

## باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۲۰	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۵		مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید: الف) تعداد اتومبیل هایی که در ساعت مشخصی از مقابل مدرسه می گذرند، پدیده ..... است (تصادفی - قطعی). ب) هر زیرمجموعه فضای نمونه ای یک ..... است (پیشامد ساده - پیشامد).	۱
۲	با استفاده از اصل استقرا، ثابت کنید برای هر عدد طبیعی $n$ ، $9^n - 1$ بر عدد ۸ بخش پذیر است.	۱/۲۵
۳	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید حاصل ضرب سه عدد زوج متوالی مضرب ۸ است.	۱
۴	با استفاده از برهان خلف ثابت کنید اگر $\sqrt{5}$ گنگ باشد $3 + \sqrt{5}$ هم گنگ است.	۰/۷۵
۵	S یک زیر مجموعه ۳۷ عضوی از اعداد طبیعی است. اگر اعضای S را بر عدد ۳۶ تقسیم کنیم، حداقل چند عضو از این مجموعه دارای باقیمانده یکسانی بر ۳۶ هستند؟	۱
۶	اگر A و B دو مجموعه باشند، به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$	۱/۵
۷	اگر $A = \{2x - y, 7\}$ و $B = \{x + 3, 1\}$ باشد و داشته باشیم $A \times B = B \times A$ ؛ آنگاه مقادیر x و y را تعیین کنید.	۱
۸	رابطه R در مجموعه اعداد صحیح به صورت $3   x - y \Leftrightarrow x R y$ تعریف شده است. ثابت کنید R یک رابطه هم ارزی است.	۱/۵
۹	یک تاس را دوبار پرتاب می کنیم. مطلوب است: الف) پیشامد A که در آن مجموع عددهای برآمده بیشتر از ۱۰ باشد. ب) پیشامد B که در آن عدد های برآمده یکسان باشد. ج) پیشامد $A - B$	۲
۱۰	با به کارگیری عبارت های مجموعه ای، فضای نمونه ای مرکب از تمام نقاط واقع بر محیط و داخل دایره ای به شعاع ۳ و به مرکز $(-2, 1)$ را مشخص کنید.	۱
۱۱	کیسه ای شامل ۷ مهره سفید و ۵ مهره سیاه است. اگر ۴ مهره به تصادف از کیسه خارج شود مطلوب است احتمال آنکه: الف) سه مهره سفید و یک مهره سیاه باشد. ب) هر چهار مهره هم رنگ باشد.	۲
۱۲	اگر عددی ۴ رقمی (بدون تکرار ارقام) کمتر از ۷۰۰۰ به صورت تصادفی با ارقام ۱، ۴، ۵، ۶، ۷ و ۹ به وجود آید، احتمال آن که عدد ساخته شده زوج باشد را بیابید.	۱/۵

« ادامه سؤالات در صفحه دوم »

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۲۰	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۵		مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده ( دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد ) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱۳	سه نفر در یک مسابقه شرکت می کنند. اگر احتمال برد علی دو برابر احتمال برد حسین و احتمال برد حسین $\frac{1}{3}$ احتمال برد رضا باشد، احتمال اینکه حسین یا رضا برنده شود چقدر است؟	۱/۵
۱۴	دو عدد حقیقی را به طور تصادفی در بازه (۰,۱) انتخاب می کنیم. احتمال اینکه $ x - y  \leq \frac{1}{2}$ را پیدا کنید.	۱/۵
۱۵	اگر $P(A) = \frac{1}{5}$ و $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ و $A$ و $B$ دو پیشامد ناسازگار باشد آنگاه $P(B')$ را حساب کنید.	۱/۵
	« موفق باشید »	جمع نمره ۲۰

## باسمه تعالی

ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۲۰		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۵

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۱	الف) تصادفی (۰/۵) تعریف صفحه ۷۱ ب) پیشامد (۰/۵) تعریف صفحه ۷۴	۱
۱/۲۵	مشابه تمرین صفحه ۱۲ آزمون درست است. $P(n) = 9^n - 1 = 8r$ مقدمه استقرا $p(1) = 9 - 1 = 8r \implies 8 = 8(1)$ (۰/۲۵) فرض استقرا $p(k) = 9^k - 1 = 8r$ (۰/۲۵) حکم استقرا $p(k+1) = 9^{(k+1)} - 1 = 8r'$ (۰/۲۵) اثبات: $9^k - 1 = 8r \implies 9^{(k+1)} - 9 = 8(9r)$ (۰/۲۵) $\implies 9^{(k+1)} - 1 = 8(9r+1)$ (۰/۲۵) $= 8r'$ حکم استقرا برقرار است.	۲
۱	$x = 2k, y = 2k+2, z = 2k+4$ $xyz = (2k)(2k+2)(2k+4)$ (۰/۱۵) $= 2k \cdot 2(k+1) \cdot 2(k+2)$ (۰/۲۵) $= 8k(k+1)(k+2) = 8k'(k+1)(k+2)$ (۰/۲۵)	۳
۰/۷۵	فرض می کنیم $3 + \sqrt{5}$ گنگ نباشد پس آن را به صورت کسر گویا $\frac{a}{b}$ ( $b \neq 0$ ) در نظر می گیریم. $3 + \sqrt{5} = \frac{a}{b}$ (۰/۲۵) $\implies \sqrt{5} = \frac{a}{b} - 3 = \frac{a-3b}{b} = \frac{k}{k'}$ (۰/۲۵) که این تناقض است پس فرض خلف باطل و $3 + \sqrt{5}$ عدد گنگ است. (۰/۲۵) مشابه تمرین صفحه ۲۸	۴
۱	اگر اعضای S که ۳۷ عضو دارد به منزله کبوتر (m) (۰/۲۵) و باقیمانده های تقسیم هر عدد طبیعی n بر ۳۶ که به صورت $r = \{0, 1, 2, 3, \dots, 35\}$ می باشد دارای ۳۶ عضو است به منزله لانه (n) (۰/۲۵) در نظر بگیریم، طبق اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) ( $m > n$ ) حداقل یکی از لانه ها، دو و یا تعداد بیشتری کبوتر را دارا می باشد. پس حداقل دو عضو (۰/۲۵) از مجموعه S دارای باقیمانده یکسانی بر ۳۶ خواهند بود. مثال صفحه ۲۹	۵
۱/۵	$(A-B) \cap (B-A) = \underbrace{(A \cap B') \cap (B \cap A')}_{(۰/۵)} = \underbrace{(A \cap A') \cap (B \cap B')}_{(۰/۵)} = \underbrace{\emptyset \cap \emptyset}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\emptyset}_{(۰/۲۵)}$	۶

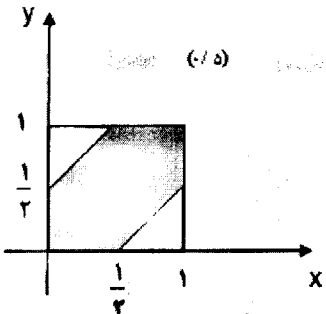
## باسمه تعالی

ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۲۰		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۵

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۱	<p>تمرین صفحه ۵۹</p> <p>چون <math>A \times B = B \times A</math> می باشد بنابراین باید <math>A = B</math> باشد. (۰/۲۵)</p> <p><math>\{x+3, 1\} = \{2x-y, 7\} \Rightarrow x+3=7 \Rightarrow x=4</math> (۰/۲۵) و <math>2x-y=1 \Rightarrow y=7</math> (۰/۱۵)</p>	۷
۱/۵	<p><math>\forall x \in Z, xRx \Rightarrow 3 x-x \Rightarrow 3 0</math></p> <p>رابطه بازتابی (۰/۲۵)</p> <p><math>xRy \Rightarrow 3 x-y \Rightarrow 3 -(y-x) \Rightarrow 3 y-x \Rightarrow yRx</math></p> <p>رابطه تقارنی (۰/۱۵)</p> <p>رابطه تعدی است. (۰/۲۵)</p> <p><math>xRy \Rightarrow 3 x-y \Rightarrow x-y=3k</math>  <math>yRz \Rightarrow 3 y-z \Rightarrow y-z=3k'</math>  <math>\Rightarrow x-z=3(k+k')=3k'' \Rightarrow xRz</math> (۰/۲۵)</p> <p>رابطه هر سه خاصیت را دارد، پس هم ارزی است.</p> <p>تمرین ۱ صفحه ۶۸</p>	۸
۲	<p><math>A = \{(5, 6), (6, 5), (6, 6)\}</math> (الف) (۰/۷۵)</p> <p><math>B = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}</math> (ب) (هر دو مورد ۰/۲۵)</p> <p><math>A-B = \{(5, 6), (6, 5)\}</math> (ج) (۰/۱۵)</p> <p>مشابه مثال صفحه ۷۴</p>	۹
۱	<p><math>S = \{(x, y)   (x-1)^2 (۰/۲۵) + (y+2)^2 (۰/۲۵) \leq 9 (۰/۱۵)\}</math></p> <p>مشابه تمرین ۹ صفحه ۸۱</p>	۱۰
۲	<p>مثال صفحه ۸۶</p> <p>مثال صفحه ۸۶</p> <p>(الف)</p> $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{7}{3} (۰/۲۵) \times \binom{5}{1} (۰/۲۵)}{\binom{12}{4} (۰/۲۵)}$ <p>(ب)</p> $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{7}{4} (۰/۲۵) + \binom{5}{4} (۰/۲۵)}{\binom{12}{4} (۰/۲۵)}$	۱۱

## باسمه تعالی

ساعت شروع: ۱۰ صبح		رشته: ریاضی فیزیک	جبر و احتمال	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس:
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۲۰		سال سوم آموزش متوسطه		
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۵		
نمره	راهنمای تصحیح			ردیف
۱/۵	تمرین ۴ صفحه ۹۱	$n(S) = 4 \times 5 \times 4 \times 2 \quad (0.15)$ , $n(A) = 2 \times 4 \times 2 \times 2 \quad (0.15) \Rightarrow P(A) = \frac{2}{10} \quad (0.15)$		۱۲
۱/۵		$P(\text{حسین}) = x \Rightarrow P(\text{علی}) = 2x \quad (0.25)$ $P(\text{حسین}) = \frac{1}{3} P(\text{رضا}) \Rightarrow P(\text{رضا}) = 3P(\text{حسین}) = 3x \quad (0.25)$ $P(\text{حسین}) + P(\text{علی}) + P(\text{رضا}) = 1 \Rightarrow x + 2x + 3x = 1 \Rightarrow 6x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{6} \quad (0.15)$ $\Rightarrow P(\text{حسین}) = \frac{1}{6}$ , $P(\text{علی}) = \frac{2}{6}$ و $P(\text{رضا}) = \frac{3}{6}$ $P(\text{رضا یا حسین}) = P(\text{حسین}) + P(\text{رضا}) = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad (0.15)$		۱۳
مشابه مثال صفحه ۹۸				
۱/۵	تمرین ۳ صفحه ۱۰۷	 $a_S = 1 \times 1 = 1 \quad (0.25)$ $a_A = 1 - (2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}) = \frac{3}{4} \quad (0.15)$ $P(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{3/4}{1} = \frac{3}{4} \quad (0.25)$		۱۴
۱/۵		$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (0.15)$ $\frac{3}{4} = \frac{1}{5} + P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{11}{20} \quad (0.15)$ $P(B') = 1 - P(B) \quad (0.25) \Rightarrow P(B') = \frac{9}{20} \quad (0.25)$		۱۵
مثال صفحه ۱۱۲ و ۱۱۳				
۲۰	جمع نمره	« موفق باشید »		