

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۰۳/۰۴	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۶		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید: الف) عبارت "مربع هر عدد گنگ، عددی گویا است." نادرست است و مثال نقض آن عدد ..... می باشد. ب) فضای نمونه ای S را پیشامد ..... و تهی را پیشامد ..... می نامیم.	۱/۵
۲	با استفاده از اصل استقرا، برای هر عدد طبیعی n ثابت کنید: $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$	۱/۵
۳	با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\sqrt{5}$ عددی گنگ است.	۱
۴	پنج نقطه داخل مربعی به ضلع ۴ واحد مفروض اند. ثابت کنید حداقل فاصله دو نقطه از این پنج نقطه کمتر از $2\sqrt{2}$ است.	۱
۵	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید اگر $A \subseteq B$ آنگاه $B' \subseteq A'$ است.	۱
۶	مجموعه های $A = \{2^k \mid k \in \mathbb{Z},  k  \leq 1\}$ و $B = \{0, 1\}$ را در نظر بگیرید. الف) مجموعه A را با نوشتن عضوها مشخص کنید و سپس اعضای $A \times B$ را بنویسید. ب) اعضای رابطه $x R y \Leftrightarrow x + y < 2$ را بر روی مجموعه B به صورت مجموعه ای از زوجهای مرتب بنویسید.	۱/۵
۷	رابطه R روی $\mathbb{R}^2$ به صورت زیر تعریف شده است: $(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow xy = zt$ الف) ثابت کنید R یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-2, 1)]$ را مشخص کنید.	۱/۵
۸	فرض کنید A و B و C سه پیشامد باشند. برای هر کدام از پیشامدهای زیر یک عبارت مجموعه ای بنویسید. الف) پیشامد A یا B یا C اتفاق بیفتد. ب) فقط پیشامد A اتفاق بیفتد.	۱
۹	از بین اعداد طبیعی کوچکتر از ۱۰ یک عدد به تصادف انتخاب می کنیم. مشخص کنید: الف) پیشامد A که در آن عدد انتخابی اول یا مضرب ۳ باشد. ب) پیشامد B که در آن عدد انتخابی اول و مضرب ۳ باشد. ج) پیشامد $A' \cap B$	۲
۱۰	از بین ۱۵ دانش آموز قرار است به طور تصادفی ۵ نفر برای انجمن انتخاب شوند. اگر ۷ نفر از این دانش آموزان در سال اول و ۸ نفر دیگر در سال دوم مشغول به تحصیل باشند، مطلوب است احتمال آنکه هر ۵ نفر هم کلاس باشند.	۱/۵
۱۱	تاس سالمی را ۶ بار می ریزیم احتمال آنکه حداکثر یک بار برآمد تاس، یک عدد فرد باشد چقدر است؟	۱

« ادامه سؤالات در صفحه دوم »

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۰۳/۰۴	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۶		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده ( دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد ) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱۲	اگر یک عدد ۴ رقمی ( بدون تکرار ارقام ) کمتر از ۵۰۰۰ به صورت تصادفی با ارقام ۱، ۳، ۷، ۵ و ۹ به وجود آید، احتمال آن که عدد ساخته شده بر ۵ بخش پذیر باشد را بیابید.	۱/۵
۱۳	اگر $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه ای یک تجربه ی تصادفی و $p(a) = \frac{1}{3}$ و $p(\{a, b\}) = \frac{1}{2}$ و $p(\{a, c\}) = \frac{2}{3}$ باشد آنگاه $p(d)$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۴	دو عدد حقیقی به طور تصادفی بین ۰ و ۲ انتخاب می شوند. احتمال اینکه مجموع دو عدد بیشتر از یک باشد را به دست آورید.	۱/۵
۱۵	ثابت کنید برای دو پیشامد دلخواه A و B داریم: $P(A' \cap B') = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$	۱
۲۰	جمع نمره	« موفق باشید »

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۰۳/۰۴	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۶	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) ارائه مثال نقض مانند: $1 + \sqrt{3}$ ب) حتمی (قطعی) - نشدنی	۲۵ (نمره ۰/۵) هر مورد ۰/۵ (نمره) صفحه ۸۰
۱/۵	صفحه ۱۲ مقدمه استقرا $n=1 \Rightarrow 1 \times 2 = \frac{1(1+1)(1+2)}{3} \Rightarrow 2=2$ (۰/۲۵)	
۱/۵	فرض استقرا $n=k \Rightarrow 1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + k \times (k+1) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3}$ (۰/۲۵)	
۱/۵	حکم استقرا $n=k+1 \Rightarrow 1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + k \times (k+1) + (k+1) \times (k+2) = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$ (۰/۲۵)	
	$1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + k \times (k+1) + (k+1) \times (k+2) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3} + (k+1) \times (k+2) =$ $\frac{k(k+1)(k+2) + 3(k+1) \times (k+2)}{3} = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$	
۱	فرض خلف: فرض کنیم $\sqrt{5}$ عددی گویا باشد. صفحه ۲۸ $\sqrt{5} = \frac{a}{b}$ , $(a,b)=1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a^2 = 5b^2 \Rightarrow a = 5k$ (۰/۲۵) $25k^2 = 5b^2 \Rightarrow b^2 = 5k^2 \Rightarrow b = 5k'$ (۰/۲۵) $(a,b) \neq 1$ (۰/۲۵) $a$ و $b$ مضرب ۵ است پس به تناقض رسیدیم چون $(a,b) \neq 1$	۳
۱	نقطه ۵: کبوتر ۴ مربع کوچک به ضلع ۲ واحد: $4 < 5$ (۰/۲۵) ابتدا سطح مربع را به ۴ مربع مساوی به ضلع ۲ واحد تقسیم می کنیم (مطابق شکل روبرو) بنابر اصل لانه‌ی کبوتری و روابط بالا حداقل دو نقطه درون یکی از مربع های کوچک واقع می شوند. داریم: $(0/25) CD^2 = 2^2 + 2^2 = 8 \rightarrow CD = 2\sqrt{2}$ می دانیم فاصله دو نقطه درون مربع از قطر مربع کوچکتر است در نتیجه $AB < CD$ (۰/۲۵) ص ۲۹	۴
۱	تمرین صفحه ۵۵ $A \subseteq B \Rightarrow (A \cup B) = B$ (۰/۲۵) $\Rightarrow A' \cap B' = B'$ (۰/۲۵) $\Rightarrow B' \subseteq A'$ (۰/۵)	۵

ادامه در صفحه دوم

باسمه تعالی

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۰۳/۰۴		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۶

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۶	<p>تمرین صفحه ۶۴</p> <p><math>A = \{\frac{1}{2}, 1, 2\}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>A \times B = \{(\frac{1}{2}, 0), (\frac{1}{2}, 1), (1, 0), (1, 1), (2, 0), (2, 1)\}</math> (۰/۱۵)</p> <p><math>R = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0)\}</math> (۰/۱۷۵)</p>	۱/۵
---	---	-----

۷	<p>صفحه ۶۸</p> <p>(الف)</p> <p>خاصیت بازتابی دارد چون <math>(x, y) R(x, y) \Leftrightarrow xy = xy</math> (۰/۲۵)</p> <p>خاصیت تقارنی دارد چون <math>(x, y) R(z, t) \Rightarrow xy = zt \Leftrightarrow zt = xy \Leftrightarrow (z, t) R(x, y)</math> (۰/۲۵)</p> <p>خاصیت ترایابی یا تعدی دارد چون</p> <p><math>\begin{cases} (x, y) R(z, t) \Leftrightarrow xy = zt \\ (z, t) R(m, n) \Leftrightarrow zt = mn \end{cases} \Leftrightarrow xy = mn \Leftrightarrow (x, y) R(m, n)</math> (۰/۲۵)</p> <p>در نتیجه یک رابطه‌ی هم ارزی است (۰/۲۵)</p> <p>(ب)</p> <p><math>[(-2, 1)] = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x, y) R(-2, 1)\}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>xy = -2</math> (۰/۲۵)</p>	۱/۵
---	--	-----

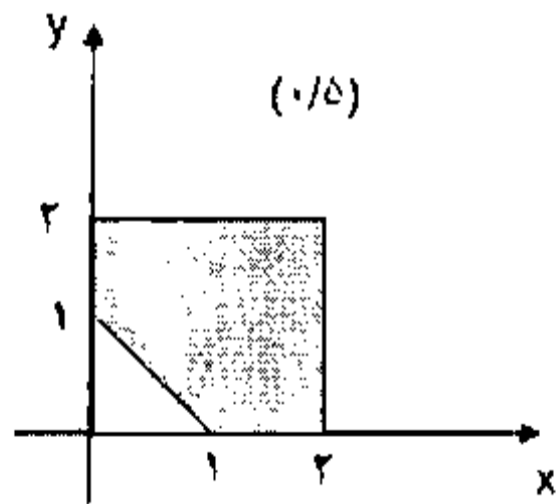
۸	<p>صفحه ۸۰</p> <p>(الف)</p> <p><math>A \cup B \cup C</math> (۰/۱۵)</p> <p>(ب)</p> <p><math>A - (B \cup C)</math> (۰/۱۵)</p>	۱
---	---	---

۹	<p>(الف)</p> <p>هر دو عضو (۰/۲۵) <math>A = \{2, 3, 5, 6, 7, 9\}</math></p> <p>(ب)</p> <p>صفحه ۸۱ <math>B = \{3\}</math> (۰/۲۵)</p> <p>(ج)</p> <p><math>A' \cap B = \underbrace{\{1, 4, 8\}}_{(۰/۷۵)} \cap \underbrace{\{3\}}_{(۰/۲۵)} = \{\}</math> (۰/۱۷۵)</p>	۲
---	---	---

ادامه در صفحه سوم

باسمه تعالی

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۰۳/۰۴		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۶

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	مثال صفحه ۸۶ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{7}{5} (0.25) + \binom{8}{5} (0.25)}{\binom{15}{5} (0.5)}$	۱/۵
۱۱	صفحه ۹۰ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} (0.25) = \frac{\binom{6}{1} (0.25) + \binom{6}{0} (0.25)}{2^6}$	۱
۱۲	تمرین صفحه ۹۱ $n(S) = 2 \times 4 \times 2 \times 2 (0.5) \quad , \quad n(A) = 2 \times 2 \times 2 \times 1 (0.5) \Rightarrow P(A) = \frac{12}{48} (0.5) = \frac{1}{4}$	۱/۵
۱۳	مثال صفحه ۹۹ $p(\{a, c\}) = \frac{2}{3} \Rightarrow p(a) + p(c) = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} + p(c) = \frac{2}{3} \Rightarrow p(c) = \frac{1}{3} (0.25)$ $p(\{a, b\}) = \frac{1}{2} \Rightarrow p(a) + p(b) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{3} + p(b) = \frac{1}{2} \Rightarrow p(b) = \frac{1}{6} (0.25)$ $p(a) + p(b) + p(c) + p(d) = 1 \Rightarrow p(d) = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right) \Rightarrow p(d) = \frac{1}{6} (0.25)$	۱/۵
۱۴	(0.5)  $a_s = 2 \times 2 = 4 (0.25)$ $a_A = 4 - \left(\frac{1 \times 1}{2}\right) = \frac{7}{2} (0.5) \quad \text{تمرین صفحه ۱۰۸}$ $P(A) = \frac{a_A}{a_s} = \frac{7}{4} = \frac{7}{8} (0.25)$	۱/۵
۱۵	$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) (0.5) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]$ $= 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) (0.5) \quad \text{تمرین صفحه ۱۱۹}$	۱
۲۰	جمع نمره	۲۰

مصححین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.