاس صفحه ۱۰) $x+1=0 \Rightarrow x=-1$ (۰/۰۵) ، $2(-1)^2 - m(-1) + 5 = 0$ (۰/۰۵) $\Rightarrow m = -3$ (۰/۰۵)	۰/۷۵
۳	(۰/۰۵) $72 = 2^3 \times 3^2$ (۰/۰۵) ، $40 = 2^3 \times 5$ (۰/۰۵) ، $48 = 2^4 \times 3$ (۰/۰۵) $\Rightarrow b.m.m = 2^3 = 8$ (۰/۰۵) (تمرین ۳ صفحه ۱۵)	۱
۴	$x = 1, 4$ (۰/۰۵) (مثال ۲ صفحه ۳۸)	۱/۲۵
۵	الف) نادرست (۰/۰۵) (تمرین ۷ صفحه ۵۷) ب) درست (۰/۰۵) (مثال صفحه ۵۷) پ) نادرست (۰/۰۵) (تمرین در کلاس صفحه ۴۴)	۰/۷۵
۶	الف) $D_{f+g} = \{(2, 2), (3, 5), (5, 0)\}$ (۰/۰۵) ب) $f+g = \{(2, 2), (3, 5), (5, 0)\}$ (۰/۰۵) ج) $f(2) = 2$ (۰/۰۵) ، $g(f(2)) = 3$ (۰/۰۵) (۰/۰۵) (مشابه مثال صفحه ۷۲)	۱/۵
۷	(۰/۰۵) $D_f = R$ ، $f(-x) = -x^2 + 3x = -(x^2 - 3x) = -f(x)$ (۰/۰۵) (مثال صفحه ۷۷) تابع فرد است. (۰/۰۵)	۱
۸	بنابراین تابع یک به یک است. درنتیجه هر تابع یک به یک وارون پذیر است. (۰/۰۵) (مشابه تمرین ۶ صفحه ۹۵)	۰/۷۵
۹	(۰/۰۵) $\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \underbrace{\left(\sin x \cos \frac{\pi}{4} - \cos x \sin \frac{\pi}{4}\right)}_{(۰/۰۵)} = \sqrt{2} \underbrace{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x\right)}_{(۰/۰۵)}$	۱
۱۰	$= \sqrt{2} \times \underbrace{\frac{\sqrt{2}}{2} (\sin x - \cos x)}_{(۰/۰۵)} = \underbrace{(\sin x - \cos x)}_{(۰/۰۵)}$ $\cos x = 0 \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$ (۰/۰۵) $\cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi$ (۰/۰۵) (مشابه مساله ۱ صفحه ۱۲۳)	۱
۱۱	(۰/۰۵) $\sin \frac{5\pi}{6} = \underbrace{\sin \frac{\pi}{6}}_{(۰/۰۵)} = \frac{1}{2}$ (۰/۰۵) $\Rightarrow \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$ (۰/۰۵) (مشابه تمرین در کلاس صفحه ۱۲۷)	۱

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷ / ۰۵ / ۰۳	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آزاد سراسرکشور درنوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷ <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور درنوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	(مشابه مثال صفحه ۱۲۸) ۱) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -1 (0/25)$ ۲) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \infty (0/25)$ ۳) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{ وجود ندارد.} (0/25)$	۱/۲۵
۱۳	(قضایای حد از صفحه ۱۴۵ تا ۱۵۳) الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+4)} = \frac{1}{5} (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{1-\sqrt{x-1}} \times \frac{1+\sqrt{x-1}}{1+\sqrt{x-1}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2-x)(1+\sqrt{x-1})}{2-x} = 2 (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-\cos x}{1-\cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-\cos x}{(1-\cos x)(1+\cos x)} = \frac{1}{2} (0/25)$	۰/۵ ۰/۷۵ ۰/۷۵
۱۴	(مشابه تمرین در کلاس صفحه ۱۵۶) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} x-2 = -3 (0/25)$ , $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} x-1 = -2 (0/25)$ تابع در نقطه $x=-1$ پیوسته نیست. (۰/۲۵) (مشابه تمرین در کلاس صفحه ۱۵۶)	۰/۷۵
۱۵	(آهنگ تغییرات صفحه ۱۷۵ تا ۱۸۱) الف) $m' = \frac{-1}{2} (0/25)$ (مشابه مثال صفحه ۱۶۹) ب) $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} (0/5)$ (مشابه تمرین در کلاس صفحه ۱۸۶)	۱
۱۶	(مشابه مساله ۱ صفحه ۱۶۹) $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - x - 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(2x-1)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (2x-1) = -1 (0/25)$	۱
۱۷	(روش های محاسبه مشتق تابع از صفحه ۱۷۰ تا ۱۹۰) الف) $y' = \frac{\underset{(0/25)}{\cancel{x}} \left( \frac{1}{x} + \sin^2 x \right)' \left( \frac{-1}{x^2} + \frac{2 \sin x \cos x}{(0/25)} \right)}{\underset{(0/25)}{\cancel{x^2}}} (0/25)$ ب) $y' = \frac{2x-3 (0/25)}{2\sqrt{x^2-3x+1} (0/5)}$	۱/۲۵ ۰/۷۵
۱۸	(مشابه مساله ۲ صفحه ۱۶۹) $y' = \frac{-2 (0/25)}{(x-1)^2 (0/25)} \Rightarrow m = -2 (0/25) \Rightarrow y-4 = -2(x-2) \Rightarrow y = -2x+8 (0/25)$	۱

همکاران محترم، لطفا به سایر راه حل های صحیح به تناسب بارم را تقسیم کنید. با تشکر طراحان