

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۰۷	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱	جاهای خالی را با عبارات یا اعداد مناسب پر کنید. الف) روش نتیجه گیری کلی بر مبنای مجموعه محدودی از مشاهدات، استدلال ..... نامیده می شود. ب) اگر باران بیارد، زمین مرطوب می شود. الان باران می بارد. نتیجه: زمین ..... است. ج) تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه ۵ عضوی برابر با ..... است. د) متمم مجموعه جهانی، مجموعه ..... است.	۱
۲	با استفاده از اصل استقرا ثابت کنید: $(n \in \mathbb{N})$ ، $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + n \times (n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$	۱/۵
۳	با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید "مجموع دو عدد زوج همواره عددی زوج است."	۰/۷۵
۴	کدام یک از احکام زیر درست و کدام یک نادرست است؟ برای احکام نادرست مثال نقض ارائه دهید. الف) هر دو زاویه متقابل به راس با هم برابرند. ب) برای هر عدد طبیعی $n$ ، $2^n + 1$ عددی اول است.	۱
۵	با استفاده از روش استدلالی برهان خلف ثابت کنید " $\sqrt{3}$ عددی گنگ است."	۱
۶	نشان دهید هر زیر مجموعه ای از مجموعه $S = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$ که دارای ۵ عضو باشد، حداقل ۲ عضو دارد که مجموع آن ها برابر ۱۰ است.	۰/۷۵
۷	مجموعه های $A = \{x \in \mathbb{N} \mid -2 \leq x < 4\}$ ، $B = \{-3, 1, 3, 4, 7\}$ ، $C = \{3, 4, 5, \dots, 9\}$ و $D = \{3, 0\}$ را در نظر بگیرید. الف) مجموعه $A$ را با نوشتن اعضا مشخص کنید. ب) اعضای $C - (D \cap B)$ را بنویسید. ج) نمودار $D^2$ را در صفحه مختصات رسم کنید.	۱/۵
۸	اگر $A$ و $B$ دو مجموعه باشند. به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $A - (A \cap B) = A - B$	۱
۹	مجموعه های $A = [-3, 2]$ و $B = (-2, 1]$ را در نظر بگیرید. حاصلضرب دکارتی $B \times A$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.	۱
۱۰	رابطه $R$ بر روی مجموعه $A = \{-1, 0, 2, 5\}$ به صورت زیر تعریف شده است. $xRy \Leftrightarrow -1 \leq 2x + y \leq 2$ الف) رابطه $R$ را به صورت زوج های مرتب بنویسید. ب) آیا رابطه فوق تعدی است؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه دهید.	۱/۵

« ادامه سوالات در صفحه دوم »

## باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۰۷	سال سوم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴		

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده ( دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد ) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱۱	سکه ای را پرتاب می کنیم. اگر سکه رو ظاهر شد، آن گاه تاس را می ریزیم. در غیر این صورت یک بار دیگر سکه را می اندازیم. مطلوب است: الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی ب) پیشامد $A$ که در آن عدد ظاهر شده روی تاس زوج باشد. ج) پیشامد $B$ که در آن حداقل یک بار پشت ظاهر شود.	۲
۱۲	در ظرفی ۴ مهره سفید و ۳ مهره قرمز است. ۲ مهره به تصادف با هم بیرون می آوریم. احتمال آن که حداکثر یکی از آن ها سفید باشد را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۳	با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ ( بدون تکرار ) عدد ۳ رقمی می سازیم. چقدر احتمال دارد که عددی زوج نوشته شود؟	۱
۱۴	تاسی به گونه ای ساخته شده است که احتمال وقوع اعداد اول ۲ برابر سایر اعداد است. این تاس را پرتاب می کنیم. احتمال آن که عدد ظاهر شده بیشتر از ۳ باشد را بیابید.	۱/۵
۱۵	بر روی مستطیل $S = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ یک نقطه را به طور تصادفی انتخاب می کنیم. احتمال این که داشته باشیم $x - 1 \leq y \leq \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۶	در یک شرکت که ۵۰ کارمند دارد ۳۲ نفر آن ها مرد هستند و ۲۰ نفر دارای مدرک فوق لیسانس می باشند. ۱۱ نفر از این کارمندان مرد، مدرک فوق لیسانس دارند. یک نفر به تصادف از بین کارمندان انتخاب می شود. احتمال آن که این فرد نه مرد بوده و نه مدرک فوق لیسانس داشته باشد را محاسبه کنید.	۱/۵
۲۰	جمع نمره	۲۰

« موفق باشید »

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۰۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) استقرایی (۰/۲۵) صفحه ۲ (ب) مرطوب (۰/۲۵) صفحه ۲۴ (ج) ۲۲ (۰/۲۵) صفحه ۴۰ (د) تهی (۰/۲۵) صفحه ۵۱	۱
۲	صفحه ۱۲ $n=1 \Rightarrow 1 \times 2 = \frac{1(1+1)(1+2)}{3} \Rightarrow 2=2 \quad (۰/۲۵)$ <p>فرض استقرا <math>n=k \Rightarrow 1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + k \times (k+1) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3} \quad (۰/۲۵)</math></p> <p>حکم استقرا <math>n=k+1 \Rightarrow 1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + k \times (k+1) + (k+1) \times (k+2) = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3} \quad (۰/۲۵)</math></p> $1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + k \times (k+1) + (k+1) \times (k+2) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3} + (k+1) \times (k+2) =$ $\frac{k(k+1)(k+2) + 3(k+1) \times (k+2)}{3} = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$	۱/۵
۳	صفحه ۱۷ $a=2k, b=2k' \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a+b=2k+2k' = 2(k+k') = 2k'' \quad (۰/۲۵)$	۰/۱۷۵
۴	الف) درست (۰/۲۵) (ب) نادرست (۰/۲۵) مثال نقض (۰/۵) صفحه ۲۵	۱
۵	فرض خلف: فرض کنیم $\sqrt{3}$ عددی گویا باشد. صفحه ۲۸ $\sqrt{3} = \frac{a}{b}, (a,b)=1 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a^2 = 3b^2 \Rightarrow a^2$ مضرب ۳ است $\Rightarrow a^2$ مضرب ۳ است $(a,b) \neq 1 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow$ تناقض $\Rightarrow b^2$ مضرب ۳ است $\Rightarrow b^2$ مضرب ۳ است $\Rightarrow a=3k \Rightarrow 9k^2 = 3b^2 \Rightarrow b^2$ مضرب ۳ است	۱
۶	اگر تعداد عضوهای زیر مجموعه را به منزله کیبوتر $m=5$ در نظر بگیریم (۰/۲۵) و کیبوترها را تعداد مجموع هر دو عدد از $S$ که به صورت زیر برابر ۱۰ می شود، $n=4$ در نظر بگیریم (۰/۲۵) $\{1,9\}, \{2,8\}, \{3,7\}, \{4,6\}$ طبق اصل لانه کیبوتری (۰/۲۵) حداقل ۲ عضو وجود دارد که مجموعشان برابر ۱۰ می شود. صفحه ۳۰	۰/۱۷۵
۷	الف) $A=\{1,2,3\}$ (۰/۵) صفحه ۴۲ (ب) $C-(D \cap B) = \{4,5, \dots, 9\}$ (۰/۲۵) $D \cap B = \{3\}$ (۰/۲۵) صفحه ۵۴ 	۱/۵
۸	توزیع پذیری قانون دمگان تعریف تفاضل $A - (A \cap B) = \underbrace{A \cap (A \cap B)'}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{A \cap (A' \cup B')}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{(A \cap A') \cup (A \cap B')}_{(۰/۲۵)} = \phi \cup (A - B) = A - B \quad (۰/۲۵)$	۱

ادامه در صفحه دوم

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴ / ۱۰ / ۰۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۹	نمایش مجموعه ها هر یک (۰/۲۵) ناحیه هاشور زده (۰/۵) صفحه ۶۰	
۱۰	الف) هر مورد (۰/۲۵) $R = \{(0,0), (0,-1), (-1,3)\}$ ب) خیر. (۰/۲۵) زیرا $(0,-1), (-1,3) \in R$ ولی $(0,3) \notin R$ (۰/۲۵)	صفحه ۶۴ - ۶۸
۱۱	الف) $S = \{(r,1), (r,2), (r,3), (r,4), (r,5), (r,6), (r,p), (p,p)\}$ (۰/۲۵) ب) $A = \{(r,2), (r,4), (r,6)\}$ (۰/۷۵) ج) $B = \{(p,r), (p,p)\}$ (۰/۵)	صفحه ۸۱
۱۲	$n(S) = \binom{7}{2}$ (۰/۲۵), $n(A) = \binom{4}{0}\binom{3}{2} + \binom{4}{1}\binom{3}{1}$ (۱) $\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{21}$ (۰/۲۵)	صفحه ۸۵
۱۳	$n(S) = 5 \times 4 \times 3 = 60$ (۰/۲۵), $n(A) = 4 \times 3 \times 2 = 24$ (۰/۵) $\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{5}$ (۰/۲۵)	صفحه ۹۱
۱۴	$P(1) = P(4) = P(6) = a$ (۰/۲۵) $P(2) = P(3) = P(5) = 2a$ (۰/۲۵) $a + 2a + 2a + a + 2a + a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{9}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow P(A) = \frac{P(4) + P(5) + P(6)}{1} = \frac{4}{9}$ (۰/۲۵)	صفحه ۹۸
۱۵	صفحه ۱۰۷ $a_S = 2 \times 1 = 2$ (۰/۲۵), $a_A = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ $P(a) = \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ (۰/۵)	
۱۶	A: مرد بودن و B: فوق لیسانس داشتن $P(A) = \frac{32}{50}$ (۰/۲۵), $P(B) = \frac{20}{50}$ (۰/۲۵), $P(A \cap B) = \frac{11}{50}$ (۰/۲۵) $P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 1 - \frac{41}{50} = \frac{9}{50}$ (۰/۲۵)	صفحه ۱۲۱
۲۰	جمع نمره	موفق باشید