

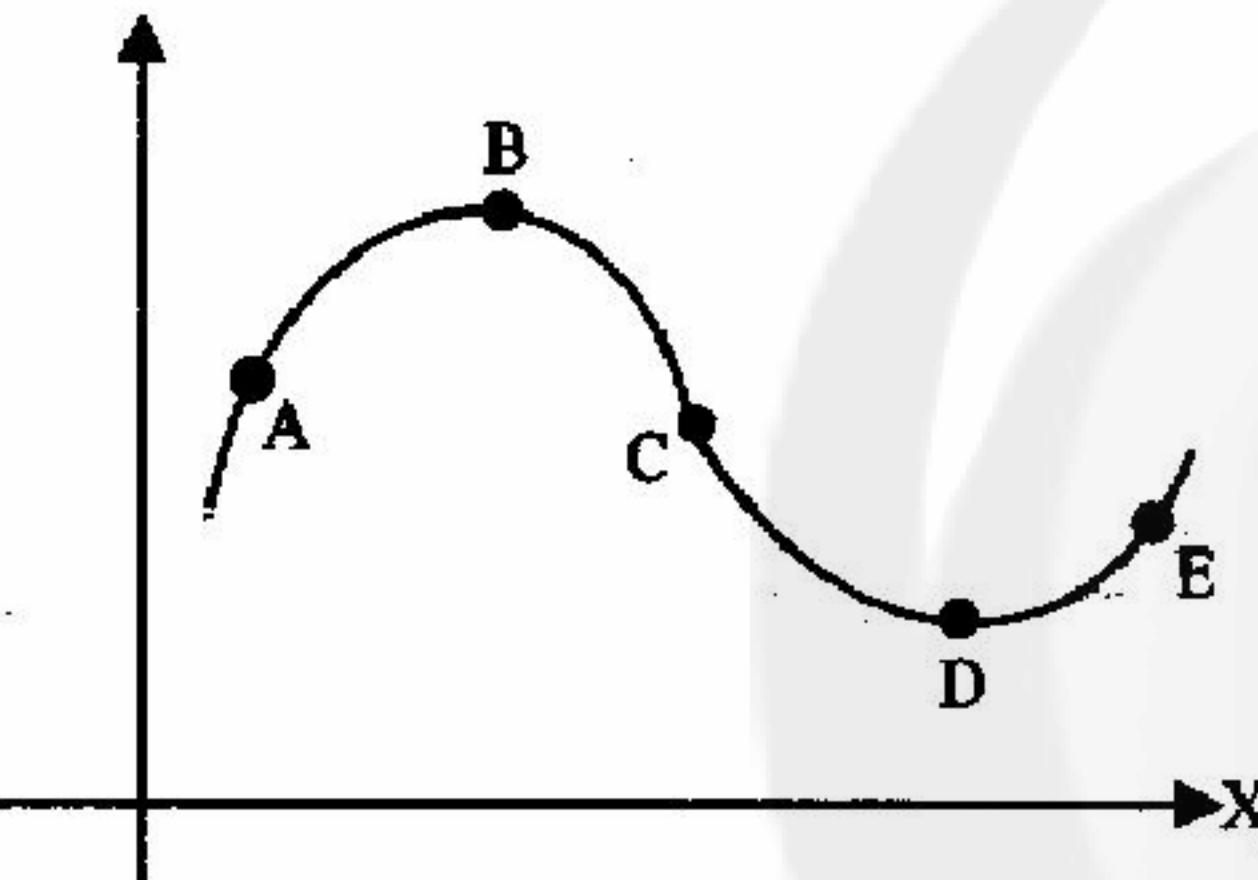
باسم‌هه تعالی

ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۲		سال سوم آموزش متسطه
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir

ردیف	سوالات	نمره
۱	دامنه‌ی تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{ x }$ را بباید.	۱
۲	آیا تابع با ضابطه‌های $g(x) = 1$ و $f(x) = \tan x \cdot \cot x$ مساویند؟ (با ذکر دلیل)	۱
۳	تابع با ضابطه‌های $f(x) = \frac{x+5}{x-4}$ و $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$ مفروض‌اند. الف) دامنه‌ی تابع gof را بدون استفاده از ضابطه‌ی آن بباید. ب) حاصل $(gog)(2)$ را بباید.	۱/۵
۴	اگر α, β ریشه‌های معادله $x^3 - 3x - 5 = 0$ باشند، بدون محاسبه ریشه‌های معادله، حاصل عبارت $\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1}$ را بباید.	+۷۵
۵	عبارت $A = \cos^r \alpha x - \cos^r x$ را به حاصل‌ضرب تبدیل کنید.	+۷۵
۶	حدود زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^3 + 3x^2 - 7}{x^3 - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^3 + 2x} - x)$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 - \cos 2x}}$ د) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-4x + 1}{x^3 - x}$	۳/۲۵
۷	مجانب‌های تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^3 - 4x + 3}{(x-1)^2}$ را در صورت وجود بباید.	+۷۵
۸	تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x+8}-2}{x}$ را در نظر بگیرید. (۰) f را چنان تعریف کنید که تابع در نقطه‌ی صفر پیوسته باشد.	۱
۹	مشتق y را نسبت به x بدست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست)	۱/۵
۱۰	اگر $(x) = f(x^3 - x)$ و $g(x) = \sin^r x + \cos^r(\sqrt{x})$ باشد، حاصل $(g'(x))' = f'(x)$ را بباید.	+۷۵
	«ادامه‌ی سوالات در صفحه‌ی دوم»	

با اسمه تعالیٰ

سوالات امتحان نهایی درس : حسابان	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه	ساعت شروع : ۹ صبح
تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۶ / ۲		سال سوم آموزش متوسطه
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸ اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir		

ردیف	سوالات	نمره
۱۱	نمودار تابع با ضابطه $ y - 1 = x^2$ را رسم کنید، سپس نقاط ماکزیمم نسبی و می نیمم نسبی و همچنین نقاط ماکزیمم مطلق و می نیمم مطلق تابع را در صورت وجود مشخص کنید.	۱/۵
۱۲	تابع با ضابطه $y = \frac{ax + b}{x + c}$ مفروض است. ضرایب a, b, c را به قسمی تعیین کنید که منحنی تابع در نقطه‌ای بطول صفر دارای خط مماسی با شیب ۲ باشد و نقطه $(-2, 1)$ مرکز تقارن تابع باشد.	۱/۵
۱۳	مشتق راست تابع با ضابطه $[x - 1]f(x) = f(x - 1)$ را در نقطه $x = 1$ به دست آورید.	۰/۷۵
۱۴	نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر داده شده است. الف) در کدام نقاط از پنج نقطه‌ی مشخص شده بر نمودار f ، $f'(x)$ مثبت و $f''(x)$ منفی است? ب) نقطه‌ی عطف منحنی تابع f کدام نقطه است? 	۰/۵
۱۵	جدول تغیرات و نمودار تابع با ضابطه $y = \text{Arc tan}(\frac{1}{x})$ را رسم کنید.	۱/۲۵
۱۶	دو عدد مثبت چنان بباید که حاصل جمع عدد اول با دو برابر عدد دوم برابر ۲۴ و حاصل ضرب آنها ماکزیمم شود.	۱
۱۷	حاصل انتگرال معین $\int_{-2}^2 (-2x + 3)dx$ را به کمک رسم نمودار بباید.	۱/۲۵
	«موفق باشید»	۲۰ جمع نمره

باسمہ تعالیٰ

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۲	سال سوم آموزش متوسطه
اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی نابستگی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$ (۰/۲۵) $[x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < 1$ (۰/۲۵) ریشه‌های مخرج $D = [-1, 1] - [0, 1) = [-1, 0) \cup \{1\}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱
۲	$D_g = \mathbb{R}$ (۰/۲۵) $D_f = \mathbb{R} - \left\{ x \mid x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ (۰/۲۵) $D_f \neq D_g$ (۰/۲۵) دلیل:	۱
۳	$D_f = \mathbb{R} - \{2\}$ $D_g = \mathbb{R} - \{4\}$ (۰/۲۵) $D_{gof} = \left\{ x \in D_f \mid f(x) \in D_g \right\} = \left\{ x \in \mathbb{R} - \{2\} \mid \frac{x+1}{x-2} \neq 4 \right\}$ الف) $D_{gof} = \mathbb{R} - \{2, 2\}$ (۰/۲۵) $(gog)(r) = g(g(r)) = g(-r) = \frac{1}{r}$ (۰/۲۵) ب)	۱/۵
۴	$\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1} = \frac{\alpha+\beta+2}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1} = \frac{3+2}{-5+3+1} = -5$ (۰/۲۵) $S = \alpha + \beta = 3$, $P = \alpha\beta = -5$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۵	$A = (\cos \omega x + \cos x)(\cos \omega x - \cos x)$ (۰/۲۵) $A = (2 \cos \omega x \cdot \cos x)(-\sin \omega x \cdot \sin x)$ (۰/۵)	۰/۷۵
	« ادامه در صفحه‌ی دوم »	

باسمہ تعالیٰ

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۲	سال سوم آموزش متوسطه
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی نابستگی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	<p>۳/۲۵ (الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(4x^2+7x+7)}{(x-1)(x^2+x+1)} = 6 \quad (0/25)$</p> <p>(۰/۲۵)</p> <p>(ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\sqrt{x^2+2x}-x)(\sqrt{x^2+2x}+x)}{\sqrt{x^2+2x}+x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2+2x}+x} =$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x(-\sqrt{1+\frac{2}{x}}+1)} = \frac{2}{-\sqrt{1+0}} = +\infty \quad (0/25)$</p> <p>(۰/۲۵)</p> <p>(ج) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \sin x \cos x}{ \sqrt{2} \sin x } = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \sin x \cos x}{-\sqrt{2} \sin x} = -\sqrt{2} \quad (0/25)$</p> <p>(۰/۲۵)</p> <p>(د) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-4x+1}{x^2-x} = \frac{1}{0^+} = -\infty \quad (0/25)$</p> <p>(۰/۲۵)</p>	۳/۲۵
۷	<p>$D_f = R - \{1\} \quad (0/25)$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1 \quad (0/25)$ مجذوب افقی</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{x-1}$</p> <p>باتوجه به اینکه $x=1$ پس خط مجذوب قائم تابع است. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty \quad (0/25)$</p>	۰/۲۵
۸	<p>$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+\lambda}-2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+\lambda-8}{x(\sqrt[3]{(x+\lambda)^2}+2\sqrt[3]{x+\lambda}+4)} =$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{(x+\lambda)^2}+2\sqrt[3]{x+\lambda}+4} = \frac{1}{12} \quad (0/25)$</p>	۱
	« ادامه در صفحه‌ی سیم »	

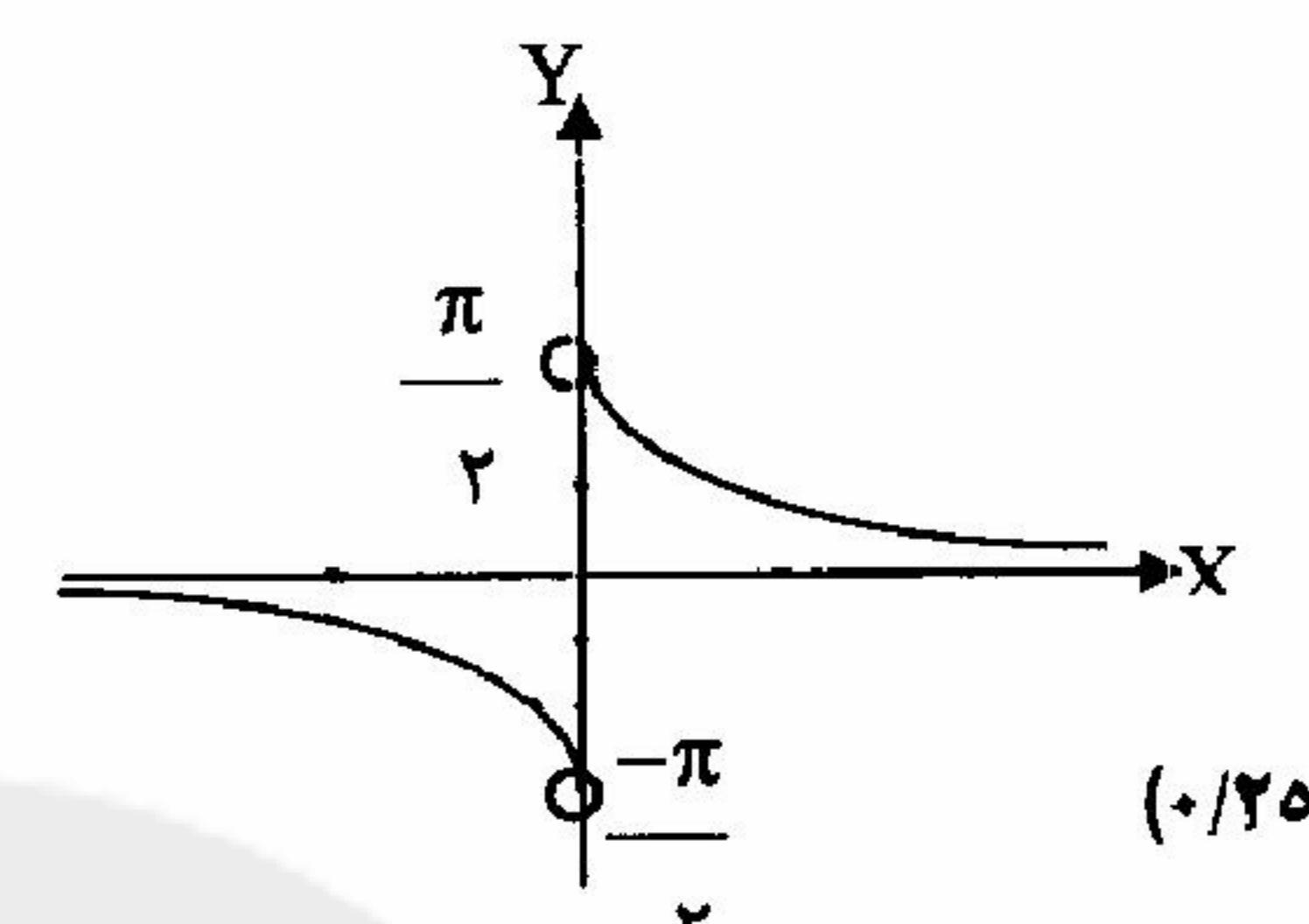
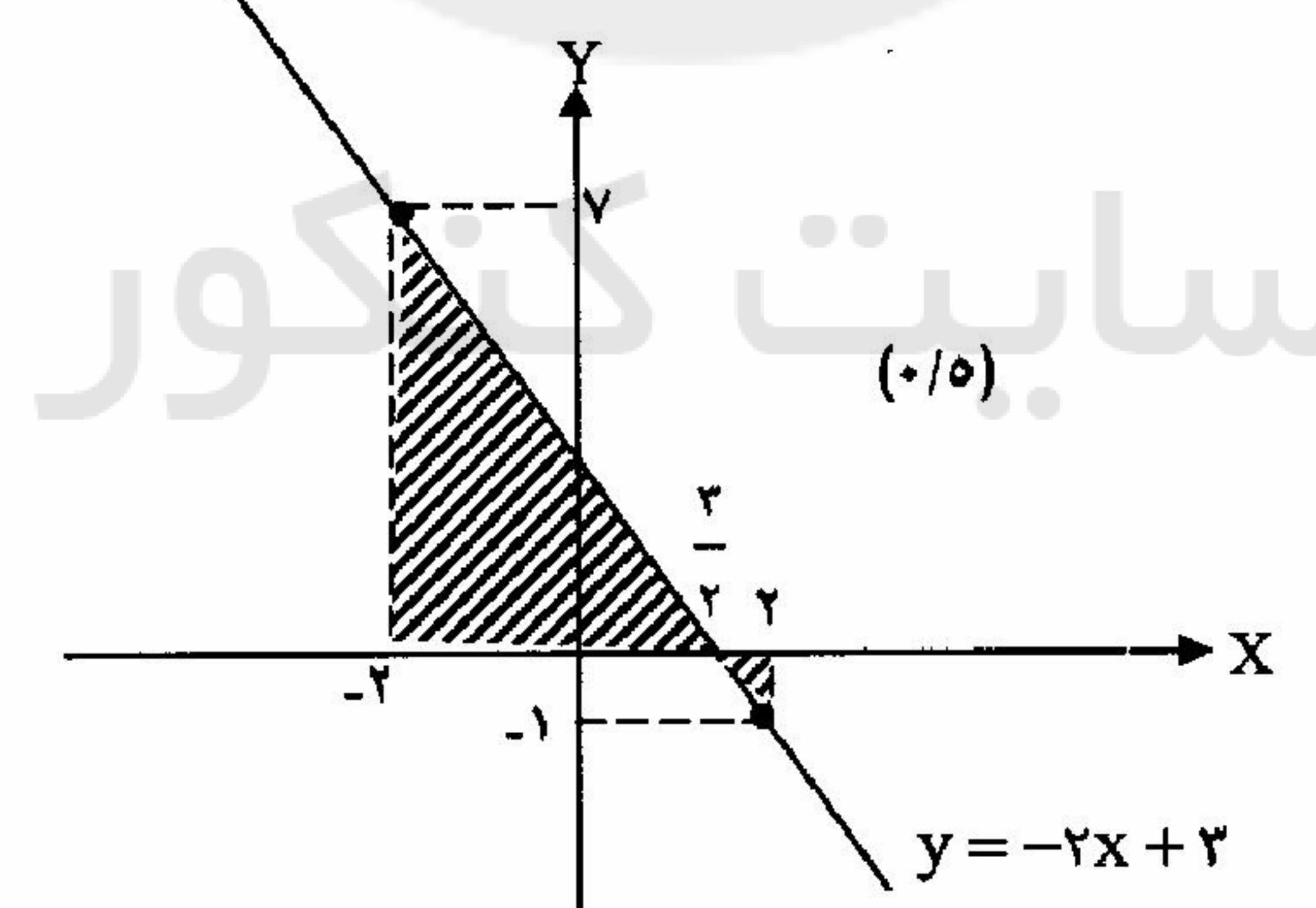
یادنامه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۲ / ۶	سال سوم آموزش متوسطه
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸ http://aee.medu.ir	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	$y' = 2 \sin^2 x \cos x + 2 \left(\frac{-1}{2\sqrt{x}} \right) \sin(\sqrt{x}) \cos(\sqrt{x})$ ب) $y' = -\frac{y^2 + 6xy - 4}{2xy^2 + 2x^2}$	۱/۵
۱۰	$g'(x) = (2x - 1)f'(x^2 - x)$ $g'(2) = 5 \times f'(5) \Rightarrow 15 = 5 \times f'(5) \Rightarrow f'(5) = 3$	۰/۷۵
۱۱	Max : $(0, 1)$ (۰/۲۵) نسبی Min: $(-1, 0), (1, 0)$ (۰/۲۵) مطلق Max : (۰/۲۵) ندارد مطلق Min : $(-1, 0), (1, 0)$ (۰/۲۵)	۱/۰
۱۲	$y' = \frac{ac - b}{(x+c)^2}$ (۰/۲۵) $y'(0) = 2 \Rightarrow \frac{ac - b}{c^2} = 2$ (۰/۲۵) $x = -c = 1 \Rightarrow c = -1$ (۰/۲۵) , $y = a = -2 \Rightarrow a = -2$ (۰/۲۵) $-b = 2 \Rightarrow b = 0$ (۰/۲۵)	۱/۰
۱۳	$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)[x]-0}{x-1} = 1$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۱۴	(۰/۲۵) C (ب) (۰/۲۵) A (الف)	۰/۰
	«ادامه در صفحه‌ی چهارم»	

باسمہ تعالیٰ

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۲	سال سوم آموزش متوسطه
اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره												
۱۵	$D = \mathbb{R} - \{0\}$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 0^{\pm}} y = \pm \frac{\pi}{2}$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0$ (۰/۲۵) $y' = \frac{1}{1 + \frac{1}{x^2}} = \frac{-1}{x^2 + 1} < 0$ (۰/۲۵) <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>۰</td><td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td><td>\circ</td><td>$-\frac{\pi}{2}$</td><td>$\frac{\pi}{2}$</td> </tr> </table> 	x	$-\infty$	۰	$+\infty$	y'	-	-	-	y	\circ	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	۱/۲۵
x	$-\infty$	۰	$+\infty$											
y'	-	-	-											
y	\circ	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$											
۱۶	$x + 2y = 24$ (۰/۲۵) $p(x) = x\left(\frac{24-x}{2}\right) = 12x - \frac{1}{2}x^2$ (۰/۲۵) $p'(x) = 0 \Rightarrow 12 - x = 0 \Rightarrow x = 12$, $y = 6$ (۰/۲۵)	۱												
۱۷	$\int_{-1}^1 (-2x + 3) dx = \frac{7 \times 2/5}{2} - \frac{1 \times -1/5}{2} = \frac{49}{4} - \frac{1}{4} = 12$ (۰/۲۵) 	۱/۲۵												
	مصطفی محتشم: لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایید.	۲۰ جمع نمره												