

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهائی درس: جبر و احتمال		رشته: ریاضی-فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم متوسطه				
تاریخ امتحان: ۱۳۸۷ / ۳ / ۱۱				
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال تحصیلی ۸۷-۱۳۸۶				
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی				
ردیف	سؤالات			
نمره				
۱	با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید اگر به مکعب عدد فردی یک واحد اضافه کنیم عدد زوجی به دست می آید.			
۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی ثابت کنید برای هر عدد طبیعی $n$ عدد $p_n = 11^n - 1$ بر عدد ۱۰ بخش پذیر است.			
۳	اگر $a$ و $b$ دو عدد حقیقی مثبت باشند ثابت کنید $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \geq \frac{4}{\sqrt{a+b}}$			
۴	می دانیم $\sqrt{7}$ و $\sqrt{3}$ اعدادی گنگ هستند. نشان دهید عدد $\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$ نیز عددی گنگ است.			
۵	۵۰ ورزشکار مرد در رشته های فوتبال، والیبال و بسکتبال از شهرهای تهران، مشهد، اصفهان و بوشهر در یک اردوی ورزشی شرکت کرده اند. ثابت کنید حد اقل ۵ ورزشکار هم رشته و هم شهری هستند.			
۶	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $(A \cap B) - (A \cap C) = A \cap (B - C)$			
۷	رابطه ی $R$ روی مجموعه ی $R - \{0\}$ چنین تعریف شده است. $xRy \Leftrightarrow xy > 0$ . الف) ثابت کنید $R$ یک رابطه ی هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[-2]$ را به دست آورید.			
۸	مجموعه های $A = \{3^x   x \in \mathbb{N}, x \leq 2\}$ و $B = \{3^x   x \in \mathbb{Z},  x  < 2\}$ داده شده است. الف) مجموعه های $A$ و $B$ را به صورت اعضا مشخص کنید. ب) حاصلضرب دکارتی $B \times A$ را تشکیل دهید و نمودار آن را رسم کنید.			
۹	نمودار رابطه ی مقابل را رسم کنید. $R = \{(x, y)   x^2 + y^2 \leq 4,  x - y  \geq 1\}$			
۱۰	دو مکعب سالم را پرتاب می کنیم، مطلوب است تعیین: الف) تعداد اعضای فضای نمونه ای. ب) پیشامد $A$ که در آن مجموع اعداد رو شده ۸ شود. ج) پیشامد $B$ که در آن حاصلضرب اعداد رو شده مضرب ۱۵ شود. د) پیشامد $A - B$ .			
« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »				

باسمه تعالی

ردیف	سؤالات	نمره
سؤالات امتحان نهائی درس: جبر و احتمال		
رشته: ریاضی- فیزیک		
ساعت شروع: ۸ صبح		
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		
سال سوم متوسطه		
تاریخ امتحان: ۱۱ / ۳ / ۱۳۸۷		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال تحصیلی ۸۷-۱۳۸۶		
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		
ردیف	سؤالات	نمره
۱۱	۵ دانش آموز در نظر می گیریم. احتمال این که روز تولد هیچ دو نفری از آن ها یک روز هفته نباشد را مشخص کنید.	۱
۱۲	چهار دونه $a, b, c, d$ در یک مسابقه شرکت می کنند. فرض کنیم احتمال برنده شدن $a$ سه برابر احتمال برنده شدن $b$ و احتمال برنده شدن $b$ نصف احتمال برنده شدن $c$ و دونده های $c$ و $d$ هم شانسی باشند. احتمال برنده شدن $a$ یا $d$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۳	احتمال آن که در خانه ای یخچال باشد برابر $۰/۸۵$ و احتمال آن که هم یخچال و هم تلویزیون باشد برابر $۰/۴$ و احتمال آن که حد اقل یکی از دو وسیله یخچال و تلویزیون باشد $۰/۹۶$ می باشد احتمال آن را بیابید که در این خانه: الف) تلویزیون باشد ب) فقط یخچال باشد	۱/۲۵
۱۴	دوازده نقطه مطابق شکل زیر روی دو خط موازی قرار دارند. از این نقطه ها سه نقطه به تصادف انتخاب می کنیم احتمال این که این سه نقطه رأس های یک مثلث باشند را، به دست آورید.	۱
۱۵	نقطه ای به تصادف درون مثلث قائم الزاویه متساوی الساقینی که طول هر ساق آن ۳ سانتی متر است انتخاب می کنیم مطلوب است محاسبه ی احتمال آن که فاصله ی این نقطه از هر رأس مثلث بیشتر از ۱ سانتی متر باشد.	۱/۵
۱۶	قضیه: ثابت کنید اگر داشته باشیم $A \subseteq B$ آنگاه $P(B - A) = P(B) - P(A)$	۰/۷۵
	« موفق باشید »	جمع نمره
		۲۰

سایت اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی وزارت آموزش و پرورش به آدرس: (<http://aee.medu.ir>) تنها سایت مرجع سؤالات و رهنمای آن در کشور و همچنین پاسخگویی به سؤالات دانش آموزان در خصوص امتحانات می باشد.

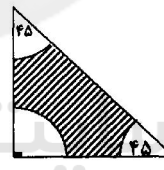
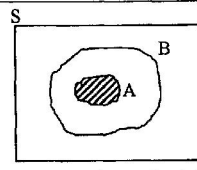
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهائی درس: جبر و احتمال		رشته: ریاضی- فیزیک
سال سوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۱ / ۳ / ۱۳۸۷
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت (خردادماه) سال تحصیلی ۸۷-۱۳۸۶		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$x = 2k + 1$ $x^2 + 1 = (2k + 1)^2 + 1 = 4k^2 + 4k + 1 + 1 = 4k^2 + 4k + 2 = 2(2k^2 + 2k + 1) = 2t$ <small>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</small>	۰/۷۵
۲	$P(1): P_1 = 11^1 - 1 = 10 = 10 \cdot (1)$ (۰/۲۵) $P(k): P_k = 11^k - 1 = 10 \cdot t$ فرض (۰/۲۵) $P(k+1): P_{k+1} = 11^{k+1} - 1 = 10 \cdot t'$ حکم (۰/۲۵) طرفین فرض را در عدد ۱۱ ضرب می کنیم (۰/۲۵) $11^{k+1} - 11 = 10 \cdot (11t)$ $11^{k+1} - 1 - 10 = 10 \cdot (11t)$ (۰/۵) $11^{k+1} - 1 = 10 \cdot (11t + 1)$ حکم ثابت شد.	۱/۵
۳	$\frac{\sqrt{b} + \sqrt{a}}{\sqrt{ab}} \geq \frac{4}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \geq 4\sqrt{ab} \Rightarrow a + b + 2\sqrt{ab} \geq 4\sqrt{ab} \Rightarrow a + b - 2\sqrt{ab} \geq 0 \Rightarrow (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$ <small>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</small> بدیهی - پس با استفاده از استدلال بازگشتی مطلب برقرار است	۱
۴	$\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} \notin Q' \rightarrow \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} \in Q \rightarrow \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} = a \rightarrow \sqrt{7} + \sqrt{3} = \frac{1}{a}$ (۰/۲۵) $\sqrt{7} = \frac{1}{a} - \sqrt{3} \rightarrow \sqrt{7} = \frac{1}{a} + 3 - \frac{2}{a}\sqrt{3} \rightarrow \frac{2}{a}\sqrt{3} = \frac{1}{a} - 4$ <small>(۰/۲۵)</small> گویا گنگ	۱
۵	$m = 50$ کیبوتر $n = 3$ لانه (رشته ها) (۰/۲۵) $50 = 3 \times 16 + 2$ (۰/۲۵) حد اقل هم رشته اند $16 + 1 = 17$ $m = 17$ کیبوتر $n = 4$ لانه (شهرها) (۰/۲۵) $17 = 4 \times 4 + 1$ (۰/۲۵) حد اقل هم شهری اند $4 + 1 = 5$ طبق اصل لانه ی کیبوتری حد اقل ۵ نفر هم رشته و هم شهری هستند (۰/۲۵) (روش دوم) $m = 50$ کیبوتر $n = 3 \times 4 = 12$ لانه (۰/۵) شهر رشته $50 = 4 \times 12 + 2$ (۰/۵) $4 + 1 = 5$ (۰/۵) طبق اصل لانه ی کیبوتری حد اقل ۵ نفر هم رشته و هم شهری هستند (۰/۲۵)	۱/۲۵
« ادامه در صفحه دوم »		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته: ریاضی - فیزیک
سال سوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۷ / ۳ / ۱۱
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت (خردادماه) سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	$(A \cap B) - (A \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)' = (A \cap B) \cap (A' \cup C') =$ $B \cap [(A \cap A') \cup (A \cap C')] = B \cap [\emptyset \cup (A \cap C')] = B \cap (A \cap C') =$ $A \cap (B \cap C') = A \cap (B - C)$	۱/۵
۷	$xRx \rightarrow xx > \cdot \rightarrow x^2 > \cdot$ بدیهی (بازتابی) (۰/۲۵) $xRy \rightarrow xy > \cdot \rightarrow yx > \cdot \rightarrow yRx$ (تقارنی) (۰/۲۵) $\left\{ \begin{array}{l} xRy \\ yRz \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} xy > \cdot \\ yz > \cdot \end{array} \right. \rightarrow y^2(xz) > \cdot \rightarrow xz > \cdot \rightarrow xRz$ (تراییبی) (۰/۵) پس R هم ارزی است (۰/۵) $xR(-2) \rightarrow (-2)X > \cdot \rightarrow X < \cdot$ (تمام اعداد حقیقی منفی) (۰/۵)	۱/۵
۸	$A = \{3, 9\}$ (۰/۲۵) $B = \{-3, 0, 3\}$ (۰/۲۵) $B \times A = \{(-3, 3), (-3, 9), (0, 3), (0, 9), (3, 3), (3, 9)\}$ (۰/۵)	۱/۲۵
۹	$x - y \geq 1 \quad x - y = 1$ (۰/۲۵) $x - y \leq -1 \quad x - y = -1$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۰	$n(S) = 6 \times 6 = 36$ (۰/۲۵) $A = \{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$ (۰/۵) $B = \{(3, 5), (5, 3), (5, 6), (6, 5)\}$ (۰/۷۵) $A - B = \{(2, 6), (4, 4), (6, 2)\}$ (۰/۵)	۲
« ادامه در صفحه سوم »		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته: ریاضی-فیزیک
سال سوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۱ / ۳ / ۱۳۸۷
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت (خردادماه) سال تحصیلی ۸۷-۱۳۸۶		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	$p(A) = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3}{7^5} = \frac{260}{2401} \quad (۱)$	۱
۱۲	$P(a) = 3p(b)$ $p(b) = \frac{1}{3}p(c) \rightarrow p(c) = 2p(b) \quad (۰/۵)$ $p(c) = p(d)$ $p(b) = w$ $p(a) + p(b) + p(c) + p(d) = 1 \quad (۰/۲۵) \quad 3w + w + 2w + 2w = 1 \rightarrow w = \frac{1}{8} \quad (۰/۵)$ $p(a) + p(d) = 3w + 2w = 5w = \frac{5}{8} \quad (۰/۲۵)$	۱/۵
۱۳	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (۰/۲۵) \quad ۰/۹۶ = ۰/۸۵ + P(B) - ۰/۴ \quad (۰/۲۵)$ $P(B) = ۰/۵۱ \quad (۰/۲۵)$ $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = ۰/۸۵ - ۰/۴ = ۰/۴۵ \quad (۰/۵) \quad \text{فقط یخچال}$	۱/۲۵
۱۴	$P(A) = \frac{\binom{5}{2}\binom{7}{3} + \binom{5}{3}\binom{7}{2}}{\binom{12}{5}} = \frac{5 \times 21 + 10 \times 7}{220} = \frac{175}{220} = \frac{35}{44} \quad (۰/۵)$	۱
۱۵	<p>از مساحت مثلث مساحت نیم دایره کم می شود (۰/۲۵)</p> $a_s = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2} \quad (۰/۲۵)$ $a_A = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} \times \pi \times 1^2 = \frac{9 - \pi}{2} \quad (۰/۲۵)$ $P(A) = \frac{a_A}{a_s} = \frac{\frac{9 - \pi}{2}}{\frac{9}{2}} = \frac{9 - \pi}{9} \quad (۰/۵)$  <p>شکل (۰/۲۵)</p>	۱/۵
۱۶	<p>می داریم که <math>B = (B - A) \cup A</math> و با استفاده از شکل (۰/۲۵)</p> <p>مجموعه های <math>A</math> و <math>B - A</math> از هم جدا هستند بنابراین داریم</p> $P(B) = P(B - A) + P(A) \quad (۰/۲۵)$ $P(B - A) = P(B) - P(A) \quad (۰/۲۵)$ 	۰/۲۵
۲۰	جمع نمره	

همکاران گرامی لطفاً برای پاسخ های صحیح دیگر نیز نمره‌ی مناسب منظور گردد.

سایت اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی وزارت آموزش و پرورش به آدرس: (<http://aee.medu.ir>) تنها سایت مرجع سوالات و رهنمای آن در کشور و همچنین پاسخگویی به سوالات دانش آموزان در خصوص امتحانات می باشد.