

## باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۵	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۶		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید: الف) فضای نمونه ای ب) پیشامد ج) دو پیشامد ناسازگار	۱/۵
۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی $n$ ، ثابت کنید: $1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2$	۱/۲۵
۳	اگر $a, b$ دو عدد حقیقی مثبت باشند، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید: $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$	۱
۴	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید، اگر به سه برابر عددی فرد یک واحد اضافه شود، عددی زوج بدست می آید.	۰/۷۵
۵	با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر $x$ گویا و $y$ گنگ باشد، آنگاه $(x+y)$ گنگ است.	۱
۶	اگر $A$ و $B$ دو مجموعه باشند، به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $A - (A \cap B) = A - B$	۱
۷	مجموعه های $A = \{1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = x\}$ مفروضند: الف) مجموعه $B$ را با نوشتن اعضا مشخص کنید. ب) اعضای مجموعه $A^2 - (B \times A)$ را مشخص کنید و نمودار آن را در صفحه مختصات رسم کنید.	۱/۵
۸	رابطه ی $R$ روی $\mathbb{R}^2$ به صورت زیر تعریف شده است: $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + b = c + d$ الف) نشان دهید که $R$ یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 0)]$ را مشخص کنید.	۱/۵
۹	هر یک از ارقام ۱ تا ۱۲ را روی یک کارت نوشته و کارت ها را مخلوط می کنیم و به تصادف یک کارت بر می داریم. در این صورت به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی چند عضو دارد؟ ب) پیشامد $A$ که در آن عدد روی کارت عددی اول و کوچکتر از ۷ باشد را با اعضا بنویسید. ج) پیشامد $B$ که در آن عدد روی کارت عددی اول یا کوچکتر از ۴ باشد را با اعضا بنویسید.	۲

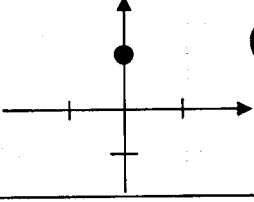
« ادامه سوالات در صفحه دوم »

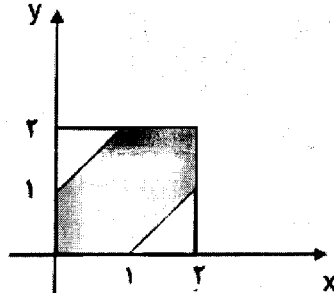
ساعات شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۵	سال سوم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۶	

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سوالات	نمره
۱۰	با به کارگیری عبارت های مجموعه ای، فضای نمونه ای مرکب از تمام نقاط واقع بر محیط و داخل دایره ای به شعاع ۳ و به مرکز (۲، -۱) را مشخص کنید.	۱
۱۱	از یک جعبه محتوی ۴ لامپ سالم و ۵ لامپ معیوب، ۳ لامپ به طور تصادفی بیرون می آوریم. مطلوب است احتمال آنکه: الف) هر سه لامپ سالم باشد. ب) حداقل دو لامپ سالم باشد.	۱/۵
۱۲	آزمونی شامل ۱۰ سوال دو گزینه ای (درست - غلط) می باشد، دانش آموزی به طور تصادفی به همه سوالات این آزمون پاسخ می دهد، احتمال آنکه دقیقاً به ۸ سوال پاسخ درست داده باشد، چقدر است؟	۱
۱۳	تاسی به گونه ای ساخته شده است که احتمال وقوع اعداد اول ۲ برابر سایر اعداد است. این تاس را پرتاب می کنیم، احتمال آن که عدد ظاهر شده بیشتر از ۳ باشد را بیابید.	۱/۵
۱۴	دو عدد حقیقی به تصادف بین ۰ و ۲۰ انتخاب می کنیم، احتمال آنکه $ x - y  < ۱$ را محاسبه کنید.	۲
۱۵	برای دو پیشامد $A$ و $B$ از فضای نمونه ای $S$ ثابت کنید:	۱/۵
	$P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - ۱$	
۲۰	جمع نمره	«موفق باشید»

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۵	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۶		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح		
ردیف	نمره		
۱	۱/۵	الف) تعریف صفحه ۷۲ ب) تعریف صفحه ۷۴ ج) تعریف صفحه ۱۱۰	
۲	۱/۲۵	$P(1): 1 = (1)^2 \quad (0/25)$ $P(K): 1 + 3 + 5 + \dots + (2k-1) = k^2 \quad (0/25)$ $P(K+1): 1 + 3 + 5 + \dots + (2k-1) + (2k+1) = (k+1)^2 \quad (0/25)$ $P(K+1): 1 + 3 + 5 + \dots + (2k-1) + (2k+1) = k^2 + (2k+1) \quad (0/25) = (k^2 + 2k + 1) = (k+1)^2 \quad (0/25)$ <p>حکم استقرا برقرار است تمرین صفحه ۱۱</p>	
۳	۱	$ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \Leftrightarrow ab \leq \frac{a^2 + 2ab + b^2}{4} \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0 \quad (0/5)$ <p>صفحه ۲۱ با توجه به اینکه عبارت فوق همواره درست است و بر طبق استدلال برگشتی تمامی روابط برگشت پذیر می باشد. (۰/۲۵)</p>	
۴	۰/۷۵	$2k+1 \stackrel{(0/25)}{\implies} 2(2k+1)+1 \quad (0/25) = 4k+4 = 2(2k+2) \quad (0/25) = 2k'$ <p>عددی زوج است ص ۱۷</p>	
۵	۱	<p>فرض خلف: فرض می کنیم <math>(x+y)</math> گنگ نباشد، بنابراین عددی گویا است. <math>x+y = a \implies y = a-x \quad (0/25)</math> یا <math>(y = a + (-x)) \quad (0/25)</math> می دانیم تفاضل (یا جمع) دو عدد گویا، عددی گویا است در نتیجه <math>y</math> گویاست. (۰/۲۵) که این خلاف فرض مسأله است. پس فرض خلف باطل و حکم برقرار است. (۰/۲۵) ص ۲۸</p>	
۶	۱	$A - (A \cap B) = \underbrace{A \cap (A \cap B)'}_{(0/25)} = \underbrace{A \cap (A' \cup B')}_{(0/25)} = \underbrace{(A \cap A') \cup (A \cap B')}_{(0/25)} = \phi \cup (A - B) = A - B \quad (0/25)$ <p>توزیع پذیری      قانون دمرگان      تعریف تفاضل      صفحه ۵۵</p>	
ادامه در صفحه دوم			

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۵	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۶		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح		
نمره			
۶۲ ص	۱/۵	<p>الف) <math>B = \{0, 1\}</math> (۰/۵)</p> <p><math>A^2 = \{(1, 1)\}</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>B \times A = \{(0, 1), (1, 1)\}</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow (B \times A) - A^2 = \{(0, 1)\}</math> (۰/۲۵)</p> <p>رسم نمودار (۰/۲۵)</p> 	۷
	۱/۵	<p>الف)</p> <p>۱) <math>\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2, (a, b) R (a, b) \Leftrightarrow a + b = a + b</math> (۰/۲۵) بازتابی است</p> <p>۲) <math>(a, b) R (c, d) \Rightarrow a + b = c + d \Rightarrow c + d = a + b \Rightarrow (c, d) R (a, b)</math> (۰/۲۵) تقارنی است</p> <p>۳) <math>(a, b) R (c, d) \Rightarrow a + b = c + d</math>  <math>(c, d) R (e, f) \Rightarrow c + d = e + f \Rightarrow a + b = e + f \Rightarrow (a, b) R (e, f)</math> (۰/۲۵) ترابایی است</p> <p>پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>[(-1, \cdot)] = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 \mid (a, b) R (-1, \cdot)\}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>a + b = -1</math> (۰/۲۵)</p> <p>صفحه ۶۸</p>	۸
	۲	<p>الف) ۱۲ عضو دارد. (۰/۵)</p> <p>ب) هر عضو (۰/۲۵) <math>A = \{2, 3, 5\}</math></p> <p>ج) هر دو عضو (۰/۲۵) <math>B = \{1, 2, 3, 5, 7, 11\}</math></p> <p>صفحه ۸۱</p>	۹
	۱	<p><math>S = \{(x, y) \mid (x-1)^2 (۰/۲۵) + (y+2)^2 (۰/۲۵) \leq 9 (۰/۵)\}</math></p> <p>مشابه تمرین ۹ صفحه ۸۱</p>	۱۰
	۱/۵	<p>الف) <math>n(S) = \binom{9}{2} = \frac{9!}{2! \times 6!} = 36</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>n(A) = \binom{4}{2} = 6</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{2}}{36} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>n(B) = \binom{4}{2} \times \binom{5}{1} + \binom{4}{3} = 6 \times 5 + 4 = 34</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>p(B) = \frac{34}{36} = \frac{17}{18}</math> (۰/۲۵)</p> <p>ص ۸۷</p>	۱۱
ادامه در صفحه سوم			

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۵	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۶		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح		
نمره			
۱	ص ۹۰	۱۲	$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{10}{1} (0/5)}{2^{10} (0/25)}$
۱/۵	صفحه ۹۸	۱۳	$P(1) = P(4) = P(6) = a \quad (0/25)$ $P(2) = P(3) = P(5) = 2a \quad (0/25)$ $P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \quad (0/25)$ $a + 2a + 2a + a + 2a + a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{9} \quad (0/25) \Rightarrow P(A) = \underbrace{P(4) + P(5) + P(6)}_{(0/25)} = \frac{4}{9} \quad (0/25)$
۲	تمرین ۳ صفحه ۱۰۷	۱۴	$S = \{(x, y) \mid 0 < x < 2, 0 < y < 2\} \quad (0/25)$ $A = \{(x, y) \mid -1 < x - y < 1\} \quad (0/25)$  $p(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{4 - (\frac{1}{2} + \frac{1}{2})}{4} = \frac{3}{4} \quad (0/25)$ <p>رسم شکل (۰/۵)</p>
۱/۵	صفحه ۱۲۰	۱۵	$P(A \cup B) \leq 1 \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1 \Rightarrow P(A) + P(B) - 1 \leq P(A \cap B) \quad (0/5)$
۲۰	جمع نمره	« موفق باشید »	

مصححین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.