

## باسمه تعالی

مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	سال سوم آموزش متوسطه	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال
تاریخ امتحان : ۱۳۹۷ / ۱۰ / ۱۲		ساعت شروع : ۱۰ صبح	
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۷	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید. الف) استدلال استنتاجی ب) پدیده تصادفی ج) پیشامد	۱/۵
۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی $n$ ، ثابت کنید: $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$	۱/۵
۳	با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر $\sqrt{3}$ گنگ باشد آنگاه $2 + \sqrt{3}$ نیز عددی گنگ است.	۱
۴	پنج نقطه داخل مثلث متساوی الاضلاع به ضلع واحد مفروض اند، ثابت کنید حداقل دو نقطه وجود دارد که فاصله آنها کمتر از $\frac{1}{2}$ است.	۱
۵	مجموعه‌های $A = \{1\}$ و $B = \{0,1\}$ مفروضند: الف) مجموعه $A^2$ را با نوشتن اعضا مشخص کنید. ب) اعضای مجموعه $A^2 - (B \times A)$ را مشخص کنید و نمودار آن را در صفحه مختصات رسم کنید.	۱/۵
۶	با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها، ثابت کنید: $(A \cup B) - A = B - A$	۱
۷	رابطه $R$ روی مجموعه $Z$ به صورت زیر تعریف شده است: الف) ثابت کنید $R$ یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[3]$ را مشخص کنید. $mRn \Leftrightarrow m^2 + n = n^2 + m$	۱/۵
۸	از بین اعداد طبیعی زوج کوچکتر از ۱۲، یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم: الف) فضای نمونه‌ای را بنویسید. ب) پیشامد $A$ که در آن عدد انتخابی اول باشد. ج) پیشامد $B$ که در آن عدد انتخابی مضرب ۳ باشد. د) پیشامد آنکه $B$ اتفاق نیفتد.	۲
۹	فرض کنید $A, B, C$ سه پیشامد معین باشند، پیشامد « فقط پیشامد $A$ اتفاق بیفتد » را با یک عبارت مجموعه‌ای مناسب بنویسید و آن را با استفاده از نمودار ون نشان دهید.	۱
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

## باسمه تعالی

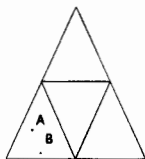
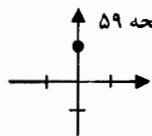
سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سال سوم آموزش متوسطه	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
ساعت شروع: ۱۰ صبح		تاریخ امتحان: ۱۲ / ۱۰ / ۱۳۹۷	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در ۵ ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	از یک جعبه که شامل ۶ مهره سیاه و ۴ مهره سفید است، ۲ مهره با هم به تصادف بیرون می آوریم. مطلوبست احتمال آنکه یکی سیاه و دیگری سفید باشد.	۱/۵
۱۱	رمز یک قفل، عددی سه رقمی است. با علم به تکراری نبودن ارقام رمز، احتمال کشف کردن تصادفی رمز قفل را فقط با یک بار تنظیم ارقام پیدا کنید (در صدگان عدد رمز، رقم صفر مجاز است).	۱
۱۲	۱۰ نفر را در نظر می گیریم، احتمال اینکه روز تولد هیچ دو نفری از آنها یک روز نباشد را مشخص کنید. (سال را ۳۶۵ روز در نظر بگیرید)	۱
۱۳	تاسی به گونه ای ساخته شده است که احتمال وقوع اعداد اول ۲ برابر سایر اعداد است. این تاس را پرتاب می کنیم احتمال آن که عدد ظاهر شده بیشتر از ۳ باشد را بیابید.	۱/۵
۱۴	دو عدد حقیقی به تصادف بین ۵ و ۲۰ انتخاب می کنیم، احتمال آنکه $ x - y  < 1$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۵	احتمال این که شخصی ناراحتی کلیه داشته باشد، ۰/۲۳ و ناراحتی قلبی داشته باشد ۰/۲۴ و دست کم یکی از این دو نوع بیماری را داشته باشد ۰/۳۸ است. احتمال این که هر دو نوع بیماری را دارا باشد، چقدر است؟	۱/۵
	« موفق باشید »	جمع نمره
		۲۰

## باسمه تعالی

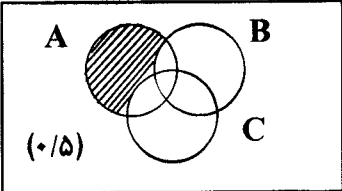
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷ / ۱۰ / ۱۲	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۷	مرکز سنجش آموزش و پرورش	http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

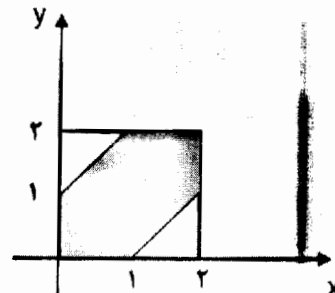
۱	الف) صفحه ۱۶ (۰/۵) ب) صفحه ۷۱ (۰/۵) ج) صفحه ۷۴ (۰/۵)	
۲	صفحه ۱۲ درست است (۰/۲۵) $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1+1}$ $P(1)$ : آزمون استقراء $P(k)$ : فرض استقراء $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} = \frac{k}{(k+1)}$ (۰/۲۵) $k \in N$ $P(k+1)$ : حکم استقراء $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+2}$ (۰/۲۵) به طرفین فرض $\frac{1}{(k+1)(k+2)}$ را اضافه می‌کنیم: $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}$ (۰/۲۵) = $\frac{k^2 + 2k + 1}{(k+1)(k+2)}$ (۰/۲۵) = $\frac{(k+1)^2}{(k+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+2}$ (۰/۲۵)	
۳	صفحه ۲۸ $\sqrt{3} = a - 2 \Rightarrow \sqrt{3} = a \Rightarrow 2 + \sqrt{3} = a$ (گویا) $\Rightarrow 2 + \sqrt{3}$ (گنگ نیست) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ فرض خلف (۰/۲۵) یک عبارت گویا با عبارت گنگ برابر نیست بنابراین به تناقض رسیده ایم، حکم اولیه درست است. (۰/۲۵)	
۴	سطح مثلث را به ۴ مثلث مساوی تقسیم می‌کنیم. ۴ مثلث را ۴ لانه و ۵ نقطه را ۵ کبوتر در نظر می‌گیریم (۰/۲۵) بنا بر اصل لانه کبوتری حداقل دو تا از نقطه‌ها به یکی از مثلث‌های کوچک تعلق دارند. (۰/۲۵) طول هر ضلع مثلث کوچک $\frac{1}{2}$ می‌باشد. بنا بر این حداقل دو نقطه وجود دارد که فاصله آنها کمتر از $\frac{1}{2}$ است. (۰/۲۵) رسم شکل (۰/۲۵) صفحه ۲۰	
۵	صفحه ۵۹ رسم شکل (۰/۲۵) الف) $A^2 = \{(1,1)\}$ (۰/۵) ب) $B \times A = \{(0,1), (1,1)\}$ (۰/۵) $\Rightarrow (B \times A) - A^2 = \{(0,1)\}$ (۰/۲۵)	
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

## باسمه تعالی

ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷ / ۱۰ / ۱۲		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۷

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف	
۱	$(A \cup B) - A = (A \cup B) \cap A' = (A \cap A') \cup (B \cap A') = \Phi \cup (B - A) = B - A \quad (۰/۵)$ <p style="text-align: center;">صفحه ۵۵</p>	۶	
۱/۵	<p>برقرار است. (۰/۲۵)</p> $\forall m \in Z : mRm \Leftrightarrow m^r + m = m^r + m$ <p>تقارنی: <math>mRn \Rightarrow m^r + n = n^r + m \Rightarrow n^r + m = m^r + n \Rightarrow nRm \quad (۰/۲۵)</math></p> <p>تعدی: <math>\begin{cases} mRn \Rightarrow m^r + n = n^r + m \\ nRt \Rightarrow n^r + t = t^r + n \end{cases} \quad (۰/۲۵)</math></p> <p>بنابر این R یک رابطه هم ارزی است.</p> $m^r + t = t^r + m \Rightarrow mRt \quad (۰/۲۵)$ <p>ب) <math>[۳] = \{x \in Z   xRx\} \quad (۰/۲۵)</math></p> $x^r + ۳ = ۳^r + x \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x^r - x - ۲۴ = ۰$	۷	
۲	$S = \{۲, ۴, ۶, ۸, ۱۰\} \quad (۰/۵)$ $A = \{۲\} \quad (۰/۵)$ $B = \{۶\} \quad (۰/۵)$ $B' = \{۲, ۴, ۸, ۱۰\} \quad (۰/۵)$	<p>صفحه ۸۱</p> <p>الف)</p> <p>ب)</p> <p>ج)</p> <p>د)</p>	۸
۱	$A - (B \cup C) \quad (۰/۵)$  <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	صفحه ۸۲	۹
۱/۵	$n(S) = \binom{۱۰}{۲} = ۴۵ \quad (۰/۲۵) \quad n(A) = \binom{۴}{۱} \times \binom{۶}{۱} = ۲۴ \quad (۰/۲۵)$ $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow p(A) = \frac{۲۴}{۴۵} = \frac{۸}{۱۵} \quad (۰/۲۵)$	صفحه ۸۵	۱۰
	« ادامه در صفحه ی سوم »		

## باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۷ / ۱۰ / ۱۲	
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۱۱	صفحه ۹۱ $n(S) = 10 \times 9 \times 8 \quad (0/25) \quad , \quad n(A) = 1 \times 1 \times 1 \quad (0/5) \Rightarrow P(A) = \frac{1}{720} \quad (0/25)$	۱	
۱۲	صفحه ۸۷ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad (0/25) = \frac{365 \times 364 \times \dots \times (365 - 10 + 1)}{365^{10}} \quad (0/5)$	۱	
۱۳	صفحه ۹۸ $P(1) = P(4) = P(6) = a \quad (0/25)$ $P(2) = P(3) = P(5) = 2a \quad (0/25)$ $P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \quad (0/25)$ $a + 2a + 2a + a + 2a + a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{9} \quad (0/25) \Rightarrow P(A) = \frac{P(4) + P(5) + P(6)}{(0/25)} = \frac{4}{9} \quad (0/25)$	۱/۵	
۱۴	صفحه ۱۰۷ $S = \{(x, y) \mid 0 < x < 2, 0 < y < 2\} \quad (0/25)$ $A = \{(x, y) \mid -1 < x - y < 1\} \quad (0/25)$ 	۱/۵	
۱۵	صفحه ۱۱۳ هر مورد (0/25) $p(A) = 0/23, p(B) = 0/24, p(A \cup B) = 0/28$ $p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) \quad (0/5) = 0/23 + 0/24 - 0/28 = 0/09 \quad (0/25)$	۱/۵	
	جمع نمره	۲۰	

مصححین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.